

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MUSTAPHA STAMBOULI DE MASCARA



FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DÉPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

Polycopie de cours

Licence Télécommunications

---

---

## Communications Analogiques

---

---

Préparé par :

**TAYEBI Mohammed**

2020

# Chapitre 1. Notions de base en radiofréquence

## 1.1 Chaîne de transmission analogique

Elle est constituée essentiellement:

- D'**un émetteur** qui a pour fonction d'émettre le signal utile.
- D'**un récepteur** qui a pour rôle de recevoir le signal.
- Et d'**un canal de transmission** qui permet d'acheminer le signal.

La figure 1.1 résume l'essentiel de la chaîne de transmission.

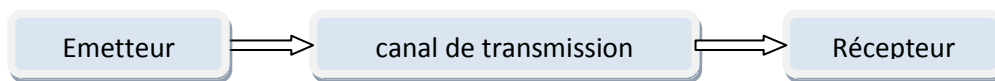


Figure 1.1

L'**émetteur** quant à lui est constitué:

- D'un **transducteur** qui convertit la grandeur physique en signal électrique.
- D'un **modulateur** qui permet d'adapter le signal à transmettre au canal de transmission.
- D'un **amplificateur** qui permet d'amplifier le signal à transmettre à un niveau convenable.
- D'un **filtre** qui permet de limiter l'occupation spectrale du signal.
- Et d'**une antenne** émettrice qui permet d'émettre l'onde électromagnétique.

Le **récepteur** quant à lui est constitué:

- D'**une antenne** réceptrice qui permet de recevoir l'onde électromagnétique.
- D'un **amplificateur** qui permet d'amplifier le signal reçu à un niveau convenable.
- D'un **filtre** de réception qui permet de limiter l'occupation spectrale du signal.
- D'un **démodulateur** qui permet d'extraire le signal utile du signal reçu.
- D'un **transducteur** qui convertit le signal électrique en une grandeur physique.

Le **canal de transmission** peut être l'un des constituants suivants:

- Le **câble bifilaire**.
- Le **câble coaxial**.

- La  **fibre optique**.

- Le  **canal hertzien**.

La figure 1.2 détaille la chaine de transmission analogique.

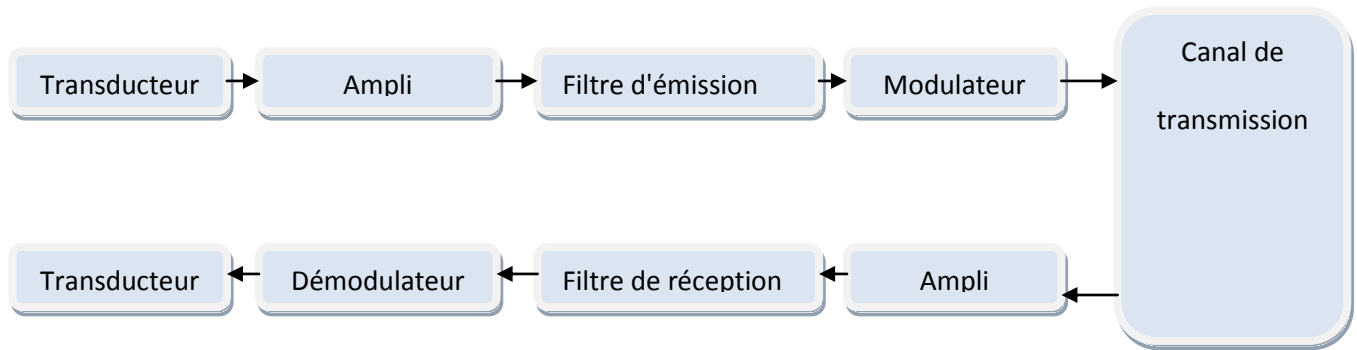


Figure 1.2

## 1.2 Bandes de fréquences

La bande de fréquence est divisée comme suit:

- ELF : de 3Hz à 30 Hz.
- SLF : de 30Hz à 300 Hz.
- ULF : de 300Hz à 3000 Hz.
- VLF : de 3KHz à 30 KHz.
- LF : de 30KHz à 300 KHz.
- MF : de 300KHz à 3000 KHz.
- HF : de 3MHz à 30 MHz.
- VHF : de 30MHz à 300 MHz.
- UHF : de 300MHz à 3000 MHz.
- SHF : de 3GHz à 30G Hz.
- EHF : de 30GHz à 300 GHz.
- THF : au dessus de 300Hz

## 1.3 Bande passante

La bande passante désigne la bande de fréquences de signaux sinusoïdaux qu'un appareil comme :

- par exemple un amplificateur

- un support de transmission comme par exemple une fibre optique est capable de transmettre avec une plage de gain ou d'atténuation qui se situe dans une plage donnée, exprimée en décibels (dB).

Par exemple, une bande passante à 3db désigne la plage de fréquences où le signal de sortie se situe entre une valeur nominale ( $V_n$ ) et une fraction de celle-ci. Dans notre cas,  $V_n$  est divisée par racine carrée de 2.

La notion de bande passante est importante en électronique car elle indique la capacité des systèmes ou des milieux à transmettre sans déformation des signaux.

En vertu du théorème de Fourier, un signal de forme complexe peut en effet être décomposé en une somme de signaux sinusoïdaux purs de différentes fréquences, l'ensemble de ces dernières constituant le spectre de Fourier du signal.

Plus la largeur de la bande passante d'un système est proche de la largeur du spectre de Fourier d'un signal, plus ce système est capable de transmettre fidèlement ce signal.

La figure 1.3 visualise la bande passante à - 3dB d'un filtre passe bande et d'un filtre passe bas.

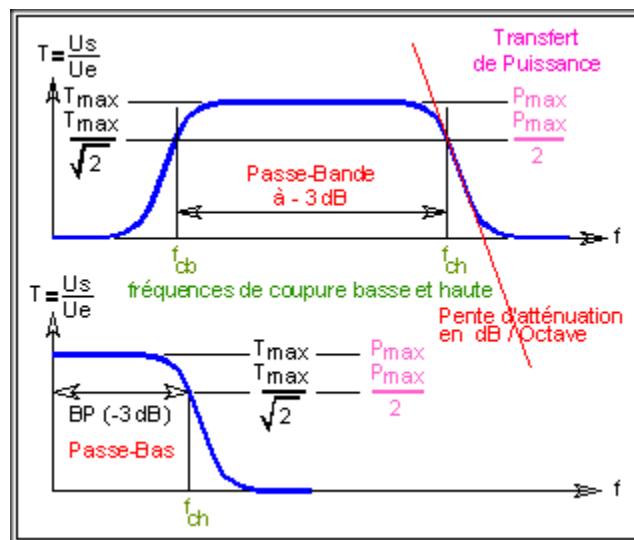


Figure 1.3

## 1.4 Longueur d'onde et puissance

Chaque onde électromagnétique est définie par sa longueur d'onde  $\lambda$  qui représente la périodicité dans l'espace des oscillations.

La longueur d'onde, qui est aussi la distance parcourue par l'onde pendant une période d'oscillation, est inversement proportionnelle à la fréquence et s'exprime en mètres.

Remarquons que plus la longueur d'onde est courte, plus l'intensité de l'onde est importante et donc plus elle est énergétique.

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Où  $c$  représente la vitesse de la lumière et  $f$  la fréquence du signal.

En télécommunications, il est important de connaître la longueur d'onde utilisée car c'est cette valeur qui va déterminer la longueur de l'antenne.

### Application1:

Calculer la longueur d'une antenne  $\lambda/4$  pour les fréquences  $f = 100\text{KHz}$  et  $10\text{MHz}$ .

### Réponse:

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4f} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^5} = 750\text{m}$$

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4f} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^7} = 7.50\text{m}$$

## 1.5 L'échelle des décibels.

### Origine du décibel:

Le décibel est une unité introduite en acoustique pour traduire le fait que la sensation auditive est proportionnelle au logarithme de la puissance acoustique.

### Rapport de puissance en dB

Considérons P2 et P1 deux puissances, le rapport en décibel de P2 sur P1 s'écrit :

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

#### Application1:

La puissance du signal à l'entrée d'un amplificateur est égale à P1 = 10mW. A sa sortie on recueille une puissance P2 = 300mW. Calculer le gain de l'ampli en dB.

#### Réponse:

Le gain en dB est donné par la relation:

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 10 \log_{10} \left(\frac{300}{10}\right) = 10 \log_{10}(30) = 14.77dB$$

#### Application2:

Le gain d'un amplificateur est égal à 20dB. Sachant que la puissance du signal à son entrée est égale à 5mW, calculer la puissance en sortie de l'amplificateur.

#### Réponse:

Le gain en dB est donné par la relation:

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 20dB$$

ce qui implique que:

$$\log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 2dB$$

Il s'en suit alors que :

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 10^2$$

On déduit alors que :  $P_2 = 100P_1 = 500mW$

### **Puissance et dBm**

Le dBm fait référence à une puissance de 1mW. Une puissance exprimé en mW est convertit en dBm par la relation:

$$P(dBm) = 10 \log_{10}P(mW)$$

#### **Exemple:**

$$P(mW) = 1000 \text{ alors } P(dBm) = 30$$

$$P(mW) = 0.10 \text{ alors } P(dBm) = -10$$

### **Puissance et dBW**

La relation qui lie la puissance au dBW est:

$$P(dBW) = 10 \log_{10}P(W)$$

#### **Exemple:**

$$P(W) = 0.010 \text{ alors } P(dBW) = -20$$

$$P(W) = 0.10 \text{ alors } P(dBW) = -10$$

# Chapitre 2. Les composants d'une chaîne de transmission

## 2.1 Les Filtres

La fonction de filtrage en électronique est importante, elle permet de filtrer un signal complexe, ne laissant passer que le signal choisi.

Il existe des filtres passifs et des filtres actifs, ces derniers sont associés à des amplificateurs.

### Rappel sur les éléments R, L et C.

L'impédance pour les 3 composants passifs est comme suit :

$$\begin{aligned}Z_R &= R \\Z_L &= jL\omega \\Z_C &= \frac{1}{jC\omega} = -\frac{j}{C\omega}\end{aligned}$$

$\omega$  représente la pulsation d'un signal sinusoïdal, son unité est le radian/seconde (rd/s).

### Rappel sur les nombres complexes

Soit un nombre complexe :

$$z = a + jb$$

Le module et l'argument de  $z$  se calcule comme suit :

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Et

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{b}{a}$$

Le nombre complexe s'écrit aussi :

$$z = |z|e^{j\varphi}$$



### 2.1.1 Filtre RC du premier ordre

L'association de deux éléments R et C conduit à des cas de figures différentes, le filtre passe bas et le filtre passe haut.

#### 2.1.1.1 Le filtre passe bas RC

Pour le filtre passe bas, les résistances et condensateurs sont en série et le signal de sortie est prélevé aux bornes du condensateur.

#### 2.1.1.2 Schéma électrique

Le schéma électrique est donné par la figure 2.1

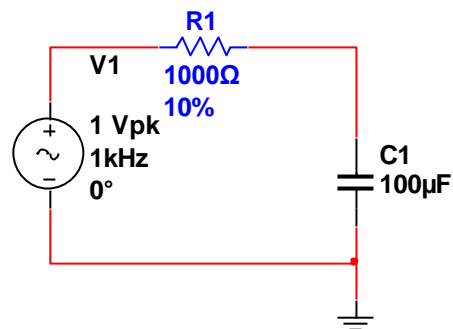


Figure 2.1

#### 2.1.1.3 Fonction de transfert

Calculer la fonction de transfert du filtre revient à calculer son gain en tension.

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

Alors

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

#### 2.1.1.4 Module du gain

On en déduit alors que :

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

#### 2.1.1.5 Fréquence de coupure

La fréquence de coupure est défini pour un gain égal à :

$$|G| = \frac{|G|_{max}}{\sqrt{2}}$$

Dans notre cas  $|G|_{max}=1$ . Nous allons donc déterminer  $\omega$  pour

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

Par identification, on a que :

$$1 = (RC\omega)^2$$

On déduit alors que :

$$\omega = \frac{1}{RC}$$

Ou encore que :

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Le gain s'écrit alors :

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$$

#### 2.1.1.6 Limites

Si  $\omega$  tend vers 0, alors  $|G| = 1$

Si  $\omega$  tend vers  $+\infty$ , alors  $|G| = 0$

On déduit que le filtre est de type passe bas.

#### 2.1.1.7 Bande passante

Dans ce cas là, la bande passante est égale à :

$$B = f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

#### 2.1.1.8 Calcul en utilisant le décibel

Si le gain est égal à :

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

Alors, le gain en décibels est égal à :

$$|G|_{dB} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} = 20 \log_{10} \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right)^{-1/2} = -10 \log_{10} \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right)$$

Pour un gain égal à -3 dB, on aura :

$$|G|_{dB} = -10 \log_{10} \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right) = -3$$

Ce qui implique que :

$$\log_{10} \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right) = 0,3$$

Alors :

$$\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right) = 10^{0,3} = 2$$

On en déduit que la fréquence de coupure à -3dB est égale à :

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

## 2.1.2 Filtre RC du second ordre

Les filtres du second ordre sont constitués de deux résistances et de deux condensateurs.

### 2.1.2.1 Le filtre passe bande RC

#### 2.1.2.2 Schéma électrique

Le schéma électrique est donné par la figure 2.2

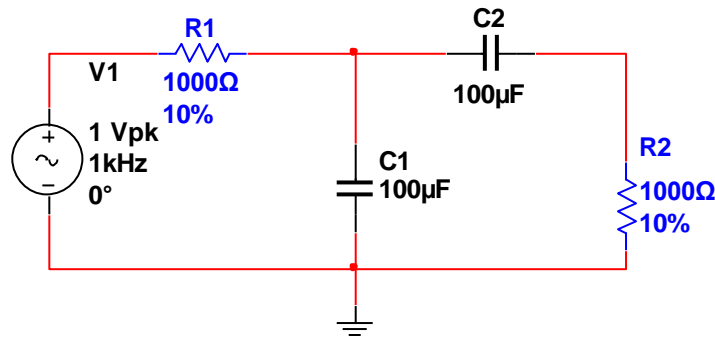


Figure 2.2

### 2.1.2.3 Fonction de transfert

En utilisant le théorème de Norton, on aboutit à la fonction de transfert :

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{jRC\omega}{1 + 3jRC\omega + (jRC\omega)^2} = \frac{jRC\omega}{1 - (RC\omega)^2 + 3jRC\omega}$$

### 2.1.2.4 Module du gain

$$|G| = \frac{RC\omega}{\sqrt{(1 - (RC\omega)^2)^2 + (3RC\omega)^2}}$$

Ce gain est maximal pour :

$$(1 - (RC\omega)^2) = 0$$

Dans ce cas là :

$$|G|_{max} = 1/3$$

### 2.1.2.5 Fréquence de coupure

La fréquence de coupure est défini pour un gain égal à :

$$|G| = \frac{|G|_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{RC\omega}{\sqrt{(1 - (RC\omega)^2)^2 + (3RC\omega)^2}}$$

Alors :

$$\begin{aligned} \frac{1}{18} &= \frac{(RC\omega)^2}{(1 - (RC\omega)^2)^2 + (3RC\omega)^2} \\ (1 - (RC\omega)^2)^2 + (3RC\omega)^2 &= 18(RC\omega)^2 \\ (1 - (RC\omega)^2)^2 - (3RC\omega)^2 &= 0 \\ (1 - (RC\omega)^2 - 3RC\omega)(1 - (RC\omega)^2 + 3RC\omega) &= 0 \end{aligned}$$

Ce qui implique que :

$$(1 - (RC\omega)^2 - 3RC\omega) = 0$$

Ou

$$(1 - (RC\omega)^2 + 3RC\omega) = 0$$

On résout les deux équations du second degré et on trouve :

$$\omega_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \frac{1}{RC}$$

D'où :

$$f_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\omega_2 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \frac{1}{RC}$$

D'où :

$$f_2 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \frac{1}{2\pi RC}$$

#### 2.1.2.6 Limites

Si  $\omega$  tend vers 0, alors  $|G| = 0$

Si  $\omega$  tend vers  $+\infty$ , alors  $|G| = 0$

Si  $\omega = \frac{1}{RC}$ , alors  $|G| = 1/3$ .

On déduit que le filtre est de type passe bande.

#### 2.1.2.7 Bande passante

La bande passante est égale à :

$$B = f_2 - f_1 = \frac{3}{2\pi RC}$$

**Application numérique :**

Pour  $R = 1k$  et  $C = 10$  nF

## 2.1.3 Filtre RLC du second ordre

### 2.1.3.1 Schéma électrique

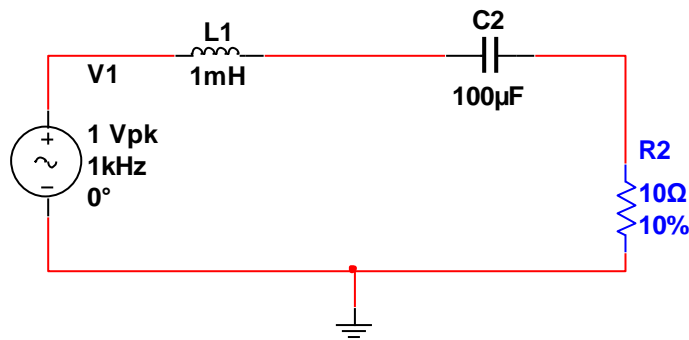


Figure 2.3

### 2.1.3.2 Fonction de transfert

$$G = \frac{R}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{jRC\omega}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

### 2.1.3.3 Module du gain

$$|G| = \frac{RC\omega}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}$$

Ce gain est maximal pour :

$$1 - LC\omega^2 = 0$$

C'est-à-dire :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

### 2.1.3.4 Fréquence de coupure

$$|G| = \frac{RC\omega}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{(RC\omega)^2}{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2} = \frac{1}{2}$$

$$(1 - LC\omega^2)^2 - (RC\omega)^2 = 0$$

$$(1 - LC\omega^2 - RC\omega)(1 - LC\omega^2 + RC\omega) = 0$$

Les deux solutions sont :

$$\omega_1 = \frac{-RC + \sqrt{4LC + (RC)^2}}{2LC}$$

$$\omega_2 = \frac{RC + \sqrt{4LC + (RC)^2}}{2LC}$$

### 2.1.3.5 Limites

Si  $\omega$  tend vers 0, alors  $|G| = 0$

Si  $\omega$  tend vers  $+\infty$ , alors  $|G| = 0$

Si  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , alors  $|G| = 1$ .

On déduit que le filtre est de type passe bande.

#### 2.1.3.6 Bande passante

$$B = f_2 - f_1 = \frac{R}{2\pi L}$$

## 2.2 Les amplificateurs à ampli opérationnel

Il existe un certain nombre de composants qui permettent d'amplifier un signal analogique, nous citerons les transistors bipolaires NPN et PNP, les transistors uni-jonction, les Fets et les Mosfets ainsi que les ampli-opérationnels.

### 2.2.1 Amplificateur inverseur

La figure 2.4 montre le schéma d'un amplificateur inverseur à base d'ampli opérationnel

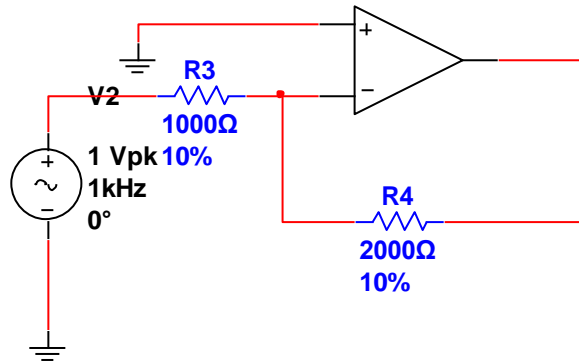


Figure 2.4

Le gain en amplitude d'un tel montage est donné par la relation :

$$G = -\frac{R_2}{R_1}$$

### 2.2.2 Amplificateur non inverseur

La figure 2.5 montre le schéma d'un amplificateur non inverseur à base d'ampli opérationnel

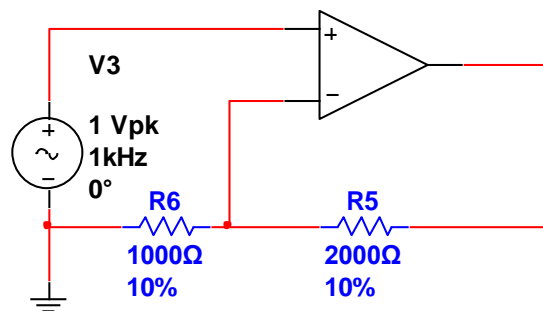


Figure 2.5

Le gain en amplitude d'un tel montage est donné par la relation :

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$



## 2.3 Les mélangeurs

Les mélangeurs sont des composants essentiels en électronique.

### 2.3.1 Le Multiplieur idéal

Un multiplieur idéal est un composant qui possède deux entrées et une sortie. Il effectue la multiplication de deux tensions distinctes présentes à ses entrées.

Prenons comme signaux d'entrées :

$$e_1 = A_1 \cos \omega_1 t$$

Et

$$e_2 = A_2 \cos \omega_2 t$$

A la sortie, on récupère le signal :

$$S = A_1 A_2 \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t = \frac{A_1 A_2}{2} [\cos(\omega_2 + \omega_1)t + \cos(\omega_2 - \omega_1)t]$$

Le spectre du signal à la sortie est formé de deux signaux de pulsations :

$$\omega_2 + \omega_1$$

Et

$$\omega_2 - \omega_1$$

### 2.3.2 Symbole électrique

Le symbole électrique du multiplieur est donné par la figure 2.6

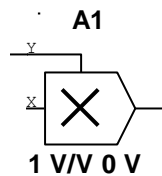


Figure 2.6

## 2.4 Les oscillateurs

### 2.4.1 Principe des oscillateurs

Les oscillateurs sinusoïdaux sont des systèmes bouclés. La seconde est un filtre passif générant une atténuation et un déphasage. Le premier est un amplificateur qui vient compenser l'atténuation et introduire lui aussi un déphasage. La figure 2.7 donne un synoptique d'un oscillateur sinusoïdal.

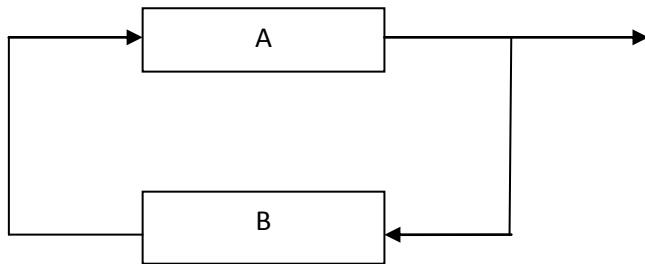


Figure 2.7

Les conditions d'oscillations ont été établies par Barkausen :

$$|A||B| = 1$$

Et

$$\text{Arg}(A) + \text{Arg}(B) = 0 + 2k\pi$$

## 2.4.2 Oscillateur à pont de Wien

### 2.4.2.1 Schéma électrique de la chaîne de retour

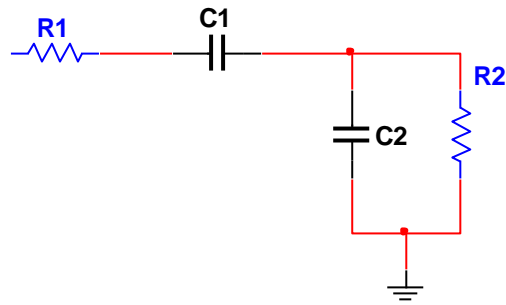


Figure 2.8

### 2.4.2.2 Fonction de transfert de la chaîne de retour

La fonction de transfert d'un tel filtre est :

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{jRC\omega}{1 + 3jRC\omega + (jRC\omega)^2} = \frac{jRC\omega}{1 - (RC\omega)^2 + 3jRC\omega}$$

Son module est égal à :

$$|G| = \frac{RC\omega}{\sqrt{(1 - (RC\omega)^2)^2 + (3RC\omega)^2}}$$

Ce gain est maximal pour :

$$(1 - (RC\omega)^2) = 0$$

Dans ce cas là :

$$|G|_{max} = 1/3$$

A la fréquence de coupure, le déphasage est nul.

### 2.4.2.3 La chaîne directe

La chaîne directe doit satisfaire aux conditions d'oscillations, et par conséquent, l'ampli doit avoir un gain = 3 et un déphasage nul.

Le montage adéquat est l'ampli non inverseur.

Le montage final sera donc :

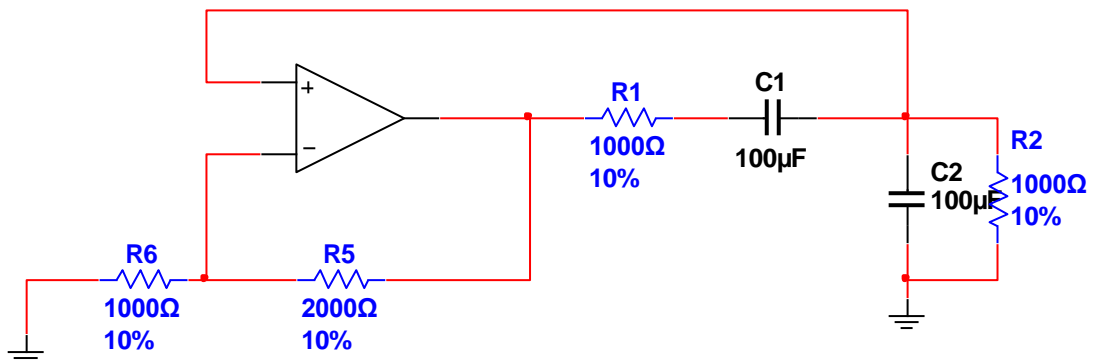


Figure 2.9

### 2.4.3 Oscillateur à réseau déphaseur

L'oscillateur à réseau déphaseur est un oscillateur à basse fréquence, sa chaîne de retour est constituée de trois cellules RC.

#### 2.4.3.1 Schéma de la chaîne de retour

Le schéma de l'oscillateur à réseau déphaseur est donné par la figure 2.10

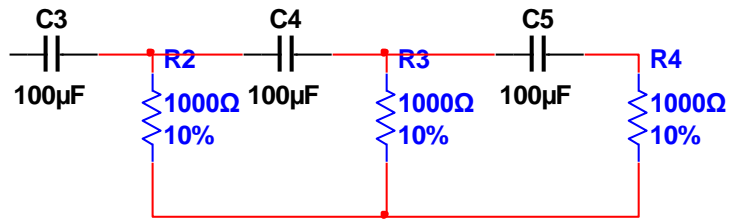


Figure 2.10

#### 2.4.3.2 Fonction de transfert

La fonction de transfert est donnée par la relation :

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{(jRC\omega)^3}{1 + 5jRC\omega + 6(jRC\omega)^2 + (jRC\omega)^3}$$

$$= \frac{jRC\omega(jRC\omega)^2}{1 - 6(RC\omega)^2 + jRC\omega(5 - (RC\omega)^2)}$$

Ce gain doit être réel :

$$1 - 6(RC\omega)^2 = 0$$

On déduit alors que :

$$\omega = \frac{1}{RC} \sqrt{\frac{1}{6}}$$

Et le gain maximal est égal à :

$$G = -\frac{1}{29}$$

#### 2.4.3.3 Chaîne directe

Ce gain est négatif. Pour la chaîne directe, nous allons donc utiliser un ampli inverseur de gain :

$$G_d = -\frac{R_2}{R_1} = -29$$

Donc :

$$\frac{R_2}{R_1} = 29$$

## 2.4.4 Oscillateur Colpitts

L'oscillateur Colpitts est un oscillateur à haute fréquence, sa chaîne de retour est constituée d'une self et de deux condensateurs.

### 2.4.4.1 Schéma de la chaîne de retour

Le schéma de l'oscillateur Colpitts est donné par la figure 2.11

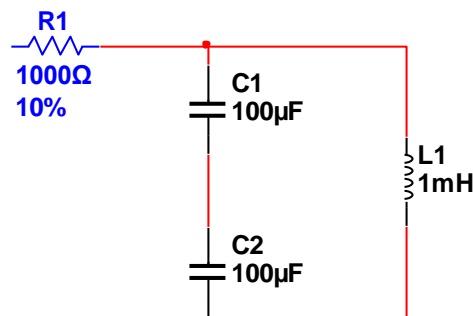


Figure 2.11

### 2.4.4.2 Fonction de transfert

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{V_s}{V_s'} * \frac{V_s'}{V_e}$$

$$\frac{V_s'}{V_e} = \frac{Z_{eq}}{R + Z_{eq}}$$

$$Z_{eq} = \frac{jL\omega}{1 - LC_{eq}\omega^2}$$

$$\frac{V_s'}{V_e} = \frac{jL\omega}{jL\omega - R(1 - LC_{eq}\omega^2)} = \frac{jL\omega}{jL\omega - R\left(1 - L\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}\omega^2\right)}$$

$$\frac{V_s}{V_s'} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

D'où :

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{jL\omega}{jL\omega - R\left(1 - L\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}\omega^2\right)}$$

### 2.4.4.3 Chaîne directe

Le gain est maximal pour :

$$1 - L\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}\omega^2 = 0$$

Et il a pour valeur :

$$G_{max} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

Pour une pulsation égale à :

$$\omega = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{LC_1C_2}}$$

Ce gain est positif et de phase nulle.

Pour la chaîne directe, nous allons donc utiliser un ampli non inverseur de gain :

$$G_d = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Le produit des deux gains doit être égal à l'unité :

$$G_{max}G_d = 1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_2 + R_1}{R_1}$$

On en déduit alors que :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

## 2.4.5 Oscillateur à quartz

### 2.4.5.1 Schéma équivalent d'un quartz

Le schéma équivalent d'un quartz est donné par la figure 2.12, il est constitué d'une résistance R1, d'une inductance L1 et d'un condensateur C1 en série, le tout en parallèle avec un condensateur C2.

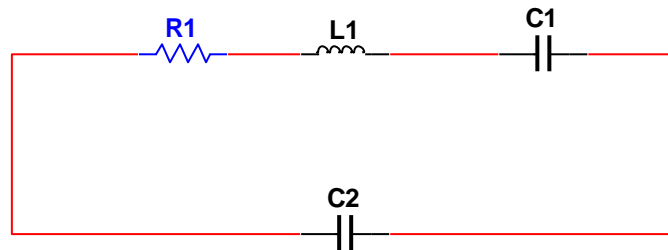


Figure 2.12

La valeur de R1 étant très faible, nous pouvons alors donner un second schéma équivalent donné par la figure 2.13

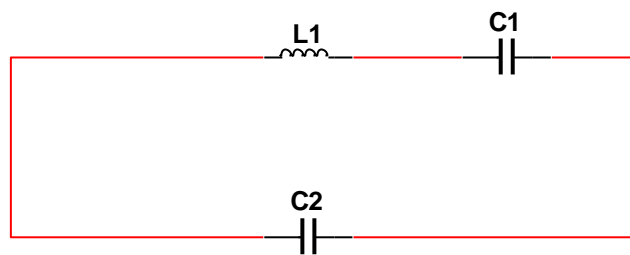


Figure 2.13

### 2.4.5.2 Impédance équivalente du quartz

L'impédance formé par la bobine L1 et le condensateur C1 est donné par la relation :

$$Z_s = jL1\omega + \frac{1}{jC1\omega} \quad (1.1)$$

Après avoir réduit au même dénominateur, on obtient :

$$Z_s = \frac{1 - L1C1\omega^2}{jC1\omega} \quad (1.2)$$

L'impédance équivalente totale est telle que :

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{Z_s} + jC2\omega = \frac{jC1\omega}{1 - L1C1\omega^2} + jC2\omega$$

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{jC1\omega + jC2\omega(1 - L1C1\omega^2)}{1 - L1C1\omega^2}$$

D'où :

$$Z_p = \frac{1 - L1C1\omega^2}{jC1\omega + jC2\omega(1 - L1C1\omega^2)} = j \frac{L1C1\omega^2 - 1}{\omega(C1 + C2(1 - L1C1\omega^2))}$$

$$Z_p = j \frac{L1C1\omega^2 - 1}{\omega(C1 + C2 - L1C1C2\omega^2)}$$

Cette impédance est nulle pour :

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L1C1}}$$

Et ..... pour :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{C1 + C2}{L1C1C2}}$$

Nous pouvons écrire :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{C1 + C2}{L1C1C2}} = \frac{1}{\sqrt{L1C1}} \sqrt{\frac{C1 + C2}{C2}} = \omega_s \sqrt{\frac{C1 + C2}{C2}}$$

Ou encore :

$$\omega_p = \omega_s \left(1 + \frac{C1}{C2}\right)^{1/2} = \omega_s \left(1 + \frac{1}{2} \frac{C1}{C2}\right)$$



## 2.4.6 Oscillateur commandé en tension VCO

### 2.4.6.1 La diode varicap

### 2.4.6.2 Symbole



Figure 2.14

La diode varicap constitué d'une diode et d'un condensateur. La valeur de celui-ci varie en fonction de la tension appliquée entre les bornes de la diode.

La valeur du condensateur obéit à la relation :

$$C = \frac{C_0}{\left(1 + \frac{v_p}{v_0}\right)^n}$$

$C_0$  est la valeur du condensateur en absence de la tension  $v_p$ .

$C_0$ ,  $v_0$  et  $n$  caractérisent la diode varicap.

### 2.4.6.3 Utilisation de la diode varicap

Dans un circuit oscillant de type Colpitts par exemple, on insère une diode varicap et on commande sa tension  $v_p$  par une tension continue. La fréquence d'oscillation change alors en fonction de la tension  $v_p$ . Ce système est appelé VCO (oscillateur contrôlé en tension). Remarquons que si la tension appliquée à la diode est sinusoïdale, alors le signal de sortie est un signal FM.

## 2.4.7 La PLL boucle de verrouillage de phase

### 2.4.7.1 Gain en boucle fermé :

Soit un système bouclé comme le montre la figure 2.15

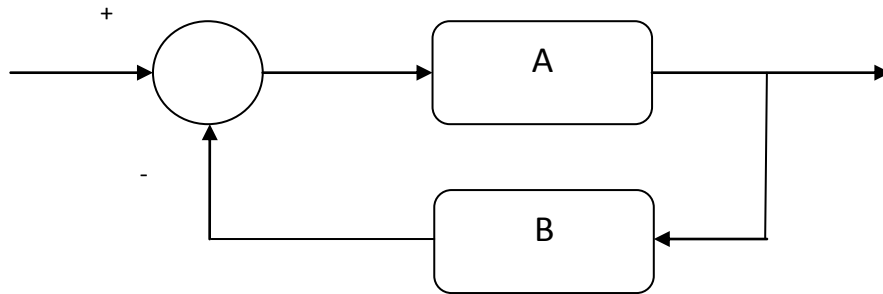


Figure 2.15

En notation de Laplace, on écrit que :

$$S(p) = A\varepsilon(p) = A(E(p) - B(p)) = AE(p) - ABS(p)$$

$$S(p)[1 + AB] = AE(p)$$

D'où :

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A}{1 + AB}$$

### 2.4.7.2 Rappel sur la transformée de Laplace

Soit  $f(t)$  une fonction et  $g(t) = f'(t)$ .

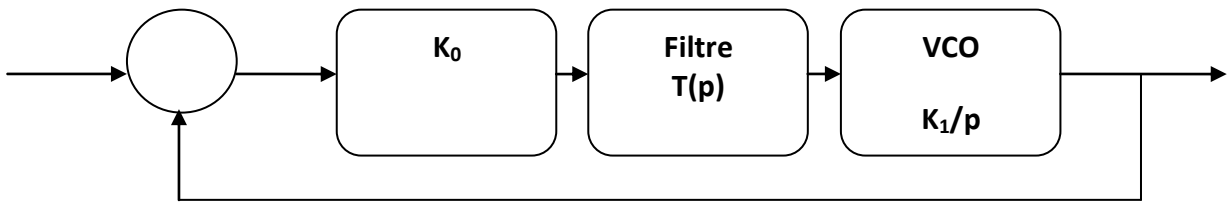
La transformée de Laplace de  $g(t) = pF(p)$

### 2.4.7.3 La boucle de verrouillage de phase (PLL)

La boucle de verrouillage de phase est constituée essentiellement de trois blocs distincts, formant une boucle :

- Le comparateur de phase
- Un filtre passe bas
- Un oscillateur commandé en tension

La figure 2.16 donne les différents constituants de la PLL.



La figure 2.16

#### 2.4.7.4 Equation du VCO :

Le VCO accepte pour signal d'entrée une tension  $v(t)$ , dont sa transformée de Laplace est noté  $V(p)$ . Le signal de sortie du VCO a pour fréquence :

$$f = f_0 + kv(t)$$

Or

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt}$$

A  $kv(t)$  correspond  $\frac{d\phi}{dt}$

Donc :  $TL(kv(t)) = TL\left(\frac{d\phi(t)}{dt}\right)$

$$kV(p) = p\phi_s(p)$$

$$\frac{\phi_s(p)}{V_e(p)} = \frac{k}{p}$$

#### 2.4.7.5 Equation de la PLL

Le gain de la chaine directe est égal à :

$$A = K_0 \frac{K_1}{p} T(p)$$

Le gain de la chaine de retour est égal à :  $B = 1$

Le gain en boucle fermé est donc égal à :

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\varphi_s(p)}{\varphi_e(p)} = \frac{A}{1 + A} = \frac{K_0 \frac{K_1}{p} T(p)}{1 + K_0 \frac{K_1}{p} T(p)} = \frac{K_0 K_1 T(p)}{p + K_0 K_1 T(p)}$$

Cette équation dépend étroitement de la fonction de transfert du filtre.

## 2.4.8 Canal de transmission :

### 2.4.8.1 Câble coaxial

Le câble coaxial est constitué:

- D'un conducteur central
- D'une enveloppe isolante (diélectrique)
- Et d'un conducteur extérieur (tresse)

La figure 2.17 montre l'image d'un câble coaxial.

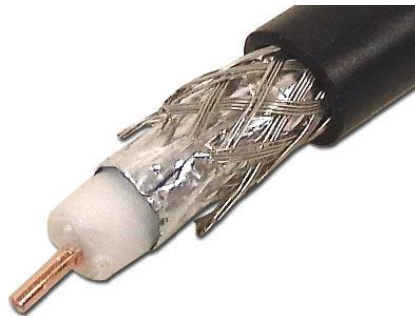


Figure 2.17

Les principales caractéristiques électriques sont :

- La fréquence d'utilisation
- La fréquence de coupure.
- L'affaiblissement en dB/m.
- L'impédance caractéristique (généralement 50 ou 75 ohms).
- La puissance admissible.
- La vitesse de propagation liée au diélectrique.

L'utilisation du câble coaxial s'étend à toute application dans laquelle le signal à transmettre doit subir:

- un minimum de déformation et d'affaiblissement ou
- à celles où l'élimination des interférences extérieures est importante.

L'utilisation des câbles coaxiaux aide à résoudre les problèmes que posent les lignes bifilaires : la construction des coaxiaux de deux conducteurs séparés par un diélectrique empêche

- la réception de rayonnements et

- l'échappement de l'onde électromagnétique.

### 2.4.8.2 Fibre optique

La fibre optique est fabriquée à partir de la silice, elle est constituée:

- d'un cœur
- d'une gaine
- d'un revêtement en plastique de 250 $\mu\text{m}$ .

La figure 2.18 montre la constitution d'une fibre optique.

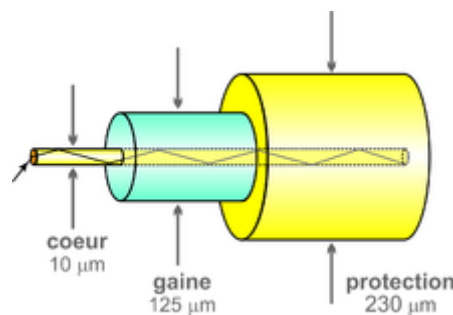


Figure 2.18

Il existe deux grandes catégories de fibre optiques:

- La fibre optique Multi-mode
- La fibre optique Mono mode
- **Fibre Optique multi-mode:**

La fibre optique est caractérisée par un cœur dans lequel plusieurs modes peuvent se propager. Le type principal est la fibre à gradient d'indice.

#### - **Fibre Optique monomode:**

La Fibre optique est caractérisée par un diamètre du cœur faible par rapport à la longueur d'onde guidée. Le cœur a un diamètre d'environ 9 $\mu\text{m}$ .

#### **Les principales caractéristiques sont:**

- **L'affaiblissement:** Il est défini par la différence de puissance du signal lumineux entre deux points de la fibre. L'affaiblissement est exprimé en dB.
- **L'affaiblissement linéique:** Il s'exprime en dB/km.
- **L'Affaiblissement spectral:** Ce type d'affaiblissement dépend de la longueur d'onde utilisée.

**Exemple:** 3 dB/km à 850 nm et 1 dB/km à 1300 nm pour la même fibre.

Le dB est l'unité utilisée pour caractériser l'atténuation optique.

Le dBm sert quant à lui à exprimer la puissance d'une source lumineuse.

### 2.4.8.3 Canal hertzien

Une liaison hertzienne permet de relier deux ou plusieurs points distants de quelques centimètres à plusieurs milliers de kilomètres. C'est une alternative au réseau filaire. Les fréquences porteuses des ondes utilisées sont de quelques MHz à quelques dizaines de GHz. L'énergie de ces ondes est concentrée à l'aide d'une antenne directive.

En espace libre, les ondes radioélectrique qui se propagent entre les antennes, et doivent être dégagées de tous obstacles, c'est une liaison à visibilité directe :

- les antennes sont installées sur des points hauts.
- Les liaisons sont effectuées en un ou plusieurs relais.

L'énergie transportée décroît avec le carré de la distance.

Lorsqu'une onde se propage dans l'atmosphère, elle subit 3 formes de perturbations:

- La Réflexion : une onde change de direction en fonction du milieu rencontré.
- La réfraction:
- La diffraction: Lorsqu'une onde rencontre l'angle d'un obstacle, un bâtiment par exemple, elle peut suivre un côté de l'angle.

Les micros ondes sont bloquées par les obstacles. L'émetteur et le récepteur doivent être en vue directe.

Un des avantages du faisceau hertzien est:

- la liberté de passage, contrairement à la fibre optique ou au câble coaxial.
- la facilité de mise en œuvre sur les terrains accidentés.

#### **Inconvénients**

- la bande passante qui est limitée
- Les effets atmosphériques comme la neige ou la pluie dense affectent les liaisons hertziennes. Les ondes sont aussi sensibles aux phénomènes électromagnétiques naturels comme les orages et l'activité solaire.

#### **Utilisation:**

- Télédiffusion (analogique ou numérique, terrestre ou par satellite)
- Radiocommunications : Talkie-walkie, CB, liaison VHF pour avions ou bateaux
- Téléphonie : téléphone mobile.
- Internet : Liaison Wi-Fi

Du fait de l'absence de tout support physique entre les stations, les faisceaux hertziens peuvent surmonter plus facilement des difficultés des parcours et franchir des obstacles naturels tels

que :

- étendues d'eau
- terrains montagneux
- terrains fortement brisés.

## 2.4.9 Les récepteurs superhétérodynes

### 2.4.9.1 Principe de fonctionnement

Le récepteur superhétérodyne permet de démoduler un signal AM ou FM en utilisant le changement de fréquence ou la transposition de fréquence. La figure 2.19 montre le synoptique du récepteur superhétérodyne.

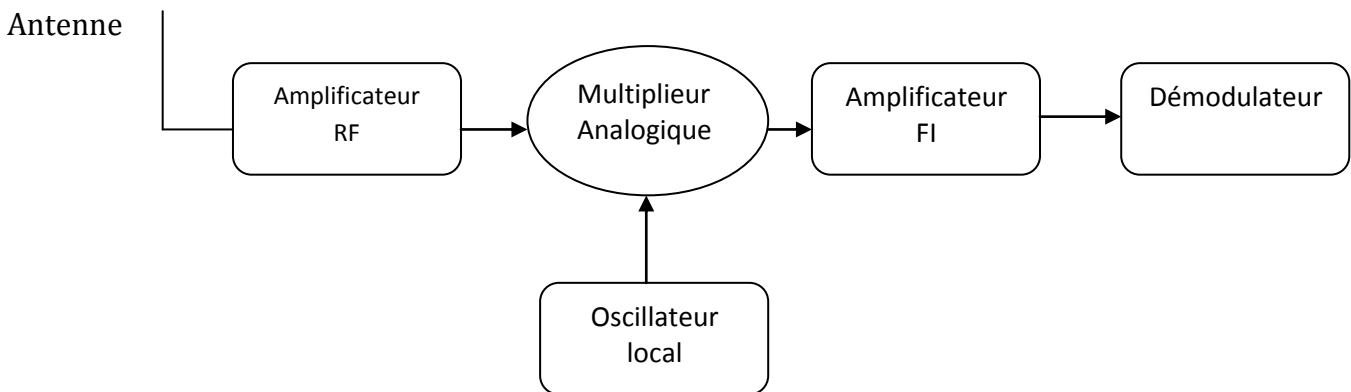


Figure 2.19

Le signal est capté par une antenne puis amplifié par un amplificateur radiofréquence. L'oscillateur produit un signal sinusoïdal de fréquence  $f_{ol}$ . A la sortie du multiplieur, on obtient un signal de fréquence intermédiaire fixe tel que :

$$f_{FI} = f_{ol} - f_{RF}$$

Ou

$$f_{FI} = f_{ol} + f_{RF}$$

### 2.4.9.2 Avantages et inconvénients

L'avantage de cette technique est d'utiliser un amplificateur à bande sélective alors que son inconvénient principal est l'apparition d'une fréquence image qui vient perturber le signal à démoduler.

### 2.4.9.3 Autre techniques

Pour contourner les problèmes liés à la fréquence image, on utilise le récepteur superhétérodyne à double changement de fréquence.



# Les Modulations Analogiques

## Introduction générale

Le but des systèmes de télécommunications sans fils consiste à transmettre un signal utile comme par exemple la parole ou l'image par voie hertzienne à grande distance. Si le signal à transmettre est analogique, on parle de modulations analogiques. Si au contraire, celui-ci est numérique, on parle de modulations numériques. La porteuse étant dans les deux cas analogique.

Les contraintes liées à l'émission du signal utile sans modulation sont essentiellement : l'atténuation du signal et la taille des antennes utilisés.

En effet si on envoie un signal par voie hertzienne à une fréquence de 10 KHz, la longueur d'onde serait alors égale à 30000m, alors qu'à 100 Mhz, la longueur d'onde serait alors égale à 3m. L'antenne quart d'onde passerait d'une longueur de 7500m à 0.75m.

Le second problème est l'atténuation du signal qui est accentué pour les faibles fréquences par rapport aux fréquences hautes.

La modulation permet de translater le signal dans un intervalle de fréquence différent du signal utile. En diversifiant la valeur de la fréquence porteuse, on peut utiliser une large bande de fréquence permettant ainsi d'avoir un grand nombre d'utilisateurs, ce qui n'est pas le cas de l'émission du signal sans modulation.

Enfin, un signal sinusoïdal est caractérisé par son amplitude, sa fréquence ou sa phase, en changeant un de ces paramètres en fonction du signal modulant, on a une modulation d'amplitude, de fréquence ou de phase.

# La Modulation d'amplitude

## 3.1 Introduction

La modulation d'amplitude consiste à modifier l'amplitude d'un signal porteur par un signal modulant. Il existe plusieurs variantes de cette modulation, on cite :

- La modulation à porteuse conservée
- La modulation à porteuse supprimé ou à bandes latérales double
- La modulation bande latérale unique (supérieure ou inférieure)
- La modulation bande latérale atténuée

Les principaux paramètres qui différencient ces techniques sont le bilan de puissance lors de l'émission et la bande passante occupée.

## 3.2 La modulation d'amplitude à porteuse conservée

### 3.2.1 Equation du signal modulé

Nous voulons transmettre un signal sinusoïdal dont l'équation est :

$$x_u(t) = A_u \cos(2\pi f_u t)$$

Où  $A_u$  représente l'amplitude du signal utile et  $f_u$  sa fréquence. L'équation de la porteuse est représentée par la relation:

$$x_p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t)$$

Où  $A_p$  représente l'amplitude de la porteuse et  $f_p$  sa fréquence, avec

$$f_p \gg f_u$$

Le signal modulé en amplitude s'écrit alors:

$$x_{AM}(t) = (A_p + kx_u(t)) \cos(2\pi f_p t)$$

Avec

$$0 \leq k \leq 1$$

$k$  représente un facteur d'atténuation. En remplaçant  $x_u(t)$  par sa valeur, on trouve :

$$x_{AM}(t) = A_p \left( 1 + \frac{kA_u}{A_p} \cos(2\pi f_u t) \right) \cos(2\pi f_p t)$$

En posant :

$$m = \frac{kA_u}{A_p} = \text{indice de modulation}$$

Le signal devient :

$$x_{AM}(t) = A_p (1 + m \cos(2\pi f_u t)) \cos(2\pi f_p t)$$

En développant l'équation et en utilisant l'identité trigonométrique :

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$$

On aboutit à la relation :

$$x_{AM}(t) = A_p \cos(2\pi f_p t) + \frac{1}{2} mA_p \cos 2\pi(f_p + f_u)t + \frac{1}{2} mA_p \cos 2\pi(f_p - f_u)t$$

### 3.2.2 Spectre du signal modulé

Le signal modulé comporte 3 signaux de fréquences respectives :

$$f_p, f_p + f_u \text{ et } f_p - f_u$$

Le spectre du signal comporte donc 3 raies dont l'amplitude centrale est égale à  $A_p$  et les amplitudes latérales égales à  $\frac{1}{2}mA_p$ .

### 3.2.3 Bande passante

La bande passante utilisée est égale à :

$$B = 2 f_u$$

### 3.2.4 Puissance du signal modulé

#### 3.2.4.1 Puissance d'un signal sinusoïdal

La puissance d'un signal est calculée par la relation :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt$$

Dans le cas d'un signal sinusoïdal :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T A^2 \cos^2(2\pi ft) dt = \frac{A^2}{T} \int_0^T [1 + \cos(4\pi ft)] dt = A^2$$

Où A représente la valeur maximale du signal sinusoïdal.

On déduit alors que la puissance du signal modulé est égal à :

$$P_T = A_p^2 + \left(\frac{mA_p}{2}\right)^2 + \left(\frac{mA_p}{2}\right)^2 = A_p^2 + 2\left(\frac{mA_p}{2}\right)^2$$

### 3.2.5 Rendement en puissance

Afin de transmettre un signal utile  $x_u(t)$ , nous avons besoin d'une porteuse  $x_p(t)$  qui consomme une puissance  $A_p^2$ .

Le rendement est donc égal à :

$$\gamma = \frac{2\left(\frac{mA_p}{2}\right)^2}{A_p^2 + 2\left(\frac{mA_p}{2}\right)^2} = \frac{m^2}{m^2 + 2}$$

La valeur de l'indice de modulation étant compris entre 0 et 1, on constate que le rendement est maximal pour  $m = 1$  et il est égal à  $\frac{1}{3}$ .

### 3.2.6 Avantages et inconvénients de la modulation AM :

#### 3.2.6.1 Avantages de la modulation AM

L'avantage de la modulation AM est sa simplicité de réalisation.

#### 3.2.6.2 inconvénients de la modulation AM

Le grand inconvénient de la modulation AM est sa grande sensibilité au bruit additif.

### 3.2.7 Schéma électrique d'un modulateur AM

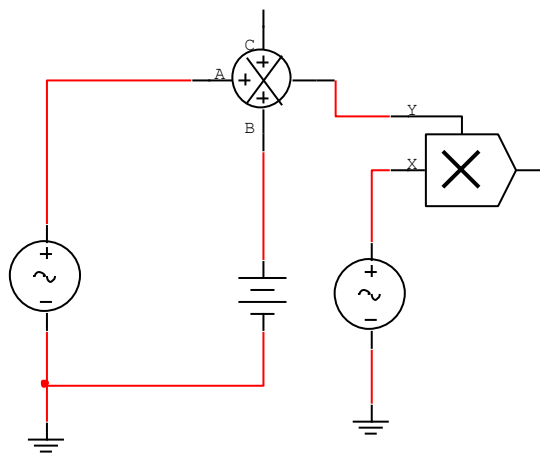


Figure 3.1

Le modulateur à porteuse conservée est constitué d'un :

- Multiplieur analogique.
- D'un oscillateur local.
- D'un additionneur qui additionne une tension continue égal à l'unité et une fraction du signal utile.

### 3.3 La modulation d'amplitude à bandes latérales double

#### 3.3.3 Equation du signal modulé

A partir des signaux utile et porteuse, on construit le signal modulé en amplitude en multipliant les deux signaux. Le signal obtenu s'écrit :

$$x_{AM}(t) = (A_p x_u(t)) \cos(2\pi f_p t) = A_p A_u \cos(2\pi f_u t) \cos(2\pi f_p t)$$

En utilisant l'identité trigonométrique de l'équation (3.9), l'équation devient :

$$x_{AM}(t) = \frac{1}{2} A_u A_p \cos 2\pi(f_p + f_u)t + \frac{1}{2} A_u A_p \cos 2\pi(f_p - f_u)t$$

#### 3.3.4 Spectre du signal modulé

Le signal modulé comporte 2 signaux de fréquences respectives :

$$f_p + f_u \text{ et } f_p - f_u$$

Le spectre du signal comporte donc 2 raies dont les amplitudes latérales sont égales à  $\frac{1}{2} A_u A_p$ .

#### 3.3.5 Bande passante

La bande passante utilisée est égale à :  $B = 2 f_u$

La bande passante reste inchangée.

#### 3.3.6 Puissance du signal modulé

Toute la puissance utilisée sert à véhiculer le signal porteur du signal utile, il n'y a donc pas de perte de puissance. Le rendement est alors égal à 100%.

#### 3.3.7 Schéma électrique d'un modulateur AM

La figure 3.2 donne le schéma de principe du modulateur AM à porteuse supprimée. Son élément de base est le multiplieur analogique et l'oscillateur local.

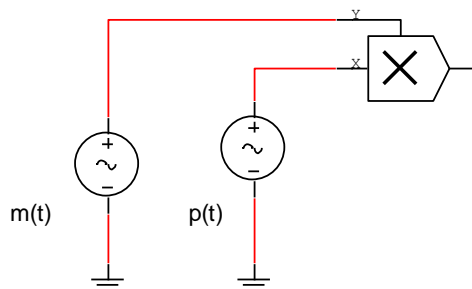


Figure 3.2

### 3.4 La modulation d'amplitude à bande latérale unique

#### 3.4.3 Equation du signal modulé

La modulation d'amplitude à bande latérale unique peut s'obtenir d'une modulation d'amplitude à bande double à laquelle on filtre une des deux bandes. Si on élimine la bande latérale supérieure en utilisant un filtre passe haut, on obtient une modulation à bande latérale inférieure d'équation :

$$x_{AM}(t) = \frac{1}{2} A_u A_p \cos 2\pi(f_p - f_u)t$$

Si au contraire, on utilise un filtre passe bas pour éliminer la bande latérale inférieure, on obtient une modulation à bande latérale supérieure d'équation :

$$x_{AM}(t) = \frac{1}{2} A_u A_p \cos 2\pi(f_p + f_u)t$$

Cette méthode est tributaire des filtres utilisés, en effet, le filtre n'élimine pas complètement le signal, mais l'atténue, le signal résultant comporte donc un résidu du signal filtré.

#### 3.4.4 Schéma d'un modulateur AM à bande latérale unique à base de filtre

La figure 3.3 donne le schéma de principe d'un tel modulateur. Il est essentiellement constitué d'un multiplieur analogique et d'un filtre passe bas ou passe haut selon le type de modulateur.

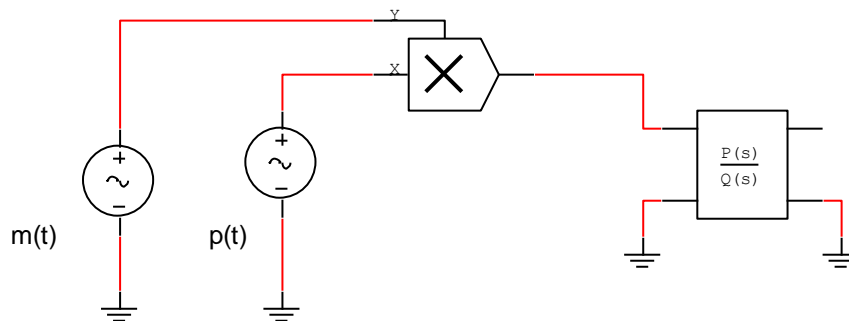


Figure 3.3

#### 3.4.5 Schéma d'un modulateur AM à bande latérale unique à base de déphaseurs

Il existe une seconde méthode qui consiste à utiliser des déphaseurs de signaux. Le signal obtenu génère un signal en bande latérale unique, supérieure ou inférieure. La figure 3.4 donne le schéma d'un tel modulateur.

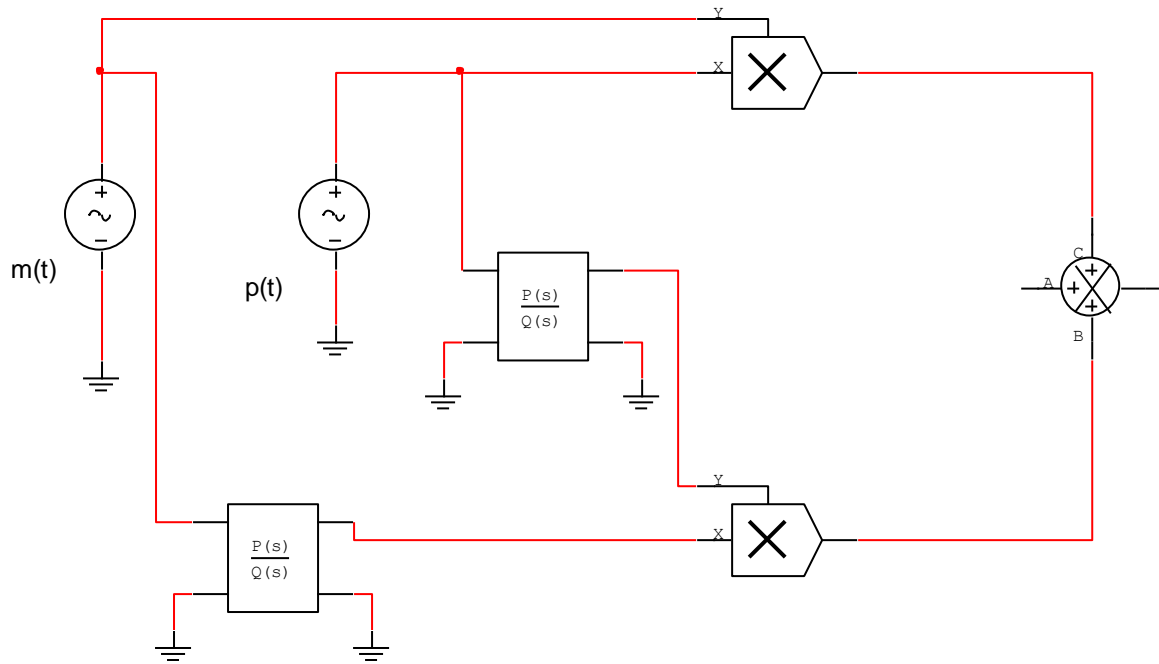


Figure 3.4

### 3.4.6 Spectre du signal modulé

Le spectre du signal se réduit donc à la seule fréquence supérieur ou inférieur

$$f_p + f_u \text{ ou } f_p - f_u$$

### 3.4.7 Bande passante

Dans ce cas-là, la bande passante est réduite et ne concerne que le signal utile.

### 3.4.8 Puissance du signal modulé

Comme dans la modulation à bande latérale double, toute la puissance utilisée sert à véhiculer le signal porteur du signal utile, il n'y a donc pas de perte de puissance. Le rendement est alors égal à 100%. Mais en plus puisque l'on envoie qu'une seule bande de fréquence, la puissance utilisée est divisée par deux, d'où l'intérêt de cette technique.



### 3.5 La démodulation d'amplitude

Il existe principalement deux techniques qui permettent de démoduler un signal modulé en amplitude :

- Le détecteur d'enveloppe ou démodulation asynchrone.
- La démodulation synchrone.

Nous allons dans ce qui suit étudier ces deux techniques.

#### 3.5.1 Le détecteur d'enveloppe

Celui-ci est formé d'une diode D et d'une résistance de charge R en parallèle avec un condensateur C. La figure 3.5 montre le schéma global d'un tel détecteur.

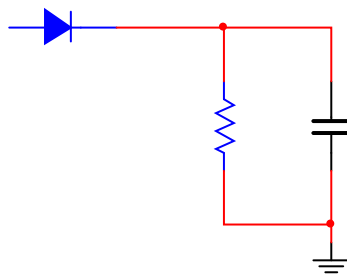


Figure 3.5

Le signal AM est injecté au niveau de l'anode de la diode, celle-ci autorise les parties positives du signal et bloque les parties négatives. Le signal au niveau de la cathode est une suite d'impulsions de formes sinusoidales. Quant le signal n'est pas nul, le condensateur se charge, alors que lorsque le signal est nul, le condensateur se décharge dans la résistance R. En choisissant R et C de façon judicieuse, le signal résultant est très proche du signal modulant au niveau du modulateur AM.

La constante de temps RC doit être assez grande par rapport à la période  $T_p$  de la porteuse. La constante de temps RC doit être assez petite par rapport à la période  $T_u$  du signal utile. Donc on écrit que :

$$T_p \ll RC \ll T_u$$

Cette technique possède plusieurs avantages, on cite :

- Elle n'a pas besoin d'un oscillateur local.
- Sa réalisation pratique est assez simple.

Son inconvénient réside dans le fait que le signal démodulé n'est pas tout à fait sinusoidal et donc il est entaché d'harmoniques.

Remarquons que cette technique n'est applicable que pour la modulation AM à porteuse conservée.

La figure 3.6 donne le schéma d'un modulateur AM à porteuse conservée avec un démodulateur à détecteur d'enveloppe.

La figure 3.7 montre le signal modulé AM, alors que la figure 3.8 montre le signal démodulé comparé au signal utile original.

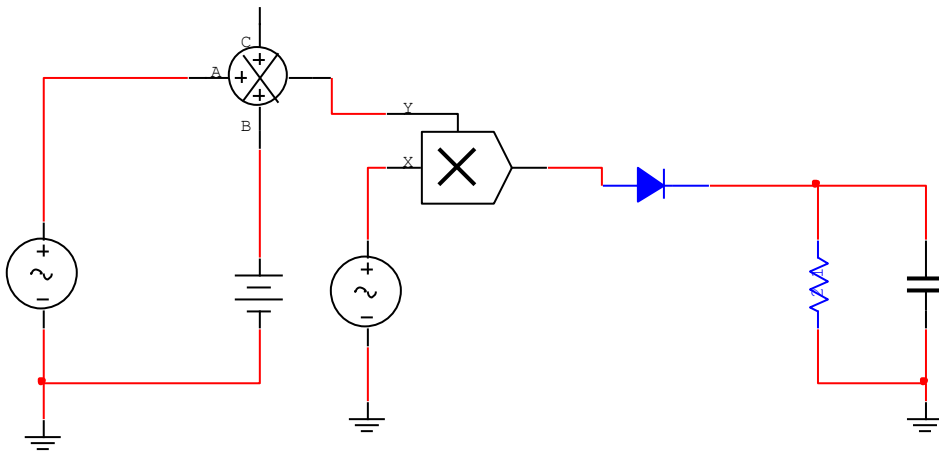


Figure 3.6

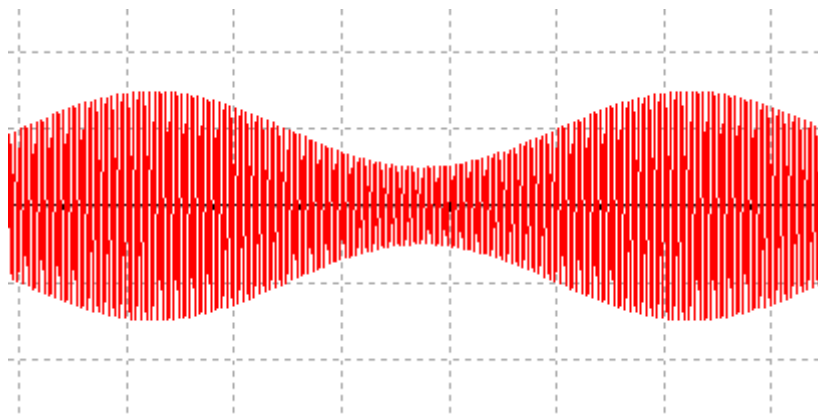


Figure 3.7

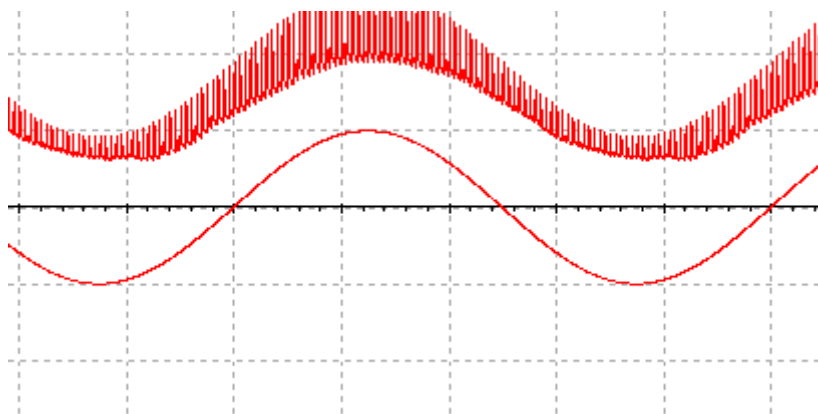


Figure 3.8

### 3.5.2 La démodulation synchrone

Ce modulateur est composé d'un multiplieur analogique, d'un oscillateur local dont la fréquence est égale à celle de la porteuse et d'un filtre passe bas.

Le signal AM à porteuse conservée à

pour expression mathématique :

$$x_{AM}(t) = A_p \cos(2\pi f_p t) + \frac{1}{2} mA_p \cos 2\pi(f_p + f_u)t + \frac{1}{2} mA_p \cos 2\pi(f_p - f_u)t$$

En multipliant ce signal avec le signal de l'oscillateur local de fréquence égal à la porteuse et d'amplitude égal à l'unité, on obtient :

$$\cos(2\pi f_p t) \left\{ A_p \cos(2\pi f_p t) + \frac{1}{2} mA_p \cos 2\pi(f_p + f_u)t + \frac{1}{2} mA_p \cos 2\pi(f_p - f_u)t \right\}$$

Après manipulation de cette équation, on obtient :

$$\frac{A_p}{2} (1 + \cos(\omega_p t)) + \frac{mA_p}{4} (\cos \omega_u t + \cos(2\omega_p + \omega_u)t) + \frac{mA_p}{4} (\cos \omega_u t + \cos(2\omega_p - \omega_u)t)$$

Le spectre du signal est donc formé de 5 raies :

- Une composante en  $\omega_p$ .
- Une composante en  $\omega_u$ .
- Une composante en  $2\omega_p + \omega_u$
- Une composante en  $2\omega_p - \omega_u$
- Une composante continue

Nous devrions donc utiliser un filtre passe bande qui permet d'isoler la composante en  $\omega_u$  et d'éliminer les autres composantes.

La figure 3.9 montre un modulateur AM à porteuse conservée et un démodulateur synchrone ainsi que le filtre passe bande associé. La fréquence centrale du filtre est égale à la fréquence du signal utile.

La figure 3.10 montre le signal démodulé comparé au signal utile. Il apparait clairement que les deux signaux sont identiques, mis à part un léger déphasage.

Cette technique a l'avantage de restituer le signal modulé avec une grande fidélité. Son principal inconvénient est la difficulté de réalisation comparé au détecteur d'enveloppe.

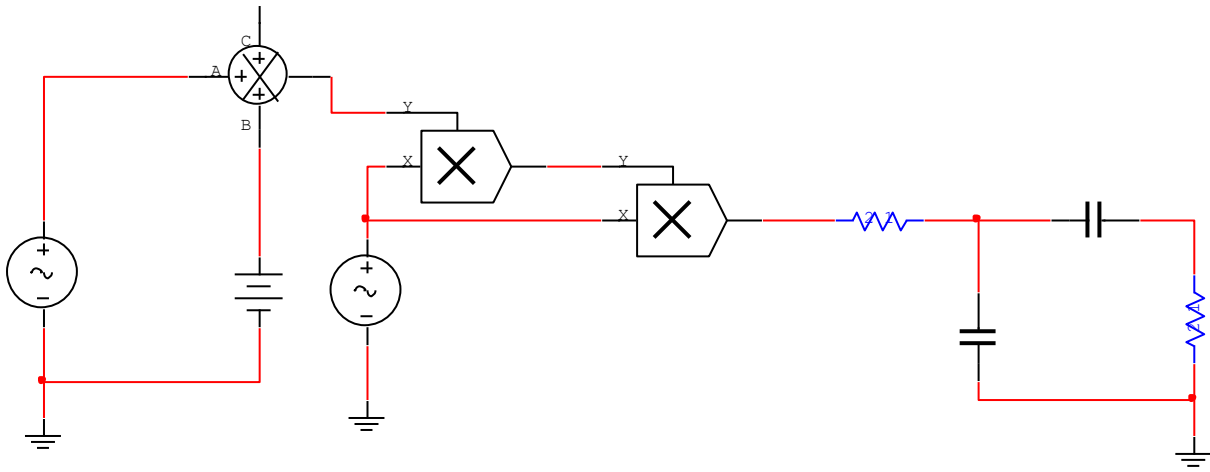


Figure 3.9

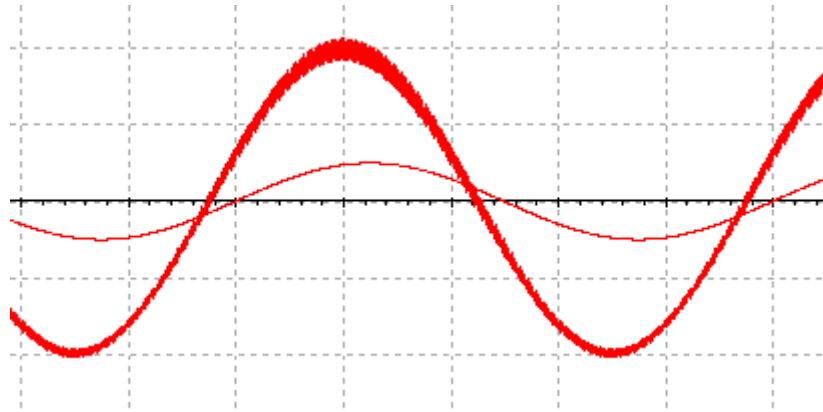


Figure 3.10

# La Modulation d'argument

## 4.1 Introduction

La modulation d'amplitude présente le défaut d'être sensible au bruit additif. Par contre, les modulations d'arguments, c'est-à-dire, les modulations de fréquence FM et de phases PM le sont beaucoup moins.

## 4.2 La modulation de fréquence

### 4.2.1 Equation du signal modulé

Nous voulons transmettre un signal sinusoïdal dont l'équation est :

$$x_u(t) = A_u \cos(2\pi f_u t)$$

Où  $A_u$  représente l'amplitude du signal utile et  $f_u$  sa fréquence. L'équation de la porteuse est représentée par la relation:

$$x_p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t)$$

Où  $A_p$  représente l'amplitude de la porteuse et  $f_p$  sa fréquence, avec

La fréquence instantanée est égale à :

$$F(t) = f_p + km(t)$$

La pulsation instantanée s'écrit alors:

$$\phi(t) = 2\pi F(t) = \omega_p + 2\pi km(t)$$

Or la pulsation est égale à :

$$\phi(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Donc :

$$d\phi = \phi(t) dt$$

Ce qui implique que :

$$\phi(t) = \int \phi(t) dt = \int (\omega_p + 2\pi km(t)) dt$$

$$\phi(t) = \omega_p t + 2\pi k \int (m(t)) dt$$

Le signal FM s'écrit alors :

$$x_{FM}(t) = A_p \cos \left[ \omega_p t + 2\pi k \int (m(t)) dt \right]$$

Développons l'équation , on obtient alors :

$$x_{FM}(t) = A_p \left[ \cos (\omega_p t) \cos \left( 2\pi k \int (m(t)) \right) + \sin (\omega_p t) \sin \left( 2\pi k \int (m(t)) \right) \right]$$

Pour les faibles valeurs de l'excursion de fréquence, on utilise le développement limité au voisinage de zéro.

$$\cos (2\pi k \int (m(t))) \approx 1 \text{ et } \sin (2\pi k \int (m(t))) \approx 2\pi k \int (m(t))$$

Le signal FM s'écrit alors :

$$x_{FM}(t) = A_p \left[ \cos (\omega_p t) + 2\pi k \sin (\omega_p t) \int (m(t)) \right]$$

Si le signal  $m(t)$  est sinusoïdal, alors :

$$x_{FM}(t) = A_p \cos \left[ \omega_p t + 2\pi k \int A_u \cos (2\pi f_u t) dt \right]$$

$$x_{FM}(t) = A_p \cos \left[ \omega_p t + \frac{kA_u}{f_u} \sin(2\pi f_u t) \right]$$

En posant  $m = \frac{kA_u}{f_u}$ , l'équation s'écrit :

$$x_{FM}(t) = A_p \cos \left[ \omega_p t + m \sin(2\pi f_u t) \right]$$

### 4.3 Spectre de fréquence du signal FM :

Le signal FM s'écrit :

$$x_{FM}(t) = A_p \cos [\omega_p t + m \sin(2\pi f_u t)]$$

En développant cette équation, on obtient :

$$x_{FM}(t) = A_p [\cos(\omega_p t) \cos(m \sin(2\pi f_u t)) - \sin(\omega_p t) \sin(m \sin(2\pi f_u t))]$$

- Si  $m$  est faible  $m \ll 1$ , on utilise le développement limité :

$$\cos x \cong 1 \text{ et } \sin x \cong x$$

Alors

$$\begin{aligned} x_{FM}(t) &= A_p [\cos(\omega_p t) - (m \sin(2\pi f_u t)) \sin(\omega_p t)] \\ &= A_p \left[ \cos(\omega_p t) + \frac{m}{2} (\cos(\omega_p + \omega_u)t) - \cos(\omega_p - \omega_u)t \right] \end{aligned}$$

Le spectre est alors formé de 3 raies de fréquences :  $f_p$ ,  $f_p + f_u$  et  $f_p - f_u$

- Si au contraire  $m \gg 1$ , alors :

$$x_{FM}(t) = A_p [\cos(\omega_p t) \cos(m \sin(2\pi f_u t)) - \sin(\omega_p t) \sin(m \sin(2\pi f_u t))]$$

On donne :

$$\cos(m \sin(\omega_u t)) = J_0(m) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(m) \cos(2n\omega_u t)$$

Et

$$\sin(m \sin(\omega_u t)) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(m) \sin((2n+1)\omega_u t)$$

Où  $J_n(m)$  représente les fonctions de Bessel de première espèce.

Le signal FM s'écrit donc :

$$x_{FM}(t) = A_p \left[ \cos(\omega_p t) \left( J_0(m) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(m) \cos(2n\omega_u t) \right) - \sin(\omega_p t) \left( 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(m) \sin(2n+1)\omega_u t \right) \right]$$

On déduit alors que la largeur de spectre est infini et que seuls les faibles coefficients de  $J_n(m)$  quand  $n$  est grand peuvent limiter ce spectre.

Ces coefficients sont donnés par le tableau suivant :

**Tableau 1**  
*Coefficients de Bessel*

m	J <sub>0</sub>	J <sub>1</sub>	J <sub>2</sub>	J <sub>3</sub>	J <sub>4</sub>	J <sub>5</sub>	J <sub>6</sub>	J <sub>7</sub>	J <sub>8</sub>	J <sub>9</sub>	J <sub>10</sub>	J <sub>11</sub>	J <sub>12</sub>	J <sub>13</sub>	J <sub>14</sub>	J <sub>15</sub>	J <sub>16</sub>
0,00	1,00																
0,25	0,98	0,12															
0,5	0,94	0,24	0,03														
0,75	0,86	0,35	0,07														
1,0	0,77	0,44	0,11	0,02													
1,5	0,51	0,56	0,23	0,06	0,01												
2,0	0,22	0,58	0,35	0,13	0,03												
2,4	0,00	0,52	0,43	0,20	0,06	0,02											
2,5	-0,05	0,50	0,45	0,22	0,07	0,02											
3,0	-0,26	0,34	0,49	0,31	0,13	0,04	0,01										
3,5	-0,38	0,14	0,46	0,39	0,20	0,08	0,02										
4,0	-0,40	-0,07	0,36	0,43	0,28	0,13	0,05	0,02									
4,5	-0,32	-0,23	0,22	0,43	0,35	0,19	0,08	0,03									
5,0	-0,18	-0,33	0,05	0,36	0,39	0,26	0,13	0,05	0,02								
6,0	0,15	-0,28	-0,24	0,11	0,36	0,36	0,25	0,13	0,06	0,02							
7,0	0,30	0,00	-0,30	-0,17	0,16	0,35	0,34	0,23	0,13	0,16	0,02						
8,0	0,17	0,23	-0,11	-0,29	-0,10	0,19	0,34	0,32	0,22	0,13	0,06	0,03					
9,0	-0,09	0,24	0,14	-0,18	-0,27	-0,06	0,20	0,33	0,30	0,21	0,12	0,06	0,03	0,01			
10,0	-0,25	0,04	0,25	0,06	-0,22	-0,23	-0,01	0,22	0,31	0,29	0,20	0,12	0,06	0,03	0,01		
11,0	-0,17	-0,18	0,14	0,23	-0,01	-0,24	-0,20	0,02	0,22	0,31	0,28	0,20	0,12	0,06	0,03	0,01	
12,0	0,05	-0,22	-0,08	0,20	0,18	-0,07	-0,24	-0,17	0,05	0,23	0,30	0,27	0,20	0,12	0,07	0,03	0,01
15,0	-0,01	0,21	0,04	-0,19	-0,12	0,13	0,21	0,03	-0,17	-0,22	-0,09	0,10	0,24	0,28	0,25	0,18	0,12



## 4.4 Encombrement spectral : règle de Carson

Les différentes raies de fréquences d'un signal FM sont :

$$f_p \pm f_u, f_p \pm 2f_u, f_p \pm 3f_u, \dots, f_p \pm nf_u$$

L'écart entre deux raies adjacentes est donc toujours égal à :  $f_u$ .

Carson a montré que la bande occupée par un signal FM est égal à :

$$B = 2(m + 1)f_u = 2(\Delta f + f_u)$$

$\Delta f = \text{excursion de fréquence}$

Dans cette bande, la puissance du signal est égal à au moins 98%.

## 4.5 Réalisation d'un modulateur FM en utilisant des diodes varicap :

### Rappel sur l'oscillateur Colpitts

La figure 4. 1 présente la chaine de retour de l'oscillateur Colpitts.

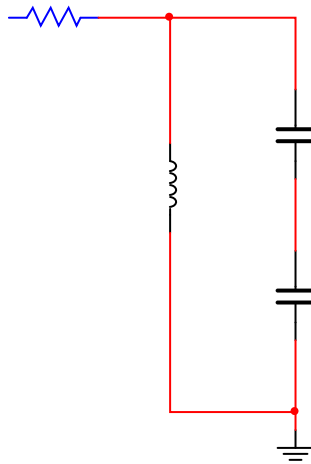


Figure 4.1

La pulsation est donnée par la relation :

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}$$

Nous allons maintenant modifier ce montage en lui ajoutant des diodes varicaps.

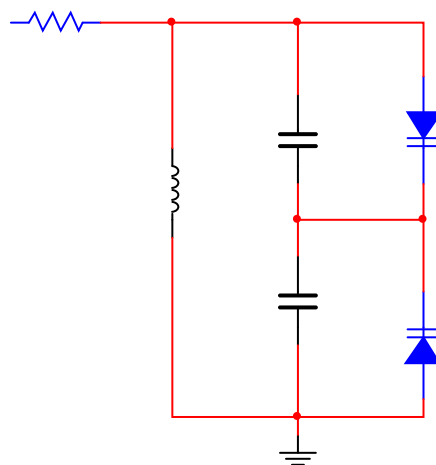


Figure 4.2

La nouvelle pulsation va donc être égale à :

$$\omega' = \sqrt{\frac{2}{L(C + C_d)}}$$

Nous allons maintenant réécrire cette pulsation en fonction de la première.

$$\omega' = \sqrt{\frac{2}{L(C + C_d)}} = \sqrt{\frac{2}{LC}} \sqrt{\frac{1}{\left(1 + \frac{C_d}{C}\right)}} = \omega \left(1 + \frac{C_d}{C}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{Or: } C_d \ll C$$

On utilise le développement limité :

$$(1 + \varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon$$

On obtient alors :

$$\omega' = \omega \left(1 - \frac{C_d}{2C}\right)$$

Nous allons maintenant remplacer la valeur de  $C_d$

$$C_d = \frac{C_0}{\left(1 + \frac{v_e}{v_0}\right)^n} = C_0 \left(1 + \frac{v_e}{v_0}\right)^{-n} = C_0 \left(1 - \frac{v_e}{nv_0}\right)$$

La nouvelle pulsation devient alors :

$$\omega' = \omega \left(1 - \frac{C_0}{2C} \left(1 - \frac{v_e}{nv_0}\right)\right)$$

Si la tension  $v_e$  est nulle, alors :

$$\omega'_0 = \omega \left(1 - \frac{C_0}{2C}\right)$$

L'excursion de fréquence en présence de  $v_e$  sera donc égale à :

$$\Delta\omega' = \omega \left(\frac{C_0}{2C} \frac{v_e}{nv_0}\right)$$

Et la variation relative est égale à :

$$\frac{\Delta\omega'}{\omega} = \left(\frac{C_0}{2C} \frac{v_e}{nv_0}\right)$$

## 4.6 Démodulation FM

### 4.6.1 Démodulation par dérivation

Une des techniques de démodulation du signal FM est l'utilisation d'un dérivateur.

Le signal FM s'écrit :

$$x_{FM}(t) = A_p \cos \left[ \omega_p t + 2\pi k \int A_u \cos (2\pi f_u t) dt \right]$$

La dérivée du signal FM est notée :

$$\frac{d}{dt} x_{FM}(t)$$

Et elle est égale à :

$$\frac{d}{dt} x_{FM}(t) = -A_p [\omega_p + 2\pi k A_u \cos (2\pi f_u t)] \sin \left[ \omega_p t + 2\pi k \int A_u \cos (2\pi f_u t) dt \right]$$

Ce signal voit son amplitude varier au rythme du signal utile, c'est donc un signal AM. Il suffit pour cela d'utiliser un détecteur d'enveloppe pour démoduler le signal :

$$\frac{d}{dt} x_{FM}(t).$$

Le synoptique d'un tel système est donné par la figure 4.3

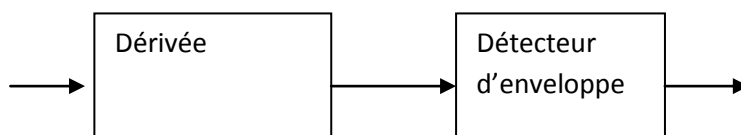
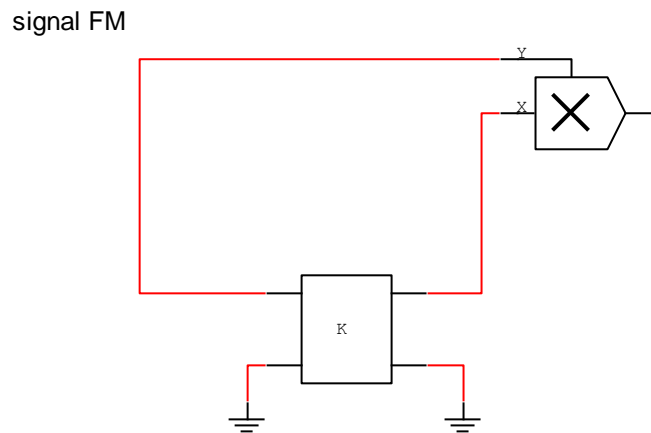


Figure 4.3

## 4.6.2 Discriminateur à quadrature

La figure 4.4 donne le schéma du discriminateur. Il est formé d'un déphaseur et d'un multiplieur analogique.



**Figure 4.4**

$$x_{FM}(t) = A_p \cos(\omega_p t + m \sin \omega_u t)$$

$$x_{FM}(t + \varphi) = A_p \cos(\omega_p t + m \sin \omega_u t + \varphi)$$

A la sortie du multiplieur, on obtient :

$$\begin{aligned} x_{FM}(t)x_{FM}(t + \varphi) &= A_p \cos(\omega_p t + m \sin \omega_u t) A_p \cos(\omega_p t + m \sin \omega_u t + \varphi) \\ &= A_p^2 \cos(\omega_p t + m \sin \omega_u t) \cos(\omega_p t + m \sin \omega_u t + \varphi) \\ &= \frac{A_p^2}{2} [\cos \varphi + \cos(2\omega_p t + 2m \sin \omega_u t + \varphi)] \end{aligned}$$

En éliminant le signal en  $2\omega_p$  et en Prenant  $\varphi = \alpha m(t) - \pi/2$ , alors :

$$= \frac{A_p^2}{2} [\cos \varphi] = \frac{A_p^2}{2} \left[ \cos \left( \alpha m(t) - \frac{\pi}{2} \right) \right] = \frac{A_p^2}{2} [\sin(\alpha m(t))] = \frac{A_p^2}{2} [(\alpha m(t))]$$

Valable pour les faibles signaux.

## 4.7 La modulation de phase

### 4.7.1 Equation du signal modulé

La phase instantanée est égale à :

$$\varphi(t) = \omega_p t + km(t)$$

La pulsation instantanée est égale à :

$$\varnothing(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega_p + k \frac{dm(t)}{dt}$$

La fréquence instantanée est égale à :

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \varnothing(t) = f_p + \frac{k}{2\pi} \frac{dm(t)}{dt}$$

Le signal PM s'écrit donc :

$$x_{PM}(t) = A_p \cos [\omega_p t + km(t)]$$

Dans le cas d'un signal sinusoïdal :

$$x_u(t) = A_u \cos (2\pi f_u t)$$

Et

$$x_{PM}(t) = A_p \cos [\omega_p t + kA_u \cos (2\pi f_u t)]$$

## 4.7.2 Relation entre modulation de fréquence et modulation de phase

Le principe donné par la figure 4. 5 permet de réaliser une modulation FM à partir d'un modulateur PM et cela en lui ajoutant un intégrateur.

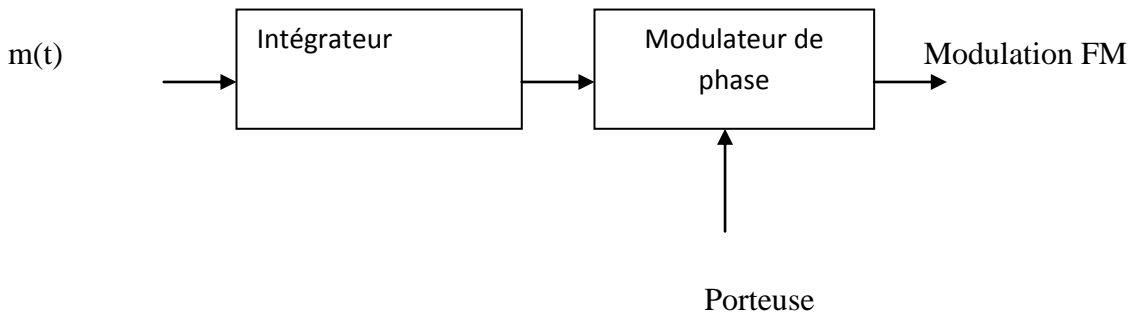


Figure 4.5

Le principe donné par la figure 4. 6 permet de réaliser une modulation PM à partir d'un modulateur PM et cela en lui ajoutant un dérivateur.

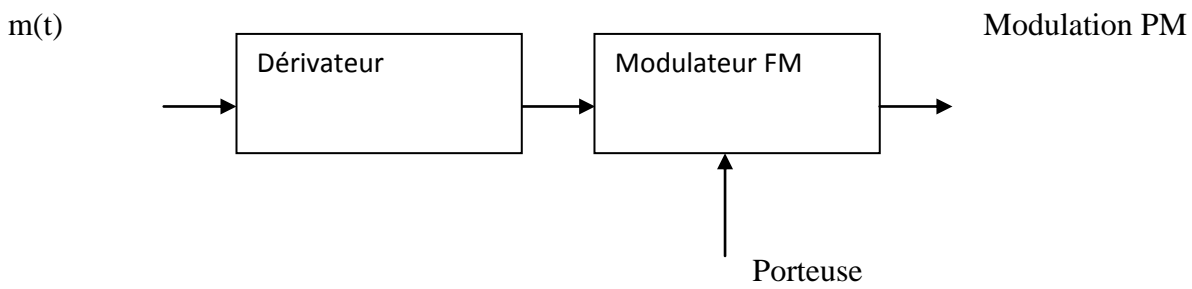


Figure 4.6

### 4.7.3 Montage dérivateur

La figure 4. 7 donne le montage dérivateur à base d'un ampli-opérationnel.

$$i(t) = C \frac{d}{dt} u_e(t)$$

$$u_s(t) = -Ri(t) = -RC \frac{d}{dt} u_e(t)$$

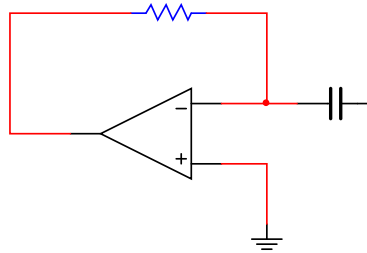


Figure 4.7

Le signal de sortie est donc la dérivée du signal d'entrée à un facteur près.

### 4.7.4 Montage intégrateur

La figure 4. 8 donne le montage intégrateur à base d'un ampli-opérationnel.

$$u_e(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = -C \frac{d}{dt} u_s(t) = \frac{1}{R} u_e(t)$$

D'où :

$$u_e(t) = -RC \frac{d}{dt} u_s(t)$$

Ou encore :

$$u_s(t) = -\frac{1}{RC} \int u_e(t) dt$$

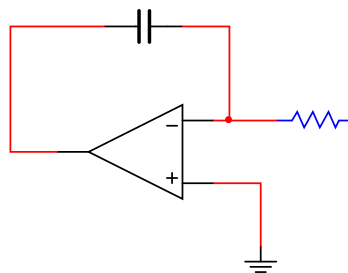


Figure 4.8

Le signal de sortie est donc la primitive du signal d'entrée à un facteur près.



## Chapitre 5. Boucle à verrouillage de phase (PLL) :

### Rappel sur la transformée de Laplace :

Soit une fonction  $f(t)$ , sa transformée de Laplace est donné par la relation :

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt} dt$$

Transformée usuelles :

$$f(t) = u(t) = \text{Echelon}$$

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt} dt = \int_0^{+\infty} e^{-pt} dt = \frac{1}{p}$$

Propriété :

Soit une fonction  $f(t)$  et  $g(t) = f'(t)$

$$G(p) = \int_0^{+\infty} g(t)e^{-pt} dt = pF(p)$$

### Gain en boucle fermé :

Soit le système en boucle fermé de la figure 5.1.

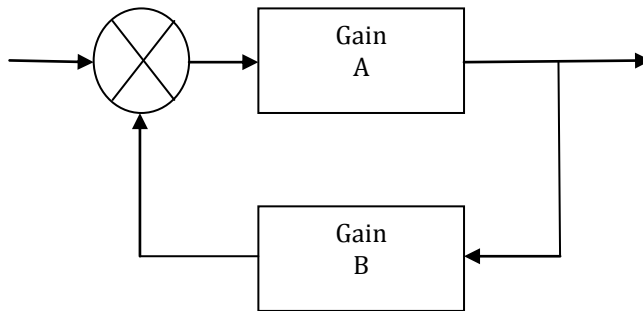


Figure 5.1

Le gain en boucle fermé se calcule comme suit :

$$S(p) = A\varepsilon(p) = A(E(p) - BS(p)) = AE(p) - ABS(p)$$

On en déduit alors que :

$$S(p)(1 + AB) = AE(p)$$

D'où :

$$G = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A}{1 + AB}$$

Dans le cas où le gain  $B = 1$ , alors le schéma devient :

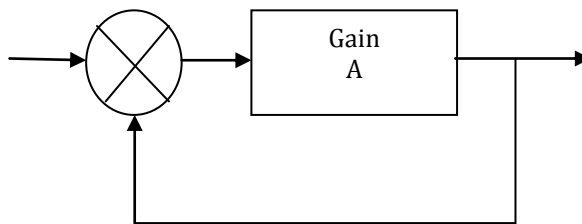


Figure 5.2

Et le gain devient :

$$G = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A}{1 + A}$$

## La boucle de verrouillage de phase PLL :

### Schéma de principe :

Le schéma de principe est donné par la figure 5.3.

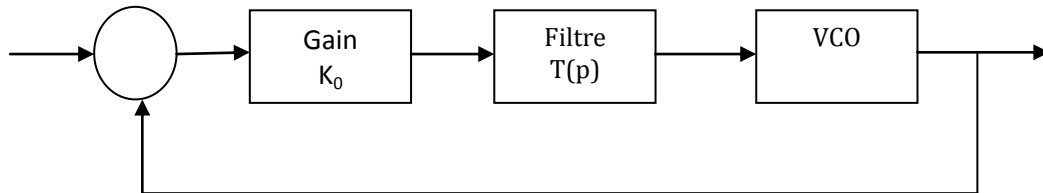


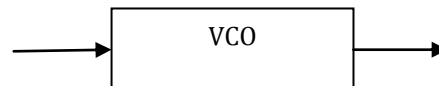
Figure 5.3

La PLL est constitué de 3 blocs distincts:

- d'un comparateur de phase
- d'un filtre
- et d'un oscillateur contrôlé en tension VCO.

La PLL a pour but d'asservir la fréquence du VCO à la fréquence du signal d'entrée.

### Fonction de transfert du VCO :



La tension d'entrée est égal à :  $V_e(p)$ .

Le signal de sortie est égal à :  $\varphi_s(p)$

Avec :  $f = f_0 + kv(t)$

Or :  $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt}$

A  $kv(t)$  correspond  $\frac{d\varphi}{dt}$

La transformée de Laplace de  $kv(t) = \text{TL}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$ , donc :

$$KV_e(p) = p\varphi_s(p)$$

On déduit alors que la fonction de transfert du VCO est égale à :

$$\frac{\varphi_s(p)}{V_e(p)} = \frac{K}{p}$$

### Fonction de transfert de la PLL :

Le gain de la boucle est égal à :

$$\frac{\varphi_s(p)}{\varphi_e(p)} = K_0 T(p) \frac{K_1}{p}$$

Où  $K_0$  est le gain du comparateur de phase.

$T(p)$  est le gain du filtre.

Et  $\frac{K_1}{p}$  le gain du VCO.

Dans ce cas là, le gain en boucle fermé est égal à :

$$\frac{\varphi_s(p)}{\varphi_e(p)} = \frac{A}{1 + A} = \frac{K_0 T(p) \frac{K_1}{p}}{1 + K_0 T(p) \frac{K_1}{p}} = \frac{K_0 K_1 T(p)}{p + K_0 K_1 T(p)}$$

Cette fonction de transfert est étroitement liée à l'ordre du filtre utilisé.

### Cas où $T(p) = 1$ :

Dans ce cas là, la fonction de transfert s'écrit :

$$\frac{\varphi_s(p)}{\varphi_e(p)} = \frac{K_0 K_1}{p + K_0 K_1} = \frac{1}{\frac{p}{K_0 K_1} + 1}$$

En posant que :

$$p = j\omega$$

Et

$$\omega_0 = K_0 K_1$$

alors

$$\frac{\varphi_s(p)}{\varphi_e(p)} = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}$$

La fonction de transfert de la PLL est d'ordre 1.

**Cas où la fonction de transfert du filtre passe bas est d'ordre 1:**

$$T(p) = \frac{1}{1 + p\tau}$$

Avec :

$$\tau = RC$$

La fonction de transfert devient :

$$\frac{\varphi_s(p)}{\varphi_e(p)} = \frac{K_0 K_1 \frac{1}{1 + p\tau}}{p + K_0 K_1 \frac{1}{1 + p\tau}} = \frac{K_0 K_1}{p(1 + p\tau) + K_0 K_1} = \frac{1}{\frac{p(1 + p\tau)}{K_0 K_1} + 1} = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_0 K_1} + \frac{p^2 \tau}{K_0 K_1}}$$

La fonction de transfert de la PLL est d'ordre 2.

### Comparteur de phase :

Il existe plusieurs montages qui permettent de réaliser un comparateur de phase. Nous allons citer :

- Le comparateur à base d'un multiplieur analogique.
- Le comparateur à base d'une porte logique « ou exclusif ».
- Le comparateur à base de bascules D.

### Comparteur de phase à base d'un multiplieur analogique :

Soit deux signaux de même fréquence :

$$v_1(t) = A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1)$$

Et

$$v_2(t) = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$

A la sortie du multiplieur, on obtient le signal :

$$\begin{aligned} s(t) &= K v_1(t) v_2(t) = K A_1 A_2 \sin(\omega_0 t + \varphi_1) \cos(\omega_0 t + \varphi_2) \\ &= \frac{K A_1 A_2}{2} \{ \sin(2\omega_0 t + \varphi_2 + \varphi_1) + \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \} \end{aligned}$$

En filtrant le signal en  $2\omega_0$ , on obtient :

$$s'(t) = \frac{K A_1 A_2}{2} \{ \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \}$$

Si  $\varphi_2 - \varphi_1$  est faible, alors :

$$s'(t) = \frac{K A_1 A_2}{2} (\varphi_2 - \varphi_1)$$

### Comparteur de phase à base d'un « ou exclusif » :

Rappel : table de vérité de la porte ou exclusif.

Entrées		Sortie
a	b	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Soit deux tensions numériques de rapport cyclique égal à  $\frac{1}{2}$  et de même fréquence et décalés de  $\tau$ .

- La fréquence du signal de sortie est égale à deux fois la fréquence du signal d'entrée.
- Le rapport cyclique du signal résultant est égal à :

$$\frac{2\tau}{T}$$

- Le déphasage entre  $v_1(t)$  et  $v_2(t)$  est tel que :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\tau}{T}$$

- La valeur moyenne est égal à :

$$\frac{2\tau}{T} V_{max} = \frac{V_{max}}{\pi} \Delta\varphi$$

### Applications de la PLL

Il existe un certain nombre d'application de la PLL, nous pouvons citer :

- Le synthétiseur de fréquence.
- Le modulateur de fréquence.
- La démodulation de fréquence.

### Le synthétiseur de fréquence :

La figure 5.1 donne le schéma de principe du synthétiseur de fréquence.

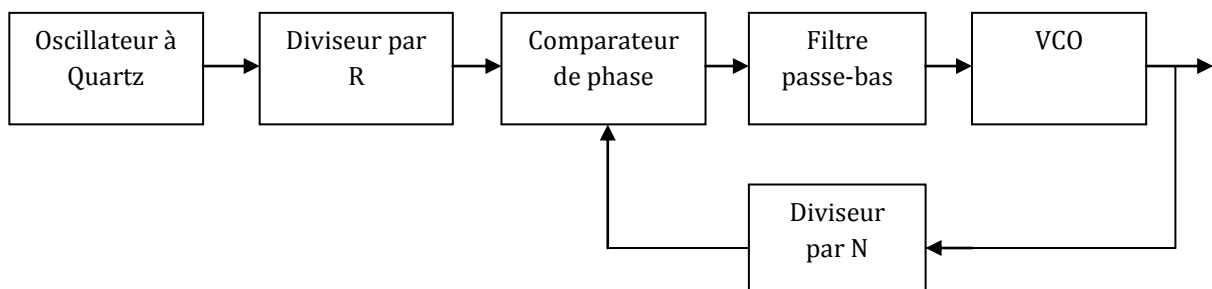


Figure 5.1

L'oscillateur à quartz génère un signal de fréquence fixe que l'on note  $f_{ref}$ . La fréquence de ce signal est divisée par R. Cette division de fréquence est faite par un compteur d'impulsion de capacité R. La fréquence résultante est donc égale à :  $f_{ref}/R$ .

Le VCO délivre un signal de fréquence  $f_{vco}$ . La fréquence de ce signal est divisée par N. A la sortie du diviseur de fréquence, la valeur de la fréquence du signal est égal à :  $f_{vco}/N$ . Ces deux signaux sont injectés à l'entrée d'un comparateur de phase. Lorsque la PLL est verrouillé, les fréquences des deux signaux sont égales. On déduit alors que :

$$f_{vco}/N = f_{ref}/R$$

Et donc :

$$f_{vco} = f_{ref} N/R$$

N et R sont des entiers naturels, mais le quotient  $N/R$  est un nombre réel positif.

### Modulateur de fréquence :

La figure 5.2 donne le schéma de principe du modulateur de fréquence.

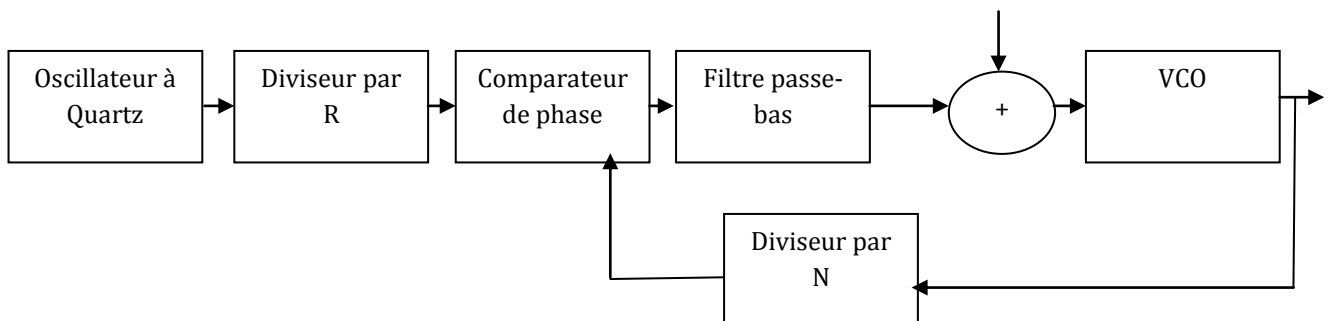


Figure 5.2

### Démodulateur de fréquence :



# Chapitre 6. Récepteurs superhétérodynes

## 6.1 Historique

Le récepteur superhétérodyne a vu le jour pour la première fois en 1914 et a été développé par un ensemble de chercheurs au cours du temps.

## 6.2 Récepteurs à simple changement de fréquence

Dans les récepteurs traditionnels, la valeur de la fréquence de l'oscillateur local est fixe. Cette valeur doit être la même que la fréquence de la porteuse et en phase avec elle.

Dans le récepteur superhétérodyne, la valeur de la fréquence de l'oscillateur local est variable.

A la sortie du multiplieur analogique, on obtient deux signaux de fréquences égales à la somme et la différence des signaux de réceptions et oscillateur local. Si la fréquence de l'oscillateur local est supérieure à celle de la porteuse, le récepteur est de type supradyne. Dans le cas contraire, il est de type infradyne.

Le rôle du filtre sélectif, appelé aussi, ampli sélectif de fréquence intermédiaire permet de sélectionner une des deux fréquences à la sortie du multiplieur.

La valeur de la fréquence intermédiaire est fixe. Généralement égal à 455kHz pour la démodulation AM et 10,7MHz pour la démodulation FM.

La figure 6.1 donne le schéma de principe du récepteur superhétérodyne.

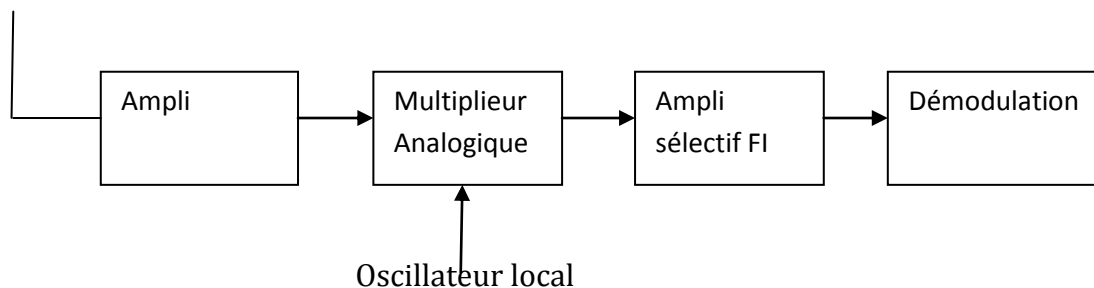


Figure 6.1

### 6.3 Fréquence image

Notons par  $f_e$  la fréquence d'entrée et par  $f_{ol}$  la fréquence de l'oscillateur local. A la sortie du multiplieur, on obtient deux fréquences :  $f_{ol} - f_e$  et  $f_{ol} + f_e$ .

Dans le cas où :

$$f_{FI} = f_{ol} - f_e$$

On suppose que  $f_{ol} > f_e$

La fréquence d'entrée est donc égale à :

$$f_e = f_{ol} - f_{FI}$$

Il existe alors une fréquence noté  $f_{im}$  et appelé fréquence image, symétrique à  $f_e$  par rapport à  $f_{ol}$  qui est égale à  $f_{FI}$  :

$$f_{im} = f_{ol} + f_{FI}$$

Ou encore :

$$f_{im} - f_{ol} = f_{FI}$$

#### Exemple

En modulation FM, la fréquence intermédiaire est égale à  $f_{FI} = 10,7$  MHz

La bande de fréquence d'un signal FM varie de 88 à 108 MHz.

Nous allons supposer que le signal d'entrée a pour valeur  $f_e = 100$  MHz

Si  $f_{FI} = f_{ol} - f_e$  alors :

$$f_{ol} = f_{FI} + f_e = 10,7 + 100 = 110,7 \text{ MHz}$$

Il existe alors une fréquence image égale à :

$$f_{im} - f_{ol} = f_{FI}$$

Ou encore

$$f_{im} = f_{FI} + f_{ol} = 10,7 + 110,7 = 121,4 \text{ MHz}$$

Cette fréquence image va donc perturber la réception.

#### 6.4 Contrôle automatique de la fréquence

Appelé en abrégé CAF, ce dispositif permet de maintenir la fréquence d'oscillation fixe même si des facteurs extérieurs viennent perturber l'oscillateur. Cela permet d'avoir un signal de fréquence constante dans toutes les situations.

#### 6.5 Contrôle automatique du gain de l'amplificateur RF

Appelé en abrégé CAG, ce dispositif permet de maintenir le gain de l'amplificateur à un niveau donné quelque soit le niveau du signal d'entrée. Cela permet d'avoir un signal de sortie constant, même si le signal d'entrée est faible.

#### 6.6 Récepteurs à double changement de fréquence :

Le but d'un tel montage est d'éliminer les effets de la fréquence image. Il est constitué de deux multiplieurs analogiques et de deux amplificateurs sélectifs avec des fréquences intermédiaires différentes.

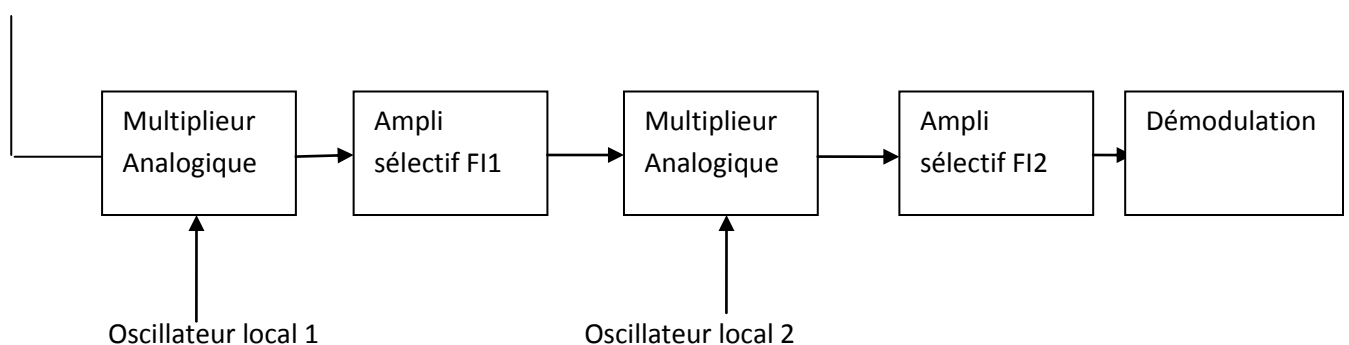


Figure 6.2

Les conditions sont :

$$f_{ol1} > f_{ol2}$$

Et on suppose que :

$$f_{ol1} > f_e$$

Notons par  $f_e$  la fréquence d'entrée et par  $f_{ol1}$  la fréquence du premier oscillateur local.

A la sortie du premier multiplieur, on obtient deux fréquences :  $f_{ol1} - f_e$  et  $f_{ol1} + f_e$ .

Le premier ampli sélectif centré sur  $f_{FI1}$  ne laisse passer que l'une des fréquences et que l'on va supposer égale à :  $f_{FI1} = f_{ol1} - f_e$ .

La fréquence d'entrée sera telle que :

$$f_e = f_{ol1} - f_{FI1}$$

Et la fréquence image, symétrique par rapport à  $f_e$  par rapport à  $f_{ol1}$  :

$$f_{im1} = f_{ol1} + f_{FI1}$$

Ces deux fréquences se retrouvent à l'entrée du second multiplieur. A sa sortie on obtient les fréquences :  $f_{ol2} - f_{FI1}$  et  $f_{ol2} + f_{FI1}$ .

On va supposer égale à :

$$f_{FI2} = f_{ol2} - f_{FI1} = f_{ol2} - (f_{im1} - f_{ol1}) = f_{ol2} + f_{ol1} - f_{im1}$$

Et

$$f_{FI2} = f_{ol2} - f_{FI1} = f_{ol2} - (f_{ol1} - f_e) = f_{ol2} - f_{ol1} + f_e$$

### **Exemple**

$$f_{FI1} = 10,7 \text{ MHz et } f_{FI2} = 455 \text{ KHz}$$

Soit un signal dont  $f_e = 100 \text{ MHz}$ ,

Alors

$$f_{ol} = f_{FI} + f_e = 10,7 + 100 = 110,7 \text{ MHz}$$

Et

$$f_{im} = f_{FI} + f_{ol} = 110,7 + 10,7 = 121,4 \text{ MHz}$$

Au niveau du second étage

$$f_{FI2} = f_{ol2} - f_{FI1}$$

Donc

$$f_{ol2} = f_{FI2} + f_{FI1} = 11,155 \text{ MHz}$$

La bande de fréquence du second filtre est plus faible que la première, la fréquence image se trouvera éliminé automatiquement.

### 6.7 Réjection de la fréquence image

La figure 6.3 donne le schéma de principe d'un tel montage. Il est constitué d'un ensemble de déphaseurs, de multiplieurs analogiques, de filtres passe bas, d'un oscillateur local et d'un additionneur.

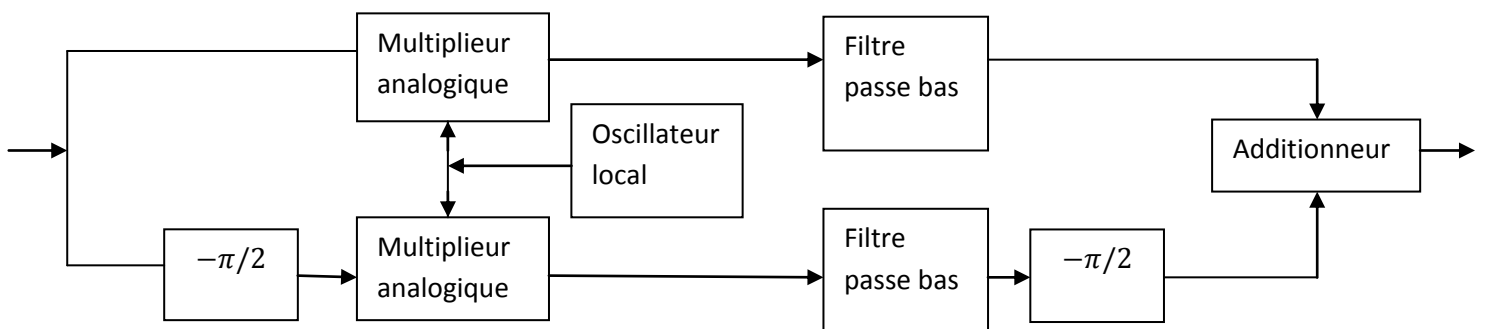


Figure 6.3

Nous allons supposer qu'au niveau de la réception, le signal est constitué du signal utile et du signal image. On peut donc écrire que :

$$e(t) = A\cos\omega_u t + B\cos\omega_{im} t$$

Au niveau du premier déphaseur, on obtient le signal :

$$u_1(t) = e(t - \pi/2) = A\cos\omega_u(t - \frac{\pi}{2}) + B\cos\omega_{im}(t - \frac{\pi}{2})$$

$$u_1(t) = A\sin\omega_u t + B\sin\omega_{im}t$$

Après le multiplieur, on obtient la tension :

$$u_2(t) = u_1(t)\cos\omega_{ol}t = (A\sin\omega_u t + B\sin\omega_{im}t)\cos\omega_{ol}t$$

$$u_2(t) = \frac{A}{2}[\sin(\omega_u + \omega_{ol})t + \sin(\omega_u - \omega_{ol})t] + \frac{B}{2}[\sin(\omega_{im} + \omega_{ol})t + \sin(\omega_{im} - \omega_{ol})t]$$

Après filtrage, on obtient le signal :

$$u_3(t) = \frac{A}{2}[\sin(\omega_u - \omega_{ol})t] + \frac{B}{2}[\sin(\omega_{im} - \omega_{ol})t]$$

Sachant que :

$$\omega_{FI} = \omega_{ol} - \omega_u = \omega_{im} - \omega_{ol}$$

Alors :

$$u_3(t) = -\frac{A}{2}[\sin\omega_{FI}t] + \frac{B}{2}[\sin\omega_{FI}t] = \frac{B-A}{2}\sin\omega_{FI}t$$

Après un second déphasage :

$$u_4(t) = u_3(t - \pi/2) = \frac{B-A}{2}\sin\omega_{FI}\left(t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{A-B}{2}\cos\omega_{FI}t$$

D'autre part, le signal au niveau du second multiplieur est égal à :

$$v_1(t) = e(t)\cos\omega_{ol}t = (A\cos\omega_u t + B\cos\omega_{im}t)\cos\omega_{ol}t$$

$$v_1(t) = \frac{A}{2}[\cos(\omega_u + \omega_{ol})t + \cos(\omega_u - \omega_{ol})t] + \frac{B}{2}[\cos(\omega_{im} + \omega_{ol})t + \cos(\omega_{im} - \omega_{ol})t]$$

Après filtrage, on obtient le signal :

$$v_2(t) = \frac{A}{2}[\cos(\omega_u - \omega_{ol})t] + \frac{B}{2}[\cos(\omega_{im} - \omega_{ol})t]$$

En remplaçant par  $\omega_{FI}$ , on obtient :

$$v_2(t) = \frac{A}{2}[\cos\omega_{FI}t] + \frac{B}{2}[\cos\omega_{FI}t] = \frac{A+B}{2}\cos\omega_{FI}t$$

Au final, nous allons additionner  $v_2(t)$  et  $u_4(t)$  pour obtenir :

$$u_4(t) + v_2(t) = \frac{A+B}{2}\cos\omega_{FI}t + \frac{A-B}{2}\cos\omega_{FI}t = A\cos\omega_{FI}t$$

Nous avons donc éliminé la fréquence image.