

Ministry Of Higher Education and Scientific Research

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

University of Mustapha Stambouli Mascara

جامعة مصطفى إسمبولي معسكر

Faculty of Economics, Business and Management Sciences

كلية العلوم الإقتصادية, العلوم التجارية و علوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية

مطبوعة بيداغوجية تحت عنوان:

محاضرات في تحليل السلاسل الزمنية

– مدعمة بأمثلة محلولة –

موجهة لطلبة الليسانس والماستر في ميدان العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

من اعداد: د. قليل محمد صغير

السنة الجامعية 2018/2019

« تعلموا العلم وعلموه الناس، وتعلموا الوقار والسكينة، وتواضعوا لمن تعلمتم منه
ولمن علمتموه، ولا تكونوا جبارة العلماء فلا يقوم جلالكم بعلمكم. »

- عمر ابن الخطاب -

الفهرس

الفهرس.....أ

المقدمة.....1

الباب الأول: التحليل الكلاسيكي للسلاسل الزمنية

الفصل الأول: عموميات في السلاسل الزمنية

1. ماهية السلسلة الزمنية:4

2. مصدر بيانات السلسلة الزمنية:4

3. مركبات السلسلة الزمنية وأشكالها:5

1.3. الاتجاه العام $T(t)$:5

2.3. التغيرات الدورية $C(t)$:5

3.3. التغيرات الموسمية $S(t)$:6

4.3. العشوائية $e(t)$:6

4. كيفية الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية (طرق الكشف):9

1.4. الكشف عن الاتجاه العام:9

2.4. الكشف عن الموسمية:13

5. طرق معالجة مركبات السلسلة الزمنية (تقدير مركبات السلسلة الزمنية):20

1.5. تقدير الاتجاه العام:20

2.5. التعديل الموسمي:21

الفصل الثاني: التنبؤ باستخدام نموذج التلميس الأسّي (Le lissage exponentiel)

1. خصائص طرق التلميس:28

1.1. المبادئ الأساسية:28

2.1. صياغة نموذج التلميس الأسّي:29

3.1. دور ثابت التلميس الأسّي:29

31	2.	نموذج التلميس الأسّي البسيط (النموذج المستقر):
32	3.	نموذج التلميس الأسّي الشائبي (النموذج الخطي Brown):
34	4.	نموذج Holt:
34	5.	نموذج بالاتجاه العام والموسمية (نموذج Holt-Winters):
37	6.	تقدير معاملات التلميس:

الباب الثاني: تحليل السلاسل الزمنية العشوائية

الفصل الثالث: نماذج السلاسل الزمنية العشوائية المستقرة والغير مستقرة

39	I.	خصائص السلسلة الزمنية:
39	1.	العشوائية:
39	2.	الاستقرارية:
40	1.2.	الاستقرارية التامة Strictly Stationary:
40	2.2.	الاستقرارية الضعيفة Weak Stationary:
40	3.	مفهوم الارتباط الذاتي:
40	1.3.	تعريف الارتباط الذاتي:
40	2.3.	دوال الارتباط الذاتي:
42	4.	الخصائصية (Ergodicité):
43	II.	نماذج السلاسل الزمنية العشوائية والمستقرة (نماذج ARMA):
43	1.	نموذج الانحدار الذاتي AR(p):
44	2.	نموذج المتوسطات المتحركة MA(q):
47	3.	النماذج المختلطة ARMA(p,q):
49	III.	نماذج السلاسل الزمنية العشوائية الغير مستقرة:
49	1.	أنواع السلاسل الزمنية الغير مستقرة:
49	1.1.	النموذج TS (Trend. Stationary):
49	2.1.	السيرورة DS (Differency. Stationary):

50	2.	اختبارات الكشف عن استقرارية السلسلة الزمنية:
50	1.2	اختبار: (Dickey – Fuller 1979)D.F:
51	2.2	اختبار (Dickey – Fuller Augmentés (1981):
52	3.2	اختبار (Phillips Et Perron (1988):
52	4.2	اختبار KPSS (1992):
53	5.2	اختبار (Elliot, Rothenberg et Stock (1996):
53	6.2	اختبار (Ng-Perron(2001):
54	3.	الامتداد إلى النماذج ARIMA و SARIMA:

الفصل الرابع: التنبؤ باستخدام منهجية Box and Jenkins

55		مقدمة:
55	1.	استخراج خصائص السلسلة الزمنية:
56	2.	التعرف على النموذج:
56	3	تقدير معالم النموذج:
57	1.3	تقدير معالم النموذج (A R (p):
57	2.3	تقدير معالم السيورة (M A (q) و النموذج المختلط (ARMA (p,q):
58	4.	اختبار جودة النموذج:
60	5.	القيام بالتنبؤ:
64		تمرين تطبيقي "سلسلة مبيعات النشاء "Amidon":
71		تمرين تطبيقي سلسلة مبيعات الجلوكوز "GLUCOSE":

الفصل الخامس: الامتداد إلى نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA والنماذج الغير الخطية ARCH

77	I.	نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA:
77	1.	مفهوم الذاكرة الطويلة:
79	2.	التحقق من خاصية الذاكرة الطويلة:
79	1.2	التحقق من خاصية الذاكرة الطويلة باستخدام الاختبارات الاحصائية:

85	2.2. التحقق من خاصية الذاكرة الطويلة باستخدام الاشكال البيانية:
88	3. نماذج ARFIMA:
90	4. طرق تقدير نماذج ARFIMA:
90	1.4. طرق التقدير بمرحلتين:
92	2.4. الطرق بمرحلة واحدة (طرق الإمكان الأكبر):
94	5. مراحل بناء نموذج ARFIMA:
94	1.5. مرحلة التعرف:
94	2.5. مرحلة التقدير:
96	3.5. مرحلة التشخيص:
98	4.5. التنبؤ:
99	II. النماذج الغير الخطية ARCH:
100	1. الحالات الشرطية و الغير الشرطية لنموذج ARCH :
101	2. الخصائص الأساسية لنماذج ARCH:
102	3. تقدير معالم النموذج :
102	4. اختبار ARCH للسلاسل الزمنية :
103	5. التنبؤ باستخدام نموذج ARCH(p) :
103	تمرين تطبيقي:
107	6. نموذج GARCH (p, q):
108	تمرين تطبيقي:
112	قائمة الجداول
113	قائمة الأشكال
114	قائمة المراجع

المقدمة

يلعب التحليل الاقتصادي دورا هاما في فهم النظرية الاقتصادية التي توفر رؤى حول الاليات التي تحكم الظواهر الاقتصادية. حيث أن الطرق الكمية تساعد على تحليل و نمذجة مختلف الظواهر الاقتصادية بغرض اتخاذ القرارات الاستراتيجية سواء على المستوى الجزئي أو الكلي، بما يسمح برسم السياسات الاقتصادية. كما ساهم رواد الاقتصاد القياسي بمساهمات كبيرة في النظرية الاقتصادية من خلال استخدام الأساليب الإحصائية والاقتصادية القياسية التي تفيد في معرفة أو رصد سلوك بعض المتغيرات في الماضي، ثم التنبؤ بسلوكها المستقبلي. حيث أن السلاسل الزمنية تعتبر فرعاً من فروع الاقتصاد القياسي التي يتلخص هي الأخرى هدفها الرئيسي في دراسة سلوك المتغيرات خلال الزمن. كما نجد من بين أهدافها الرئيسية أيضا الكشف عن الاتجاه العام في هذه السلاسل وكذا دراسة مدى استقرار القيم (وتغيرها) بمرور الزمن.

يمس تحليل السلاسل الزمنية الكثير من المجالات إضافة الى المجال الاقتصادي، نذكر من بين هذه المجالات: المجال الطبي، البيئي، الاجتماعي،... فالصورة التي يمكن رصدها انطلاقاً من هذا التحليل تبدو وكأنها رجل كبير السن لديه الكثير من الخبرة والحكمة بما يكفي للاستفادة من مؤشرات الأحداث السابقة حول المستقبل، وهو نوع من التنبؤ. علاوة على ذلك، يوجد العديد من الأليات و التقنيات التي تستخدم في تحليل البيانات، لصياغة النموذج الذي يتلاءم جيداً مع التحليل الذي يود الباحث القيام به.

من أجل الحصول على فهم جيد لتحليل السلاسل الزمنية، اشتملت المطبوعة على خمسة فصول استمدت من برنامج السنة الأولى ماستر، كما أن المطبوعة اشتملت على بابين رئيسيين أحاطا بسلسلة من المحاضرات (دروس مع تمارين تطبيقية):

- الباب الأول يتعلق بالتحليل الكلاسيكي للسلاسل الزمنية، تم من خلاله التطرق الى الفصلين التاليين:

الفصل الأول: عموميات في السلاسل الزمنية.

الفصل الثاني: التنبؤ باستخدام نموذج التلميس الأسّي (Le lissage exponentiel).

- الباب الثاني يخص تحليل السلاسل الزمنية العشوائية، و الذي ينقسم بدوره الى ثلاثة فصول موزعة بالشكل

التالي:

الفصل الثالث: نماذج السلاسل الزمنية العشوائية المستقرة والغير مستقرة.

الفصل الرابع: التنبؤ باستخدام منهجية Box and Jenkins.

الفصل الخامس: الامتداد إلى نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA والنماذج الغير الخطية ARCH.

الباب الأول:

التحليل الكلاسيكي للسلاسل الزمنية

التحليل الأولي لأي ظاهرة ينطلق من تمثيل التطور الزمني لهذه الأخيرة، و هذا من خلال رسم بياني يحتوي على قيم الظاهرة الاقتصادية X_t على محور الترتيب والزمن t على محور الفواصل. عندما يكون تمثيل الفترات الزمنية غير متصل، فإن الرسم البياني الناتج عبارة عن أعمدة بيانية. النظام المتبع، هو الاحتفاظ بالمضلع التكراري الخاص بالتمثيل المسمى: الشكل الزمني للوقائع.

التقنيات التقليدية المستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية تنطلق من فصل السلاسل عن مركباتها الأساسية (الاتجاه العام، الموسمية، الدورية والعشوائية) و كذا تحديد نوع النموذج (تجميعي، جدائي أو مختلط) الى إعادة تشكيل السلسلة للقيام التنبؤ. هذه المقاربة تفترض أن بنية السلسلة يمكن تجزئتها إلى عناصر بسيطة (قابلة للنمذجة)، وبالتالي يمكن التنبؤ بها بسهولة أكبر، ومن ثم إعادة بنائها للحصول على قيم السلسلة الأصلية المتنبؤ بها.

في النهاية، في هذا الجزء الخاص بهذه الطرق التقليدية، هناك نقطتان سيتم التطرق لهما: عموميات في السلاسل الزمنية (مركبات السلاسل الزمنية، طرق الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية و كيفية معالجتها،...); يشكلون الفصل 1 من هذا الجزء. ثم عرض من خلال الفصل 2 طرق التنبؤ باستخدام نموذج التلميس الأسي.

عموميات في السلاسل الزمنية

تعتبر دراسة مركبات السلسلة الزمنية شرطاً أساسياً لمعالجة السلاسل الزمنية. فعند وجود أحد هذه المركبات أو حتى كلها، يجب عزلها للمرور الى تحليل الخصائص الأخرى. تجدر الإشارة هنا الى أن فصل السلسلة الزمنية عن مركباتها، دون سابق اختبار لوجود هذه المركبات أو لا، يكمن أن يخلق "تشويشا" ضاراً بتحليل السلسلة وبالتالي يؤدي إلى تدهور جودة التنبؤ. في هذا الفصل، سنسلط الضوء على مركبات السلسلة الزمنية وأشكالها، وكذا تقنيات اختبار وجود مكونات السلاسل الزمنية، ثم نتطرق الى طرق التعديل.

1. ماهية السلسلة الزمنية:

تتعدد تعريفات السلسلة الزمنية بحسب طبيعة الغرض أو التخصص. أما التعريف الشامل للسلسلة الزمنية: "هي عبارة عن سلسلة من القيم المحققة في الماضي والتميزة بالخصائص التالية:¹

- تتكون من قيم معلومة، محسوبة ومحققة فعلا.
- أن تكون القيم متجانسة في وحدة الزمن.
- أن تكون القيم ذات دلالة إحصائية، أي أن تكون المعطيات العددية كافية لتحليل الظاهرة المدروسة فكلما كانت السلسلة طويلة نسبياً، كلما كان التنبؤ أكثر دقة وذلك حسب طبيعة المعطيات شهرية، فصلية أو سداسية، ولكن عموماً في الدراسات المهمة بتحليل المبيعات تكون المعطيات ذات طبيعة شهرية."

2. مصدر بيانات السلسلة الزمنية:

يتم الحصول على المعطيات من المصادر الداخلية للمنشأة (مستندات إدارة المبيعات) أو من المصادر الخارجية كالمنشورات والإحصائيات التي تقوم بإعدادها الدوائر المختصة في الدولة أو تلك الدوائر البحثية والطلابية في المعاهد والجامعات، لكن هذه المعطيات لا تستغل مباشرة في تحليل السلاسل الزمنية، إلا بعد القيام بتعديل السلسلة من الانحرافات، وذلك عن طريق محاولة إعادة تشكيل الطلبات الضائعة التي لم تلبى في فترة النفاذ والتي تقدر قيمتها حسب ما تراها المؤلفة C.ALCOUFFE ب: (مدة النفاذ X متوسط الطلب في تلك المدة)، بعد ذلك يحاول الدارس إسقاط

¹ khaldi KHALED. (2017), « Méthodes Statistiques : Rappels De Cours Exercices Corrigés», Office des Publications Universitaires, Alger, p81.

المعطيات التي بحوزته على منحني بياني من أجل ملاحظة اتجاه الظاهرة المدروسة وما تشتمل عليه من تذبذبات (تغيرات وتحدبات)، وقياسها عن طريق معامل الخشونة (Coefficient de Rugosité) المعروف بالعلاقة التالية:

$$CR = \frac{\sum_{t=2}^N (Y_t - Y_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^N (Y_t - \bar{Y})^2}$$

فكلما كان هذا المعامل ذو قيمة ضعيفة كلما كانت السلسلة أكثر استقراراً، وإذا وجد أن هذا المعامل ذو قيمة مرتفعة فإن هذا يتطلب تحسين (تعديل) السلسلة الزمنية عن طريق التحويل أو الترشيح الذي يقضي على بعض مكونات السلسلة الزمنية.

3. مركبات السلسلة الزمنية وأشكالها:

تتكون السلسلة الزمنية من مجموعة من المكونات وهي الاتجاه العام، التغيرات الدورية، الموسمية والعشوائية، وتعتبر هذه المكونات كمتغيرات تطرأ على المبيعات ولذلك يجب تحليلها ومعرفة مدى تأثيرها.

1.3 الاتجاه العام $T(t)$:

يشير الاتجاه العام للسلسلة الزمنية إلى الحركة المنتظمة التي تعكس النمو أو الركود أو التناقص على مدى فترات طويلة. ورغم أن طول فترة الاتجاه العام الفعلية غير محددة إلا أنه يفضل أن تمتد في الحالات الاقتصادية والتجارية لتشمل دورتين اقتصاديتين على الأقل حتى تتمكن من الحصول على نتائج كافية.

تظهر تغيرات الاتجاه العام في الأجل الطويل نتيجة للتغير التدريجي في حجم المجتمع، والناتج القومي الإجمالي، والتطور التكنولوجي، وقياس الاتجاه العام متوسط التغير لكل فترة زمنية، وقد يكون خطاً مستقيماً أو منحني أو أي شكل آخر بناءً على بيانات السلسلة. فالإتجاه العام غير الخطي يعبر عنه بالكثير من السلاسل الزمنية غير الخطية وهناك ثلاث أنواع مختلفة للإتجاه العام غير الخطي الأول هو المنحني الأسّي ويستخدم لتمثيل اتجاه عام يتغير بمعدل غير ثابت، ومنحني النمو يأخذ شكل S ويصف نمو صناعة أو مؤسسة ما في الأجل الطويل، ومنحني من الدرجة الثانية الذي يعتمد على معادلة من الدرجة الثانية². ويفيد الإتجاه العام مثلاً في تحليل المبيعات الفعلية خلال السنوات السابقة ويساعد في تحديد نموها مستقبلاً، هذا النمو يقترن بدورة حياة السلعة المتكونة من ثلاثة مراحل أساسية: مرحلة ظهور السلعة ثم مرحلة النضج المميزة بتطور ثابت³ تقريباً، ثم أخيراً مرحلة الزوال وهي المرحلة التي تسبق انعدام الطلب على السلعة، نتيجة التطور التقني الذي يساعد على ظهور سلع بديلة لها.

2.3 التغيرات الدورية $C(t)$:

وهي متغيرة منتظمة ذات طول غير معروف بدقة وتظهر في المدى البعيد وتشمل حالتين: حالة الركود الاقتصادي وحالة الرخاء الاقتصادي، هاتين الحالتين تتعقبان بشيءٍ من الانتظام في فترات متباعدة، وتؤثران في الطلب على المبيعات ذلك

²صلاح الدين الهيتي "الأساليب للإحصائية في العلوم الإدارية - تطبيقات باستخدام SPSS- الطبعة الثانية للنشر دار وائل للطباعة والنشر عمان -الأردن- 2006 ص 449.

³-المتوسط الحسابي للطلب ثابت في وحدة الزمن.

أنه في حالة الركود يكون الطلب على المبيعات منخفض وفي فترة الرخاء يحدث العكس، ولكن لكون أن التنبؤ عموماً يهتم بالمدى القريب والمتوسط فإن الدورات تهمل دراستها.

3.3 التغيرات الموسمية $S(t)$:

وتشير التغيرات الموسمية إلى متوسط التغير المنتظم الذي يحدث بصفة دورية في غضون سنة أو أقل وبفترات محددة (شهرياً، أسبوعياً،... الخ).

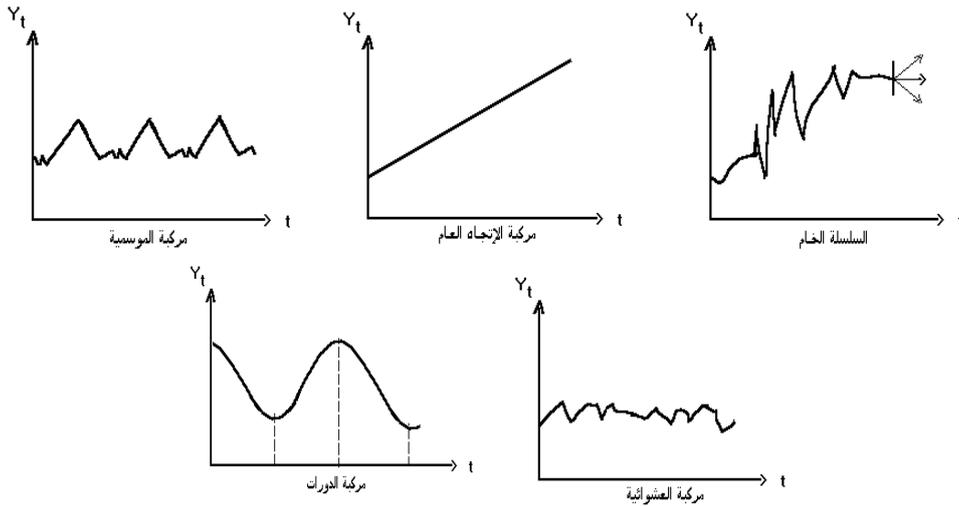
وتعد التغيرات الموسمية التي تحدث في فترات زمنية شهرية أو ربع سنوية من أكثر هذه التغيرات مجالاً للدراسة مثل مبيعات السيارات، استهلاك الطاقة الكهربائية، المبيعات التي تحصل في المناسبات والأعياد وغيرها، ومن أهم الأسباب التي تؤدي إلى التغيرات الموسمية هي: تغيرات الطقس، العادات والتقاليد، الاحتفالات الدينية، فحالة الطقس من أهم العوامل التي تؤدي حدوث تغيرات موسمية في الإنتاج الزراعي والنشاط السياحي وأنشطة البناء والأنشطة السياحية وكذلك فإن الأعياد والمواسم تؤدي إلى زيادة بعض المبيعات مثل الألبسة وبعض المواد الغذائية.

4.3 العشوائية $e(t)$:

وهي التي تصف جميع العوامل والمتغيرات التي لم تؤخذ بعين الاعتبار أو تلك التي لا يمكن قياسها والتنبؤ بحدوثها، لكونها مفاجئة وعشوائية الحدوث مثل الحروب والفيضانات والزلازل وبقية العوامل المؤثرة في طلب السلع والخدمات بشكل غير متوقع.

مثل هذه التغيرات العرضية يصعب التنبؤ بها وتتصف بفجائيتها وقصر الفترة الزمنية التي تحدث فيها، وبالنظر لعدم أهميتها فإنه يمكن إزالة تأثيرها على بيانات السلسلة الزمنية للحصول على سلسلة خالية من التغيرات غير المنتظمة وغالباً ما يشار إليها بالتغيرات المتبقية.

شكل 1 مكونات السلسلة الزمنية



المصدر: مقتبس بتصرف من المرجع محمد أبوصالح وعدنان محمد عوض (مقدمة في الإحصاء) دار WILEY ARABOOK USA, 1983 الصفحة 276.

إن القيم المشاهدة Y_t في لحظة زمنية t هي بدلالة المكونات السابقة الذكر ويكتب هذا علاقة بـ:

لكن باستبعاد الدورات لأنها في الغالب تحدث في السلاسل الزمنية الطويلة جداً نكتب:

ويمكن تمثيل هذه الدالة بالنماذج التالية :

- النموذج التجميعي $y_t = T_t + S_t + e_t$

- النموذج الجدائي $y_t = T_t \cdot S_t \cdot e_t$

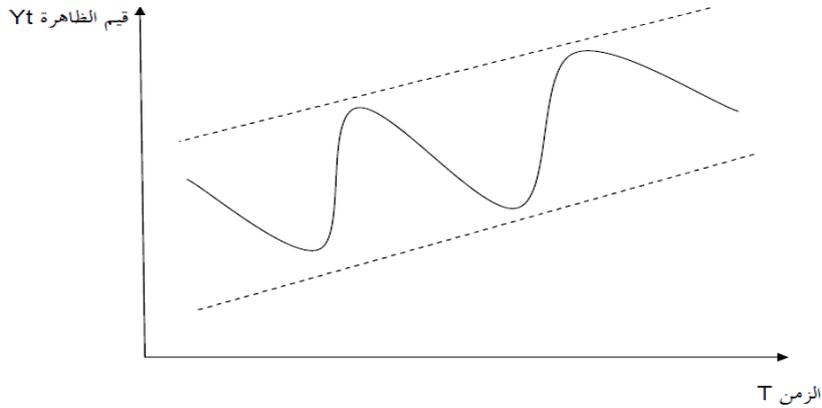
- النموذج المختلط $y_t = (T_t \cdot S_t) + e_t$

يمكن معرفة طبيعة النموذج عن طريق حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للسلسلة، فإذا كان هذين الأخيرين ثابتين في وحدة الزمن، فإن السلسلة تشكل نموذجاً تجميعياً، وإذا كان غير ذلك فالسلسلة تشكل نموذجاً جدائياً، وعند إدخال اللوغاريتم على النموذج الجدائي أو النموذج المختلط نحصل على نموذج تجميعي عادي.

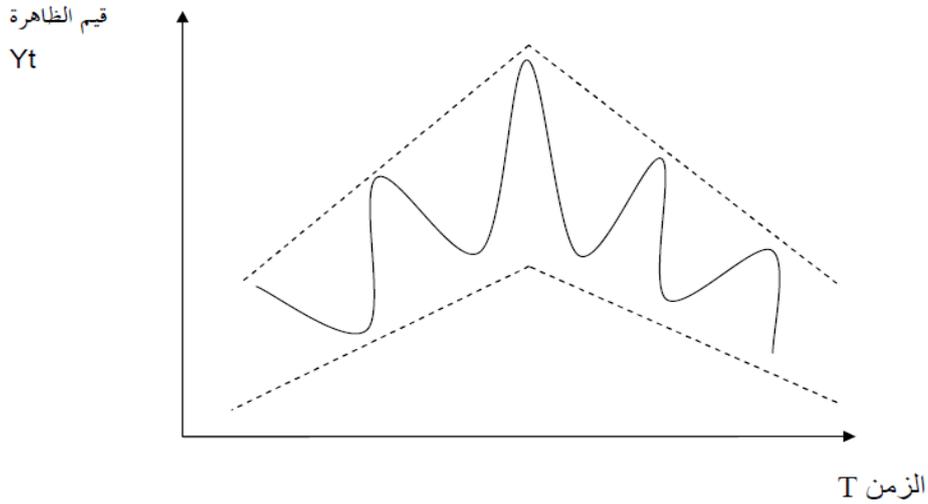
- ونستطيع إظهار أشكال السلسلة الزمنية وذلك من خلال الرسومات التالية.

شكل 2 نماذج السلسلة الزمنية

النموذج التجميعي.



النموذج الجدائي.



* طرق الكشف عن نوع النموذج:

أ - الطرق الإحصائية: ⁴

أ-1 - طريقة الوسط المستوى:

- تستعمل هذه الطريقة إذا ما كانت السنة مقسمة إلى عدة فترات و لهذه الطريقة خطوتان:

4 جلاطو الجيلالي، " الاحصاء مع تمارين ومسائل محلولة "، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2012. ص154.

- حساب الوسط الحسابي السنوي لكل سنة.

- حساب الفرق بين القيم الأصلية الخاصة بكل سنة و الوسط السنوي المقابل لها فإذا كانت هذه الفرق تشكل متوالية حسابية أو قيم متقاربة نستنتج أن نموذج السلسلة الزمنية هو نموذج تجميعي أما إذا شكلت متتالية هندسية فإننا في حالة النموذج الجدائي.

أ-2- طريقة الانحراف المعياري السنوي:

لهذه الطريقة خطوة واحدة و هي تحديد الانحراف المعياري السنوي لكل سنة فإذا كانت قيم الانحرافات المعيارية متساوية فإننا في حالة نموذج تجميعي أما إذا كانت متباعدة فنحن في حالة نموذج مضاعف.

أ-3- طريقة المعادلة الانحدارية:

تعتبر من أهم الطرق و تعتمد على قيمة معامل الانحدار للمعادلة التالية:

$$SD_i = a + b\bar{y}_i$$

فهنا من خلال معامل الانحدار نعرف نوع السلسلة فإذا كان:

$$b < 0.05 \leftarrow \text{نموذج تجميعي.}$$

$$b > 0.1 \leftarrow \text{نموذج جدائي.}$$

$$0,05 \leq b \leq 0,1 \leftarrow \text{نموذج مختلط.}$$

مثال تطبيقي: الجدول المبين أدناه يضم المتوسطات الحسابية وكذا الانحرافات المعيارية المحسوبة انطلاقا من مجموعة من المشاهدات السنوية:

t	\bar{X}	σ
2013	2652.8	850.7
2014	2650.3	782.3
2015	3029.4	803.6
2016	3415.8	946.6
2017	3525.3	1023.4

باستخدام معطيات الجدول تم تقدير معادلة الانحدار التالية:

$$\sigma = a_1\bar{X} + a_0 \text{ و ذلك باستخدام طريقة المربعات}$$

الصغرى العادية. وتم العثور على النتائج التالية:

$$\widehat{a}_1 = 0.195, \widehat{a}_0 = 289.037$$

نلاحظ في هذه الحالة أن المقدر $\widehat{a}_1 > 0.1$ و بالتالي فان هذه السلسلة من النوع الجدائي.

ب - الطريقة البيانية:

كما قد سبق ذكره فان السلسلة الزمنية تأخذ احد الأشكال الثلاث إما تجميعي أو جدائي أو مختلط وتعطى صيغتها على العموم كما يلي:

$$Y = f(T, C, S, I)$$

ب -1- النموذج التجميعي: يفترض هذا النموذج أن العلاقة بين العناصر الأربعة تكون مستقلة لا تؤثر في بعضها البعض و لا تتأثر بقيمة غيرها من المكونات و تأخذ على الشكل التالي:⁵

$$Y = T_t + C_t + S_t + I_t$$

⁵ مولود حشمان، "نماذج وتقنيات التنبؤ القصير المدى"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1998، ص52.

حيث يمكن حصر قمم المنحنى البياني للسلسلة بين خطي مستقيمين و متوازيين.
 ب -2 النموذج الجدائي: يفترض هذا النموذج وجود علاقة بين المكونات الأربعة للسلسلة الزمنية و هي على النحو التالي:⁶

$$y = T_t * C_t * S_t * E_t$$

و لا يمكن حصر هذه القمم في خطي متوازيين.

4. كيفية الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية (طرق الكشف):

هناك العديد من اختبارات الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية و نحن نعلم انه يمكن الكشف عنها من خلال تحليل المعلومات بيانيا و ذلك من خلال دراسة و تحليل الظروف التي تولدت عنها هذه السلسلة فإذا كان المحيط مستقرا تكون السلسلة حتى هي مستقرة و العكس صحيح و تتمثل مركبة الاتجاه العام في تلك المركبة التي تدفع بالمنحنى نحو الزيادة أو النقصان حسب ميله.

- تتمثل المركبة الفصلية على هيئة قمم بشكل منتظم يسمح لنا تحديد فترة حدوثها.

- تتمثل المركبة العشوائية في الالتواءات التي تشوش المركبات المنتظمة.

لكن التحليل البياني لوحده لا يكفي لكشف المركبات الجوهرية للسلسلة الزمنية و على أساس هذا نلجأ لاختبارات الإحصائية.

4-1-الكشف عن الاتجاه العام:

4-1-1- طريقة الاختبارات الحرة :

و سميت بالحرية لان المتغير العشوائي ϵ_t لا يخضع لأي توزيع احتمالي علما انه من بين فرضيات طريقة المربعات الصغرى و نجد فيها عدة اختبارات.⁷

أ. اختبار التوالي (تعاقب الإشارات) Run Test :

وهو يستعمل لمعرفة مدى عشوائية السلسلة الزمنية و يدعى باختبار العشوائية وهو يستعمل في التحقيق من وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة الزمنية، و هو يقوم على الفرضتين التاليتين:

H_0 : السلسلة عشوائية (لا يوجد اتجاه عام).

H_1 : يوجد اتجاه عام.

و يكون ذلك من خلال ترتيب المشاهدات من اصغر قيمة إلى أكبر قيمة.

- حساب الوسيط (Md)، وهي المشاهدات المقابلة للرتبة m حيث:

- T فردي: $m = (T+1)/2$ ← $Md = Y_m$

- T زوجي: $m = T/2$ ← $Md = \frac{Y_m + Y_{m+1}}{2}$

- إعطاء إشارة سالبة للقيم التي هي اصغر من Md وموجبة لمن هي أكبر.

⁶مولود حشمان، مرجع سابق، ص52.

⁷حلاطو جيلالي، مرجع سابق، ص146

- حساب R و الذي يمثل عدد مرات توالي الاشارة من الموجب الى السالب او العكس نأخذ القرار على أساس:

$$R_u \geq R \geq R_l \quad \text{لما } m \geq 20 \text{ فان}$$

$$|z| = \frac{R - U_R}{\sigma_R} \quad 20 < m$$

$$u_R = m + 1 \quad \sigma_R = \sqrt{\frac{m(m+1)}{2m-1}}$$

$R_l ; R_u$ تمثل القيم العليا والدنيا من الجدول على الترتيب.

$R < R_u$ فان السلسلة تحتوي على الاتجاه العام.

ولهذا نتوقع حسب - هذا الاختبار ان تكون R ضعيفة في حالة وجود مركبة الاتجاه العام وتكون معتبرة في حالة عدم وجودها.

مثال تطبيقي: التأكد من وجود مركبة الاتجاه العام في المعطيات التالية الخاصة بمبيعات مؤسسة ما، من سنة 2003 الى غاية سنة 2017 باستعمال هذا الاختبار والأرقام معطاة بالملايين.

t	المشاهدة
2003	14.12
2004	14.42
2005	16.12
2006	16.78
2007	17.34
2008	17.86
2009	18.37
2010	18.96
2011	19.56
2012	20.19
2013	20.84
2014	21.52
2015	22.19
2016	22.81
2017	23.45

نلاحظ هنا ان الترتيب الزمني هو نفسه الترتيب التصاعدي إذا وباستعمال العلاقات السابقة نجد:

$$Md=18,96 \leftarrow m=8$$

وكذا: R=2

و من الجدول نستخرج قيمتي الحد الادنى و الاعلى و هي:

$$R_l=14.12, R_u=23.45$$

القرار: رفض H_0 كون $R < R_l < R_u$ ، وبالتالي فالسلسلة تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

ب - اختبار نقطة الانعطاف Turning point:

حسب هذا الاختبار تعتبر نقطة الانعطاف تلك الفترة التي تكون الإشارة فيها مختلفة عن إشارة الفترة السابقة فإذا كانت السلسلة الزمنية عشوائية بدون اتجاه عام، فان توزيع عدد مرات تغير الإشارة يكون تقريبا طبيعيا حتى بالنسبة للعينات

الصغيرة، مما يستدعى الاستعانة بجدول التوزيع الطبيعي لاستخراج القيم الحرجة و يكون الاختيار هنا:

- حساب الفروق من الدرجة الأولى للسلسلة المعنية.

- إعطاء إشارة موجبة للفروق الموجبة و سالبة للفروق السالبة.

يرمز لهذا الاختبار u وهو عدد المرات تغير الإشارة في y و يستعمل في حالة العينات الأكبر من 10 .

ترفض الفرضية H_0 : لا يوجد اتجاه عام، اذا كان : $|z| > Z_{\alpha/2}$

$$Z = \frac{u - u_n}{\sigma_n}$$

$$u_n = \frac{2(T-2)}{3}$$

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{16T-29}{90}}$$

مثال تطبيقي: الجدول التالي يجوي على 12 مشاهدة متعلقة باستهلاك مجموعة من العائلات:

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	t
181	173	164	162	172	162	156	153	171	163	158	155	Ct
8	9	2	-10	10	6	3	18-	8	5	3	الفرق
+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+	الإشارة

بما أن عدد المشاهدات: $T > 10$ فإنه يمكننا تطبيق هذا الاختبار.

في هذا المثال لدينا: $u = 5$

و بتطبيق العلاقتين: $u_n = 6.66$ ، $\sigma_n = 1.34$ ، نجد: $|Z| = 1.23$.

لدينا أيضا: $Z_{/2} = Z_{2.5\%} = 1.96$

بما أن: $|Z| < Z_{/2}$ ، فإنه سيتم قبول الفرضية H_0 أي التسليم بعشوائية السلسلة الزمنية و بالتالي فإن السلسلة الزمنية لا تحتوي على اتجاه عام.

ج- اختبار الإشارة Sign test:

يعتمد اختبار الإشارة (v) على إشارة الفروق من الدرجة الأولى من موجبة و سالبة.

- تحديد عدد الفروق الموجبة v و عدد الفروق الغير صفرية n .

- يستعمله لما $n \geq 20$

$$z = \frac{(v - u_v)/\sigma_v}{\frac{n}{2}}$$

$$u_v = \frac{n}{2}$$

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{n}{4}}$$

لما: $|z| > z\alpha/2$ ترفض الفرضية H_0 أي يوجد اتجاه عام.

مثال تطبيقي: الجدول التالي يضم مجموعة من المشاهدات المحسوبة على أساس الفروقات من الدرجة

الأولى للمتغير Y_t :

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	t
24-	42	11	22-	39-	56	0	20-	-32	45	9	-	ΔY_t
24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	t
-24	34	11	-11	-49	50	8	-39	-14	53	5	-30	ΔY_t

من الجدول المبين أعلاه، نستنتج ما يلي:

- عدد الاشارات الموجبة $v=11$.
- عدد الفروقات غير الصفرية $n=22$.

$$Z = \frac{v - \mu_v}{\sigma_v} = \frac{11 - \mu_v}{\sigma_v} \quad \text{إذا:}$$

$$\text{بينما: } \mu_v = \frac{n}{2} = 11 \quad \text{و: } \sigma_v = \sqrt{\frac{22}{4}} = 2.345$$

$$Z = \frac{11 - 11}{2.345} = 0.00 \quad \text{و بالتالي نجد:}$$

$$\text{لدينا: } |Z_{\alpha/2}| = Z_{2.5\%} = 1.96 \leftarrow \alpha = 5\%$$

بما أن: $|Z| < Z_{\alpha/2}$ ، فإننا سنقبل الفرضية H_0 بمعنى ان السلسلة عشوائية و بالتالي فان السلسلة الزمنية خالية من مركبة اتجاه عام.

د - اختبار دانيال Daniel test:

يعتبر أقوى و أحسن اختبار وهو يستعين بمعاملة الارتباط لسبيرمان coefficient de Spearman وهو يعتمد على قياس الارتباط الخطي بين ترتيبين التصاعدي R_t و الزمني t وبتعبير رياضي:

$$R_t = f(t), R_t = 1, t = 1 \dots T$$

و منه معاملة الارتباط النظري يعرف بـ:

$$r_s = \frac{\text{cov.}(R_t, t)}{\sqrt{v(r), v(t)}}$$

$$\text{Var}(R_t) = \text{Var}(t) \quad \text{أين:}$$

$$r_s = \frac{\sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})(t - \bar{t})}{\sum_{t=1}^T (t - \bar{t})^2} \quad \text{و في حالة سلسلة غير مكررة المشاهدات:}$$

و لتبسيط هذا المعامل يعطي على الشكل التالي:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{t=1}^T d_t^2}{T(T^2 - 1)}$$

$\sum d^2$ هو الفرق بين الترتيب التصاعدي والزمني أي: $d_t = (R_t - t)$ و كون أن r_s معامل ارتباط خطي فان: و $-1 \leq r_s \leq 1$.

T: عدد المشاهدات.

فبعد حساب معامل الارتباط الخطي r_s ، يتم رفض H_0 حسب حجم العينة، لما:

$$|r_s| > r_{\alpha/2}$$

$$|z| > Z_{\alpha/2}$$

- في العينات الصغيرة $T \leq 30$

- العينات الكبيرة $T > 30$

حيث:

$$Z = \frac{s^{-1}r_s}{\sigma_s} \dots \dots \dots 1$$

$$\mu_{r_s} = 0$$

$$\sigma_{r_s} = 1/\sqrt{T-1}$$

$$1 \leftrightarrow Z = r_s \sqrt{T-1}$$

مثال تطبيقي: باستعمال نفس المعلومات السابقة للجدول الخاص باختبار التوالي نُجري هذا الاختبار:

الزمن	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
الرتبة	2	4	7	9	1	3	5.5	10	5.5	8	11	12
d	-1	-2	-4	-5	4	3	1.5	-2	3.5	2	0	0
d ²	1	4	16	25	16	9	2.25	4	12.25	4	0	0

$$\sum d_t^2 = 1 + 4 + \dots + 0 = 93.5$$

$$r_s = 1 - \frac{6(93.5)}{12(144 - 1)} = 0.67$$

$$r_{\alpha/2} = r_{2.5\%} = 0.5804 \quad \leftarrow \quad T=12 \cdot \alpha = 5\%$$

بما أن $r_s > r_{\alpha/2}$ فإنه سيتم رفض الفرضية العدمية H_0 ، أي أنه يوجد اتجاه عام.

4-1-2- الاختبارات الغير حرة Parametric test :

هذه الطريقة تكمن في افتراض وجود مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية إضافة إلى أنها تسمح بمعرفة التوزيع الاحتمالي للأخطاء أي:

$$y_t = f(t, u_t) \quad \text{حيث} \quad u_t \rightarrow n(0, \sigma^2)$$

وبعد تحديد شكل الدالة يتم تقدير معالمها ثم اختبار معنوية معلمة الاتجاه العام باستعمال إحصائية Student⁸.

4-2-الكشف عن الموسمية:

على العموم يمكن معرفة أن السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الفصلية بكل بساطة و ذلك عند معرفة موضوع السلسلة الزمنية مسبقا فعلى سبيل المثال الطلب على غازات التدفئة أو الطلب على المبردات فهذا دليل على أن الطلب مرتفع في وقت معين على حساب فترة أخرى ، و لكن هذه المعرفة السطحية لا تنفي بالعرض لذا يتم اللجوء عادة إلى اختبارات إحصائية لعل أهمها:

⁸مولود حشمان "السلاسل الزمنية و تقنيات التنبؤات في المدى القصير" ديوان المطبوعات الجامعية الجزائر، الطبعة الثالثة، 2010، ص31.

أ- Kruskal – Wallis : فيعتبر هذا الأخير من أهم الاختبارات استعمالاً للتأكد من وجود أو عدم وجود مركبة موسمية، و يرمز له بالرمز kw ، و هو يقوم على الفرضتين التاليتين:

H_0 : السلسلة الزمنية تخلو من الموسمية.

H_1 : السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة موسمية.

و له علاقة تجريبية تعطي بالشكل التالي:⁹

$$kw = \frac{12}{n(n+1)} \cdot \sum \frac{R_i^2}{m_i} - 3(n+1)$$

علماً أن هذا الاختبار يتبع توزيع كاي مربع ب $(p-1)$ كدرجة حرية : $kw \rightarrow \chi^2_{(p-1)}$ حيث أن :

R_i : مجموع رتب الفصل.

m_i : عدد القيم أو المشاهدات المقابلة للفصل.

P : دورية المركبة الفصلية فإذا كانت السلسلة مقسمة الى ثلاثيات فإن $p = 4$ و من اجل تطبيق هذا الاختبار تتبع الخطوات الآتية:

1- إبعاد الاتجاه العام.

2- تحديد وجود أو عدم وجود الموسمية من خلال تحديد الرتب R_i تم تعديل هذه الرتب.

3- تحديد القيم المحدولة ل $\chi^2_{(p-1)}$ عند مستوى معنوية α ودرجة حرية $p-1$

4 - مقارنة القيم المحسوبة مع الجدولية إذا كانت $kw > \chi^2_{\alpha, p-1}$ نقول ان السلسلة تحتوي على مركبة موسمية.

مثال تطبيقي: لدينا المعطيات التالية حول متغير اجتماعي معين خلال الفترة 2013.1-2017.4

المطلوب: كشف المركبة الفصلية باستخدام اختبار Kruskal-Wallis ؟

سنة /فصل	مشاهدة	سنة/فصل	مشاهدة	سنة /فصل	مشاهدة
2013/1	14	4	32	3	60
2	20	2015/1	12	4	36
3	44	2	12	2017/1	6
4	21	3	68	2	11
2014/1	10	4	29	3	64
2	19	2016/1	7	4	50
3	64	2	18		

بعد ترتيب هذه المشاهدات نحصل على الجدول التالي:

T	2013/1	2	3	4	2014/1	2	3	4	2015/1	2
مشاهدة	14	20	44	21	10	19	64	32	12	12

⁹ جيلالي جلاطو، مرجع سابق ذكره، ص150.

5	5	13	18	9	3	11	15	10	7	الرتبة
4	3	2	2017 /1	4	3	2	2016/1	4	3	T
50	64	11	6	36	60	18	7	29	68	مشاهدة
16	18	4	1	14	17	8	2	12	20	الرتبة

ويكون الترتيب حسب الفصل كالتالي (ترتيب الرتب):

فصل/ سنة	1	2	3	4	5	المجموع
1	7	3	5.5	2	1	18.5
2	10	9	5.5	8	4	36.5
3	15	18.5	20	17	18.5	89
4	11	13	12	14	16	66

باستخدام العلاقة التجريبية التالية ل kw :

$$kw = \frac{12}{n(n+1)} \cdot \sum \frac{R_i^2}{m_i} - 3(n+1)$$

ولدينا أيضا: $T=20$ و $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 5$

نتحصل على النتيجة التالية:

$$kw = \frac{12}{20(20+1)} \cdot \left[\frac{18.5^2}{5} + \frac{36.5^2}{5} + \frac{89^2}{5} + \frac{66^2}{5} \right] - 3(20+1)$$

$$\rightarrow kw = 16.46$$

انطلاقا من الجدول الاحصائي لكاي مربع يتم تحديد القيمة الجدولية ل $\chi^2_{\alpha}(p-1)$ عند مستوى معنوية قدره 5% ودرجة حرية = 3، و هذا على الشكل التالي:

$$\chi^2_{\alpha}(p-1) = \chi^2_{\alpha}(3) = 7.815$$

بما أن $kw > \chi^2_{\alpha,p-1}$ فاننا نرفض فرضية العدم H_0 و نقبل الفرضية البديلة H_1 ، و بالتالي فان السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة موسمية.

ب- الطريقة الانحدارية:

تتمثل في افتراض وجود المركبة الفصلية في السلسلة الزمنية ب p من المؤشرات و التي يعبر عنها بنفس العدد من المتغيرات التمثيلية التي يتم تقدير معالمها بطريقة المربعات الصغرى.

ج-دالة الارتباط الذاتي: و يعتمد على فكرة الارتباط بين المشاهدات و في فترات مختلفة و تظهر الموسمية في الرسم البياني على شكل قمم أو انخفاضات في فترات زمنية معينة p ، و يتم حساب تلك المعلمات وفق العلاقة التالية أين

$$k = 1.k \text{ حيث أن } k = t / 4^{10}$$

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y}) \cdot (y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}$$

* اختبار **buys – ballot** ¹¹:

نجد عدة اختبارات يمكننا الكشف بها عن مكونات السلسلة الزمنية، أهمها وأكثرها استعمالا اختبار Buys-Ballot ومن أجل القيام بهذا الاختبار يجب أن نتبع المراحل التالية:

- المرحلة الأولى: التمثيل البياني للسلسلة الزمنية وإنشاء جدول Buys-Ballot:

ويحتوي هذا الجدول على بيانات للمبيعات المحققة خلال عدة سنوات، ومتوسط المبيعات وانحرافها المعياري لكل سنة من جهة، ومن جهة أخرى على متوسط المبيعات وانحرافها المعياري لكل فصل إذا كانت البيانات فصلية، ومتوسط المبيعات وانحرافها المعياري لكل شهر إذا كانت البيانات شهرية، وأخيرا يحتوي على المتوسط العام وانحراف المعياري العام.

- المرحلة الثانية: تحليل التباين واختبار فيشر (Fisher):

ليكن لدينا:

n : عدد المشاهدات.

P : عدد الملاحظات في السنة ($P=4$ إذا كانت البيانات فصلية، $P=12$ إذا كانت البيانات شهرية ...

الخ).

x_{ij} : قيم السلسلة الزمنية من أجل $i = 1, 2, 3, \dots, N$ و $j = 1, 2, 3, \dots, P$.

N : عدد السنوات.

نفرض أن السلسلة الزمنية تأخذ الصيغة التالية:

$$x_{ij} = m_{ij} + e_{ij}$$

حيث أن:

e_{ij} : الخطأ العشوائي مع العلم أن $e_{ij} \rightarrow N(0, \sigma^2)$.

m_{ij} : العناصر المكونة للسلسلة الزمنية.

والتباين الكلي يأخذ الصيغة التالية:

$$S_T = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P (x_{ij} - x_{..})^2$$

مع:

$$x_{..} = \frac{1}{N \cdot P} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P x_{ij}$$

حيث أن:

S_T : مجموع التباين الكلي مربع.

¹¹ Régis Bourbonnais, Michel Terraza. (2016), « Analyse des séries temporelles : Cours et exercices corrigés - Applications à l'économie et à la gestion », 4ème édition, Dunod, Paris, France, p21.

\bar{x} : المتوسط العام للسلسلة الزمنية.

$$\bar{x}_{i.} = \frac{1}{P} \sum_{j=1}^P x_{ij} \quad \text{متوسط السنة } i$$

$$\bar{x}_{.j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ij} \quad \text{متوسط الفترة } j$$

جدول 1 تحليل التباين للكشف عن التغيرات الموسمية والاتجاه العام

العناصر	التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات
الفترة	$v_P = \frac{S_P}{P-1}$	$P-1$	$S_P = N \sum_{j=1}^P (x_{.j} - \bar{x}_{..})^2$
السنة	$v_A = \frac{S_A}{N-1}$	$N-1$	$S_A = N \sum_{i=1}^N (x_{i.} - \bar{x}_{..})^2$
البواقي	$v_R = \frac{S_R}{(P-1)(N-1)}$	$(P-1)(N-1)$	$S_R = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + \bar{x}_{..})^2$
المجموع	$v_T = \frac{S_T}{N.P-1}$	$N.P-1$	S_T

Source: Régis Bourbonnais et Michel Terraza « op-cité » p13

أ- اختبار تأثير الاتجاه العام:

لتكن الفرضيتين التاليتين:

H_0 : لا يوجد اتجاه عام.

H_1 : يوجد اتجاه عام.

ومن الجدول 1- لتحليل التباين يتم حساب معلمة Fisher التجريبية المبينة على الملاحظة.

$$F'_{CAL} = \frac{v_A}{v_R}$$

ومقارنته مع F'_{TAB} الجدولية. درجة المعنوية تعطى بالشكل التالي:

$$F'_{v_3, v_2} \alpha \Rightarrow \begin{cases} v_3 = N-1 \\ v_2 = (N-1)(p-1) \end{cases}$$

α : مستوى المعنوية.

إذا كان $F'_{TAB} < F'_{CAL}$ نرفض الفرضية العدمية H_0 وبالتالي القرار يكون كالتالي: السلسلة الزمنية تتأثر بمركبة

الاتجاه العام.

ب- اختبار تأثير التغيرات الموسمية:

H_0 : لا يوجد تغيرات موسمية.

H_1 : يوجد تغيرات موسمية.

ومن الجدول -1- لتحليل التباين يتم حساب معلمة Fisher التحريبية المبينة على الملاحظة.

$$F_{CAL} = \frac{v_P}{v_R}$$

ومقارنته مع F'_{TAB} الجدولية. درجة المعنوية تعطى بالشكل التالي:

$$F_{v_3, v_2}^{\alpha} \Rightarrow \begin{cases} v_3 = p-1 \\ v_2 = (N-1)(p-1) \end{cases}$$

α : مستوى المعنوية.

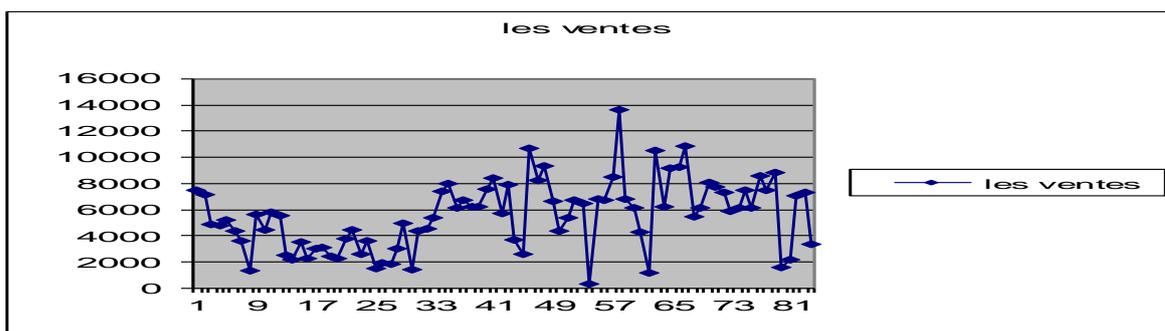
إذا كان $F'_{TAB} < F'_{CAL}$ نرفض الفرضية العدمية H_0 وبالتالي القرار يكون كالتالي: السلسلة الزمنية تتأثر بالتغيرات الموسمية.

مثال تطبيقي: اختبار الكشف عن الاتجاه العام و التغيرات الموسمية باستخدام اختبار "Buys-Ballot"

الجدول التالي يضم البيانات الشهرية لمبيعات مادة النشاء لمؤسسة معينة للفترة الممتدة من 2011 الى 2017 (84 مشاهدة).

المرحلة الأولى: التمثيل للسلسلة الزمنية وانشاء جدول Buys-Ballot.

أ- التمثيل البياني للسلسلة الزمنية:



ب- انشاء جدول Buys-Ballot

Année	Jan	Fév	Mars	Avr	Mai	Juin	Juilly	Aout	Sep	Oct	Nov	Dec	Moyenne	Ecart-type
2011	7486	7176	4907	4823	5185	4349	3619	1322	5646	4469	5817	5543	5028.5	1541.1
2012	2477	2173	3485	2283	3057	3138	2435	2255	3749	4478	2606	3586	2977	697.796
2013	1472	1925	1880	3017	4944	1434	4412	4546	5386	7393	8028	6108	4212.08	2192.08
2014	6736	6200	6233	7544	8403	5715	7932	3683	2566	10686	8228	9314	6940	2183.2
2015	6620	4391	5375	6701	6440	3377	6785	6729	8486	13664	6842	6125	6794.75	2417.63
2016	4262	1162	1054 9	6182	9154	9241	10883	5440	6166	8113	7722	7358	7186	2648.67
2017	5928	6121	7521	6153	8544	7447	8845	1548	2154	7027	7358	3346	5999.53	2301.65
Moyenne	4997. 3	4164	5707. 4	5249	6532. 4	4957. 29	6415.8 6	3646.1 4	4879	7975.7 1	6657. 3	5911.7 1	5591.1	
Ecart-type	2139. 3	2238. 9	2600. 5	1820.8 6	2099. 1	2498. 96	2827.8 2	1900.0 8	2055.1 2	3058.7 5	1817. 5	1922.7 9		2551.12

المرحلة الثانية: تحليل التباين واختبار Fisher .

أ- تحليل التباين للسلسلة الزمنية

العناصر	مجموع الفروق	درجة الحرية	التباين
الفترة	$S_p = 149836403$	11	$V_p = 13621491.2$
السنة	$S_A = 36108656.9$	6	$V_A = 6018109.48$
البواقي	$S_R = 165603757$	66	$V_R = 2509147.83$
المجموع	$S_T = 351548817$	77	$V_T = 4565569.05$

ب- اختبار تأثير التغيرات الموسمية و الاتجاه العام:

❖ اختبار تأثير الاتجاه العام:

H_0 : لا يوجد اتجاه عام.

H_1 : يوجد اتجاه عام.

ومن جدول تحليل التباين يتم حساب قيمة Fisher تجريبية المبينة على الملاحظة:

$$F'_{Cal} = \frac{v_A}{v_R} = 7.71$$

$$F'_{tab} = F_{6;66}^{0.05} = 2.32$$

وبما أن $F'_{CAL} > F'_{TAB}$ فهذا يعني أن وجود تأثير سنوي للسلسلة الزمنية أي أنها تتأثر بمركبة الاتجاه العام.

❖ اختبار تأثير التغيرات الموسمية:

H_0 : لا يوجد تغيرات موسمية.

H_1 : يوجد تغيرات موسمية.

ومن الجدول السابق لتحليل التباين نقوم بحساب Fisher تجريبي المبني على الملاحظة:

$$F_{cal} = \frac{v_p}{v_R} = 2.57$$

$$F_{tab} = F_{11;66}^{0.05} = 1.93$$

وبما أن $F_{CAL} > F_{TAB}$ فأنا نرفض الفرضية العدمية وبالتالي نستنتج أن السلسلة الزمنية تتأثر بالتغيرات الموسمية.

5. طرق معالجة مركبات السلسلة الزمنية (تقدير مركبات السلسلة الزمنية):

لتحديد مدى تأثير كل جزء من العناصر المكونة للظاهرة المدروسة على القيمة الكلية للظاهرة يستوجب تفكيكها إلى مكوناتها الأساسية (الاتجاه، المركبة الموسمية، الدورية والعرضية) وهذا ما يدعي بتحليل السلسلة الزمنية أو تبسيط القيمة الإجمالية إلى العناصر الجزئية المكونة لها.

5-1-تقدير الاتجاه العام:

يوجد العديد من الطرق لتقدير الاتجاه العام للظواهر المختلفة، تختلف كل منها عن الأخرى من حيث طبيعتها و مدى دقتها و مدى مرونة استخدامها في التنبؤ من بين الطرق¹².

- طريقة المربعات الصغرى.

- طريقة المتوسطات المتحركة.

- طريقة أشباه المتوسطات (متوسطي نصف السلسلة).

هنا كطريقة التمهيد باليد التي تعتمد على التمثيل البياني للظاهرة، غير أنها تعتبر غير دقيقة لأنها تعتمد على التقدير الشخصي للباحث دون الموضوعية¹³.

أ. طريقة المتوسطات المتحركة:

تقوم هذه الطريقة على استخدام أكثر من متوسطين حسابيين حيث يتم حساب عدد من المتوسطات المتتابعة لمجموعة من البيانات الأصلية للظاهرة على أن تتكون كل مجموعة منها من مفردتين أو ثلاثة أو أربعة حسب الحالة¹⁴. وعليه تقوم هذه الطريقة على خطوتين أساسيتين¹⁵:

تحديد طول الفترة التي يتعين اتخاذها أساسا للحساب، و ينبغي في هذا السياق الأخذ في الحساب أنه كلما كانت هذه الفترة أقصر، كان خط الاتجاه العام الناشئ عن هذا الأسلوب يعطي توفيقا أحسن عن البيانات و العكس صحيح. حساب المتوسطات المتحركة:

بعد تحديد الفترة الزمنية التي ترغب في اتخاذها أساسا في حساب المتوسطات المتحركة تقوم بالخطوة التالية و المتمثلة في البدء في عملية الحساب.

ب. طريقة المربعات الصغرى¹⁶:

تعتبر هذه الطريقة أفضل الطرق لأن في هذه الطريقة يتم تحديد معادلة الاتجاه العام على أساس أن يكون مجموع مربعات انحرافات القيم المحسوبة عن طريق القيم الأصلية أقل ما يمكن و من هنا جاءت هذه التسمية، و تستخدم في تعيين خط الانحدار البسيط و ذلك بافتراض وجود علاقة خطية، وبهذا يمكن الحصول على معادلة خط الاتجاه العام بعد افتراض أن

¹² إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه: مبادئ علم الإحصاء، الدار الجامعية، الاسكندرية، الطبعة 02، 2008، ص 446-459.

¹³ إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه: مبادئ علم الإحصاء، مرجع سابق، ص 447.

¹⁴ إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه: مبادئ علم الإحصاء، مرجع سابق، ص 453.

¹⁵ Nino Silverio, « Séries chronologiques », Support de cours provisoire pour l'unité de valeur "Mathématiques et statistiques" destiné aux classes du BTS Comptabilité-Gestion de l'ECG, 2005, P 3.

¹⁶ Régis Bourbonnais, Économétrie «Cours et exercices corrigés », 10^e édition, Dunod, Paris, 2015, P 18.

الزمن يمثل المتغير المستقل (t) و قيمة الظاهرة (Y) يمثل المتغير التابع وفقا للمعادلة التالية¹⁷:

$$Y_t = a_0 + a_1 X_t + \varepsilon_t$$

هذا بافتراض أن خط الاتجاه العام هو خط مستقيم، و على خلاف معادلة الخط المستقيم لخط الاتجاه العام يوجد عدة أشكال أخرى لهذه المعادلة.

5-2-التعديل الموسمي:

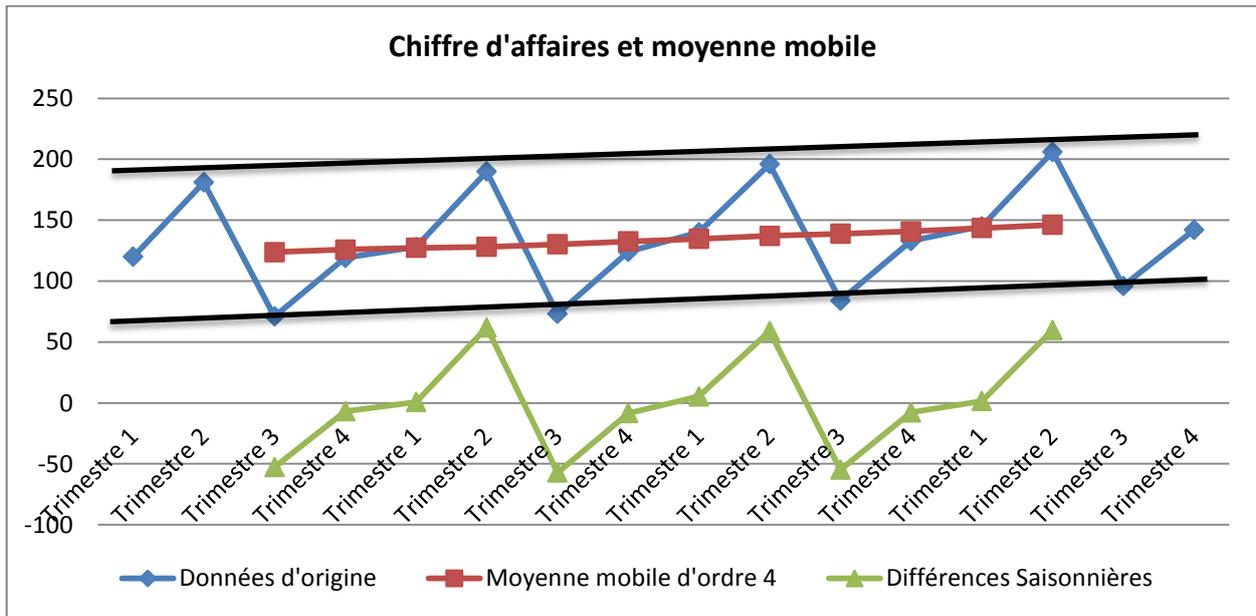
في الكثير من الحالات، يكون من الأفضل العمل على البيانات الخالية من التغيرات الموسمية. فلهذا السبب نقوم بتحويل السلسلة الزمنية الاصلية الى سلسلة منزوعة الموسمية أو سلسلة معدلة موسميا.

5-2-1-النموذج التجميعي:

لنعتبر السلسلة الإحصائية التالية الخاصة بالمبيعات الفصلية لشركة ما (بملايين الدينار):

Trim 1	Trim 2	Trim 3	Trim 4	Trim 1	Trim 2	Trim 3	Trim 4	Trim 1	Trim 2	Trim 3	Trim 4	Trim 1	Trim 2	Trim 3	Trim 4
120	181	71	119	128	190	73	124	140	196	84	133	145	206	96	142

أول خطوة في التعديل الموسمي تتمثل في تحديد نوع النموذج الخاص بالسلسلة الزمنية: اما جدائي أو تجميعي. وللتأكد من ذلك يكفي الاستعانة بالطريقة البيانية. فمن خلال الشكل البياني المبين أدناه يتضح أن نموذج هذه السلسلة الإحصائية هو عبارة نموذج تجميعي (الخطين الافتراضيين اللذان يمران بالحدود الدنيا والعظمى عبارة عن خطان متوازيان).



نقوم بحساب المتوسطات المتحركة من الرتبة 4 (بما أننا بصدد معالجة مشاهدات فصلية). نحدد بعد ذلك الفروقات الموسمية، معنى ذلك، الفرق بين قيم السلسلة الزمنية الخام وقيم المتوسطات المتحركة المقابلة لها. تستخدم هذه الفروقات للحصول على معاملات موسمية غير مصححة خاصة بكل فصل. في حين أن المعاملات الموسمية ما هي في الواقع الا المتوسط الحسابي للفروقات الموسمية الخاصة بكل فصل.

¹⁷ Régis Bourbonnais, Économétrie «Cours et exercices corrigés », *idem*, P 21.

	Série X des chiffres d'affaires	MM ordre 4	X-MM(4)
Trimestre 1	120		
Trimestre 2	181		
Trimestre 3	71	123.75	-52.75
Trimestre 4	119	125.88	-6.88
Trimestre 1	128	127.25	0.75
Trimestre 2	190	128.13	61.88
Trimestre 3	73	130.25	-57.25
Trimestre 4	124	132.50	-8.50
Trimestre 1	140	134.63	5.38
Trimestre 2	196	137.13	58.88
Trimestre 3	84	138.88	-54.88
Trimestre 4	133	140.75	-7.75
Trimestre 1	145	143.50	1.50
Trimestre 2	206	146.13	59.88
Trimestre 3	96		
Trimestre 4	142		

على سبيل المثال، المعامل الموسمي للفصل الأول يحسب بالشكل التالي:

$$\frac{(0.75 + 5.38 + 1.50)}{3} = 2.54$$

بنفس الطريقة يتم حساب المعاملات الموسمية الأربعة.

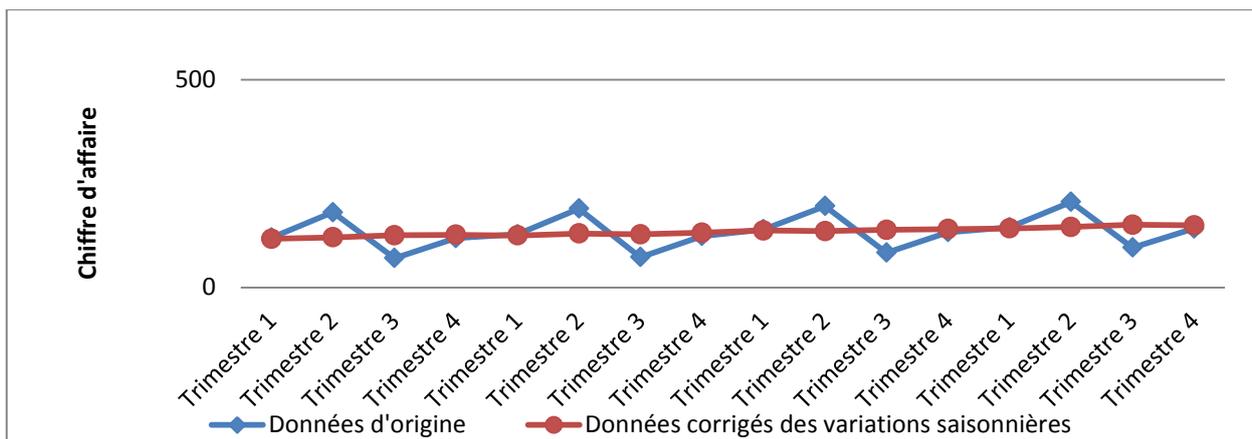
	Coefficients non corrigés	Coefficients corrigés
Trimestre 1	2.54	2.52
Trimestre 2	60.21	60.19
Trimestre 3	-54.96	-54.89
Trimestre 4	-7.71	-7.73
Somme	0.0833	0.000
Moyenne	0.0208	0.0000

نفترض هنا أن المركبة الموسمية تتسم بالدورية التامة. حيث أنه يجب أن يكون الأثر الصافي لمركبة الموسمية خلال فترة صفري، لأنه مدرج في الاتجاه العام للسلسلة الزمنية. الأمر الذي يقودنا إلى تعديل المعاملات الموسمية الغير مصححة عن طريق طرح من هذه الأخيرة متوسط المعاملات الموسمية لجميع الفترات.

لدينا الآن المعاملات الموسمية المصححة، وبالتالي يمكننا نزع الموسمية من السلسلة الزمنية من خلال طرح من كل قيمة أساسية معامل الموسمية المقابلة لها.

	Série X des chiffres d'affaires	Série X CVS des chiffres d'affaires
Trimestre 1	120	117.48
Trimestre 2	181	120.81
Trimestre 3	71	125.89
Trimestre 4	119	126.73
Trimestre 1	128	125.48
Trimestre 2	190	129.81
Trimestre 3	73	127.98
Trimestre 4	124	131.73
Trimestre 1	140	137.48
Trimestre 2	196	135.81
Trimestre 3	84	138.98
Trimestre 4	133	140.73
Trimestre 1	145	142.48
Trimestre 2	206	145.81
Trimestre 3	96	150.98
Trimestre 4	142	149.73

الرسم البياني التالي يبين السلسلة الزمنية الأصلية وكذا السلسلة الزمنية منزوعة الموسمية.



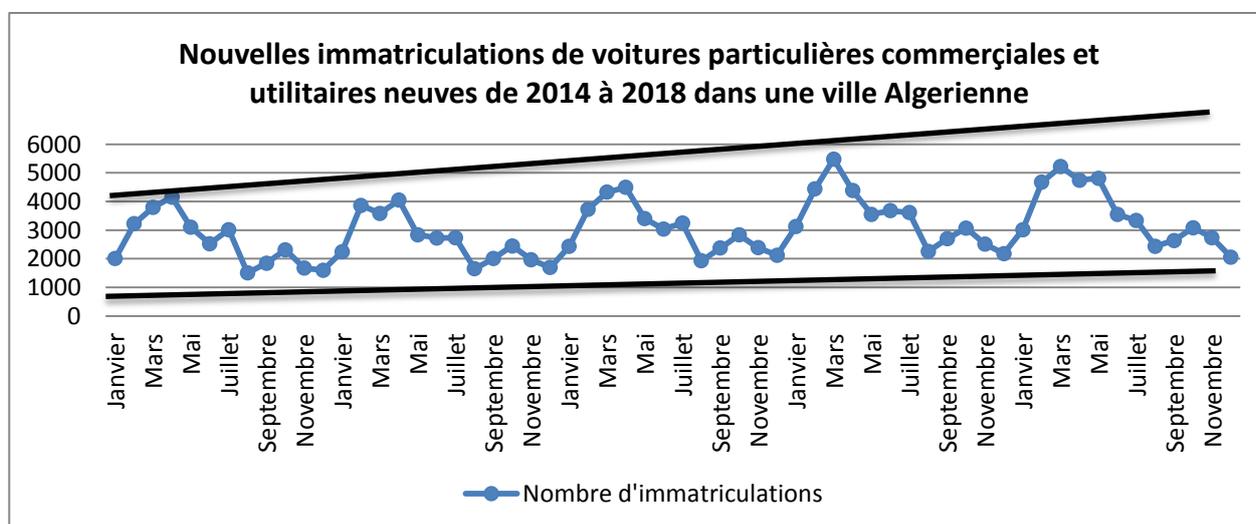
5-2-2-النموذج الجدائي:

سيتم هنا عرض تقنيتين لنزع الموسمية من سلسلة زمنية بافتراض أن نموذج السلسلة من النوع الجدائي (هذا النوع هو الأكثر مصادفة في الممارسة العملية).

الجدول التالي يضم المشاهدات الخاصة بعدد السيارات الجديدة المسجلة في مدينة معينة خلال الفترة الممتدة من 2014 إلى 2018.

Année	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
2014	2006	3224	3789	4153	3100	2527	3015	1504	1847	2314	1673	1602
2015	2247	3862	3586	4047	2838	2727	2730	1648	2007	2450	1966	1695
2016	2433	3723	4325	4493	3399	3038	3247	1928	2377	2831	2388	2126
2017	3127	4437	5478	4384	3552	3678	3611	2260	2699	3071	2510	2182
2018	3016	4671	5218	4746	4814	3545	3341	2439	2637	3085	2737	2055

قبل الشروع في عملية التعديل الموسمي يجب تحديد نوع النموذج الخاص بالسلسلة الزمنية: اما جدائي أو تجميعي. فمن خلال الشكل البياني المبين أذناه يتضح أن نموذج هذه السلسلة الإحصائية هو عبارة نموذج جدائي (الخطين الافتراضيين اللذان يمران بالحدود الدنيا والعظمى عبارة عن خطان غير متوازيان).



أ. طريقة المتوسطات المتحركة :

باستخدام هذه الطريقة، نحسب المتوسطات المتحركة ذات رتبة تساوي عدد فترات الموسم (شهر، فصل، سنة، ...).

جدول المتوسطات المتحركة من الرتبة 12

Année	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
2014							2573	2610	2628	2615	2599	2597
2015	2593	2587	2600	2612	2630	2646	2658	2660	2685	2734	2776	2815
2016	2851	2884	2911	2942	2976	3011	3058	3117	3195	3238	3240	3271
2017	3311	3340	3368	3391	3406	3413	3411	3416	3415	3419	3487	3534
2018	3517	3514	3518	3516	3526	3531						

بعد تحديد هذه المتوسطات، يتم حساب النسب الموسمية والتي تساوي بيانات السلسلة الأصلية مقسومة على المتوسطات المتحركة المقابلة.

جدول النسب الموسمية

Année	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
2014							1.17	0.58	0.70	0.88	0.64	0.62
2015	0.87	1.49	1.38	1.55	1.08	1.03	1.03	0.62	0.75	0.90	0.71	0.60
2016	0.85	1.29	1.49	1.53	1.14	1.02	1.06	0.62	0.74	0.87	0.74	0.65
2017	0.94	1.33	1.63	1.29	1.04	1.08	1.06	0.66	0.79	0.90	0.72	0.62
2018	0.86	1.33	1.48	1.35	1.37	1.00						

نقوم بعد ذلك بحساب متوسطات النسب الموسمية لكل فترة من فترات الموسم. هذه المتوسطات تمثل المعاملات الموسمية.

جدول المعاملات الموسمية

Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Somme
0.88	1.36	1.49	1.43	1.16	1.03	1.08	0.62	0.75	0.89	0.70	0.62	12.012

من المسلم به عموماً أن مجموع المعاملات الموسمية مساو لعدد فترات الموسم، في مثالنا الحالي يساوي 12 (عدد الأشهر) ومتوسط المعاملات الموسمية هو 1.

في هذه الحالة قيمة متوسط المعاملات الموسمية تساوي 1.001، تصحح القيم المحسوبة بقسمتها على هذا المتوسط.

جدول المعاملات الموسمية المصححة

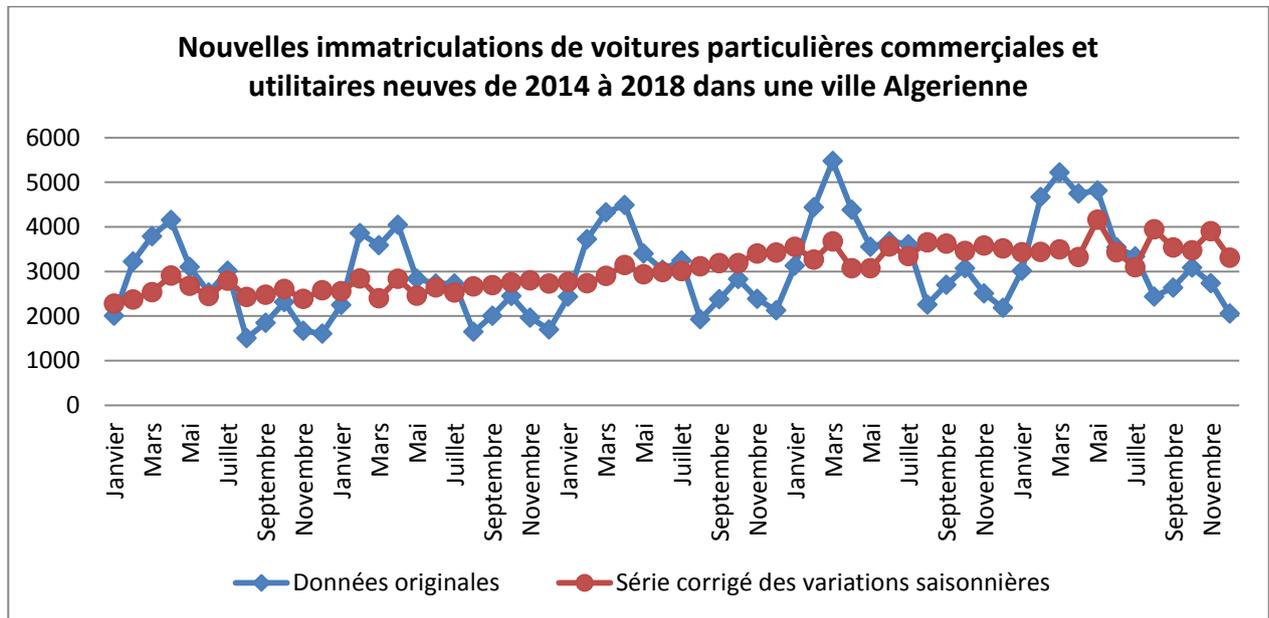
Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Somme
0.88	1.36	1.49	1.43	1.16	1.03	1.08	0.62	0.75	0.89	0.70	0.62	12.00

بعد تصحيح المعاملات الموسمية، يكون الحصول على سلسلة زمنية معدلة موسمياً فوري: ببساطة تتم قسمة كل قيمة من السلسلة الأصلية على المعامل الموسمي المصحح لنفس الفترة.

السلسلة الزمنية المعدلة موسمياً

Année	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
2014	2281	2372	2539	2908	2681	2447	2795	2432	2478	2608	2385	2580
2015	2555	2842	2403	2834	2455	2640	2531	2665	2692	2761	2803	2730
2016	2766	2740	2899	3146	2940	2985	3010	3118	3189	3190	3405	3424
2017	3555	3265	3671	3070	3072	3561	3348	3655	3621	3461	3578	3514
2018	3429	3437	3497	3323	4164	3432	3097	3944	3538	3476	3902	3309

الرسم البياني المبين أدناه يضم السلسلة الزمنية الأصلية وكذا السلسلة الزمنية المعدلة موسمياً.



ب. طريقة النسب للاتجاه العام (Méthode Des Rapports A La Tendence):

تعتبر هذه الطريقة هي الأخرى من بين الطرق المستخدمة لنزع الموسمية من السلسلة الزمنية. تستوجب هذه الأخيرة تقدير معادلة خط الانحدار للسلسلة الزمنية بدلالة n فترة.

في المثال التالي، تم تقدير معادلة خط الانحدار للمبيعات بدلالة 60 مشاهدة (12 شهر \times 5 سنوات).

$$y = 14.64x + 2590.08$$

بعد ذلك يتم حساب قيم السلسلة المعدلة للمتغير y لكل الفترات استناداً إلى معادلة خط الانحدار التي تم تقديرها آنفاً. وبالتالي نتحصل على الجدول التالي:

جدول قيم السلسلة المعدلة للمتغير y لكل الفترات استنادا إلى معادلة خط الانحدار: $y = 14.64 x + 2590.08$

Année	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2014	2605	2619	2634	2649	2663	2678	2693	2707	2722	2737	2751	2766
2015	2780	2795	2810	2824	2839	2854	2868	2883	2898	2912	2927	2942
2016	2956	2971	2985	3000	3015	3029	3044	3059	3073	3088	3103	3117
2017	3132	3147	3161	3176	3190	3205	3220	3234	3249	3264	3278	3293
2018	3308	3322	3337	3352	3366	3381	3395	3410	3425	3439	3454	3469

حساب النسب الموسمية يكون انطلاقا من تقسيم القيم الأصلية للسلسلة الزمنية y على قيم السلسلة المعدلة \hat{y} المتحصل عليها انطلاقا من معادلة خط الانحدار.

جدول النسب الموسمية

Année	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
2014	0.77	1.23	1.44	1.57	1.16	0.94	1.12	0.56	0.68	0.85	0.61	0.58
2015	0.81	1.38	1.28	1.43	1.00	0.96	0.95	0.57	0.69	0.84	0.67	0.58
2016	0.82	1.25	1.45	1.50	1.13	1.02	1.07	0.63	0.77	0.92	0.77	0.68
2017	1.00	1.41	1.73	1.38	1.11	1.15	1.12	0.70	0.83	0.94	0.77	0.66
2018	0.91	1.41	1.56	1.42	1.43	1.05	0.98	0.72	0.77	0.90	0.79	0.59

خطوة أخيرة نقوم بحساب المتوسط الحسابي لكل فترة وبالتالي استخراج المعاملات الموسمية

جدول المعاملات الموسمية

Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Somme
0.86	1.34	1.49	1.46	1.17	1.02	1.05	0.63	0.75	0.89	0.72	0.62	12.00

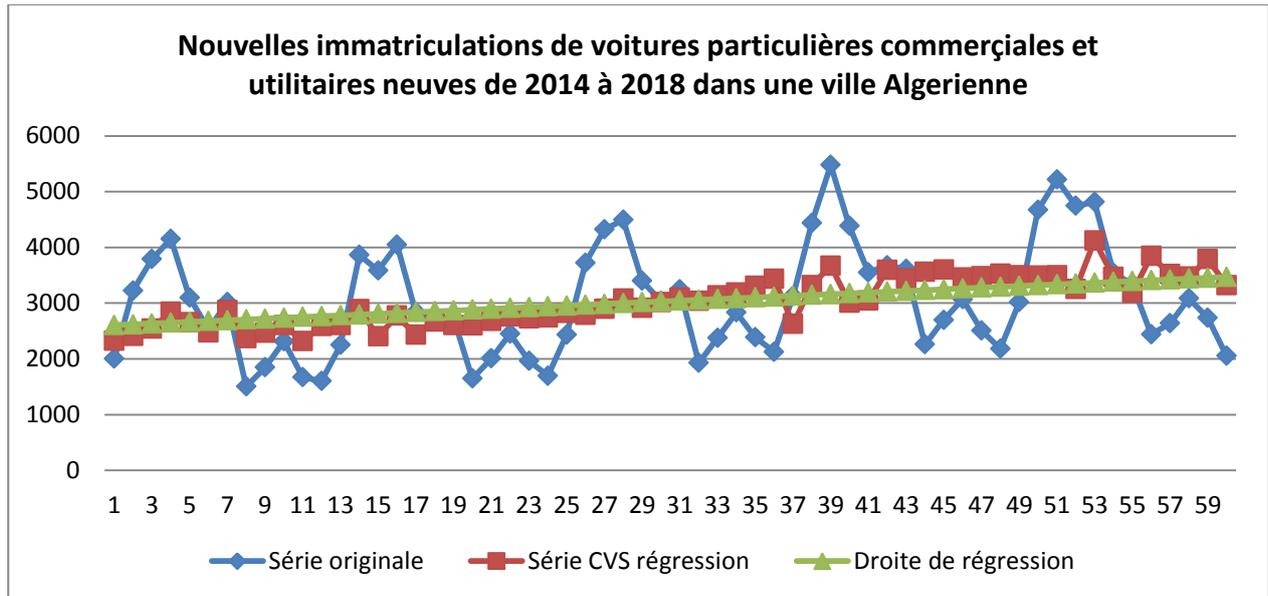
في الواقع لسنا هنا بحاجة لضبط هذه المعاملات (بمعنى تصحيحها)، وذلك لأن مجموعها يساوي 12 (عدد الفترات في السنة الواحدة).

بنفس الطريقة السابقة يتم إيجاد قيم السلسلة الزمنية المعدلة موسميا، والنتائج مبينة في الجدول التالي:

السلسلة الزمنية المعدلة موسميا

Année	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
2014	2326	2412	2539	2846	2657	2471	2875	2371	2466	2605	2319	2590
2015	2606	2890	2403	2774	2432	2667	2603	2598	2679	2758	2725	2740
2016	2821	2786	2899	3079	2913	3015	3096	3039	3137	3187	3310	3437
2017	2626	3320	3671	3005	3044	3597	3443	3563	3603	3457	3479	3528
2018	3497	3495	3497	3253	4125	3467	3186	3845	3520	3473	3793	3322

فيما يلي نشاهد التمثيل البياني للسلسلة الأصلية، خط الانحدار والسلسلة المعدلة موسمياً.



التنبؤ باستخدام نموذج التلميس الأسّي (Le lissage exponentiel)

يعود فضل تأسيس طريقة التلميس الأسّي للباحث Holt في سنة 1957 وكذلك للباحث Brown سنة 1962¹⁸. ويعد من الأساليب الشائعة في الحياة العملية، ويعتمد هذا الأسلوب على فكرة أن المعلومات القديمة أقل أهمية من المعلومات الحديثة ولهذا يجب أن تعطي وزناً أقل¹⁹، بحيث يأخذ التنبؤ الخاص بالفترة السابقة ويجري عليه التعديل للحصول على التنبؤ الخاص بالفترة اللاحقة، ويعبر هذا التعديل على خطأ التنبؤ في الفترة السابقة ويتم حسابه بضرب خطأ التنبؤ في الفترة السابقة في معامل ثابت يتراوح بين 0 و 1.

1. خصائص طرق التلميس:

1.1 المبادئ الأساسية:

- المبدأ الأول: الانخفاض المتزايد لقيمة المعلومة مع الزمن.
- المبدأ الثاني: تلخيص المعلومات. حيث أن الاستعمال الكلي لسلسلة زمنية ما صعب جداً. ومن هنا تقنيات التلميس الأسّي تعمل على تصغير حجم السلسلة الزمنية في شكل بعض المعلمات. ومن أجل إجراء عملية التنبؤ باستعمال هذه التقنية من الضروري الاحتفاظ ببعض القيم في الذاكرة.
- المبدأ الثالث: التحديث المستمر للمعلومات بفضل بعض الحسابات البسيطة نسبياً. بحيث يعتبر أسلوب التلميس الأسّي أسلوباً مكيفاً. بمعنى أنه يسترجع باستمرار المعلمات بنفس الترتيب الذي يدير وصول المعلومات. إذا هذا المبدأ ما هو إلا نتيجة لاشتراك المبدأين السابقين.

¹⁸ Régis BOURBONNAIS, Jean-Claude USUNIER. (2017), «Prévision Des Ventes», 6ème édition, Economica, Paris, p 57.

¹⁹ علي هادي جبرين (إدارة العمليات) دار الثقافة للنشر والتوزيع عمان - الأردن - 2006 ص 207.

2.1 صياغة نموذج التلميس الآسي:

لنفرض أن x_t تمثل مبيعات منتج معين في الزمن t ، ويمكن اعتبارها كنتيجة لتوفيقه خطية غير منتهية من المبيعات الماضية. مع أن تأثير أو وزن الماضي على الحاضر هو متناقص مع أقدميته، وهو يتبع منحى آسي. تسمح طريقة التلميس الآسي بموازنة الملاحظات إحداها على الأخرى، بإعطاء أوزان أكثر أهمية للبيانات الأكثر حداثة. حيث تكون الأوزان متناقصة مع البعد في الماضي. ويعبر عن هذا الاتزان بالمعامل الذي يحدد الوزن المعطى للحاضر بالنسبة للماضي، بإتباع النمذجة التالية²⁰:

$$\hat{x}_t = S_t = \hat{x}_{t-1} + \alpha(x_{t-1} - \hat{x}_{t-1}) \dots \dots \dots (1)$$

مع:

\hat{x}_t : قيمة المبيعات المتنبأ بها للزمن t .

x_{t-1} : آخر مبيعات محققة (في الزمن $t-1$).

\hat{x}_{t-1} : التنبؤ الخاص بالفترة الأخيرة (الزمن $t-1$).

α : معامل التلميس وهي دائما محصورة بين الواحد والصفر.

ومن خلال المعادلة (1) يظهر التلميس كأنه نتيجة آخر قيمة ملمسة مصححة بإعطاء وزن للفرق بين المبيعات المحققة والمتنبأ بها. وهنا نجد المبدأ الثالث وهو تكييف التلميس مع خطأ التنبؤ.

ويمكن إجراء تعديلات على المعادلة (1) كالتالي:

$$\hat{x}_t = \alpha x_{t-1} + (1 - \alpha)\hat{x}_{t-1} \dots \dots \dots (2)$$

وبهذا الشكل، يظهر التلميس الآسي كمتوسط متزن لآخر قيمة للمبيعات المحققة وآخر قيمة ملمسة.

3.1 دور ثابت التلميس الآسي:

من أجل ملاحظة التأثير والدور المهم الذي يلعبه ثابت التلميس (α) في التنبؤ، سوف نضع في المعادلة (1) ما يلي:

- $\alpha = 0$: إذا $\hat{x}_t = \hat{x}_{t-1}$ ، هذا يعني أن المشاهدات الجديدة غير مستعملة في عملية التنبؤ، التلميس هنا ساكن مقارنة مع المبيعات المحققة، والتنبؤات تبقى ثابتة.

- $\alpha = 1$: إذا $\hat{x}_t = x_t$ ، هنا النموذج يتبع المعلومات الأخيرة، والقيمة الجديدة الملمسة هي دائما مساوية لآخر قيمة للمبيعات المحققة. وبالتالي يمتاز التلميس هنا برد فعل كبير (hyper réactif).

ويمكن تعميم العلاقة (2) بالرجوع في الزمن $(0, \dots, t-n, \dots, t-2, t-1)$ كالتالي:

$$\hat{x}_t = \alpha x_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)x_{t-2} + \alpha(1 - \alpha)^2 x_{t-3} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^{n-2} x_{t-n+1} + \alpha(1 - \alpha)^{n-1} x_0 \dots \dots \dots (3)$$

وبما أن α محصورة بين الصفر والواحد فإن الأوزان المخصصة لقيمة من المبيعات هي متناقصة. وهذا ما يظهر في الجدول -2- والشكل البياني -4-.

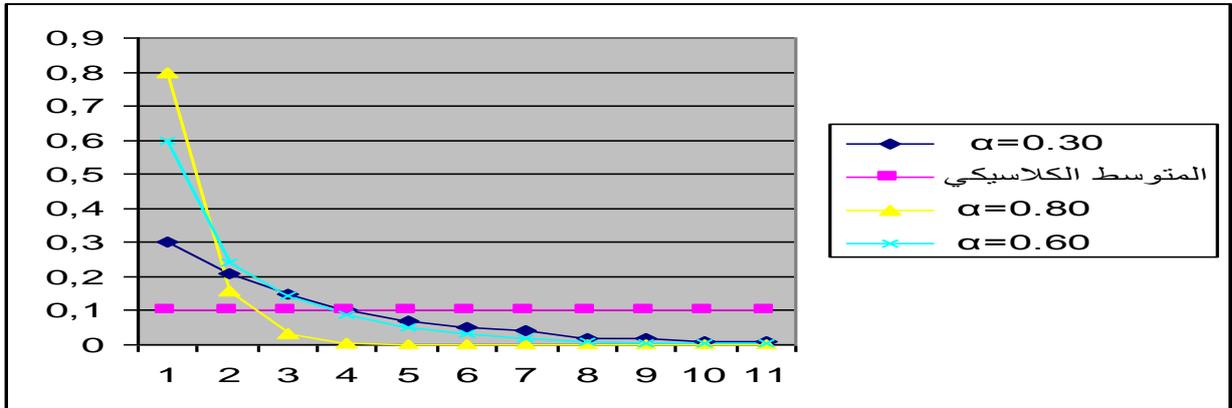
²⁰ (Chapitre 8 : Préviation des ventes et modélisation) www.bibliotheque.Refer.org/livre67//6703.pdf. du 03/02/2007.

جدول 2 انخفاض قيمة المعلومات مع أقدميتها

التعديل الدقيق المتناقص عند $\alpha=0.30$	الوزن	المتوسط الكلاسيكي	الزمن
0.30	α	0.1	0
0.21	$\alpha(1-\alpha)$	0.1	-1
0.15	$\alpha(1-\alpha)^2$	0.1	-2
0.10	$\alpha(1-\alpha)^3$	0.1	-3
0.07	$\alpha(1-\alpha)^4$	0.1	-4
0.05	$\alpha(1-\alpha)^5$	0.1	-5
0.04	$\alpha(1-\alpha)^6$	0.1	-6
0.02	$\alpha(1-\alpha)^7$	0.1	-7
0.02	$\alpha(1-\alpha)^8$	0.1	-8
0.01	$\alpha(1-\alpha)^9$	0.1	-9
0.01	$\alpha(1-\alpha)^{10}$	0.1	-10

Source : Régis BOURBONNAIS ET Jean-Claude USUNIER. Op.cit p 59.

شكل 3 انخفاض قيمة المعلومات مع أقدميتها ومقارنة المتوسط الكلاسيكي مع ثلاث قيم له



Source : Régis BOURBONNAIS ET Jean-Claude USUNIER. Op.cit p 60.

وبالتالي نستنتج من خلال ملاحظتنا للشكل البياني أنه كلما كانت α قريبة من الصفر يتم الاعتماد على أكبر عدد من المشاهدات الماضية في عملية التلميس الأسّي. وكلما اقتربت من الواحد كلما نقص عدد المشاهدات التي يتم الاعتماد عليها في التنبؤ باستعمال التلميس الأسّي.

ومن الممكن تحديد العمر المتوسط للمعلومة أو المشاهدة بالعلاقة التالية:

$$D = \frac{1-\alpha}{\alpha}$$

إذا كانت $\alpha = 1$ العمر المتوسط للمعلومة أو المشاهدة هو صفر ما دامت القيمة الأخيرة فقط مأخوذة بعين الاعتبار في التنبؤ. أما إذا كانت $\alpha = 0$ فإن العمر المتوسط للمشاهدة غير منتهى لأن القيمة الأولى فقط مأخوذة بعين الاعتبار.

2. نموذج التلميس الأسّي البسيط (النموذج المستقر):

يستعمل هذا النموذج في حالة السلسلة الزمنية العشوائية التي تسلك مسارا عشوائيا حول وسط حسابي ثابت،

بمعنى أنها لا تحتوي لا على اتجاه عام ولا على تغيرات موسمية²¹. وصيغة نموذج التلميس البسيط هي كالتالي:

$$\hat{x}_t = \alpha x_{t-1} + (1 - \alpha) \hat{x}_{t-1}$$

مع: $x_{t-1} = \hat{x}_{t-1}$ من أجل البدء (في حالة عدم توفر إلا قيمة واحدة من المبيعات المحققة).

والتنبؤ للأفق h يعطى على الشكل التالي:

$$\hat{x}_{n+h} = x_{n-1}$$

ومن هنا نلاحظ أن التنبؤات ثابتة مهما تكن h .

مثال تطبيقي:

الجدول التالي يحتوي على البيانات المسجلة و الخاصة بالسلسلة الزمنية x_t .

t	1	2	3	4	5	6	7	8
x_t	30	40	40	30	20	20	30	30

المطلوب: القيام بالتنبؤ بمدى ثلاث فترات مستقبلية، عند مجال ثقة مقدر ب 95%، و هذا باستخدام طريقة التلميس الأسّي البسيط. ثابت التلميس الأسّي λ يساوي 0.3.

الحل:

t	x_t	\hat{x}_t	$e_t = x_t - \hat{x}_t$
1	30	30	0
2	40	30,00	10,00
3	40	33,00	7,00
4	30	35,10	-5,10
5	20	33,57	-13,57
6	20	29,50	-9,50
7	30	26,65	3,35
8	30	27,65	2,35
9		28,36	
10		28,36	
11		28,36	

نبدأ بوضع: $\hat{x}_1 = x_1 = 30$

من أجل $t=2$ (التنبؤ المحسوب في $t=1$ من أجل $t=2$) لدينا:

$$\hat{x}_2 = x_{1,2}^p = 0,3 \times x_1 + 0,7 \times \hat{x}_1 = 30 = x_1$$

²¹مولود حشمان (نماذج وتقنيات التنبؤ القصير المدى) ديوان المطبوعات الجامعية - الجزائر - 1998 ص 71.

$$\hat{x}_3 = 0,3 \times 40 + 0,7 \times 30 = 33 \quad \text{من أجل } t=3$$

...

$$\hat{x}_8 = 0,3 \times 30 + 0,7 \times 26,65 = 27,65 \quad \text{من أجل } t=8$$

$$\hat{x}_9 = 0,3 \times 30 + 0,7 \times 27,65 = 28,36 \quad \text{من أجل } t=9$$

$$\hat{x}_{10} = \hat{x}_{11} = \hat{x}_9 = 28,36 \quad \text{من أجل } t=10, 11$$

$$\text{لدينا: } \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x_t - \bar{x})^2}{n-1}} = 7,56 \quad \text{(صيغة العينات الصغيرة) و } \sqrt{\frac{2}{2-\lambda}} = 1,085$$

$$\text{أين: } IC = \hat{x}_t \pm 1,96\sigma_x \sqrt{\frac{2}{2-\lambda}} = 28,36 \pm 1,96 \times 7,56 \times 1,085$$

$$IC = 28,36 \pm 16,08 = [12,28 ; 44,44] \quad \text{و بالتالي:}$$

3. نموذج التلميس الأسّي الثنائي (النموذج الخطي Brown):

يسمح نموذج التلميس الأسّي البسيط بحساب التنبؤ في حالة السلسلة الزمنية المستقرة وبدون اتجاه عام. أما

نموذج التلميس الأسّي الثنائي فهو مستعمل في حالة السلاسل الزمنية ذات الاتجاه العام والتي تأخذ الشكل التالي:

$$x_t = a_{0t} + a_{1t}t$$

ونلاحظ أنّها تأخذ نفس خصائص الاتجاه العام. مع العلم أنّ المتوسط \hat{a}_{0t} و الميل \hat{a}_{1t} يتغيران على مدى

الزمن.

وكما يدل اسم هذا النموذج، فإن تقنية التلميس الأسّي الثنائي تعمل على تلميس سلسلة زمنية ملمسة من

قبل، وذلك بإتباع الصياغات التالية:

$$S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)S_{t-1}$$

$$SS_t = \alpha S_t + (1 - \alpha)SS_{t-1}$$

مع:

$$\begin{cases} a_{1t} = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t - SS_t) \\ a_{0t} = 2S_t - SS_t \end{cases}$$

والتنبؤ للأفق h يحسب بالمعادلة التالية:

$$\hat{x}_{t+h} = a_{0t} + ha_{1t}$$

مثال تطبيقي:

يبين الجدول أدناه مجموعة من المشاهدات المسجلة و الخاصة بالسلسلة الزمنية x_t .

t	1	2	3	4	5	6	7	8
x_t	30	40	40	30	20	20	30	30

المطلوب: القيام بالتنبؤ بالفترات الثلاث المستقبلية، وهذا باستخدام طريقة التلميس الأسّي الثنائي. ثابت التلميس الأسّي

λ يساوي 0.5.

t	x_t	\hat{x}_t	$\hat{\hat{x}}_t$	a_t	b_t	x_{t-1}^p	e_t
1	10	10	10				
2	20	10,00	10,00	10,00	0,00	10,00	10,00
3	20	15,00	12,50	17,50	2,50	20,00	0,00
4	30	17,50	15,00	20,00	2,50	22,50	7,50
5	40	23,75	19,38	28,12	4,37	32,49	7,51
6	40	31,88	25,63	38,13	6,25	44,38	-4,38
7	50	35,94	30,79	41,09	5,15	46,24	3,76
8	50	42,97	36,88	49,06	6,09	55,15	-5,15
9		46,49	41,69	51,29	4,80	56,09	
10						60,89	
11						65,69	
12						70,49	

أمثلة عن الحسابات:

a) $\hat{x}_1 = x_1 = 10$

$$\hat{x}_2 = 0,5 \times x_1 + 0,5 \times \hat{x}_1 = 0,5 \times 10 + 0,5 \times 10 = 10$$

$$\hat{x}_3 = 0,5 \times x_2 + 0,5 \times \hat{x}_2 = 0,5 \times 20 + 0,5 \times 10 = 15$$

...

$$\hat{x}_9 = 0,5 \times x_8 + 0,5 \times \hat{x}_8 = 0,5 \times 50 + 0,5 \times 42,97 = 46,49$$

b) $\hat{\hat{x}}_1 = \hat{x}_1 = 10$

$$\hat{\hat{x}}_2 = 0,5 \times \hat{x}_2 + 0,5 \times \hat{\hat{x}}_1 = 0,5 \times 10 + 0,5 \times 10 = 10$$

$$\hat{\hat{x}}_3 = 0,5 \times \hat{x}_3 + 0,5 \times \hat{\hat{x}}_2 = 0,5 \times 15 + 0,5 \times 10 = 12,5$$

...

$$\hat{\hat{x}}_9 = 0,5 \times \hat{x}_9 + 0,5 \times \hat{\hat{x}}_8 = 0,5 \times 46,69 + 0,5 \times 36,88 = 41,69$$

c) $\bar{\lambda} = \frac{1-0,5}{0,5} = 1$

d) $x_{8,9}^p = a_9 + b_9 = 51,29 + 4,80 = 56,09$

e) $x_{8,10}^p = a_9 + b_9 \times 2 = 51,29 + 4,80 \times 2 = x_{8,9}^p + b_9 = 56,09 + 4,80 = 60,89$

$$x_{8,11}^p = a_9 + b_9 \times 3 = 51,29 + 4,80 \times 3 = 60,89 + 4,80 = 65,69$$

$$x_{8,12}^p = a_9 + b_9 \times 4 = 51,29 + 4,80 \times 4 = 65,69 + 4,80 = 70,49$$

f) $Var(x_t) = \sigma_x^2 = 193,75 \Rightarrow \sigma_x = 13,92$

$$C_1^2 = 2,07; C_2^2 = 2,67; C_3^2 = 3,41; C_4^2 = 4,30$$

$$C_1 = 1,44; C_2 = 1,63; C_3 = 1,85; C_4 = 2,07$$

$$IC_1 = 56,09 \pm 1,96 \times 1,44 \times 13,92 = [16,81; 95,38]$$

$$IC_2 = 60,89 \pm 1,96 \times 1,63 \times 13,92 = [16,43; 105,37]$$

$$IC_3 = 65,69 \pm 1,96 \times 1,85 \times 13,92 = [15,23 ; 116,18]$$

$$IC_4 = 70,49 \pm 1,96 \times 2,07 \times 13,92 = [14,03 ; 126,98]$$

4. نموذج Holt:

نستطيع كذلك استخدام نموذج التلميس الأسّي Holt الذي يضم معلمتين: الأولى من أجل التلميس المتوسط

(a_{0t}) والثانية تخص الميل (a_{1t}) بحيث:

- التلميس المتوسط a_{0t} مع معامل التلميس α المحصورة بين الصفر والواحد.

- تلميس الميل أو الاتجاه العام a_{1t} مع معامل التلميس β المحصور كذلك بين الصفر والواحد.

ملاحظة: في حالة $\beta = \alpha$ النموذج Holt هو نفسه نموذج التلميس الأسّي الثنائي Brown.

أما صيغة هذا النموذج فهي كالتالي:

$$a_{0t} = \alpha x_t + (1 - \alpha)(a_{0t-1} + a_{1t-1})$$

$$a_{1t} = \beta(a_{0t} - a_{0t-1}) + (1 - \beta)a_{1t-1}$$

والتنبؤ للأفق h يحسب بالمعادلة السابقة:

$$\hat{x}_{t+h} = a_{0t} + ha_{1t}$$

ومن أجل البدء لدينا:

$$a_{01} = x_1$$

$$a_{11} = 0$$

5. نموذج بالاتجاه العام والموسمية (نموذج Holt-Winters):

من نقائص نموذج Holt أنه لا يقوم بنمذجة التغيرات الموسمية هذا ما أدى إلى ظهور نموذج Holt-Winters،

الذي يعكس مساهمة Holt بالإضافة إلى معادلة Winters تلك الخاصة بالتغيرات الموسمية. وهذا هو النموذج المستعمل

عادة في برامج التنبؤ بالمبيعات، ونجد ثلاثة أنواع من التلميس:

- التلميس المتوسط a_{0t} مع معامل التلميس α .

- تلميس الميل a_{1t} مع معامل التلميس β .

- التلميس الموسمي S_t مع معامل التلميس γ .

وصيغة النموذج هي كالتالي:

$$a_{0t} = \alpha(x_t / S_{t-p}) + (1 - \alpha)(a_{0t-1} + a_{1t-1})$$

$$a_{1t} = \beta(a_{0t} - a_{0t-1}) + (1 - \beta)a_{1t-1}$$

$$S_t = \gamma(x_t / a_{0t}) + (1 - \gamma)S_{t-p}$$

ونستعمل S_{t-p} لأن S_t ليست معروفة بعد.

مع p هي الفترة وهي مساوية لـ 12 إذا كانت البيانات شهرية و 4 إذا كانت فصلية.

أما التنبؤ في الأفق h يعطى بالشكل التالي:

$$\hat{x}_{t+1} = (a_{0t} + ha_{1t})S_{t-p+h} \text{ si } 1 \leq h \leq p$$

$$\hat{x}_{t+1} = (a_{0t} + ha_{1t})S_{t-p+2h} \text{ si } p+1 \leq h \leq 2p$$

مع العلم أن:

$$a_{0p} = \bar{x}$$

$$a_{1p} = 0$$

مثال تطبيقي:

الجدول التالي يضم المشاهدات الخاصة بالمبيعات الشهرية لشركة ما على مدى 3 سنوات و المعرفة ب x_t .

t	x_t	t	x_t	t	x_t
Année 1-J	401,60	Année 2-J	263,90	Année 3-J	393,40
F	395,70	F	289,90	F	316,20
M	451,00	M	337,00	M	428,60
A	427,60	A	374,00	A	467,60
M	496,80	M	292,70	M	501,00
J	467,70	J	398,60	J	487,40
J	352,30	J	421,70	J	463,30
A	182,10	A	173,80	A	165,90
S	522,20	S	522,10	S	595,10
O	687,20	O	642,40	O	698,10
N	1080,3	N	984,20	N	1012,10
D	1391,6	D	1307,6	D	1380,00

المطلوب: القيام بالتنبؤ بمبيعات الـ 12 شهرا المقبلة من السنة الرابعة، وهذا باستخدام نموذج بالاتجاه العام والموسمية (نموذج

Holt-Winters). مع: $\alpha = 0,3$; $\beta = 0,1$; $\gamma = 0,2$.

الحل:

t	x_t	a_{0t}	a_{1t}	S_t	\hat{x}_t (PREV)
Année 1-J	401,60			0,70	
F	395,70			0,69	
M	451,00			0,79	
A	427,60			0,75	
M	496,80			0,87	
J	467,70			0,82	
J	352,30			0,62	
A	182,10			0,32	
S	522,20			0,91	
O	687,20			1,20	
N	1080,3			1,89	
D	1391,6	571,3	0,0	2,44	
Année 2-J	263,90	512,6	-5,9	0,67	
F	289,90	480,3	-8,5	0,67	351

M	337,00	458,3	-9,9	0,78	372
A	374,00	463,8	-8,3	0,76	336
M	292,70	419,8	-11,9	0,84	396
J	398,60	431,6	-9,5	0,84	334
J	421,70	500,6	-1,7	0,66	260
A	173,80	512,9	-0,3	0,32	159
S	522,10	530,2	1,5	0,93	469
O	642,40	532,4	1,6	1,20	639
N	984,20	529,9	1,1	1,88	1010
D	1307,6	532,8	1,3	2,44	1294
Année 3-J	393,40	551,3	3,0	0,67	355
F	316,20	528,6	0,5	0,66	374
M	428,60	535,5	1,1	0,78	412
A	467,60	560,2	3,5	0,77	408
M	501,00	574,6	4,6	0,84	471
J	487,40	579,5	4,6	0,84	486
J	463,30	618,9	8,1	0,68	387
A	165,90	593,1	4,7	0,31	202
S	595,10	610,8	6,0	0,94	555
O	698,10	605,8	4,9	1,19	742
N	1012,10	588,6	2,7	1,85	1151
D	1380,00	583,6	1,9	2,42	1442
Année 4-J					395
F					387
M					461
A					458
M					500
J					500
J					405
A					188
S					563
O					719
N					1119
D					1471

أمثلة عن الحسابات: ²²

نبدأ بوضع: $\bar{x} = 571,34$ (بالنسبة السنة الأولى).

الموسمية: $S_{avr-Année 1} = 427,60/571,34 = 0,75$

المتوسط الحسابي: $\alpha_{odéc-Année 1} = 571,34$

²² يمكن أن تظهر بعض الاختلافات الطفيفة بين القيم المحسوبة و القيم الموجودة في الجدول و ذلك راجع الى أن البرمجيات تستخدم حسابات أكثر دقة خاصة على مستوى الفواصل.

الاتجاه العام: $a_{1dec-Année 1} = 0$

في المثال الراهن، وكحالة مستقرة (يتم وضع الأفق h يساوي 1) لشهر سبتمبر من السنة 2:

$$a_{0sep-Année 2} = 0,3(522,1/0,91) + 0,7(512,9 - 0,3) = 530,2$$

$$a_{1sep-Année 2} = 0,1(530,2 - 512,9) + 0,9 \times (-0,3) = 1,5$$

$$S_{sep-Année 2} = 0,2(522,1/530,2) + 0,8 \times 0,91 = 0,93$$

$$\hat{x}_{sep-Année 2} = (512,9 + (-0,3) \times 1) \times 0,91 = 468,51$$

(المحسوبة في شهر أوت من السنة 2، مع $h=1$).

التنبؤ بالنسبة لشهر سبتمبر من السنة 4 (الأفق $h=9$)، والمحسوب في شهر ديسمبر من السنة 3، يساوي:

$$\hat{x}_{sep-Année 4} = (583,6 + 1,9 \times 9) \times 0,94 = 563,23$$

6. تقدير معاملات التلميس:

يتم اختيار أو تقدير معاملات التلميس الأسي (α, β, γ) المثلى على أساس تصغير مجموع مربعات البواقي

$\sum e_i^2$ ، أين $e_i = x_i - \hat{x}_i$ ، وبالتالي الاختيار يتم على أساس التجربة حيث أن:

- α عادة ما تكون مساوية 0.1 أو 0.3.

- قيمة β تكون أكبر قوة من الميل، غالبا ما تتغير ولكن عادة ما تكون قريبة من 0.1.

يتم حساب التنبؤ لكل تركيبة من قيم (α, β, γ) ، وبعد ذلك يتم حساب مجموع الفروق. ويتم البحث بتغيير

قيم هذه المعاملات بانحرافات صغيرة من أجل تحسين فعالية النموذج. مع العلم أن الوصول إلى قيم مثلى لهذه المعاملات

ليس بالأمر السهل من وجهة نظر رياضية، حتى في حالة النماذج المصطنعة. حقيقة نقف عن التقدير عندما يصبح

معدل الخطأ الملاحظ يظهر كأنه مرضي²³.

²³ Christian Marmuse. (1983), « Les aides à la décision –techniques quantitatives de gestion », 2^{ème} édition, Edition FERNAND NATHAN. P162.

الباب الثاني:

تحليل السلاسل الزمنية العشوائية

يعتبر التحليل الكلاسيكي للسلاسل الزمنية الذي يعتمد بالدرجة الاولى في أحكامه على الآليات التقليدية للتحليل والاستنباط منظورا قديما حيث أضحي الدور الاساسي للخبراء الاقتصاديين و المفكرين هو محاولة تفسير المحيط الاقتصادي و تحديد أهم المتغيرات التي تتحكم في هذا الأخير. حيث أن تقنيات التنبؤ تكون في معظم الحالات غير كافية للتنبؤ بالظواهر الاقتصادية. فمثلا عند الحديث عن أساليب التلميس الأسي، نجد أنها مبنية من استقراء المكونات الحتمية التي تشوه الواقع الاقتصادي. وقد لاحظ الإحصائيون أن هذه الأدوات غالباً ما تعطي نتائج زائفة أكثر مما تقدمه كمعلومات حول الحقائق الجوهرية للسلسلة.

وهذا ما جعل اهتمام الباحثين ينصب للبحث في هذا المجال في السبعينيات خاصة بعد أعمال Box and Jenkins الذين يقترحون "فلسفة" جديدة لمعالجة السلسلة الزمنية. فهم يعتبرون في الواقع أنه في فترة زمنية t ، تكون قيمة x_t عبارة عن متغير عشوائي.

من خلال هذه المنهجية المبينة، تكون النماذج المحددة (ARMA) عبارة عن نماذج خطية. قام بعد ذلك بعض المؤلفين ك "Tong, 1990" بربط هذه المنهجية بالنماذج الغير خطية. يمكن أن ترتبط خاصية اللاخطية بسيرورة من الدرجة 1 (متوسط العينة)، يطلق على هذه النماذج ب: نماذج الانحدار الذاتي ذو العتبات (Threshold – AR) TAR، النماذج الشبه خطية Bilinear، نماذج EXAR (AR EXponentiels)،... إلخ...

يمكن أن تتعلق اللاخطية أيضاً بتباين العينة (سيرورة من الدرجة الثانية)؛ تم إقتراح نماذج (Autregressive ARCH Conditionnal Heteroscedasticity) بواسطة Engle في عام 1982. فتحت هذه النماذج المجال امام إنشاء العديد من النماذج الأخرى (Guegan, 1994)، بضم هذا المبدأ مع نماذج ARMA (CHAR – MA, GARCH).

في هذا الجزء، نعرّف نماذج السلاسل الزمنية العشوائية المستقرة والغير مستقرة وكيفية الفصل بينهما عن طريق اختبار الجذور الوحيدة (الفصل 3). نقدم بعد ذلك التنبؤ بالمبيعات باستخدام منهجية Box and Jenkins (الفصل 4). وأخيراً، يتعلق الفصل 5 الامتداد إلى نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA والنماذج الغير الخطية ARCH.

نماذج السلاسل الزمنية العشوائية المستقرة والغير مستقرة

سيتم التطرق من خلال هذا الفصل الى نماذج السلاسل الزمنية العشوائية المستقرة والغير مستقرة، وكذا الى كيفية التمييز بين السلسلة من النوع التحيدي (TS) والسلسلة من النوع العشوائي (DS). علاوة على ذلك يقدم هذا الفصل بعض اختبارات الجذور الوحيدة المستخدمة في دراسة استقرارية السلاسل الزمنية، ويصف نماذج ARMA و ARIMA ويوضح كيفية استخدامها لنمذجة تطور سلسلة زمنية.

I. خصائص السلسلة الزمنية:

1. العشوائية:

وتتمثل في المركبة العشوائية التي تكون قد تولدت عن ظروف عشوائية. وهي تعبر عن التذبذبات غير المنتظمة²⁴. ويمكن الكشف عن المركبة العشوائية إما عن طريق تحليل المعلومات بيانياً، أو باستعمال الاختبارات الإحصائية. إلا أن الطريقة الأولى لا تبين لنا بصفة واضحة هذه المركبة لذا سوف نلجأ إلى الاختبارات الإحصائية.

2. الاستقرارية:

تكون السلسلة العشوائية مستقرة، إذا تذبذبت حول وسط حسابي ثابت، مع تباين وتباين مشترك ليس لهم علاقة بالزمن، أي أن²⁵:

$$E(Y_t) = E(Y_{t+k}) = \mu$$

$$VAR(Y_t) = VAR(Y_{t+k}) = \gamma_0$$

$$COV(Y_t, Y_{t+k}) = COV(Y_{t+k}, Y_{t+k+s})$$

حيث أنه تجدر الإشارة الى أنه يجب التمييز بين أنواع الاستقرارية، على النحو التالي:

²⁴مولود حشمان (مرجع سابق) ص111.

²⁵ Régis Bourbonnais, Michel Terraza. (2016), « Analyse des séries temporelles : Cours et exercices corrigés - Applications à l'économie et à la gestion », 4ème édition, Dunod, Paris, France, p84.

1.2. الاستقرارية التامة Strictly Stationary:

يقال أن السلسلة $\{X_t\}$ استقرارية تامة إذا كان التوزيع الاحتمالي المشترك للمتغيرات $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$ هو نفس التوزيع الاحتمالي المشترك للمتغيرات $X_{t_1+k}, X_{t_2+k}, \dots, X_{t_n+k}$ و لجميع النقاط الزمنية المختارة t_1, t_2, \dots, t_n ولأي ثابت فتكون السلسلة الزمنية استقرارية تامة بتحقيق الشروط الثلاثة السابقة.

2.2. الاستقرارية الضعيفة Weak Stationary:

إن مفهوم الاستقرارية الضعيفة يسمح للتوزيع الاحتمالي المشترك للمتغيرات $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$ بالتغير لحد ما مع الزمن. و لكن يتطلب أن يكون الوسط و التباين ثابتين . كذلك يتطلب أن يكون التباين $Cov(X_t, X_{t+k})$ دالة لفترات الإبطاء للفترة k فقط و لا يعتمد على الزمن t . كما يقال للسلسلة الزمنية $\{X_t\}$ بأنها مستقرة من الرتبة الثانية Second-order Stationary إذا حققت الشروط الآتية : (Priestley, 1981)

$$-1 \quad E(X_t) = \mu \quad \text{حيث } \mu \text{ كمية ثابتة لا تعتمد على } t.$$

$$-2 \quad \text{Var}(X_t) = \sigma^2_X \quad \text{حيث أن } \sigma^2 \text{ كمية ثابتة لا تعتمد على الزمن } t.$$

$$-3 \quad \text{Cov}(X_{t_1}, X_{t_2}) = \gamma(t_2 - t_1) \quad \text{دالة بدلالة } |t_2 - t_1| \text{ فقط.}$$

3. مفهوم الارتباط الذاتي:

يعتبر الارتباط الذاتي أحد المشاكل التي يترتب على وجودها عدم الدقة في قياس معاملات العلاقات الاقتصادية عند استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية.

1.3 تعريف الارتباط الذاتي:

يشير الارتباط الذاتي بوجه عام إلى وجود ارتباط بين القيم المشاهدة لنفس المتغير. وفي نماذج الانحدار عادة ما تشير مشكلة الارتباط الذاتي إلى وجود ارتباط بين القيم المتتالية للمتغير العشوائي. وفي هذه الحالة تكون قيمة معامل الارتباط بين القيم المتتالية للمتغير العشوائي غير مساوية للصفر. ووجود مشكلة الارتباط الذاتي يخل بأحد الافتراضات التي تقوم عليها طريقة المربعات الصغرى العادية، وهي تعني أن خطأ ما حدث في فترة زمنية ما، ثم أخذ يؤثر في الأخطاء الخاصة بالفترات التالية بطريقة تؤدي لتكرار نفس الخطأ أكثر من مرة. أي أنه يوجد هناك خطأ واحد ولكنه يتكرر في كل الفترات التالية بما يؤدي لظهور قيم الحد العشوائي عند مستوى يختلف عن القيم الحقيقية²⁶.

2.3 دوال الارتباط الذاتي:

أ-دالة الارتباط الذاتي البسيط:

تهتم هذه الدالة بدراسة العلاقة بين السلسلة ذاتها، أي الكشف عن الارتباطات الداخلية للسلسلة الزمنية. لتكن (Y_t) سلسلة زمنية مستقرة و k معامل تأخير، يحدد الارتباط الذاتي بالعلاقة²⁷:

²⁶ عبد القادر محمد عبد القادر عطية (الحديث في الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق) الدار الجامعية الإبراهيمية - الإسكندرية - 2005 ص 440.

²⁷ J.C.USUNIER, (1982), (Pratique de la prévision à court terme) édition Dunod, Paris. p45.

$$\rho(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^N (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t \quad \text{حيث } \bar{y} \text{ تمثل المتوسط الحسابي}$$

كما يمكن صياغة الارتباط الذاتي بدلالة التباين والتباين المشترك :

$$\rho(k) = \frac{COV(y_t, y_{t-k})}{\sqrt{VAR(y_t).VAR(y_{t-k})}}$$

إذن من الملاحظ أن الارتباط الذاتي يقيس درجة الارتباط بين متغيرات السلسلة $\{y_t, \forall t \in \mathbb{Z}\}$ وبين السلسلة

الأصلية $\{y_{t-k}, \forall t \in \mathbb{Z}\}$ المنحازة بدرجة (k).

خصائص الارتباط الذاتي:

- الارتباط الذاتي متناظر حول الصفر أي أن: $\rho(k) = \rho(-k)$

- الارتباط الذاتي محصور بين القيمة: $-1 \leq \rho(k) \leq +1$

- عندما $k=0$ فإن $\rho(k)=1$ وبالتالي ارتباط السلسلة تام.

- لا فائدة من حساب $\rho(k)$ عند عدم استقرار السلسلة الزمنية.

- نختار درجة التأخر (Décalage) حسب عدد المشاهدات المتاحة والمحددة بالعلاقة $k = T/4$.

ب- دالة الارتباط الذاتي الجزئية :

لتكن (Y_t) سلسلة زمنية مستقرة و k معامل تأخير، يقيس معامل الارتباط الذاتي الجزئي العلاقة بين قيم متتالية لمتغير ما خلال فترتين مع ثبات قيم الفترات الأخرى و يعطى بالعلاقة التالية²⁹:

$$r_k = \frac{\text{cov}[(y_t - y_t^*)(y_{t-k} - y_{t-k}^*)]}{\sqrt{v(y_t - y_t^*)}\sqrt{v(y_{t-k} - y_{t-k}^*)}}$$

حيث أن y_t^* و y_{t-k}^* متغيرات نحصل عليها من انحدار y_t و y_{t-k} (كل على حدا) على سلسلة المتغيرات التالية: $\{y_{t-k+1}, \dots, y_{t-2}, y_{t-1}\}$ وبالتالي فإن :

$$y_t^* = \sum_{j=1}^{k+1} \alpha_j y_{t-j} \quad , \quad y_{t-k}^* = \sum_{j=1}^{k+1} \alpha'_j y_{t-j}$$

حيث α و α' معاملات يحصل عليها بطريقة (MCO).

ج- منحنى دالة الارتباط الذاتي (Corrélogramme):

²⁸ (J.C.USUNIER) Op.cit p 92.

²⁹ (J.C.USUNIER) Op.cit p 37.

هذا المنحنى هو تمثيل بياني لدالة الارتباط الذاتي البسيط (AC) ولدالة الارتباط الذاتي الجزئي (ACP)³⁰ ، هذا التمثيل البياني يسمح بـ :

– الكشف عن وجود مركبة موسمية.

– اختبار استقرار السلسلة الزمنية.

– الكشف عن وجود ارتباط المتغيرات الداخلية.

– تحديد معاملات النموذج SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)

ولتسهيل تحليل المنحنى البياني لدالة (AC) نضع مجال ثقة للقيم المقروءة، بالاعتماد على تباين $\hat{\rho}(k)$ المحدد بالعلاقة³¹ :

$$VAR[\hat{\rho}(k)] \approx \frac{1}{N} \left[1 + 2 \sum_{i=1}^k \hat{\rho}^2(i) \right]$$

وباعتبار أن $\rho(k)$ تتبع في توزيعها القانون الطبيعي فإن مجال الثقة لـ $\rho(k)$ بدرجة $(1-\alpha) = 0.95$ محدد بـ :

$$\pm 1,96\sqrt{VAR[\hat{\rho}(k)]}$$

وبالتالي يمكن اختبار عشوائية السلسلة $[E(y_t) = 0]$ وذلك بوجود كل قيم $\rho(k)$ بداخل هذا المجال.

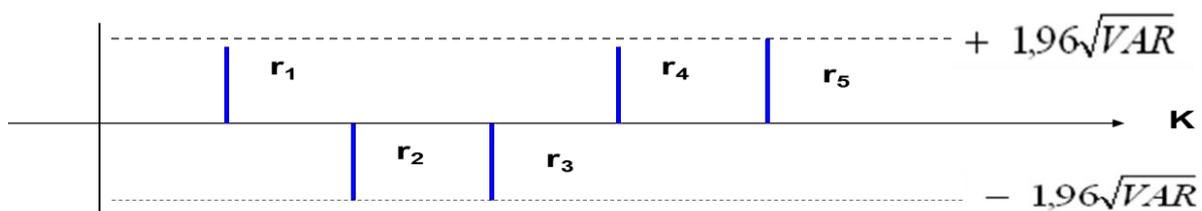
وبالنسبة لدالة (ACP) فإنها أيضا تتبع توزيعا طبيعيا ذو تباين مقدر بـ :

$$VAR[\hat{r}(k)] \approx 1/T$$

ويحدد مجال الثقة بـ :

$$\pm 1,96\sqrt{VAR[\hat{r}(k)]}$$

شكل 4 رسم بياني لدالة الارتباط الذاتي



4. الخصائصية (Ergodicité):

تتبع هذه الفكرة الأساسية من الاعتبار التالي: نحن نعلم أن أي سلسلة زمنية ما هي الا تحقيق لعملية عشوائية خاصة وبالتالي فإن كل مشاهدة هي عبارة عن إحدى التحقيقات للمتغير العشوائي المقابل. إذن، كيف يتم حساب التوقع الرياضي، التباين ودالة الارتباط الذاتي لهذا المتغير في حين أنه يتوجب علينا معرفة أكثر من نقطة (مشاهدة) لكل متغير

³⁰–من الآن فصاعدا نعبّر عن دالة الارتباط الذاتي البسيط بالرمز (AC) وبالرمز (ACP) لدالة الارتباط الذاتي الجزئي.

³¹ (J.C.USUNIER) Op.cit p 92-93.

عشوائي؟ بعبارة أخرى، بما أننا لا نستطيع القيام بحسابات احصائية في الحالة، فإنه يتوجب علينا البحث عن طريقة أخرى .

يمكننا القول اذن، عن العملية المستقرة أنها تتميز بالخصائصية (Ergodique) إذا أمكن حساب كل خصائصها (الوسط الحسابي، التباين، دالة الارتباط الذاتي) استنادا لمسار واحد فقط من هذه العملية (بطريقة عملية مشاهدة سلسلة زمنية لمدة كافية). باختصار، هذا يساعدنا على أن نقرر أن السلسلة الزمنية المشاهدة هي عبارة عن عملية نموذجية أم لا . على سبيل المثال التوقع الرياضي للعملية هي نهاية معدل (الوسط الحسابي) قيم مشاهدات السلسلة، عندما تؤول فترة المشاهدات إلى ما لانهاية.

هناك مجموعة من الشروط اللازمة كي تكون العملية المستقرة خصائصية، وهذا هو غرض النظرية الخصائصية «la هناك مجموعة من الشروط اللازمة كي تكون العملية المستقرة خصائصية، وهذا هو غرض النظرية الخصائصية «la (Théorie Ergodique:conjecture de Boltzmann)».

II نماذج السلاسل الزمنية العشوائية والمستقرة (نماذج ARMA):

تتكون تشكيلة النماذج العشوائية من نماذج الانحدار الذاتي (AR)، ونماذج المتوسطات المتحركة (MA)، والنماذج المختلطة من نماذج الانحدار الذاتي ونماذج المتوسطات المتحركة (ARMA) بالإضافة إلى النماذج الممتدة (ARIMA, SARIMA)، ومن شروط استعمال هذه النماذج يجب أن تكون السلسلة الزمنية مستقرة.

1. نموذج الانحدار الذاتي AR(p):

في نماذج السلاسل الزمنية غالبا ما تكون المتغيرات المستقلة معتمدة الواحدة على الأخرى، وذلك لكونها مشتقة من مشاهدات نفس الظاهرة (y_t) باعتماد فترات زمنية مرتدة كما هو موضح في النموذج التالي:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

حيث أن:

y_t : تمثل قيمة الظاهرة في الفترة t .

y_{t-1}, \dots, y_{t-p} : تمثل قيمة الظاهرة نفسها في فترات زمنية سابقة (متغيرات مرتدة زمنية).

ويعرف هذا النموذج بنموذج الانحدار الذاتي بدرجة (p) (Auto-regressive model) واختصارا يشار إليه

بـ AR(p).

عندما تكون $p=1$ يصبح النموذج من الدرجة الأولى ويسمى أحيانا بعملية ماركوف ويكتب كالاتي:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

وعندما تكون $p=2$ يصبح النموذج من الدرجة الثانية وهو ما يعرف بأسلوب أو عمليات ييل ويكتب كالاتي:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$$

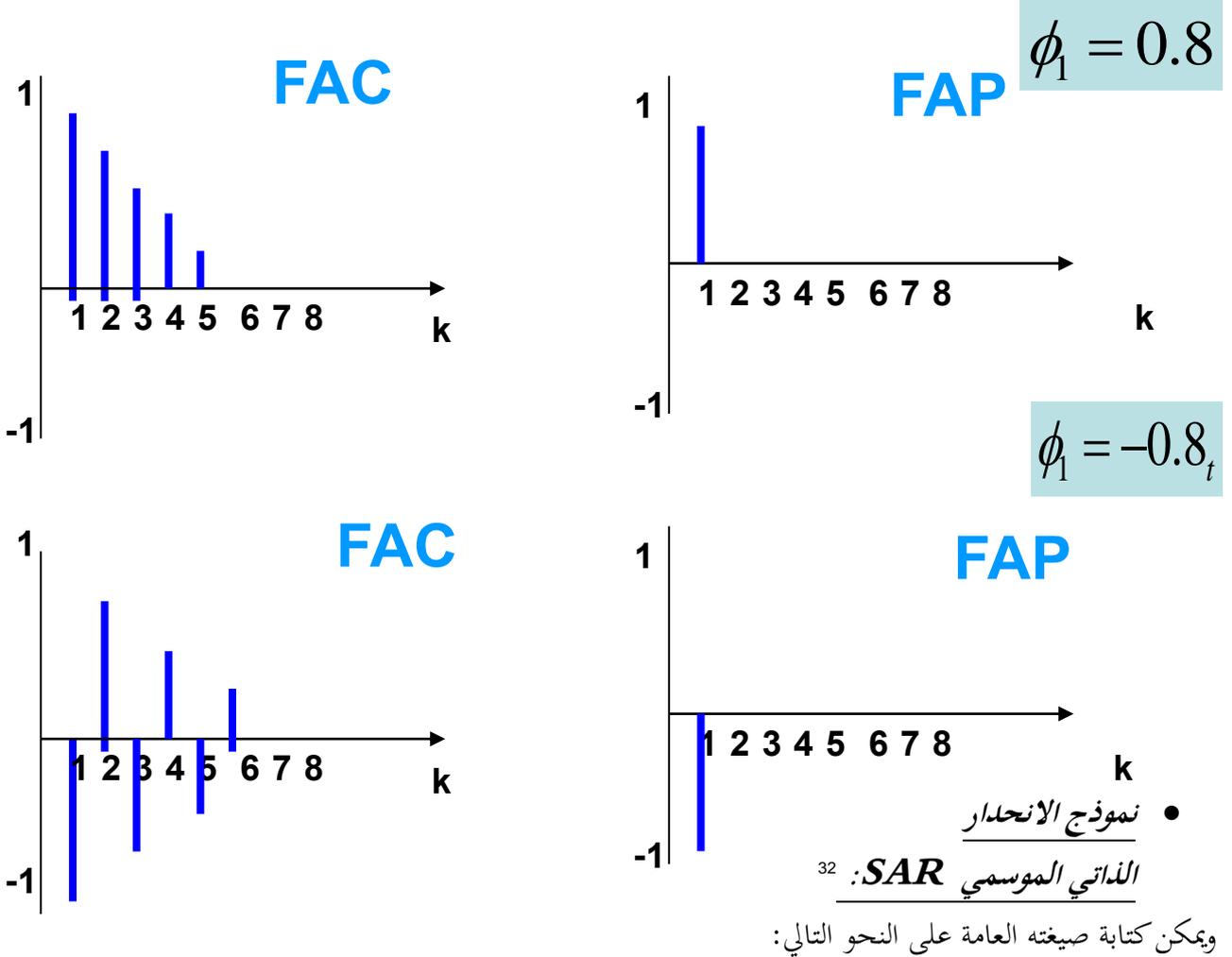
لمنحني دالة الارتباط الذاتي البسيط للنموذج AR(p) خاصية التناقص الهندسي في حدوده من النوع:

$$\rho_k = \rho^k$$

أما بالنسبة لمنحنى دالة الارتباط الجزئي p حد الأولى تختلف عن الصفر.

$$AR(1) : y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

مثال:



$$y_t = \phi_{1s} y_{t-s} + \phi_{2s} y_{t-2s} + \dots + \phi_{ps} y_{t-ps} + \varepsilon_t$$

حيث: ϕ_{is} : تمثل معالم الانحدار الذاتي الموسمي $i=1, \dots, P$

P : تمثل درجة النموذج الموسمي.

2. نموذج المتوسطات المتحركة $MA(q)$ ³³

في نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة q , كل قيمة y_t معممة بمتوسط متزن لعنصر الخطأ العشوائي حتى

للمدة q :

³² ناظم عبد الله عبد المحمدي، م.م. سعدية عبد الكريم طعمه، استخدام نماذج السلاسل الزمنية الموسمية للتنبؤ باستهلاك الطاقة الكهربائية في مدينة الفلوجة، مجلة جامعة الأنبار للعلوم الاقتصادية والإدارية، المجلد 4، العدد 7، 2011.

³³ Regis BOURBONNAIS, (op-cit) p241.

$$MA(1) : y_t = \varepsilon_t - \alpha_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$MA(2) : y_t = \varepsilon_t - \alpha_1 \varepsilon_{t-1} - \alpha_2 \varepsilon_{t-2}$$

.....

$$MA(q) : y_t = \varepsilon_t - \alpha_1 \varepsilon_{t-1} - \alpha_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \alpha_q \varepsilon_{t-q}$$

أين $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$ معاملات ويمكن أن تكون إما سالبة أو موجبة، و ε_t هو الخطأ العشوائي (Aléa Gaussien).

هذا النموذج مثله مثل نموذج الانحدار الذاتي فإن الأخطاء العشوائية هي مفترضة أنها ناتجة عن الخطأ الأبيض. ويمكن تفسير نموذج المتوسطات المتحركة كأنه تمثيل لسلسلة زمنية متوسطة متأثر بشكل عشوائي (الخطأ العشوائي). مع العلم أنه يوجد هنا مساواة بين نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة الأولى (MA(1)) ونموذج الانحدار الذاتي من درجة ما لا نهاية (AR(∞)) :

$$MA(1) = AR(\infty)$$

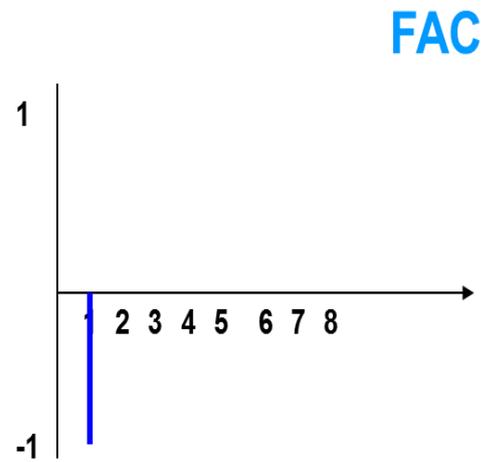
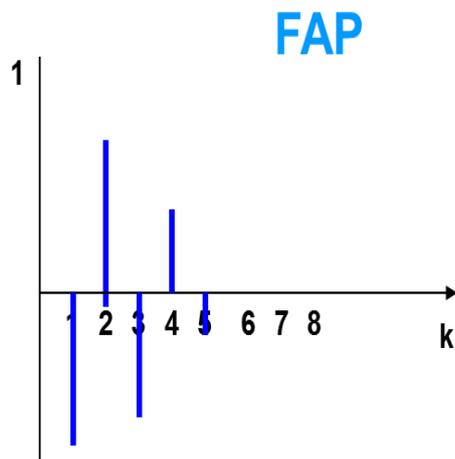
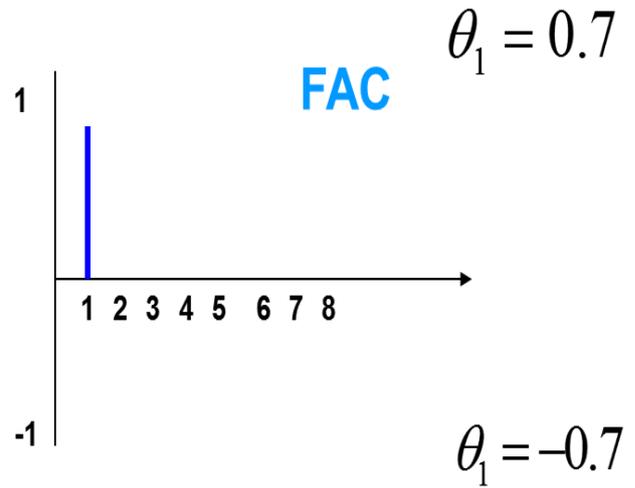
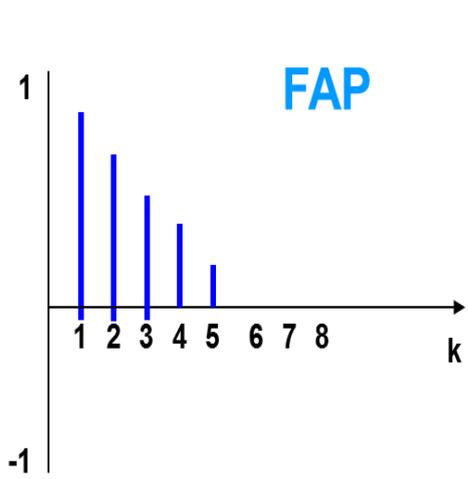
وتأخذ دالة الارتباط الذاتي البسيط الصيغة التالية:

$$\rho_k = \frac{\sum_{i=0}^{i=q-k} \alpha_i \alpha_{i+k}}{\sum_{i=0}^{i=q} \alpha_i^2} \text{ pour } k = 0, 1, \dots, q \text{ et } \rho_k = 0 \text{ pour } k > q$$

بمعنى أنه إلا q حد الأول لمنحنى الارتباط الذاتي البسيط التي تختلف جوهريا عن الصفر. ومنحنى الارتباط الذاتي الجزئي له خاصية الانخفاض الهندسي للتأخرات.

$$MA(1) : y_t = \varepsilon_t - \alpha_1 \varepsilon_{t-1}$$

مثال:



• نماذج المتوسط المتحرك الموسمي *SMA* :³⁴

باستخدام عامل التباطؤ D ينتج:

$$y_t = \alpha_s (D^s) \varepsilon_t = (1 - \alpha_s D^s - \alpha_{2s} D^{2s} - \dots - \alpha_{Qs} D^{Qs}) \varepsilon_t$$

وتصبح الصيغة العامة لنموذج المتوسط المتحرك الموسمي من الدرجة Q تأخذ الشكل التالي:

$$y_t = \varepsilon_t - \alpha_s \varepsilon_{t-s} - \alpha_{2s} \varepsilon_{t-2s} - \dots - \alpha_{Qs} \varepsilon_{t-Qs}$$

حيث i_s تمثل معالم نموذج المتوسط المتحرك الموسمي مع $i = 1, \dots, Q$ و $-1 < \alpha < 1$ و Q تمثل درجة النموذج الموسمي و S تمثل طول الفترة الموسمية.

³⁴ ناظم عبد الله عبد الحمدي، م.م. سعدية عبد الكريم طعمه، مرجع سابق.

3. النماذج المختلطة ARMA(p,q):

إن النماذج من النوع ARMA(p,q) هي مزيج من AR(p) و MA(q) ، لكن الأخطاء به مرتبطة في وحدة الزمن، الأمر الذي يسمح بكتابة السلسلة الزمنية المدروسة بالشكل التالي :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + u_t \dots\dots\dots(\alpha)$$

حيث أن u_t معرف بالعلاقة:

$$u_t = \varepsilon_t - \alpha_1 \varepsilon_{t-1} - \alpha_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \alpha_q \varepsilon_{t-q}$$

يفترض أن يكون AR(p) و MA(q) مستقرين³⁵ في وحدة الزمن وبالتالي ARMA(p,q) مستقر تعريفاً.

المعادلة (α) للنموذج المختلط ARMA (p q) تمتاز بما يلي: 36

- (0.0) ARMA تصبح السلسلة y_t هي خطأ أبيض .
- (P.0) ARMA يصبح النموذج هو (P) AR.
- (0.q) ARMA يصبح عند إذن النموذج (q) MA .
- دالة الارتباط الذاتي البسط و الجزئية تمتاز تناقص أسّي بعد p و q تأخر.

إذا كانت لدينا سلسلة زمنية تضم بين طياتها مركبة الاتجاه العام ومركبة الموسمية فيجب استبعاد ذلك (نظراً لتأثيره على استقرار السلسلة) بواسطة استخدام طريقة الفروق، ويختبر استقرار السلسلة باستخدام اختبار الجذور الوحيدة مثل اختبار (Philips et Perron) و التي سنتطرق إليها لاحقاً بالتفصيل أو بإحدى الطرق التالية:

- 1- تجزئة السلسلة المعدلة إلى جزئين متساويين ، ونحسب لكل منهما المتوسط الحسابي والتباين فإذا كان هذين الأخيرين متساويين بالقيمة، وكان منحنى دالة AC لكل سلسلة منهما متطابق على الآخر، فالسلسلة مستقرة في وحدة الزمن.
- 2- تناقص منحنى دالة AC كلما زادت قيمة k حتى القيمة الموافقة لـ: $N/4$ حيث يجب أن يكون المنحنى ضمن مجال ثقته.

- 3- إذا كان الخطأ العشوائي يشكل تشويشاً أبيضاً (Bruit Blanc)، بمعنى أن ε موزع توزيعاً طبيعياً ويحقق شروط الفرضيات الكلاسيكية، ويسمح بالحصول على متتالية من المتغيرات العشوائية ذات متوسط معدوم وتباين ثابت، وعند رسم دالة ارتباطه الذاتي (Corrélogramme des Résidus) يكون المنحنى محصوراً بكامله داخل مجال ثقته.
- ومن أجل تحديد نوع النموذج ودرجته نقوم بتحليل منحنى دالة الارتباط الذاتي الملخص في الجدول -3-:

³⁵ B.COUTROT et F.DROESBEKE (1989), « Les méthodes de prévision -Que sais-je », Edition P.U.F Paris, p 61-66.
³⁶ Hassen BENNACEUR. (2010), « Econometrie : Notes De Cours_ Exercices Corriges », Centre De Publication Universitaire, Tunisie, p 291.

جدول 3 خصائص منحنى الارتباط الذاتي

FAP	FAC	النموذج
$1 < k$ بالنسبة لكل $= 0$	تناقص أسّي	AR(1)
$2 < k$ بالنسبة لكل $= 0$	تناقص أسّي	AR(2)
$p < k$ بالنسبة لكل $= 0$	تناقص أسّي	AR(p)
تناقص باستمرار	$1 < k$ بالنسبة لكل 0 تساوي	MA(1)
تناقص باستمرار	$2 < k$ بالنسبة لكل 0 تساوي	MA(2)
تناقص باستمرار	$q < k$ بالنسبة لكل 0 تساوي	MA(q)
تناقص أسّي	تناقص هندسي ابتداء من أول تأخر	ARMA(1,1)
تأخر p - q تناقص أسّي بعد	تأخر p - q تناقص أسّي بعد	ARMA(p,q)

Source : REGIS BOURBONNAIS (op-cit) p242.

الآن بعد تحديد طبيعة كثير الحدود ، تبقى كيفية تحديد درجته ، ففي حالة كثير الحدود AR (p), MA (q) تحدد الدرجة p أو q وفقا لأكثر معامل تأخير (k) استقرت عنده السلسلة، أما في حالة كثير الحدود ARMA (p , q) فيحدد بنفس الأسلوب السابق على أساس التجزئة، أو عن طريق التجربة وملاحظة منحنى دالة الارتباط (Corrélogramme). كما نجد عدة معايير لاختيار النموذج المناسب أهمها:

$$AIC = \log \hat{\sigma}_{\hat{\varepsilon}}^2 + \frac{2(p+q)}{T} \quad \text{- معيار Akaike (1969):}$$

$$SIC = \log \hat{\sigma}_{\hat{\varepsilon}}^2 + (p+q) \frac{\log T}{T} \quad \text{- معيار Schwars (1978):}$$

$$HQ(p,q) = \log \hat{\sigma}_{\hat{\varepsilon}}^2 + (p+q)c \frac{\log T}{T} \quad \text{- معيار Hannan-Quinn (1979):}$$

مع $c > 2$ ثابت.

وهنا يكون الاختيار على أساس أصغر قيمة للمعيار، أي نفضل النموذج الذي يحقق أصغر HQ, SIC, AIC .

• نماذج الانحدار الذاتي المتوسط المتحرك الموسمي: SARMA

عند دمج نموذج الانحدار الذاتي الموسمي مع نموذج المتوسط المتحرك الموسمي نحصل عمى نموذج مركب ويرمز له SARMA(P,Q) ويعبر عن هذه النماذج بالشكل التالي:

$$y_t = \phi_{1s} y_{t-s} + \phi_{2s} y_{t-2s} + \dots + \phi_{ps} y_{t-ps} + \varepsilon_t - \alpha_s \varepsilon_{t-s} - \alpha_{2s} \varepsilon_{t-2s} - \dots - \alpha_{qs} \varepsilon_{t-qs}$$

III. نماذج السلاسل الزمنية العشوائية الغير مستقرة:

1. أنواع السلاسل الزمنية الغير مستقرة:³⁷

1.1. النموذج (Trend. Stationary) TS:

هذه النماذج غير مستقرة و تبرز عدم استقراريتها التحديدية و يعطى على الشكل التالي:

$$y_t = \mu + \beta_t + \varepsilon_t$$

$\gamma(t)$ كثير حدود بدلالة الزمن.

ε_t : خطأ أبيض.

و جل هذه النماذج نكتب على سياق كثير حدود من الرتبة الأولى على النحو التالي: $y_t = a_0 + a_1 t + \Sigma_T$

هذا النموذج غير مستقر كونه مرتبط بالزمن و من أجل إرجاعه مستقرا و جب تقدير المعالم a_0 a_1 باستعمال MCO

– و أحسن طريقة لإرجاعه مستقرا هي الطريقة الانحدارية.

1.2. السيرورة (Differency. Stationary) DS:

و تمثل النوع الثاني من السلاسل الغير مستقرة و تبرز عدم استقرارية عشوائية و تعطى على النحو التالي:

$$z_t = (1 - L)^d y_t = \Delta^d y_t$$

$$z_t = (1 - L)y_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$(1 - D)^d y_t = B + e_t$$

حيث أن:

B. ثابت حقيقي

d. درجة التأخر.

فإذا كانت $0=B$ يسمى النموذج DS بدون مشتقة و يكتب على النحو التالي:

$$Y_T = Y_{T-1} + \varepsilon_t$$

و يسمى في هذه الحالة ب Radom Walk Model

$0 \neq B$ يسمى نموذج DS بالمشتقة و يكتب على النحو التالي:

$$y_t = y_{t-1} + B + \varepsilon_t$$

³⁷- R. BOURLOUMAIS op cit p 230.

من أجل إرجاع النموذج مستقرا تستعمل طريقة الفروقات .

2. اختبارات الكشف عن استقرارية السلسلة الزمنية:

1.2 اختبار: (Dickey – Fuller 1979)D.F:³⁸

يسمح الاختيار بمعرفة إن كانت السلسلة مستقرة أم لا و معرفة نوع السلسلة الغير مستقرة TS أو DS و يعتمد الاختبار على ثلاث نماذج هي:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \dots \dots \dots (1) \quad \text{* نموذج الانحدار الذاتي:}$$

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \beta + \varepsilon_t \dots \dots \dots (2) \quad \text{* نموذج الانحدار الذاتي مع وجود ثابت:}$$

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + b_t + c + \varepsilon_t \dots \dots \dots (3) \quad \text{* نموذج الانحدار الذاتي مع وجود الاتجاه العام:}$$

و نقوم بتقدير ϕ^1 باستعمال طريقة MCO من أجل النماذج الثلاث و كذلك الانحراف المعياري.

- تقدير التباين في المدى القصير بالعلاقة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2$$

- تقدير التباين في المدى الطويل بالعلاقة التالية:

$$s_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2 + 2 \sum_{i=1}^l \left(1 - \frac{i}{l+1}\right) \sum_{t=1}^n e_t e_{t-i}$$

ومن أجل تقدير هذا التباين في المدى الطويل، من المهم تحديد رقم التأخر l ، ويساوي بالتقريب:

$$l = 4(n/100)^{2/9}$$

حيث أن n عدد المشاهدات.

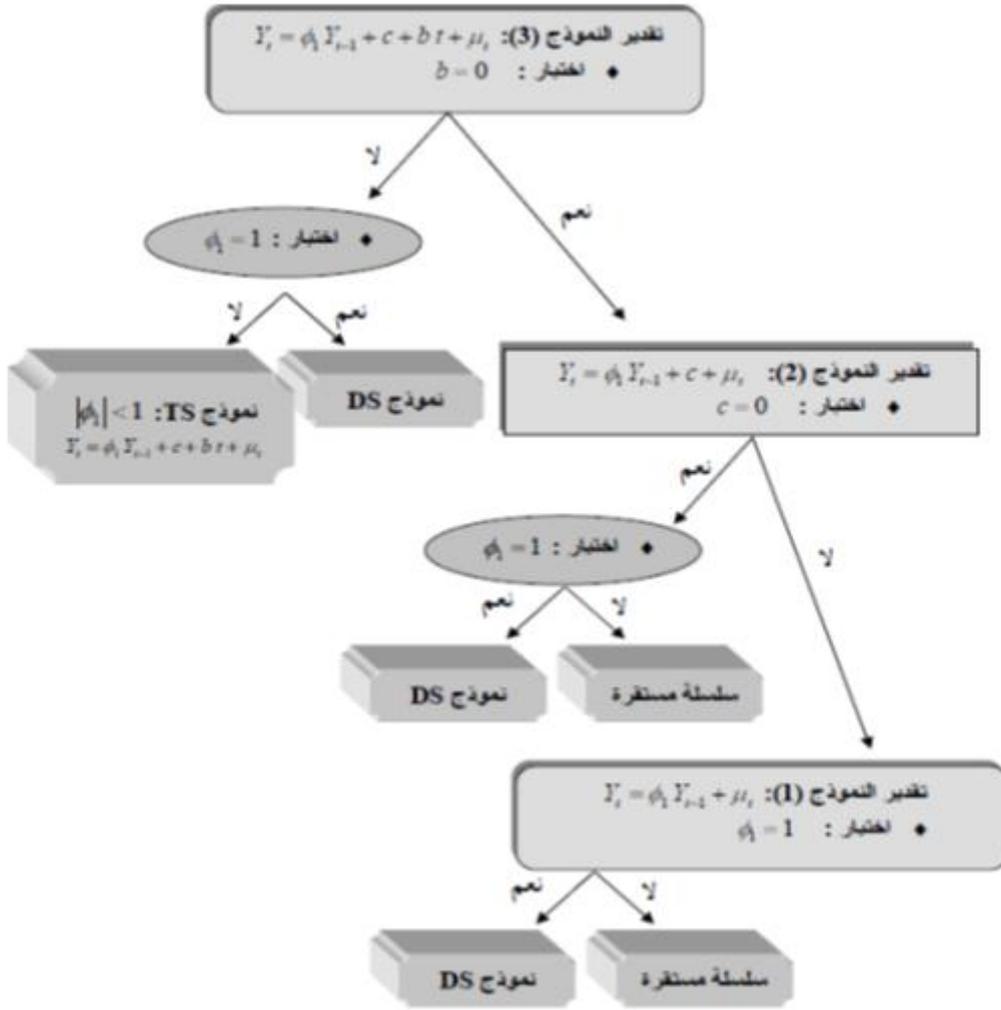
$$t_{\phi_1}^* = \sqrt{k} * \frac{(\hat{\phi}_1 - 1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}} + \frac{n(k-1)\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}}{\sqrt{k}} \quad \text{- حساب الإحصائية:}$$

$$k = \frac{\hat{\sigma}^2}{s_t^2} \quad \text{حيث:}$$

إذا كانت $t_{\hat{\phi}_1} \geq t_{TAB}$ يعني وجود جذر وحدي و لتوضيح اختبار DF أكثر نستعين بالمخطط التالي:

³⁸-Régis Bourbonnais op-cite p 149.

شكل 5 مخطط لتوضيح اختبار DF



المصدر: Régis Bourbonnais, op-cité, p236.

2.2 اختبار (Dickey – Fuller Augmentés (1981)

جاء هذا الاختبار لسد بعض النقائص التي ظهرت في اختبار D.F البسيط اختبار D.F.A يقوم على أساس الفرضية البديلة $1 < \phi_1$ / و يعتمد على النماذج الثلاث:³⁹

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta y_t = \lambda y_{t-1} - \sum_{j=2}^p \phi_j \Delta y_{t-j+1} + \mu_t \dots \dots \dots (4) \\ \Delta y_t = \lambda y_{t-1} - \sum_{j=2}^p \phi_j \Delta y_{t-j+1} + c + \mu_t \dots \dots \dots (5) \\ \Delta y_t = \lambda y_{t-1} - \sum_{j=2}^p \phi_j \Delta y_{t-j+1} + c + bt + \mu_t \dots \dots \dots (6) \end{array} \right.$$

³⁹- Régis Bourbonnais op-cite p 234.

P-رقم التأخير

يتم تحديد درجة p عن طريق معياري AKaïke أو Schwarz

3.2. اختبار (Phillips Et Perron (1988):⁴⁰

و تتمثل خطوات هذا الاختبار فيما يلي:

1. التقدير بواسطة المربعات الصغرى للنماذج الثلاث لـ DF و ذلك من أجل تقدير الباقي e_t

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2 \quad \text{2. تقدير التباين في المدى القصير:}$$

3. تقدير التباين في المدى الطويل:

$$s_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2 + 2 \sum_{i=1}^l \left(1 - \frac{i}{l+1}\right) \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t e_{t-i}$$

و من أجل تقدير هذا التباين في المدى الطويل، من المهم تحديد رقم التأخر L و يساوي بالتقريب

$$l = 4(n/100)^{2/9}$$

حيث أن n : عدد المشاهدات.

4- حساب الإحصائية:

$$t_{\hat{\phi}_1}^* = \sqrt{k} * \frac{(\hat{\phi}_1 - 1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}} + \frac{n(k-1)\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}}{\sqrt{k}}$$

$$k = \frac{\hat{\sigma}^2}{s_t^2} \quad \text{حيث:}$$

ومقارنة هذه الإحصائية مع القيمة الجدولية في جدول Makinon.

إذا كانت $t_{\hat{\phi}_1} \geq t_{TAB}$ نقبل الفرضية العدمية $H_0: \phi_1 = 1$ السلسلة الزمنية غير مستقرة.

3.2. اختبار KPSS (1992):⁴¹

اقترح كل من Kwiatkowski *et al.* سنة 1992 استخدام مضاعف Lagrange (LM) لفرضية العدم التي

تقرر الاستقرار للسلسلة ويمر اختبار KPSS بالمرحلة التالية :

1. حساب المجموع الجزئي للبواقي $st = \sum_{i=1}^t e_i$ بعد تقدير النماذج 2 و 3 .

⁴⁰-Régis Bourbonnais, Michel Terraza. (2016), op.cit., p 10-17.

⁴¹- Régis bourbonnais op.cit. p 235.

2. تقدير التباين الطويل الأجل s_t^2 بنفس طريقة Phillips Perron.

$$LM = \frac{1 \sum_{t=1}^m s_t^2}{s^2 n^2} \text{ من العلاقة kpsس إحصائية}$$

نرفض فرضية العدم (الاستقرار) إذا كانت الإحصائية LM أكبر من قيمة الحرجة المستخرجة من الجدول المعد من طرف Kwiatkowski et al.

5.2 اختبار (Elliot, Rothenberg et Stock (1996):

هذا الاختبار و المعروف ب ERS ، يعتبر بمثابة نقطة أمثلية بالنسبة لجذر الوحدة حيث أنه يعتمد على شبه الفروقات المطبقة على السلسلة x_t ، فهو يحسن من قوة الاختبار مقارنة مع الاختبارات القياسية ل Dickey-Fuller.

$$\text{لتكن: } Y_t = x_t - \alpha x_{t-1} \text{ و } y_t = z_t - \alpha z_{t-1}$$

مع: $z_t=1$ في حالة بدون مشتقة (النموذج الأول من اختبار Dickey-Fuller)، $z_t=1, \dots, t$ في حالة وجود مشتقة (النموذج الثاني)، و $\alpha = 1 - c/n$ حيث $c=7$ اذا كانت السلسلة لا يبدو أنها تحتوي على اتجاه عام و $c=13,5$ اذا كان يبدو أن هذه السلسلة تحتوي على اتجاه عام.

ليكن النموذج: $Y_t = y_t a + \varepsilon_t$. نقوم بتقدير المعامل a بطريقة المربعات الصغرى المعممة (MCG):

$$Z_t = x_t - \hat{a}' z_t \text{ . الأمر الذي يسمح بحساب متغير جديد:}$$

في الأخير، تقدير النموذج: $\Delta Z_t = \beta_0 Z_{t-1} - \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta Z_{t-j} + a_t$ يسمح بحساب الإحصائية

ERS حيث أن t هي إحصائية المعامل β_0 (النسبة بين المعامل و انحرافه المعياري) تحت الفرضية العدمية

$$H_0: \beta_0 = 0$$

يتم مقارنة الإحصائية ERS مع القيم الحرجة المستخرجة من الجدول المعد من طرف Elliot and al، اذا كانت

ERS > ERS_{tab} يتم قبول الفرضية العدمية H_0 ، و العكس صحيح.

5.2 اختبار (Ng-Perron(2001):

اقترح كل من Ng and Perron أربع إحصائيات تركز على طريقة المربعات الصغرى المعممة (MCG) المطبقة على معطيات بدون اتجاه عام. هذه الاختبارات عبارة عن نسخة معدلة من اختبارات (1988) Phillips-Perron، Bhargava(1986) و ERS(1996) التي تعتبر اختبارات قوية بالنسبة للانحرافات الكبيرة عندما تكون البواقي مترابطة بشكل سلبي.

لتكن الصيغة: $k = \frac{\sum_{t=2}^n (x_{t-1}^d)^2}{n^2}$ مع x_t^d هي السلسلة x_t بدون اتجاه عام.

الاحصائيات الأربع معرفة بالشكل التالي:

$$MZA = \frac{(n^{-1}(x_t^d)^2 - f_0)}{2k}$$

$$MZt = MZA \times MSB$$

$$MSB = \left(\frac{k}{f_0}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{cases} MPT = \frac{(c^2k - cn^{-1}(x_t^d)^2)}{f_0} \rightarrow \text{إذا كان يبدو أن } x_t \text{ لا تحتوي على اتجاه عام} \\ MPT = \frac{(c^2k - (1-c)n^{-1}(x_t^d)^2)}{f_0} \rightarrow \text{إذا كان يبدو أن } x_t \text{ تحتوي على اتجاه عام} \end{cases}$$

قيمة f_0 هي عبارة عن تقدير طيفي للبقايا من أجل التردد 0 مع $c=-7$ إذا كانت السلسلة لا تحتوي على اتجاه عام و $c=-13,5$ إذا كانت السلسلة تحتوي على اتجاه عام.

يتم مقارنة هذه الاحصائيات الأربعة مع القيم الحرجة المستخرجة من الجدول المعد من طرف Ng and Perron.

3. الامتداد إلى النماذج ARIMA و SARIMA:⁴²

تمكننا اختبارات الجذور الوحيدة من معرفة إن كانت السلاسل الزمنية مستقرة أو غير مستقرة، وفي حالة عدم استقرارها تمكننا كذلك من معرفة إن كانت من النوع TS أو DS.

فإذا كانت من النوع TS فيمكن تحويلها إلى سلسلة مستقرة بطريقة الاتجاه العام بالنسبة للوقت والباقي المقدر يدرس باستعمال منهجية Box-Jenkins. هذا ما يسمح بتحديد الدرجات p و q للأجزاء AR و MA للباقي. وإنما تبقى هنا دائما في حالة النماذج المختلطة ARMA.

وإذا كانت السلسلة المدروسة من النوع DS، يمكن تحويلها إلى سلسلة زمنية مستقرة بالانتقال إلى الفروقات حسب درجة التكامل $I = d$ (بمعنى عدد المرات التي يجب أن نفاضل فيها السلسلة من أجل تحويلها إلى سلسلة مستقرة). والسلسلة المفاضلة تدرس باستعمال منهجية Box-Jenkins التي تسمح بتحديد الدرجات p و q للأجزاء AR و MA. ويسمى هذا النوع من النماذج بـ ARIMA (p,d,q).

والنماذج SARIMA تسمح بمكاملة درجة من التفاضل المرتبطة بالاستقرار المعمم بالتحويلات: $(I - D^s)y_t = y_t - y_{t-s}$ أين s تتبع مدة البيانات ($s = 4$ من أجل بيانات فصلية، $s = 12$ من أجل بيانات شهرية).

⁴² REGIS BOURBONNAIS, op-cit,p243.

التنبؤ باستخدام منهجية

Box and Jenkins

مقدمة:

من خلال دراسة نماذج التلميس الأسي نلاحظ أنها اعتمدت على وجود القانون الأسي الذي يدير السلسلة الزمنية، ولكن في الواقع غير واضح تماماً هذا من جهة ومن جهة أخرى السلاسل الزمنية معقدة جدا بسبب الارتباط الذاتي والفارق الزمني الذي يفصل بين القيم المشاهدة وأثرها على القيم اللاحقة وبالتالي على القيم المقدرة. ففي سنة 1976 توصل BOX-JENKINS في الولايات المتحدة الأمريكية إلى نشر عملهما المتعلق بمعالجة السلاسل الزمنية وكيفية استعمالها في مجال التنبؤ وذلك بالاعتماد على دالة الارتباط الذاتي واستخدام مبدأ المتوسطات المتحركة ومبدأ الانحدار الذاتي، هذا التحليل يخضع السلسلة الزمنية إلى العشوائية نموذج عشوائي (S)ARIMA⁴³.

1- استخراج خصائص السلسلة الزمنية:

تتلخص هذه الطريقة في اجراء مجموعة من التحليلات البيانية و الإحصائية للسلسلة الزمنية كالعشوائية، الموسمية، الاستقرار،....

أ. العشوائية:

وتتمثل في المركبة العشوائية التي تكون قد تولدت عن ظروف عشوائية. وهي تعبر عن التذبذبات غير المنتظمة⁴⁴. ويمكن الكشف عن المركبة العشوائية إما عن طريق تحليل المعلومات بيانيا، أو باستعمال الاختبارات الإحصائية. إلا أن الطريقة الأولى لا تبين لنا بصفة واضحة هذه المركبة لذا سوف نلجأ إلى الاختبارات الإحصائية.

ب. نزع الموسمية:

في حالة ما إذا كانت السلسلة الزمنية تتأثر بالتغيرات الموسمية، يتوجب أولاً نزع هذه الأخيرة قبل أي معالجة إحصائية لهذه السلسلة الزمنية. تضاف هذه الموسمية للسلسلة المتنبأ بها في نهاية المعالجة بغرض الحصول على تنبؤات بالمدى الختام.

⁴³ التسمية (S)ARIMA هي اختصار ل: (Seasonal) Auto Regresive Integrated Moving Average.

⁴⁴مولود حشمان (مرجع سابق) ص111.

ت. البحث عن الاستقرارية:

نقول عن سلسلة زمنية ما بأنها ذات معنى واسع للاستقرار أو ذات تباين مشترك مستقر إذا كانت أوساطها، تبايناتها وتبايناتها المشتركة ثابتة عبر الزمن، أي أن⁴⁵:

$$E(Y_t) = E(Y_{t+k}) = \mu$$

$$VAR(Y_t) = VAR(Y_{t+k}) = \gamma_0$$

$$COV(Y_t, Y_{t+k}) = COV(Y_{t+k}, Y_{t+k+s})$$

إذا كانت دراسة الرسم البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيط و كذا الاختبارات الإحصائية (إحصائية Q) تدل على أن السلسلة الزمنية تتأثر بمركبة الاتجاه العام، فانه من الأحسن أن تتم دراسة استقرار السلسلة الزمنية بموجب اختبار الجذور الوحيدة ل⁴⁶ (Dickey-Fuller) حسب المنهجية المبينة (أنظر الفصل 3). الطريقة المناسبة للتخلص من مركبة الاتجاه العام تتحدد وفقا لنوع السلسلة الغير مستقرة اما TS أو DS.

2- التعرف على النموذج:

تعتبر مرحلة التعرف على النموذج أهم و أصعب مرحلة على الاطلاق: لأنها تستوجب تحديد النموذج الملائم من بين نماذج ARMA. تتميز هذه المرحلة بدراسة الرسم البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيط والجزئي (Corrélogrammes). فيما يلي سنلخص بعض القواعد البسيطة تسهل تحديد رتب (p, d, q) لنموذج ARIMA.

بعد التأكد من استقرار السلسلة الزمنية يتم تحديد الرتب p, q للنموذج ARMA، وفقا للشروط المبسطة التالية:

- إذا كانت q حد الأولى لمنحنى دالة الارتباط البسيط تختلف عن الصفر ($q=3$ على الأكثر) و قيم منحنى دالة الارتباط الجزئي تتناقص تدريجيا، يمكن أن نستنتج نموذج $MA(q)$.
- إذا كانت p حد الأولى لمنحنى دالة الارتباط الجزئي تختلف عن الصفر ($p=3$ على الأكثر) و قيم منحنى دالة الارتباط البسيط تتناقص تدريجيا، فهذا يميز نموذج $AR(p)$.
- إذا كانت دوال الارتباط الذاتي البسيط و الجزئي لا تبدو مبتورة، و بالتالي نحن هنا أمام نموذج من نوع ARMA، و الذي يتم تحديد رتبه تبعا للشكل الخاص لمنحنى دالة الارتباط الذاتي.

3- تقدير معالم النموذج:

بعد الانتهاء من مرحلة التعرف على نموذج السلسلة الزمنية وذلك بتحديد كل من (p, q, d) ، يمكننا الانتقال إلى المرحلة الموالية والمتمثلة في مرحلة تقدير معالم النموذج باستعمال طريقة المربعات الصغرى (MCO) أو طريقة الإمكان الأكبر (Maximum Likelihood Method)، فاختيار الطريقة الملائمة للتقدير يتوقف أساسا على نوع النموذج المختار:

⁴⁵ Régis Bourbonnais, Michel Terraza. (2016), op.cit., p84.

⁴⁶ Sandrine Lardic, Valérie Mignon « Econométrie des séries temporelles macroéconomiques et financières » Economica, Prs p148.

1.3. تقدير معاملات النموذج $AR(p)$:

يتم تحديد درجه p للسيرورة $AR(p)$ بإحدى الطرق التالية:

- طريقة معادلات يول - و لكر.

- الطريقة الانحدارية.

- طريقة الإمكان الأكبر

2.3. تقدير معاملات السيرورة $MA(q)$ و النموذج المختلط $ARMA(p,q)$.

- طريقة البحث الشبكي grid-search

- طريقة غوس - نيوتن التكرارية و تعمل على تدنيت مجموعة مربعات البواقي و على العموم يتم تقدير معالم النموذج

المختارة على أساس طريقة MCO أو طريقة الإمكان الأكبر باعتبار أن الأخطاء مستقلة فيما بينها و تتبع توزيع طبيعي

$$. N \longrightarrow (0, \sigma_\varepsilon^2)$$

خطوات طريقة الإمكان الأكبر تتلخص كما يلي:

1. لوغاريتم دالة المعقولة لنماذج $ARMA(p,q)$ تعطى على الشكل التالي:

$$\log L_T = -\frac{T}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} \log \sigma_\varepsilon^2 - \frac{1}{2} \log [\det(Z'Z)] - \frac{S(\Phi, \theta)}{2\sigma_\varepsilon^2} \dots (1)$$

حيث: T : عدد المشاهدات

Z : مصفوفة من الرتبة $(p+q, p+q)$.

$$s(\Phi, \theta) = \sum_{t=-\infty}^T \left(E[\varepsilon_t | X_t, \Phi_t, \sigma_\varepsilon^2] \right)^2$$

2. تعظيم لوغاريتم دالة المعقولة، أي المشتقة تساوي الصفر.

3. تقدير σ_ε^2 .

$$\frac{\partial \log L_T}{\partial \sigma_\varepsilon^2} = 0 \Leftrightarrow -\frac{T}{2} \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} + \frac{S(\Phi, \theta)}{2\sigma_\varepsilon^4} = 0$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{S(\Phi, \theta)}{T}$$

4. و نقوم بالتعويض في (1):

$$\log L_T = -\frac{T}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} \log \frac{S(\Phi, \theta)}{T} - \frac{1}{2} \log [\det(Z'Z)] - \frac{T}{2}$$

التعظيم بالنسبة لهذه الدالة يسمح بتقدير المعلمات θ, Φ لنماذج $ARMA(p,q)$.

مثال:

ليكن لدينا نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة $AR(1)$ الذي يعطى على الشكل التالي:

$$Y_t = \alpha + \Phi Y_{t-1} + \mu$$

وبافتراض أن البواقي تتبع توزيع طبيعي.

لوغاريتم دالة المعقولة يعطى بالشكل التالي:

$$L = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^n (Y_t - \alpha - \Phi Y_{t-1})$$

المشتقات الجزئية بالنسبة للمعاملات الثلاث تعطى على الشكل التالي:

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^n (Y_t - \alpha - \Phi Y_{t-1})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Phi} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^n Y_{t-1} (Y_t - \alpha - \Phi Y_{t-1})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{t=1}^n (Y_t - \alpha - \Phi Y_{t-1})^2$$

و بالمساواة: $\frac{\partial L}{\partial \alpha} = \frac{\partial L}{\partial \Phi} = \frac{\partial L}{\partial \sigma^2}$ نحصل على المعالم الثلاث.

4- اختبار جودة النموذج :

بعد تقدير معالم النموذج يجب اختبار نتيجة هذا التقدير أو جودته عن طريق الإحصائيات معروفة في هذا

المجال، منها:

أ- اختبار جودة المعالم : لهذا الغرض نستخدم الإحصائية (t) ل Student، بافتراض أن المقدرات تقبل توزيعا طبيعيا فإن الإحصائية تؤكد أو تنفي جودة المقدر ومدى مساهمته في تفسير النموذج باحتمال قيمته ($\beta = 5\%$): بالنسبة ل AR(p) :

$$t_c = \frac{|\hat{\phi}_p|}{\sqrt{\text{VAR}(\hat{\phi}_p)}} \rightarrow N(0,1)$$

وبالنسبة ل MA(q) :

$$t_c = \frac{|\hat{\alpha}_q|}{\sqrt{\text{VAR}(\hat{\alpha}_q)}} \rightarrow N(0,1)$$

فإذا كانت قيمة ($t_c \geq 1.96$) نقبل المقدر ونرفض فرضية انعدامه والعكس صحيح؛ بالإضافة إلى اعتماد الإحصائيات التقليدية (t, R, F, ...).

عند الحصول على عدة نماذج قياسية للظاهرة المدروسة، نختار النموذج المناسب للواقع على أساس اختبار صحة

التمثيل بالاعتماد على المعايير التالية⁴⁷:

1- أن يكون تباين النموذج ذو قيمة ضعيفة.

⁴⁷-تسمى هذه المعايير باختبارات المفاضلة.

2- أن يكون مجموع مربع البواقي ضئيلاً.

3- معايير اختيار النموذج:

• معيار: Akaike (1969): $AIC = \log \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + \frac{2(p+q)}{T}$

• معيار: Schwarz (1978): $SIC = \log \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + (p+q) \frac{\log T}{T}$

• معيار: Hannan-Quinn (1979): $HQ(p, q) = \log \hat{\sigma}^2 + (p+q) \frac{\log T}{T}$

$C > 2$

و هنا يكون الاختيار على أساس أصغر قيمة للمعيار، أي نفضل النموذج الذي يحقق أصغر قيم ل AIC أو SIC أو HQ.

ب- تحليل البواقي :

معالم ذاتي الارتباط الذاتي البسيط والجزئي لهذه البواقي تكون داخل مجال المعنوية المعبر عنه ببيانيا بخطين متوازيين.

- الباقي هو خطأ أبيض: يهدف هذا الاختبار إلى التأكد من أن بواقي النموذج المشكل تحاكي تشويشا أبيضاً (سلسلة مستقرة)، والإحصائية المستعملة في هذا الغرض هي الإحصائية Q ل Ljung-BOX والمعروفة⁴⁸ :

$$Q = N(N+2) \sum_{i=1}^k (N-i)^{-1} \hat{\rho}_\varepsilon^2(i)$$

حيث أن N عدد المشاهدات و $\hat{\rho}_\varepsilon^2(i)$ مربع الارتباط الذاتي بدرجة تأخر (i) للخطأ ε.

- تتبع Q توزيع كاي-مربع χ^2 بدرجة حرية (k-p-q)، وبدرجة ثقة (α=95%). فإذا كانت:

$$Q_{\alpha(cal.)} > \chi^2_{(K-p-q)} \iff \text{يجب إعادة النظر في تحديد النموذج بإضافة مركبات نظامية (AR,MA) إليه.}$$

$$Q_{\alpha(cal.)} \leq \chi^2_{(K-p-q)} \iff \text{السلسلة عشوائية، وهذا دليل على قوة النموذج المختار.}$$

نستعمل إحصائية Q بدلا من إحصائية Durbin-Watson (لكون هذه الأخيرة تحسب فقط الارتباط الذاتي للأخطاء من الدرجة الأولى)، وقد أدخل عليها تعديل من طرف (Box-Pierce) فأصبحت بالشكل :

$$Q = N \sum_{i=1}^k \hat{\rho}_\varepsilon^2(i)$$

- الخطأ الأبيض يتبع التوزيع الطبيعي: لإثبات ذلك نستعمل اختبار Jarque-Bera (1984)، الذي يجمع بين كل من المعامل Skewness ($B_1^{1/2}$) والذي يساوي:

$$B_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$$

ومعامل Kurtosis (B_2) والذي يساوي:

$$B_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$$

⁴⁸M.DAVID et J.C.MICHAUD « La prévision, Approche empirique d'une méthode statistique » édition Masson, Paris 1989. p 112.

مع $\mu_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^k$ العزم المركزي من الرتبة k.

والإحصائية S تعطى على الشكل التالي:

$$S = \frac{n}{6} B_1 + \frac{n}{24} (B_2 - 3)^2$$

مع أن S يتبع توزيع كاي تربيع.

القرار: إذا كانت $S < \chi_{1-\alpha}^2$ حيث أن درجة الحرية 2، ومستوى المعنوية $1-\alpha$ نرفض الفرضية العدمية إذن الخطأ الأبيض لا يتبع التوزيع الطبيعي، والعكس صحيح.

- القيام باختبار ARCH لعدم ثبات تباين حد الخطأ، والذي يتم اجرائه انطلاقاً من دالة الارتباط الذاتي لمربع البواقي.

تعتبر مرحلة اختبار جودة النموذج مهمة وتتطلب في غالب الأحيان الرجوع الى مرحلة التعرف على النموذج.

5- القيام بالتنبؤ:

بعد إتمام المراحل السابق و تحديد نوع النموذج هل هو انحدار ذاتي أم متوسطة متحرك أو نموذج مختلط و تحديد رتب كل من q.d.p و يجب الآن إجراء عملية التنبؤ، حيث يعتبر هذا الأخير عرض حالي للمعلومات المستقبلية باستخدام معطيات و مشاهدات تاريخية، و يكون التنبؤ وفق منهجية Box Jenkins كالتالي:⁴⁹

$$1. \text{ كتابة النموذج المقدر } (\hat{\phi}, \hat{\phi}.y.e.) \hat{y}_t = f(\hat{\phi}, \hat{\phi}.y.e.)$$

2. تعويض t ب t + 1 حيث $L = 1.2.3 \dots L$ و تمثل L عدد الفترات .

3. تعويض كل القيم المستقبلية للمتغير الخاص بالظاهرة المدروسة بتنبؤاتها بينما بهم تعويض الأخطاء المستقبلية بالصفر و الماضية بالبواقي فمثلاً:

$$y_t = u + \phi \varepsilon_{t+1} + \varepsilon_t \quad : MA(1)$$

لإجراء التنبؤ و بعد تتبع المراحل السابقة تكتب

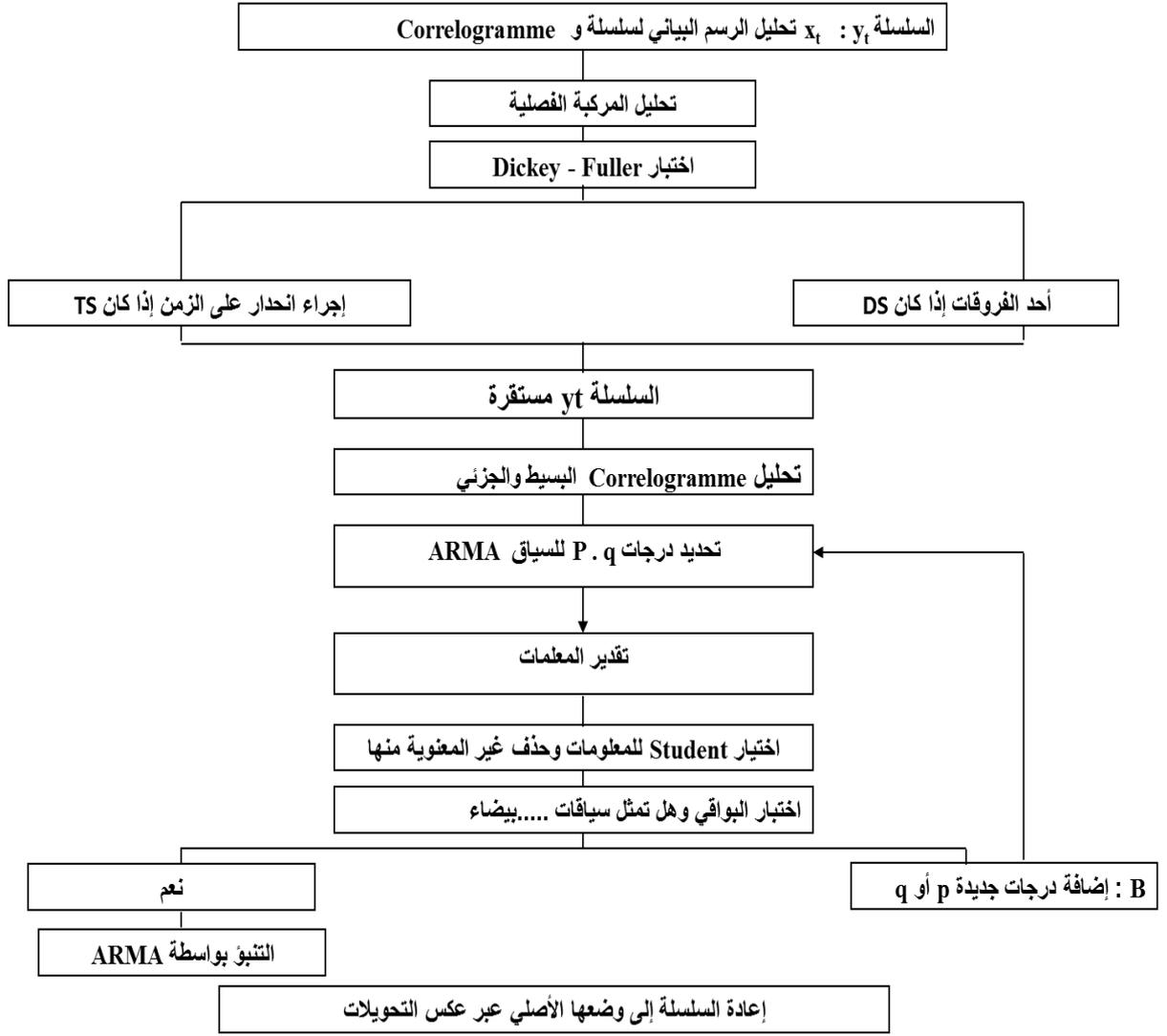
$$\hat{y}_{T+1} = \hat{u} + \hat{\phi}_{eT}$$

$$\hat{y}_{T+2} = \hat{u} + \hat{\phi}_{eT+1} = \hat{u}$$

يمكن تلخيص مختلف خطوات منهجية Box-Jenkins في المخطط التالي:

49- مولود حشمان مرجع سبق ذكره ص 219.

شكل 6 خطوات منهجية Box-Jenkins



❖ قياس جودة التنبؤ: ⁵⁰

بعد اجراء عملية التنبؤ يتم قياس جودة هذا الأخير، فمن بين الطرق المستخدمة نجد:

الخطأ النسبي و متوسط الخطأ النسبي:

يعطى بالعلاقة التالية :

$$ER_i = \frac{|X_i - F_i|}{|X_i|} . 100$$

حيث X_i : القيمة المحققة، F_i : القيمة المتوقعة

⁵⁰ (J.C.USUNIER) Op.cit P 233-234.

إن مقياس الخطأ النسبي هو مفهوم بسيط و تقليدي متجدد في كل مرة عند الحصول على إنجازات جديدة، و هذا ما يسمح بحساب الفارق بين المنجز و المتوقع، غير أن النظرة المركبة لهذا المفهوم تركز على حساب متوسط الخطأ النسبي المعروف علاقة ب :

$$EM = \frac{\sum_{i=1}^N ER_i}{N} \quad \forall N$$

وتتم المفاضلة بين نموذج وآخر على أساس أدنى قيمة للمقياس (EM)، لكن إذا أردنا منح ثقل أكثر لأخطاء القياس فإنه يتوجب علينا حساب الخطأ التربيعي المتوسط المعطى بالعلاقة:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - F_i)^2}{N}$$

وبالرغم من هذا فإن هذا المقياس لن يكون حاسماً إلا إذا جعلنا منه ديناميكياً على النحو التالي :

$$E'_t = \frac{\sum_{i=t-h}^{t+h} (X_i - F_i)^2}{(2h+1)} \quad \text{حيث أنه: } t = h+1, h+2, \dots$$

مقاييس أخرى:

أ. جذر متوسط مربعات البواقي: Root Mean Square Error

$$R.MSS = \sqrt{\frac{1}{T} \sum (y_t - y'_t)^2}$$

y_T : السلسلة المدروسة .

y'_t : السلسلة المنبأ بها.

و يعتبر RMSS من أهم المقاييس المستخدمة في المفاضلة بين مجموعة نماذج و يتم الاختيار على أساس أصغر قيمة ل RMSS .

ب. معيار Thiel: ⁵¹ هذا المعيار هو عبارة عن إحصائية Thiel المرموز لها بالرمز (U) و المعرفة كما يلي:

$$U = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N-1} (FPE_{i+1} - APE_{i+1})^2}{\sum_{i=1}^{N-1} (APE_{i+1})^2} \right]^{1/2}$$

حيث أن :

$$FPE_{i+1} = \frac{F_{i+1} - X_i}{X_i} \quad \text{التغير النسبي المتوقع}$$

$$APE_{i+1} = \frac{X_{i+1} - X_i}{X_i} \quad \text{و التغير النسبي الفعلي}$$

بتعويض FPE_{i+1} و APE_{i+1} بقيمتيهما في العلاقة السابقة U ينتج :

$$u = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{F_{i+1} - X_{i+1}}{X_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{X_{i+1} - X_i}{X_i} \right)^2} \right]^{1/2}$$

- إذا كانت $u \approx 1$ فالنتائج المحصل عليها بهذه الطريقة مكافئة لنتائج الطرق البسيطة.
- إذا كانت $u > 1$ فالنتائج المحصل عليها بهذه الطريقة غير مرغوب فيها.
- إذا كانت $u < 1$ فالنتائج المحصل عليها جيدة.

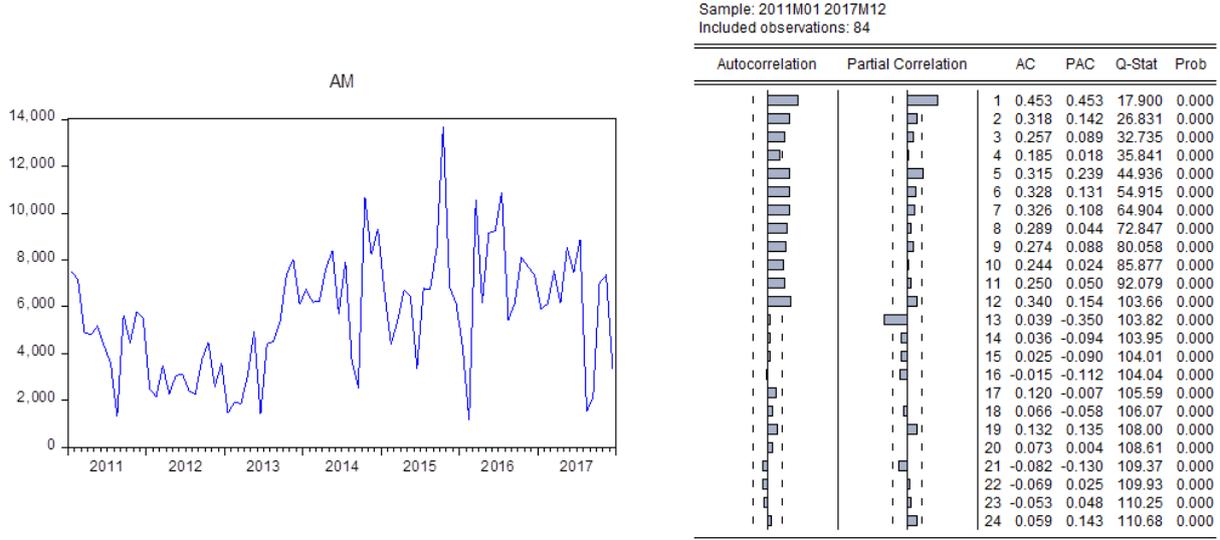
تمرين تطبيقي "سلسلة مبيعات النشاء "Amidon":

1. استخراج خصائص السلسلة الزمنية:

أ. إنشاء المنحنى البياني و بيان الارتباط الذاتي البسيط والجزئي : الشكل (1) يبين بيان الارتباط الذاتي لسلسلة

مبيعات النشاء وكذا المنحنى البياني لهذه السلسلة .

الشكل (1): المنحنى البياني ومنحنى دالة الارتباط الذاتي لسلسلة النشاء



يشير الشكل البياني الى تطور الظاهرة المدروسة وكذا بيان الارتباط الذاتي لسلسلة مبيعات النشاء (ان معامل الارتباط الذاتي لفترة التأخر $k=12$ يختلف إختلافا واضحا عن الصفر)، فمن خلال تحليل هذا الشكل يتضح أن سلسلة مبيعات النشاء غير مستقرة و تتأثر بالموسمية.

ب. نزع التغيرات الموسمية (Désaisonnalisation): نقوم بنزع التغيرات الموسمية باستخدام البرنامج Eviews

V10.0 ، فإذا رمزنا ب AMCVS إلى السلسلة الزمنية خالية من التغيرات الموسمية، ورمزنا أيضا ب CS إلى المعاملات

الموسمية، فالجدول (1) يبين المعاملات الموسمية الشهرية:

الجدول (1): المعاملات الموسمية للسلسلة مبيعات النشاء.

Sample: 2011M01 2017M12 Included observations: 84 Ratio to Moving Average Original Series: AM Adjusted Series: AMCVS	
Scaling Factors:	
1	0.801275
2	0.667247
3	1.004562
4	0.936765
5	1.206325
6	0.890211
7	1.066007
8	0.739602
9	1.064960
10	1.502605
11	1.214424
12	1.207979

أما الشكل (2) فيبين الرسم البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيطة والجزئية للسلسلة AMIDCVS:

الشكل (2): منحنى البياني لدالة الارتباط الذاتي للسلسلة المنشأة المعدلة

Sample: 2011M01 2017M12
Included observations: 84

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.562	0.562	27.500	0.000
		2	0.404	0.129	41.875	0.000
		3	0.399	0.191	56.064	0.000
		4	0.270	-0.057	62.662	0.000
		5	0.255	0.085	68.589	0.000
		6	0.233	0.018	73.614	0.000
		7	0.242	0.104	79.128	0.000
		8	0.337	0.189	89.946	0.000
		9	0.345	0.092	101.44	0.000
		10	0.269	-0.047	108.52	0.000
		11	0.258	0.008	115.13	0.000
		12	0.102	-0.211	116.18	0.000
		13	-0.025	-0.168	116.24	0.000
		14	0.023	0.034	116.30	0.000
		15	0.065	0.114	116.75	0.000
		16	0.035	-0.040	116.87	0.000
		17	0.055	-0.022	117.20	0.000
		18	0.028	-0.101	117.29	0.000
		19	0.030	-0.016	117.39	0.000
		20	0.060	0.086	117.80	0.000
		21	-0.093	-0.094	118.78	0.000
		22	-0.106	0.022	120.07	0.000
		23	-0.100	-0.041	121.26	0.000
		24	-0.165	-0.090	124.54	0.000

من خلال الرسم البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيط يتبين أن السلسلة AMCVS تتأثر بمركبة الاتجاه العام.

ت. مشكلة الاستقرار: ومن أجل ذلك سنستعمل إختبار Phillips-Perron (1988) وهذا بالإستعانة بإستعمال

البرنامج V10.0 Eviews، حيث نقوم بتحديد رقم التأخر 3، والذي يقوم بتدنية معياري Akaike و

Schwarz وهذا من أجل حساب قيمة إحصائية pp_{cal} .

ومن أجل إجراء الإختبار، نقدر النماذج الثلاثة (3.2.1) لـ **Dickey-Fuller**.

فننطلق من دراسة النموذج الثالث:

* النموذج الثالث: وهو معطى بالصيغة الآتية $AMIDCVS_t = \phi_1 AMIDCVS_{t-1} + Bt + c + \varepsilon_t$ [3] والجدول (2)

يوضح ذلك:

الجدول (2): إختبار PP للنموذج الثالث

Null Hypothesis: AMCVS has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Bandwidth: 4 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel				
		Adj. t-Stat	Prob.*	
Phillips-Perron test statistic		-5.313620	0.0002	
Test critical values:	1% level	-4.072415		
	5% level	-3.464865		
	10% level	-3.158974		
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Phillips-Perron Test Equation				
Dependent Variable: D(AMCVS)				
Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 2011M02 2017M12				
Included observations: 83 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AMCVS(-1)	-0.515011	0.095959	-5.367007	0.0000
C	1862.899	563.2165	3.307608	0.0014
@TREND("2011M01")	21.56302	9.589280	2.248659	0.0273

من خلال الجدول نلاحظ ان نسبة student المحسوبة اكبر من النسبة الجدولية اي $t_{cal} > t_{tab}$ و بالتالي يمكن القول

ان معامل الاتجاه العام يختلف معنويا عن 0.

نتقل الى الخطوة الموالية و تتمثل في اختبار معنوية Φ (اختبار الجذور الوحيدة)

ان $pp\ cal < pp\ tab$ و بالتالي فان السلسلة Amcvs غير مستقرة من النوع Ts.

* النموذج الثاني: وهو معطى بالصيغة الآتية $AMIDCVS_t = \phi_1 AMIDCVS_{t-1} + B + \varepsilon_t$ [2] والجدول (3) يوضح نتائج عملية التقدير:

الجدول (3): اختبار PP للنموذج الثاني

Null Hypothesis: AMCVS has a unit root
Exogenous: Constant
Bandwidth: 4 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-4.777573	0.0002
Test critical values:		
1% level	-3.511262	
5% level	-2.896779	
10% level	-2.585626	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Phillips-Perron Test Equation
Dependent Variable: D(AMCVS)
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 2011M02 2017M12
Included observations: 83 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AMCVS(-1)	-0.428742	0.090131	-4.756860	0.0000
C	2291.523	543.0892	4.219423	0.0001

من خلال الجدول (3) نلاحظ أن قيمة الإحصائية لـ $pp\ cal$ تساوي -4.7 وبالمقارنة مع القيمة الجدولة $pp\ tab$ = -2.89 عند مستوى معنوية 5% ، نجد $pp\ tab > pp\ cal$ ، إذن نرفض الفرضية العدمية للجذور الوحيدة، وبالتالي فإن سلسلة مبيعات النشاء مستقرة.

* النموذج الأول: وهو معطى بالصيغة الآتية $AMIDCVS_t = \phi_1 AMIDCVS_{t-1} + \varepsilon_t$ [1] والجدول (4) يوضح ذلك:

الجدول (4): اختبار PP للنموذج الأول

Null Hypothesis: AMCVS has a unit root
Exogenous: None
Bandwidth: 0 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-2.028669	0.0414
Test critical values:		
1% level	-2.593121	
5% level	-1.944762	
10% level	-1.614204	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Phillips-Perron Test Equation
Dependent Variable: D(AMCVS)
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 2011M02 2017M12
Included observations: 83 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AMCVS(-1)	-0.079749	0.039311	-2.028669	0.0457

من خلال الجدول (4) نلاحظ أن قيمة الإحصائية لـ pp_{cal} تساوي 1.75- وبالمقارنة مع القيمة الجدولة pp_{tab} = 1.94- عند مستوى معنوية 5%، نجد $pp_{tab} < pp_{cal}$ ، إذن نقبل الفرضية العدمية للجذور الوحيدة، وبالتالي فإن سلسلة مبيعات النشاء غير مستقرة.

انطلاقاً من النماذج الثلاث نستنتج أن سلسلة مبيعات النشاء غير مستقرة من TS ولارجاع السلسلة مستقرة نلجأ الى طريقة الانحدار باستخدام mco . و حساب المتبقي et و الذي يتم دراسته وفقاً لمنهجية Box-Jenkins . ثم نقوم بدراسة استقرارية سلسلة et :

الجدول(5): نتائج اختبار PP بالنسبة للسلسلة et

القرار	PP_{tab} قيمة إحصائية			pp_{cal}	النموذج
	القيم الحرجة 1%	القيم الحرجة 5%	القيم الحرجة 10%		
مستقرة	-2.59	-1.94	-1.61	-5.40	1
مستقرة	-3.51	-2.89	-2.58	-5.35	2
مستقرة	-4.07	-3.46	-3.15	-5.31	3

من خلال النتائج التي تظهر في الجدول (5) نلاحظ أن قيمة pp_{cal} الحسابية لكل من النماذج الثلاث أصغر من القيم الحرجة (5%، 10%، 1%)، إذن عدم قبول فرضية الجذور الوحيدة، وبالتالي فإن السلسلة et مستقرة.

2. التعرف على النموذج:

يبين الشكل (4-11) التمثيل البياني لدوال الارتباط الذاتي بالنسبة للسلسلة et لمبيعات النشاء.

الشكل (3): منحني البياني لدالة الارتباط الذاتي للسلسلة et

Sample: 2011M01 2017M12
Included observations: 84

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.465	0.465	18.786	0.000	
2	0.259	0.054	24.676	0.000	
3	0.245	0.136	30.049	0.000	
4	0.079	-0.116	30.612	0.000	
5	0.046	0.023	30.805	0.000	
6	0.027	-0.023	30.870	0.000	
7	0.049	0.074	31.097	0.000	
8	0.172	0.165	33.913	0.000	
9	0.180	0.057	37.048	0.000	
10	0.103	-0.052	38.093	0.000	
11	0.102	0.001	39.123	0.000	
12	-0.072	-0.203	39.650	0.000	
13	-0.213	-0.164	44.262	0.000	
14	-0.150	0.020	46.598	0.000	
15	-0.098	0.078	47.605	0.000	
16	-0.125	-0.063	49.264	0.000	
17	-0.087	-0.041	50.075	0.000	
18	-0.096	-0.104	51.083	0.000	
19	-0.066	-0.011	51.571	0.000	
20	-0.017	0.074	51.602	0.000	
21	-0.182	-0.120	55.410	0.000	

من خلال الرسم البياني لدالة الارتباط الذاتي المبين في الشكل (3)، نلاحظ أن معامل الارتباط الأول لدالة الارتباط الذاتي الجزئي يختلف جوهريا عن الصفر $p=1$ عند $k>1$ ، وأن معاملات الارتباط الذاتي البسيط تتناقص هندسيا و بالتالي فان النموذج المحصل عليه مبدئيا هو $AR(1)$.

3. تقدير معاملات النموذج:

نقوم بتقدير النموذج، باستعمال البرنامج Eviews 10.0.

* تقدير النموذج $AR(1)$: ويتم عن طريق تقدير المعادلة الآتية:

$$et = \phi_1 e_{t-1} + \varepsilon_t$$

والجدول (6) يبين النتائج الآتية:

الجدول (6): تقدير النموذج $AR(1)$

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.485337	0.094848	5.117001	0.0000
R-squared	0.241359	Mean dependent var	-64.44931	
Adjusted R-squared	0.241359	S.D. dependent var	2179.531	
S.E. of regression	1898.371	Akaike info criterion	17.94736	
Sum squared resid	2.96E+08	Schwarz criterion	17.97650	
Log likelihood	-743.8152	Hannan-Quinn criter.	17.95906	
Durbin-Watson stat	2.094741			
Inverted AR Roots	.49			

بعد تقدير عدة نماذج نلاحظ أن:

-في النموذج $AR(1)$ معامل الانحدار الذاتي يختلف جوهريا عن الصفر (t -student $5.11 > 1.96$).

4. اختبار جودة النموذج:

ويتم ذلك عن طريق:

أ. اختبار معنوية المعاملات: وهذا باستخدام إختبار ستودنت إذ يتضح أن معامل النموذج $AR(1)$ يختلف جوهريا عن الصفر، (أنظر الجدول (4-23))، فمعامل الانحدار الذاتي يختلف جوهريا عن الصفر (t student $5.11 > 1.96$).

ب. هل البواقي تتبع خطأ أيضا؟: لمعرفة هل البواقي تتبع خطأ أيضا فيجب إستخدام إحصائية Ljung – Box والشكل (4-12) يبين ذلك:

الشكل (4): منحنى دالة الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي وسلسلة مربع البواقي

منحنى دالة الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي

Sample: 2011M02 2017M12
Included observations: 83
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.103	-0.103	0.9149	
		2 0.006	-0.005	0.9177	0.338
		3 0.183	0.185	3.8842	0.143
		4 -0.039	-0.001	4.0218	0.259
		5 0.035	0.028	4.1319	0.388
		6 -0.002	-0.031	4.1325	0.531
		7 -0.022	-0.020	4.1792	0.652
		8 0.100	0.089	5.1293	0.644
		9 0.164	0.202	7.6966	0.464
		10 -0.030	0.014	7.7813	0.556
		11 0.142	0.109	9.7668	0.461
		12 -0.032	-0.075	9.8697	0.542
		13 -0.207	-0.243	14.189	0.289
		14 -0.044	-0.171	14.388	0.347
		15 0.053	0.080	14.677	0.401
		16 -0.064	0.045	15.113	0.443
		17 0.010	0.036	15.123	0.516
		18 -0.041	-0.098	15.308	0.573
		19 -0.053	-0.142	15.615	0.619
		20 0.142	0.065	17.862	0.532
		21 -0.156	-0.028	20.624	0.420
		22 -0.072	0.034	21.222	0.445
		23 0.027	0.051	21.309	0.502
		24 -0.146	-0.091	23.859	0.412

منحنى دالة الارتباط الذاتي لسلسلة مربع البواقي

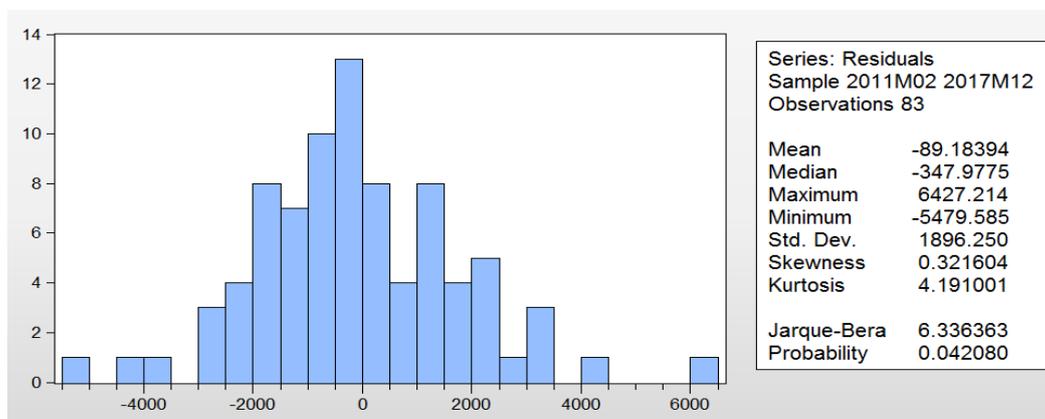
Sample: 2011M02 2017M12
Included observations: 83
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.170	0.170	2.4900	
		2 -0.117	-0.150	3.6789	0.055
		3 0.028	0.081	3.7493	0.153
		4 0.082	0.045	4.3453	0.227
		5 -0.068	-0.084	4.7616	0.313
		6 -0.028	0.020	4.8340	0.436
		7 0.050	0.027	5.0642	0.536
		8 -0.025	-0.045	5.1244	0.645
		9 -0.100	-0.067	6.0690	0.640
		10 -0.047	-0.032	6.2799	0.712
		11 -0.028	-0.042	6.3554	0.785
		12 -0.117	-0.104	7.7135	0.739
		13 -0.107	-0.068	8.8686	0.714
		14 0.005	0.002	8.8708	0.783
		15 -0.071	-0.098	9.3876	0.805
		16 -0.069	-0.019	9.8883	0.827
		17 0.374	0.402	24.839	0.073
		18 0.245	0.092	31.380	0.018
		19 -0.071	-0.036	31.933	0.022
		20 -0.099	-0.076	33.036	0.024
		21 0.106	0.035	34.320	0.024
		22 0.032	-0.013	34.438	0.033
		23 -0.030	0.002	34.545	0.043
		24 0.001	-0.057	34.545	0.058

من الشكل (4) نلاحظ أن كل الحدود تقع داخل مجال الثقة وهذا مؤشر على غياب الارتباط الذاتي للبواقي، كما نلاحظ أن احتمالات إحصائية Ljung – Box أكبر من 5%، وكذا يشير منحنى دالة الارتباط الذاتي لسلسلة مربع البواقي (اختبار ARCH) أن كل الحدود تقع داخل مجال الثقة وهذا ما يثبت ثبات تباين حد الخطأ، وبالتالي قبول فرضية أن البواقي تتبع توزيع خطأ أبيض.

ت. هل الخطأ الأبيض يتبع توزيع طبيعي؟: من أجل معرفة هل بواقي الخطأ الأبيض تتبع توزيع طبيعي نستعمل اختبار Jarque-Bera (1984) الذي يجمع بين اختبار Skewness والذي نرسم له بـ v_1 واختبار Kurtosis والذي نرسم له بـ v_2 ونبين ذلك في الشكل (4-13).

الشكل (5): المدرج التكراري لسلسلة البواقي



من الشكل البياني (5):

$$V_1 = 0.32 < 1.96$$

$$V_2 = 4.19 > 1.96$$

بما أن $V_1 > 1.96$ فإننا نقبل الفرضية العدمية التي تنص على أن الخطأ الأبيض يتبع التوزيع الطبيعي. وبما أن $V_2 < 1.96$ فإننا نقبل الفرضية البديلة التي تنص على أن الخطأ الأبيض لا يتبع التوزيع الطبيعي، وللفصل في الاختلاف الواقع بين نتائج الإختبارين سوف نستخدم إختبار Jarque-Bera والذي يجمع بين الإختبارين وكانت النتائج كالآتي:

$$JB = 6.33 > \chi_{0.05}^2(2) = 0.10$$

وبما أن إحصائية $JB < \chi_{0.05}^2(2)$ فالخطأ الأبيض لا يتبع التوزيع الطبيعي.

5. التنبؤ:

بعد ما إتضح أن النموذج مقبول إحصائيا يمكن إستخدامه في التنبؤ كالأتي حيث:

e_t : سلسلة المتبقى.

e_{t-1} : سلسلة المتبقى المزاح بفترة واحدة .

Amcvst : سلسلة Amidon الحالية من الموسمية + et المقدر.

\hat{Amcvst} : سلسلة Amidon الحالية من الموسمية المقدرة .

وبالتالي يكتب النموذج على الشكل التالي:

$$e_t = 0.485e_{t-1} + \varepsilon_t$$

فالتنبؤ بالنسبة للسته أشهر المقبلة لسنة 2018 لسلسلة **et** يكون في الجدول التالي:

الأشهر	جانفي	فيفري	مارس	أبريل	ماي	جوان
et	-2051.54	-994.99	-482.57	-234.04	-113.51	-55.05

معادلة تقدير الاتجاه العام لسلسلة Amcvs :

$$\hat{Amcvst} = 36.22t + 3957.094$$

فالتنبؤ بالنسبة للسته أشهر المقبلة لسنة 2018 يكون في الجدول (4-22):

$$Amcvst = \hat{Amcvst} + et$$

الجدول (7): نتائج التنبؤ بالمبيعات النشاء

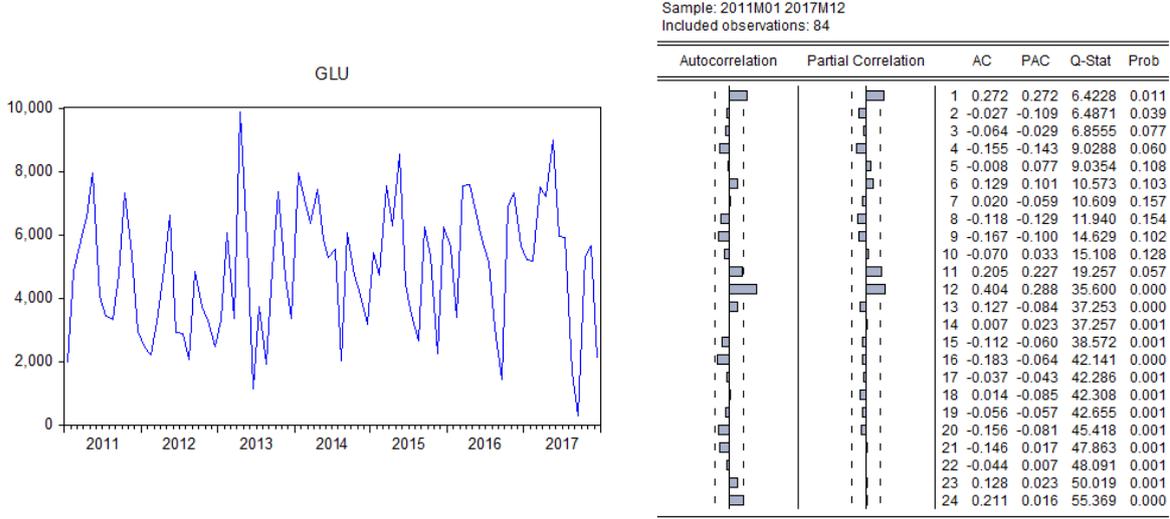
التنبؤ	CS	AMCVS	الأشهر
3987.4	0,8	4984.25	جانفي
4071,6034	0,67	6077.02	فيفري
6625,66	1	6625.66	مارس
6495,7854	0,94	6910.41	أبريل
8480,592	1,2	7067.16	ماي
6374,0109	0,89	7161.81	جوان

تمرين تطبيقي سلسلة مبيعات الجلوكوز "GLUCOSE":

1. استخراج خصائص السلسلة الزمنية:

أ. إنشاء المنحنى البياني و بيان الارتباط الذاتي البسيط والجزئي: الشكل (1) يبين بيان الارتباط الذاتي لسلسلة مبيعات الجلوكوز وكذا المنحنى البياني لهذه السلسلة.

الشكل (1): المنحنى البياني ومنحنى دالة الارتباط الذاتي لسلسلة الجلوكوز



يشير الشكل البياني الى تطور الظاهرة المدروسة وكذا بيان الارتباط الذاتي لسلسلة مبيعات النشاء (ان معامل الارتباط الذاتي لفترة التأخر $k=12$ يختلف إختلافا واضحا عن الصفر)، فمن خلال تحليل هذا الشكل يتضح أن سلسلة مبيعات النشاء غير مستقرة و تتأثر بالموسمية.

ب. نزع التغيرات الموسمية (Désaisonnalisation): نقوم بنزع التغيرات الموسمية باستخدام البرنامج Eviews V10.0 فإذا رمزنا ب GLUCCVS إلى السلسلة الزمنية خالية من التغيرات الموسمية، ورمزنا أيضا ب CS إلى المعاملات الموسمية، فالجدول (1) يبين المعاملات الموسمية الشهرية:

الجدول (1): معاملات الموسمية للسلسلة مبيعات الجلوكوز

Sample: 2011M01 2017M12	
Included observations: 84	
Difference from Moving Average	
Original Series: GLU	
Adjusted Series: GLUCCVS	
Scaling Factors:	
1	-60.19792
2	-270.2604
3	915.3646
4	2249.455
5	2108.663
6	-689.5868
7	-893.0521
8	-2443.997
9	-271.7257
10	904.4271
11	-513.8090
12	-1035.281

ت. مشكلة الاستقرارية: نستعمل إختبار Phillips-Perron للكشف عن استقرارية السلسلة الزمنية، باستعمال البرنامج Eviews v10.0 إذ نحدد رقم التأخر 3 الذي يقوم بتذنية المعيارى Akaike و schwarz وذلك من أجل حساب قيمة إحصائية PP_{cal} .

وبنفس الطريقة السابقة نقوم بتقدير النماذج الثلاث (3.2.1) لـ Dickey-Fuller:

$$[1] GLUCCVS_t = \phi_1 GLUCCVS_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$[2] GLUCCVS_t = \phi_1 GLUCCVS_{t-1} + B + \varepsilon_t$$

$$[3] GLUCCVS_t = \phi_1 GLUCCVS_{t-1} + Bt + c + \varepsilon_t$$

يبين الجدول (2) ملخص النتائج لإختبار Phillips-Perron:

الجدول (2): نتائج اختبار PP بالنسبة للسلسلة الزمنية $GLUCCVS$

القرار	قيمة إحصائية PP_{tab}			PP_{cal}	النموذج
	القيم الحرجة 10%	القيم الحرجة 5%	القيم الحرجة 1%		
غير مستقرة	-1.61	-1.94	-2.59	-1.15	1
مستقرة	-2.58	-2.89	-3.51	-7.83	2
مستقرة	-3.15	-3.46	-4.07	-8.05	3

من خلال النتائج التي تظهر في الجدول (2) يتضح أن النموذجين (2) و (3) مستقرين، وكذا قيمة PP_{cal} الحسابية بالنسبة للنموذج (1) أكبر من القيم الحرجة (5%، 10%، 1%)، إذن قبول فرضية وجود الجذور الوحيدة للسلسلة مبيعات الجليكوز، أي أنها غير مستقرة من النوع DS وأحسن طريقة لإرجاعها مستقرة هي طريقة الفروق المعطاة بالصيغة الآتية:

$$\Delta GLUCCVS_t = GLUCCVS_t - GLUCCVS_{t-1}$$

نقوم باختبار إستقرارية السلسلة الزمنية ذات الفروق الأولى $\Delta GLUCCVS$ ، ونبين ذلك في الجدول (3).

الجدول (3): نتائج اختبار PP بالنسبة لسلسلة الزمنية $\Delta GLUCCVS$

القرار	قيمة إحصائية PP_{tab}			PP_{cal}	النموذج
	القيم الحرجة 10%	القيم الحرجة 5%	القيم الحرجة 1%		
مستقرة	-1.61	-1.94	-2.59	-17.79	1
مستقرة	-2.58	-2.89	-3.51	-17.64	2
مستقرة	-3.15	-3.46	-4.07	-17.54	3

من خلال النتائج التي تظهر في الجدول (3) فإن قيمة PP_{tab} الحسابية لكل من النماذج الثلاث، أصغر من القيم الحرجة (5%، 10%، 1%)، إذن عدم قبول فرضية وجود الجذور الوحيدة للسلسلة مبيعات الجليكوز، أي أنها السلسلة الزمنية مستقرة من الدرجة الأولى.

2. التعرف على النموذج :

يبين الشكل (2) التمثيل البياني لدوال الارتباط الذاتي البسيط و الجزئي بالنسبة لسلسلة الفروق من الدرجة الأولى لمبيعات الجليكوز.

الشكل (2): منحني دالة الارتباط الذاتي لسلسلة الفروق من الدرجة الأولى

Sample: 2011M01 2017M12
Included observations: 83

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.390	-0.390	13.118	0.000
		2	-0.189	-0.402	16.213	0.000
		3	0.150	-0.156	18.186	0.000
		4	-0.084	-0.210	18.817	0.001
		5	0.039	-0.094	18.952	0.002
		6	0.003	-0.092	18.953	0.004
		7	0.038	0.026	19.084	0.008
		8	-0.000	0.047	19.084	0.014
		9	-0.031	0.048	19.175	0.024
		10	-0.121	-0.163	20.589	0.024
		11	0.131	-0.037	22.269	0.022
		12	0.070	0.057	22.762	0.030
		13	-0.179	-0.092	25.996	0.017
		14	0.063	-0.078	26.402	0.023
		15	0.011	-0.091	26.415	0.034
		16	-0.066	-0.129	26.872	0.043
		17	0.148	0.070	29.220	0.033
		18	-0.063	0.031	29.653	0.041
		19	0.034	0.130	29.780	0.055
		20	-0.056	0.018	30.132	0.068
		21	-0.058	-0.025	30.521	0.082

من الشكل البياني (2) لدالة الارتباط الذاتي نلاحظ، أن الحد الأول لدالة الارتباط الذاتي البسيط يختلف عن الصفر $q=1$ ، وأن الحدود دالة الارتباط الذاتي الجزئي تتناقص هندسياً، وبالتالي فإن النموذج المحصل عليه مبدئياً هو $MA(1)$.

3. تقدير معاملات النموذج:

بما أن النموذج من النوع $MA(1)$ فإنه يأخذ الصيغة الآتية:

$$GLUCCVS_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

أما نتائج عملية التقدير فهي موضحة في الشكل (4):

الجدول (4): تقدير النموذج $MA(1)$

Dependent Variable: D(GLUCVS)
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 2011M02 2017M12
Included observations: 83 after adjustments
Convergence achieved after 9 iterations
MA Backcast: 2011M01

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MA(1)	-0.937668	0.036507	-25.68493	0.0000
R-squared	0.415915	Mean dependent var		12.79618
Adjusted R-squared	0.415915	S.D. dependent var		1981.495
S.E. of regression	1514.367	Akaike info criterion		17.49536
Sum squared resid	1.88E+08	Schwarz criterion		17.52450
Log likelihood	-725.0573	Hannan-Quinn criter.		17.50707
Durbin-Watson stat	1.767561			
Inverted MA Roots	.94			

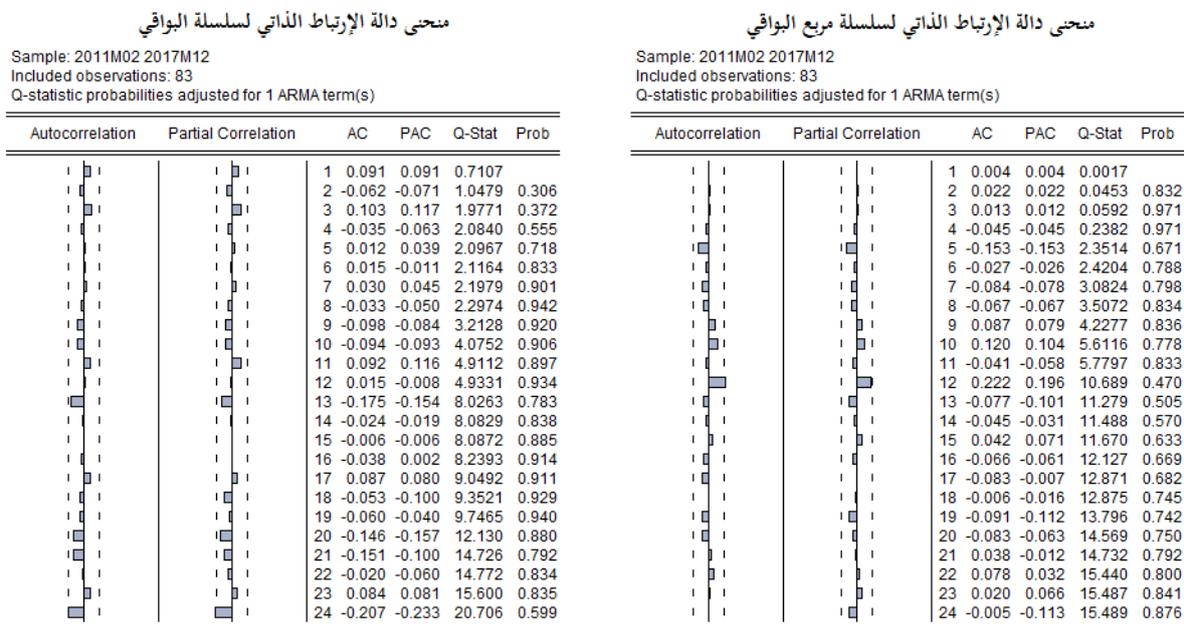
4. اختبار جودة النموذج:

وبنفس الطريقة السابقة سوف نمر بالمراحل الآتية:

أ. إختبار معنوية المعاملات: نلاحظ أن معامل المتوسط المتحرك بالنسبة للنموذج MA(1) يختلف جوهرياً عن الصفر (t student = 25.68 > 1.96)، وقد تم إختيار النموذج MA(1) حسب معيار Akaike أو Schwarz، إذ نلاحظ أن القيمة الدنيا هي للنموذج MA(1) وتساوي 17.49 بالنسبة لمعيار Akaike و 17.52 بالنسبة لمعيار Schwarz.

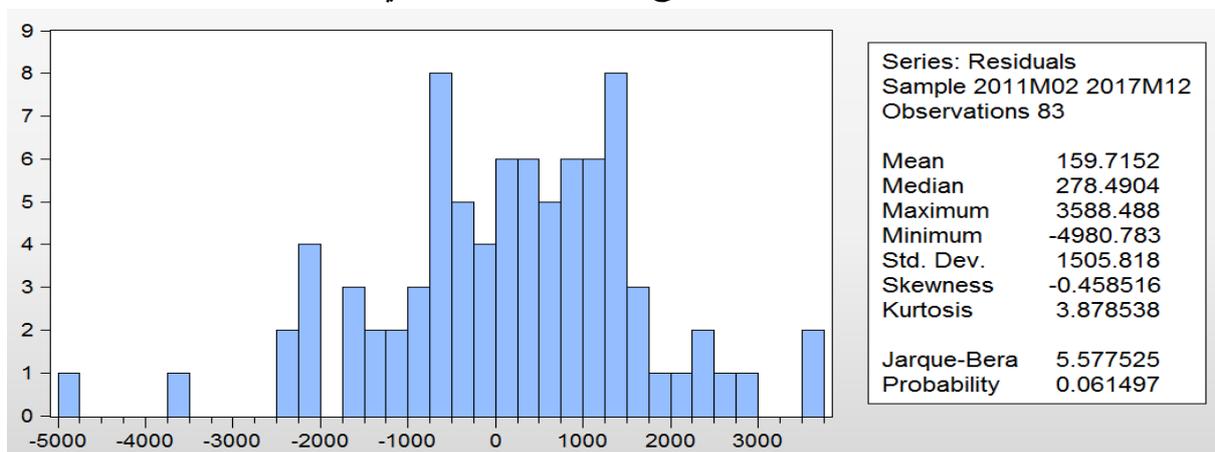
ب. هل البواقي تتبع خطأ أبيض؟: من خلال الرسم البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيط والجزئي - الشكل (3) - لبواقي النموذج ARIMA(0.1.1) يتضح أن كل الحدود تقع داخل مجال الثقة وهذا مؤشر على غياب الارتباط الذاتي للبواقي، كما نلاحظ أن إحصائيات Ljung - Box أكبر من 5%، وكذا يشير منحنى دالة الإرتباط الذاتي لسلسلة مربع البواقي (اختبار ARCH) أن كل الحدود تقع داخل مجال الثقة وهذا دليل على ثبات تباين حد الخطأ، وبالتالي قبول فرضية أن البواقي تتبع توزيع خطأ أبيض.

الشكل (3): منحنى دالة الإرتباط الذاتي لسلسلة البواقي وسلسلة مربع البواقي



ت. هل الخطأ الأبيض يتبع توزيع طبيعي؟: وبنفس الطريقة السابقة سوف نستخدم إختبار Jarque-Bera والشكل (4) يوضح ذلك:

الشكل (4): المدرج التكراري لسلسلة البواقي



من الشكل البياني التالي (4) تتضح النتائج الآتية:

$$V_1 = 0.45 < 1.96$$

$$V_2 = 3.87 > 1.96$$

وبما أن $V_1 > 1.96$ فإننا نقبل الفرضية العدمية التي تنص على أن الخطأ يتبع التوزيع الطبيعي.

وبما أن $V_2 < 1.96$ فإننا نقبل الفرضية البديلة التي تنص على أن الخطأ الأبيض لا يتبع التوزيع الطبيعي، وباستعمال اختبار Jarque-Bera والذي يجمع بين الإختبارين كانت النتائج كالآتي:

$$JB = 5.57 > \chi_{0.05}^2(2) = 0.1$$

وبما أن إحصائية $JB < \chi_{0.05}^2(2)$ إذن الخطأ الأبيض لا يتبع التوزيع الطبيعي.

5. التنبؤ:

بعد ما إتضح أن النموذج مقبول إحصائيا يمكن إستخدامه في التنبؤ كالآتي حيث:

GLU : السلسلة الزمنية الخام.

GLUCVS : السلسلة الخالية من التغيرات الموسمية.

DGLUCVS : سلسلة الفروق الأولى خالية من التغيرات الموسمية.

وعليه فإن النموذج يكتب على الشكل الآتي:

$$\Delta GLUCCVS_t = \varepsilon_t - 0.93\varepsilon_{t-1}$$

يتم الحصول على التنبؤ انطلاقا من العلاقة التالية:

$$\Delta GLUCCVS_t = GLUCCVS_t - GLUCCVS_{t-1} \Rightarrow GLUCCVS_t = GLUCCVS_{t-1} + \Delta GLUCCVS_t$$

❖ فعلى سبيل المثال، فيما يخص التنبؤ بالفترة الأولى يتم بالطريقة التالية:

$$\Delta GLUCCVS_{85} = \varepsilon_{85} - 0.93\varepsilon_{84} = 0 - 0.937 * (-2128.377) \approx 1995.71$$

علما أن الأخطاء العشوائية في المستقبل تساوي 0، فان قيمة الفترة الأولى ل GLUCVS (السلسلة الخالية من التغيرات الموسمية) هي كالتالي:

$$GLUCCVS_{85} = GLUCCVS_{84} + \Delta GLUCCVS_{85} = 3129.28 + 1995.71 = 5124.99$$

بعد إضافة المعامل الموسمي الخاص بالفترة الأولى الى القيمة المتنبى بها من سلسلة GLUCVS (السلسلة الخالية من التغيرات الموسمية)، نتحصل على قيمة الفترة الأولى ل GLU (السلسلة الزمنية الخام):

$$GLU_{85} = GLUCCVS_{85} + CS = 5124.99 + (-60.197) = 5064.79$$

أما نتائج التنبؤ بالنسبة لمبيعات الجليكوز خلال الستة أشهر القادمة من سنة 2018 فهي موضحة في الجدول (5):

الجدول (5): نتائج التنبؤ بمبيعات الجليكوز

التنبؤ	CS	GLUCCVS	الأشهر
5064,79208	-60,19792	5124,99	جانفي
4854,7296	-270,2604	5124,99	فيفري
6040,3546	915,3646	5124,99	مارس
7374,445	2249,455	5124,99	أبريل
7233,653	2108,663	5124,99	ماي
4435,4032	-689,5868	5124,99	جوان

الامتداد إلى نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA والنماذج الغير الخطية ARCH

I. نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA:

تتلور فكرة تحليل السلاسل الزمنية ببساطة في تقدير نموذج رياضي يمكنه أن يحاكي الواقع من خلال التدرج التاريخي لتك الظاهرة، حيث أن هذا النموذج يقدر بدقة قيم السلسلة الزمنية ويستخدم للتنبؤ بقيم مستقبلية للظاهرة موضوع الدراسة، حيث أن النموذج القياسي يجب أن يتوافق مع أسس النظرية الاقتصادية ويتناسب في نفس الوقت مع طبيعة البيانات بحيث يجعل البواقي (Residus) أقل ما يمكن، وليس بها أي نوع من الترابط الداخلي فيما بينها. وفي هذا المبحث سوف نقوم بتسليط الضوء على نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية (ARFIMA) والتي تم تعريفها من قبل كل من Granger and Joyeux (1980) و Hosking (1981)، وهذا بعد ما أثبتت هذه النماذج نجاعتها في نمذجة السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة التي تتميز بها الكثير من البيانات، و تلقت هذه العملية استخداما كبيرا نظرا لقدرتها في توصيف البيانات في العديد من المجالات كعلوم الاقتصاد والعلوم المالية، كما أنها صالحة أيضا لنمذجة السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات. كما أنه يعد من بين الأساليب الحديثة التي تساهم في تحليل السلسلة الزمنية والتعرف أيضا على نوع الذاكرة الخاصة بها ومن ثم بناء نموذج احصائي دقيق في تنبؤاته المستقبلية، خاصة في حال فشل الأساليب التقليدية.

1. مفهوم الذاكرة الطويلة:

يتلخص مفهوم السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة في النماذج التي يكون فيها أثر الصدمات أو التغيرات لمتغير الظاهرة الاقتصادية دائم ويظهر أثره في المستقبل عند عملية التنبؤ لذلك فإنه يجب أخذها بعين الاعتبار عند القيام بعملية التنبؤ بالظواهر الاقتصادية، ويعتبر البريطاني Hurst أول من لاحظ ظاهرة الذاكرة الطويلة للسلاسل الزمنية سنة 1951 و كان ذلك في ميدان الري، و شمل بعد ذلك الميدان الاقتصادي بعدما تبين أن الكثير من السلاسل الزمنية للظواهر الاقتصادية لها ذاكرة طويلة. فلقد أثبت (Hurst 1951) من خلال دراساته أن العديد من السلاسل الزمنية ذات طبيعة ارتباط خاصة قريبة من عدم الاستقرار ولقد بلور كل من Mandelbrot and Wallis (1968) و Mandelbrot and Wallis

(1969) فكرة Hurst ببناء حركة Brown الكسرية ثم بعد ذلك التشوش ذات التوزيع الطبيعي الكسري التي تسمح بإحداث مركبات طويلة المدى لسلسلة زمنية.

و قد أصبح لهذا المفهوم أهمية بالغة خاصة بعد بروز عدة تطبيقات في مجالات جديدة مثل شبكات الاتصال، التمويل والاقتصاد، وغيرها... حيث أن مفهوم الذاكرة الطويلة يختلف من مجال الى آخر (Samorodnitsky (2004).

أدى كل ذلك الى ظهور نماذج الانحدار الذاتي المتوسط المتحرك ذات التكامل الكسري ARFIMA التي اقترحها كلا من (1980) Granger and Joyeux و (1981) Hosking، التي تسمح بنمذجة الذاكرة الطويلة. تعتبر هذه النماذج ترجمة في الزمن المتقطع لحركة Brown الكسرية ودرجة تكامل ليست من الأعداد الصحيحة بل الحقيقية.

سيتم التطرق الى عدة مفاهيم مختلفة لمفهوم الذاكرة الطويلة في السلاسل الزمنية الحقيقية وحيدة المتغير، بفرض أن y_t هي عملية زمنية متقطعة بمعامل ارتباط ρ على فجوات J ويرمز له ρ_j ، لذلك يمكن القول أن العملية تحتوي على ذاكرة طويلة إذا كان:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=-n}^n |\rho_i| = \infty$$

حيث القيم المطلقة للارتباطات الذاتية تكون غير تجميعية. عموما وجود عمليات ذات الذاكرة الطويلة يعني ضمنا أن العملية مكونة من الكثير من الارتباطات الزمنية. وبشكل مغاير عندها يكون:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=-n}^n |\rho_i| = k$$

ثابت = k

في هذا الحال نستطيع القول أن العملية تتميز بخاصية الذاكرة القصيرة.

وقد تبين أن مفهوم الذاكرة الطويلة ينبغي تطبيقه في العمليات الساكنة فقط في سياق الظواهر "في حالة مستقرة". لذلك فمن المنظور الفلسفي يمكن تخمين الصعوبات الممكنة مواجهتها في اختبار الذاكرة الطويلة، من منظور اخر انه اذا قدر النموذج بشكل جيد حتى المشاهدات المتباعدة في الزمن قد تكون مفيدة في التنبؤ بالسلسلة ونتوقع درجة عالية من دقة التنبؤ نتيجة لهذا الاعتماد للفجوات المتباعدة (Lildhold, 2000).

فكيف يمكن للذاكرة الطويلة أن تنسجم مع الافتراضات الإحصائية، يرى البعض أنه اذا كان حجم العينة n كبير، فإن تباين متوسط العينة يمكن أن يعبر عنه من خلال العلاقة:

$$var(\bar{y}_n) \approx c \frac{1}{n} ; c : \text{ ثابت}$$

وللعينات الكبيرة يكون التناقص لتباين متوسط العينة يعتمد على ذاكرة العملية، فقد أثبت (Beran, 1994) أنه إذا كانت y_t ثابتة وتتميز بالذاكرة الطويلة فعندها n تؤول إلى ما لانهاية.

$$\text{var}(\bar{y}_n) \approx k \frac{1}{n^{1-2d}} \quad 0 < d < \frac{1}{2} \quad , \quad k > 0$$

ثبات و انعكاس عمليات ARMA تمثل عمليات الذاكرة القصيرة عندما $d=0$ ، إذا في هذا الصدد لا تتناسب خاصية الذاكرة الطويلة مع الافتراضات الكلاسيكية القياسية، لأن التمييز بين المعدلات المختلفة لاضمحلال $\text{var}(\bar{y}_t)$ هو التمييز نفسه بين الذاكرة الطويلة والذاكرة القصيرة، وله بالتأكيد تأثير عند حساب الاختبارات وفترات الثقة للمتوسط، إذا تم تجاهل هذا التمييز، بالطبع يترتب على ذلك آثار كارثية، ذلك كما أشار (Beran, 1989).

2. التحقق من خاصية الذاكرة الطويلة:

هناك العديد من الاختبارات الاحصائية التي تسمح بالتحقق من خاصية الذاكرة الطويلة، كما يوجد أيضا لبعض هذه الاختبارات أشكال بيانية للتحقق من الذاكرة سوف نعرض بعضا من هذه الاختبارات والأشكال البيانية.

1.2. التحقق من خاصية الذاكرة الطويلة باستخدام الاختبارات الاحصائية:

يعتبر معامل هورست (Hurst Exponent) والذي يرمز له عادة بالرمز عادة بالرمز H مقياسا للذاكرة طويلة الأمد للسلاسل الزمنية، وذلك من خلال ما يتعلق بالارتباطات الذاتية للسلسلة الزمنية، ولقد تم اقتراح العديد من المقدرات لمعامل هورست لتحليل الذاكرة الطويلة في السلاسل الزمنية من خلال عدة طرق نذكر بعضها:

أ. طريقة R/S (Re-scaled Range Method):

قدمت هذه الطريقة لأول مرة من طرف الباحث (Hurst 1951) وهي إحصائية تسمح باكتشاف وجود ظاهرة الذاكرة الطويلة.

الفكرة الأساسية لإحصائية R/S هي مقارنة القيم الدنيا والقصوى للمجاميع الجزئية للانحرافات بين السلسلة ومتوسطها الحسابي مقسوما على انحرافها المعياري (Lillo and Farmer, 2004).

$$R/S = Q_n = \frac{1}{\sigma_Y} = \left[\max_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (Y_j - \bar{Y}_n) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (Y_j - \bar{Y}_n) \right]$$

حيث:

σ_Y : الانحراف المعياري للسلسلة. / \bar{Y}_n : متوسط السلسلة و n حجم العينة.

لا ترتبط هذه الإحصائية بشكل التوزيع الهامشي للسلسلة، حيث تسمح هذه الإحصائية بالكشف عن وجود بنية ارتباط طويل المدى في سلسلة زمنية معينة، إلا أن الإحصائية R/S لا تمثل اختبارة إحصائية بمعنى الكلمة باعتبار أن التوزيع الاحتمالي غير معروف.

إن الميزة الأساسية لهذه الإحصائية أنها تعطي معاملا يسمى Hurst والذي يسمح بتصنيف السلاسل الزمنية تبعا لنوع الارتباط. في هذه الحالة يمكن تمثيل المعطيات بالعلاقة التالية:

$$R/S = \left(\frac{1}{2}t\right)^2$$

اذن:

$$H \approx \frac{\log(R/S)}{\log T}$$

يمكن تحديد مقياس الارتباط طويل المدى ch المرتبط بأس Hurst. Ch يقيس الارتباط بين متوسط المشاهدات المستقبلية الكبيرة. الارتباط طويل المدى يعرف بالصيغة الآتية:

$$C_H = 2^{2H-1} - 1$$

تمكن فيما بعد الباحثين (Mandelbort and Van Ness (1968) من تحديد علاقة قوية بين معامل التفاضل الكسري d لنماذج ARFIMA ومعامل هورست حيث: $d=(H-1/2)$.

وهذا ما يسمح بتصنيف السلاسل الزمنية بدلالة قيم المعامل d وهذا حسب تغير قيم المعامل H كما يلي:

- إذا كان $H=1/2$ يكون $d=0$ لا يوجد ارتباط بين الأحداث الماضية والحاضر، فالسلسلة الزمنية لا تتميز بذاكرة طويلة المدى ويصبح النموذج ARFIMA نموذج ARMA عادي.

- إذا كان $1/2 < H < 1$ يكون $0 < d < 1/2$ فإن السلسلة تتميز بذاكرة طويلة، حيث يكون الارتباطات قوية كلما اقترب H من الواحد. ويصبح نموذج ARFIMA نموذج مستقر بذاكرة طويلة.

- إذا كان $0 < H < 1/2$ يكون $-1/2 < d < 0$ في هذه الحالة لا تكون سلسلة ذات ذاكرة طويلة وفي نفس الوقت لا تسلك سلوك نماذج ARMA وفي هذه الحالة تكون الارتباطات الذاتية في حال تبادل اشارات، مراحل متبوعة بمراحل انخفاض.

✚ تطبيق الإحصائية باستخدام الرسم البياني كما يلي:

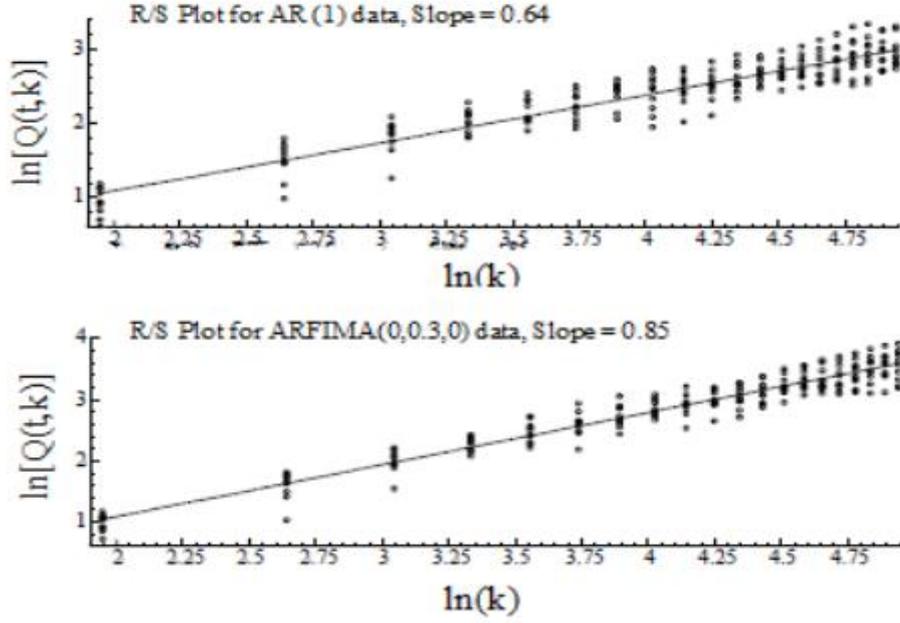
رسم $\ln(Q(t,k))$ مقابل $\ln(k)$.

R تعبر عن المدى، S تعبر عن الانحراف المعياري، k نعبر عن الفجوات عبر الزمن.

تستخدم طريقة المربعات الصغرى لتقدير الخط المستقيم ذو المقطع الصادي الذي بدوره يحدد العلاقة بين $\ln(Q(t,k))$ و $\ln(k)$. (Brean, 1994).

ويمكن إعتبار ميل هذا الخط المستقيم كمقياس للتفريق بين عمليات الذاكرة القصيرة والطويلة، حيث أن معظم عمليات الذاكرة القصيرة يتجه فيها هذا الميل نحو $1/2$ بينما إذا كانت هذه المعطيات تحتوي على ذاكرة طويلة فإن الميل لهذا الخط المستقيم يتجه ليكون الثابت $\alpha=(d+1/2) > 1/2$ والسبب في ذلك أن $Q(t,k)$ تتميز بمعادلات مختلفة من التقارب للذاكرة القصيرة/ الطويلة، وبما أن هذا الأسلوب يستند على اختلاف معدلات التقارب فمن الواضح أنه يحتاج إلى الكثير من المشاهدات ولمزيد من التوضيح سوف نستعرض الاشكالية البيانية التالية لاحصائية R/S من خلال الشكل رقم (1).
أنظر (Lidholdt, 2000).

شكل 7 رسم R/S لبيانات مولدة ل AR(1) ونموذج (ARFIMA(0,0.3,0)).



نلاحظ من خلال الشكل (1) أن الميل المقدر في كلا الحالتين أعلى من 0.5 حيث يعتبر ذلك مؤشر على ذاكرة طويلة على الرغم من أنها لا توجد في الحالة الثانية، وبالرجوع إلى ما ذكرناه سابقاً عن ما جاء به الباحث (Lo 1991) لأنه قد أثبت بأن تحليل R/S يمكن أن يكون متحيزاً ويعطي نتائج مضللة أو متحيزة حول وجود ذاكرة طويلة، وهذا في الحالة التي يكون هناك ارتباط ذاتي في المدى القصير بالنسبة للسلسلة الزمنية قيد الدراسة لذلك اقترح Lo 1991 إحصائية أخرى وقد سميت الإحصائية R/S المصححة أو المعيرة (R/S Modidier) ويبدو هذا واضحاً في الشكل (1). حيث أننا نجد صعوبة في التفرقة بين الشكل الأول والثاني من خلال الميل.

ب. إحصائية Lo:

كما أن الباحث (Andrews Lo 1991) قد أثبت بأن تحليل R/S يمكن أن يكون متحيزاً ويعطي نتائج مضللة أو متحيزة حول وجود ذاكرة طويلة، وفي هذه الحالة التي يكون هناك ارتباط ذاتي في المدى القصير بالنسبة للسلسلة الزمنية قيد الدراسة لذلك اقترح (Lo) إحصائية أخرى وقد سميت إحصائية R/S المصححة أو المعيرة ونرمز لها بـ R/S' ويمكن تعريفها وفق العلاقة الآتية:

$$Q_n = \frac{\left[\max_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (Y_j - \bar{Y}_n) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (Y_j - \bar{Y}_n) \right]}{\left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (Y_j - \bar{Y}_n)^2 + \frac{2}{n} \sum_{j=1}^q \omega(q) (\sum_{i=j+1}^n (Y_j - \bar{Y}_n)(Y_{i-j} - \bar{Y}_n)) \right]^{1/2}}$$

$$\omega_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1}, \dots, q < n$$

إن الإحصائية \tilde{Q} تختلف عن الإحصائية n لأنها لا تأخذ بعين الاعتبار التباينات لقيم المفردات فقط، وإنما تأخذ أيضا التباينات المشتركة المرجحة كدالة تابعة لمعامل التأخير q حيث اقترح (Lo 1991) القاعدة الآتية لاختيار المعلم q :

$$q = \left[\left(\frac{3n}{2} \right)^{1/3} \left(\frac{2\hat{p}}{1-p} \right)^{2/3} \right]$$

حيث:

\hat{p} : هو عبارة عن المعلمة المقدرة لنموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى أي AR(1).
ليتم فيما بعد تحديد قيمة الإحصائية V_{cal} الحسابية وفق العلاقة التالية:

$$V_{cal} = \frac{\hat{Q}_n}{\sqrt{n}}$$

على عكس تحليل R/S التقليدي فإن إحصائية R/S تخضع لتوزيع معروف حيث يتم حسابه V كما في المعادلة.
حيث أن حساب الإحصائية H يتم بنفس العلاقة ل R/S المعادلة (6.5) حيث أثبت الباحث (Lo 1991) ما يلي:

$$V = \frac{\hat{Q}_n}{\sqrt{n}} \rightarrow \begin{cases} \infty \dots \text{pour } H \in [0.5; 1] \\ 0 \dots \text{pour } H \in [0; 0.5] \end{cases}$$

وعليه من أجل اختبار وجود ذاكرة طويلة فإنه يجب اختبار الفرضيتين الآتيتين:

H_0 : يوجد ذاكرة قصيرة في السلسلة الزمنية وهذا يعني ان $H=0.5$ ويتم قبولها عند مستوى معنوية 5%، اذا كانت $v \in [0.809; 1.862]$

H_1 : يوجد ذاكرة طويلة في السلسلة الزمنية إذا تم رفض الفرضية العدمية.

ت. طريقة التباين المجمعة (Aggregated Variance Method):

لأي سلسلة زمنية y طولها N مقسمة إلى سلسلة فرعية طولها m . لكل سلسلة فرعية $d=N/m$ ، السلسلة التجميعية التي شكلت بواسطة الوسط (Taqqu, et al 1995) تم تعريف السلسلة المجمعة المناظرة من قبل (Brean 1994) كالتالي:

$$y^{(m)}(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=(k-1)m+1}^{km} y_i \quad k = 1, 2, \dots, d$$

يتم احتساب كذلك تباين العينة:

$$(Var)y^{(m)} = \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (X^{(m)}(k) - \bar{y})^2$$

مع العلم أن $Var(y^{(m)}) \sim \sigma^2 m^\beta$ عندما $m \rightarrow \infty$ حيث σ هي معلمة القياس للقيم المتعاقبة m ، يتم رسم تباين العينة ضد m على شكل log-log ويتم توفير خط المربعات لنقاط الشكل، ليتم حساب معامل هيرست، مع العلم أن الخط المستقيم ميله $(2H-2)$. (Taqqu, et al, 1995).

وأن التباين للعينة يجب أن يكون تقاربي ومتناسب مع m^{2H-2} بسبب كبر d و m ، والنقاط الناتجة يجب أن تشكل خط مستقيم ميله β حيث $0 < \beta < 1$.

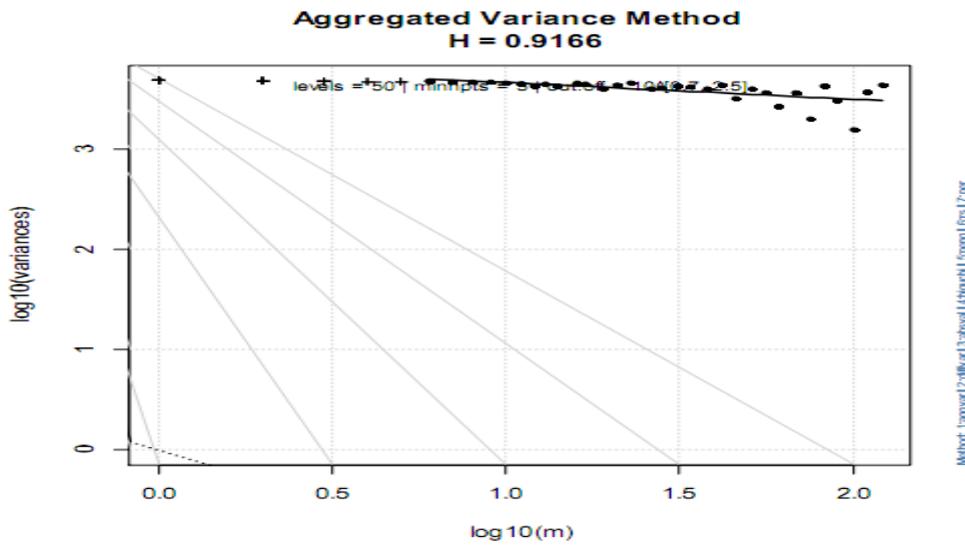
$$B= 2H-2$$

وبحساب الميل β تقدر قيمة معامل هورست H ، حيث تكون:

$$H= (\beta+2)/2$$

ثم يتم مقارنة قيمة H مع الحالات السابق ذكرها في طريقة تحليل R/S للاستدلال على وجود ذاكرة طويلة. كما أنه يوجد أيضا رسم بياني لهذه الإحصائية نستطيع من خلالها تحديد الذاكرة الطويلة، ففي اختبار طريقة التباين المجمع حيث يتم توفيق خط المربعات لنقاط الشكل، ليتم حساب معامل هورست، مع العلم أن الخط المستقيم ميله $(2H-2)$ كما هو موضح في الشكل (2).

شكل 8 رسم التباين المجمع (Aggregated Variance Method) لسلسلة زمنية ذات ذاكرة طويلة.



كما هو موضح من الشكل 2 يبدو أن النقاط متوافق على الخط وهذا يدل على أن السلسلة تتمتع بخاصية الذاكرة الطويلة وهذا ما أكدته قيمة الاختبار $H=0.9166$.

ث. طريقة القيمة المطلقة (Absolute Moment Method):

هذه الطريقة متشابهة لطريقة التباين التجميعي حيث يتم تقسيم البيانات بنفس الطريقة المعادلة رقم 10.5 لتشكيل سلسلة مجمعة، حيث تقوم هذه الطريقة بحساب القيم المطلقة للسلسلة المجمع كالتالي:

$$AM_n^{(m)} = \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d |y^{(m)}(k) - \bar{y}|^2$$

للقيم المتعاقبة m ، ويتم رسم تباين العينة ضد m على شكل $\log-\log$ ، ويتم توفيق خط المربعات لنقاط الشكل، ليتم حساب معامل هورست H ، مع العلم أن الخط المستقيم ميله $n(H-1)$ (Taqqu, et al 1995).

وأخيرا يتم مقارنة قيمة H مع الحالات السابق ذكرها في طريقة تحليل R/S للاستدلال على وجود ذاكرة طويلة.

ج. طريقة هيجوتشي (Higuchi or Fractal Dimension Method):

تقدر طريقة Higuchi معلمة H للسلسلة الزمنية ذات Long Range Dependence (LRD) على أساس نظرية النمط الهندسي المتكرر كما جاء من خلال (Higuchi, 1988, 1990, 1998) حيث تنطوي المهمة على حساب طول المسار

ومن ثم إيجاد بعد النمط الهندسي المتكرر، حيث يتم حساب الميل عن طريق أقل المربع تبين مناسب للوغاريتم أطوال المنحنى المتوقع $\log(L)$ على محور الصادي مقابل لوغاريتم كتلة الأحجام $\log(m)$ على المحور السيني.

وذلك من خلال أخذ السلسلة الزمنية $y(1), y(2), \dots, y(N)$ ليتم تحليلها أولا ويتم بناء سلسلة زمنية جديدة y_k^m معرفة كالتالي:

$$y(m), y(m+k), \dots, y(m + [(N-m)/k]k), m = 1, 2, \dots, k$$

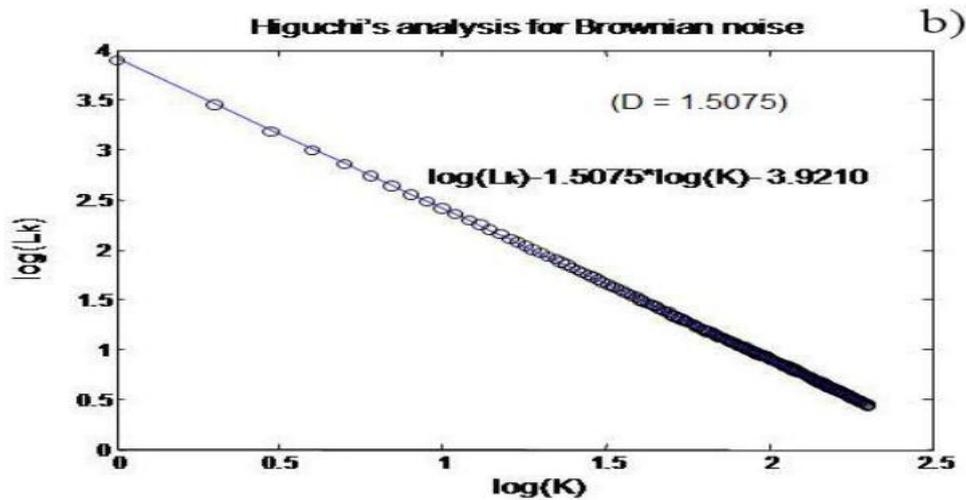
حيث أن K يشير إلى فترة زمنية منفصل m تشير إلى قيمة الوقت $(N-m)/K$ يدل على دالة عدد صحيح والطول الطبيعي لمنحنى y_k^m يكون بالمعادلة التالية:

$$L_m(k) = \frac{N-1}{[(N-m)/k]k^2} \sum_{i=1}^{[(N-m)/k]} |y(m+ik) - y(m+(i-1)k)|$$

حيث أن N هي الطول الكلي لبيانات السلسلة، ويتم احتساب متوسط طول كل سلسلة زمنية لها نفس نطاق K حيث متوسط درجات k أطول من $L_m(k)$ لكل $m=1,2,\dots,k$ ، ويتكرر هذا الإجراء لكل k تتراوح من 1 إلى K_{\max} وحصوها على متوسط طول لكل k . (Hasegawaa, et al., 2013)

وإذا كان $\langle L(k) \rangle \propto k^{-D}$ ، عندها السلسلة الزمنية للبيانات تكون ذات نمط هندسي متكرر مع البعد D ، و $D=2-H$ وبحساب الميل D فإن ذلك يوفر تقديرا لمعامل هورست H (Sheng, et al, 2011). وأخيرا يتم مقارنة قيمة H مع الحالات السابق ذكرها في طريقة تحليل R/S للاستدلال على وجود ذاكرة طويلة. فبالإضافة إلى طريقة هيجوتشي لتحديد معامل هورست هناك أيضا رسم بياني لنظرية هيجوتشي كما في الشكل 3.

شكل 9 رسم هيجوتشي (Higuchi) لسلسلة زمنية ذات ذاكرة طويلة.



في الشكل 3 الموضح حيث أن الميل يساوي $(D=1.5075)$ ومنه نستطيع تحديد معلمة هورست ومنها نستطيع معرفة ما إذا كانت البيانات ذات ذاكرة طويلة أم لا من القانون $D=2-H$.

ح. طريقة الباربودجرام (Periodogram Method):

قام العالمان Geweke and Porter-Hudak, 1983 بإقتراح نذج لإختبار الذاكرة الطويلة وهي ذاكرة من عملية كسرية متكاملة. معلمة الفروق الكسرية d يمكن تقديرها بواسطة معادلات الانحدار.

نضع $(y_k)_{k \in \overline{1, N}}$ تكون سلسلة زمنية و:

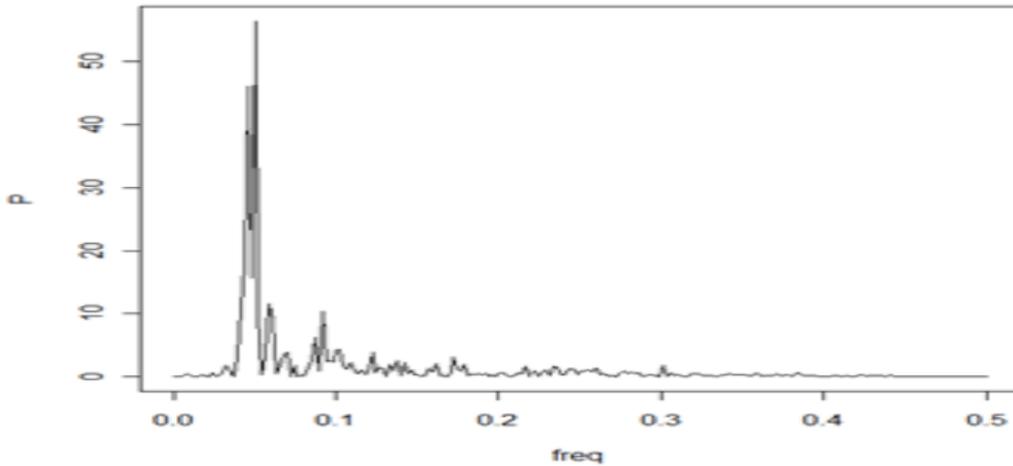
$$I(\lambda) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{j=1}^N y_j e^{ij\lambda} \right|^2$$

حيث λ تمثل الترددات $I(\lambda)$ يكون هو تقدير الكثافة الطيفية لهذه السلسلة، فقد تبين أن العملية التي تتميز (Long Range Dependence) وهو اعتماد طويل الأمد أو ذاكرة طويلة (LRD) تحتوي على ال-Periodogram والذي يتناسب مع ويقترب من نقطة الأصل، لذلك فإن رسم log-log ل-Periodogram، ضد التردد يجب أن تعطي ميل $1-2H$. وال-Periodogram المعدلة أو المصححة تعطي تقديرا أفضل من ال-Periodogram العادية. وبالمقارنة مع أسلوب ال-Periodogram، يمكننا القول أن طريقة ال-Periodogram المعدلة تعمل على تقليل تباين التقديرات وكذلك التحيز عند تقدير معلمة هورست (Sheng, et al, 2011).

وال-Periodogram المعدلة هي تعديل على ال-Periodogram العادية للحصول على نتائج أفضل في التقدير، حيث يتم فيها تقسيم محور التردد إلى صناديق تفضل بينها مسافة لوغاريتم متساوية ويتم تقدير قيم ال-Periodogram الموجودة داخل الصندوق ومتوسطاتها المتناظرة للترددات.

فبالإضافة لإختبار ال-Periodogram لتحديد معلمة هورست هناك أيضا رسم بياني لنظرية ال-Periodogram حيث تتمركز أغلب البيانات حول نقطة الأصل الصفر كما هو موضح في الشكل (4).

شكل 10 رسم دالة ال-Periodogram لسلسلة زمنية ذات ذاكرة طويلة



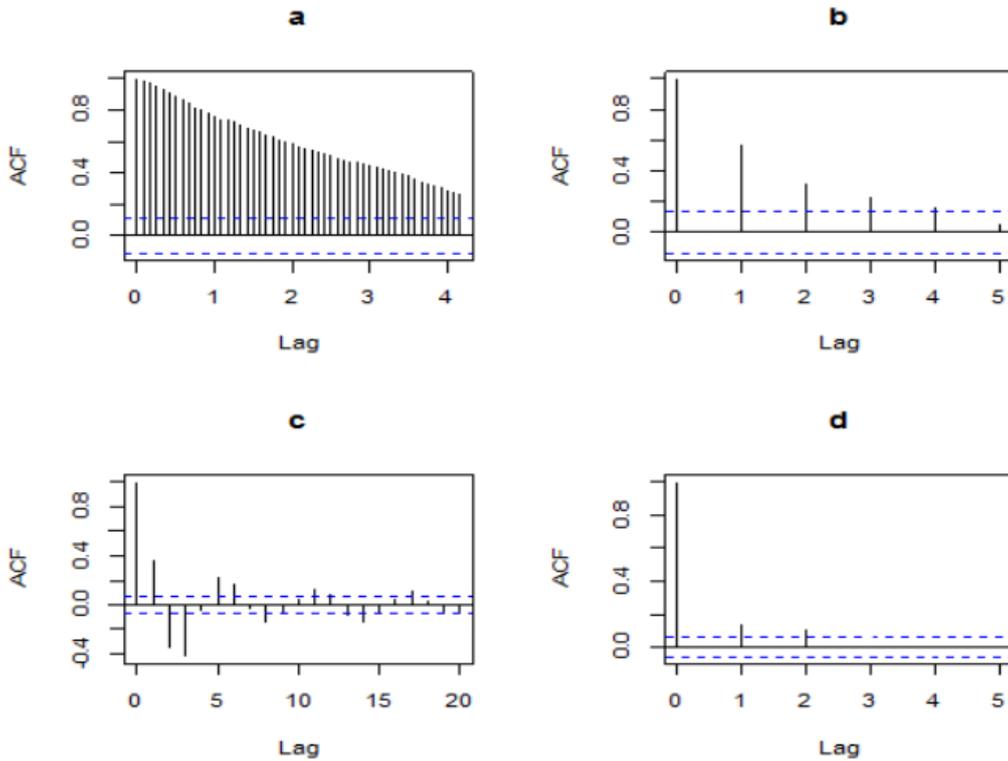
2.2. التحقق من خاصية الذاكرة الطويلة باستخدام الاشكال البيانية:

أ. رسم دالة الارتباط الذاتي (ACF Plot):

لقد قمنا بتعريف دالة الارتباط الذاتي في الفصل السابق وقمنا بتوضيح ماهيتها وسوف نقوم الآن بالتعرف على أشكالها التي من خلالها يمكن التعرف على الذاكرة الطويلة.

كثيرا ما يستخدم رسم ACF كأداة شخصية أولية في العمل التطبيقي، للتعرف على وجود ذاكرة طويلة للسلاسل الزمنية، كما نعلم أن هناك عدة أشكال مشهورة لهذه الدالة يمكن عرضها في الشكل التوضيحي رقم (5) حيث نلاحظ من الشكل (5a) أن دالة ACF تتناقص بشكل بطيء نحو الصفر، وانما تحتاج لوقت طويل للوصول إلى الصفر ولهذا العلاقة بالشكل العام لدالة الارتباط الذاتي الخاصة بطبيعة هذه النماذج، بينما الشكل (5b) نلاحظ أنها تتناقص بسرعة بشكل أسّي حيث من هذه النماذج نماذج عمليات AR(1) وهذا يعني أن السلسلة تتذكر كل شيء في الماضي أي أن لها ذاكرة لا نهائية ولكن هذه الذاكرة تتناقص في شكل أسّي بزيادة عمر المشاهدات بينما الشكل (5c) نلاحظ التناقص يأخذ شكل موجب تحتكي الدالة الجيب وذلك بسبب قيمة السالبة التي تعتمد عليها هذا التناقص من حيث البطء أو السرعة للوصول إلى الصفر، وأخيرا الشكل (5d) تنقطع فجأة بعد الفجوة الزمنية الثانية وذلك بناء على دالة الارتباط لهذه العملية.

شكل 11 أشكال دوال الارتباط الذاتي.



إن ما يميز السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة عن غيرها فيما يختص برسم دالة ACF لها أنها تتناقص بشكل بطيء شديد نحو الصفر وانما تحتاج لوقت طويل للوصول إلى الصفر كما في الشكل (5) على عكس ما يخص سلاسل الذاكرة القصيرة نماذج ARMA حيث أن دالة ACF الخاصة بها تتناقص بشكل أسّي أو (هندسي) بسرعة إلى قيم قريبة من الصفر أنظر الشكل (5b) كل هذه توضيحية لأشهر دوال الارتباط الذاتي، حيث تركز هذه الدراسة على الحالة الأولى في الشكل رقم (5a) والذي يختص بطبيعة السلاسل الزمنية التي بخاصية الذاكرة الطويلة المدى.

عرف كلا من Journal and Hujibergts, 1978 ال Variogram كالتالي:

$$V(k) = \frac{1}{2} E[(y_t - y_{t-k})]^2$$

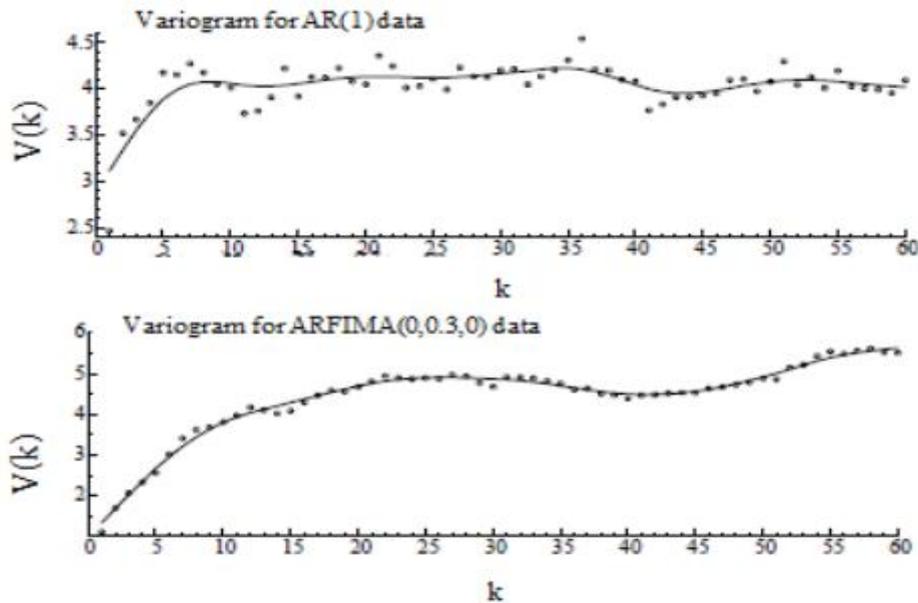
على افتراض سكون التغيرات، فإنه يمكن إثبات أن.

$$V(k) = V(\infty)(1 - \rho k)$$

حيث: $\lim_{k \rightarrow \infty} V(k) = V(\infty)$

الآن من الواضح أن المعلومات لرسم $V(K)$ مقابل K هي قريبة من المعلومات الخاصة بالإنحدار الذاتي ACF وفي الواقع أن هذه المعلومات ستكون نفسها إذا تم تقديرها $V(K)$ بواسطة $\rho(K)$ ولكن ال Variogram تقدر بشكل مباشر من خلال تربيع الفروق $(y_t - y_{t-k})^2$ سلوك Variogram يمكن الاستدلال عليه من خلال ACF عبر المعادلة (15.5). حيث يمكن ترجمة التناقص الهندسي لدالة الانحدار الذاتي ACF بأنه يؤدي لتعرج هندسي ل Variogram وكذلك تناقص الهايبربوليك. (Hyperbolic decay) لدالة ACF يؤدي لتعرج (Hyperbolic ascent). (Lidholdt,2000).

شكل 12 رسم ممهد ل Variogram لسلاسل زمنية مولد



الشكل (6) يوضح ال Variogram لبيانات سلاسل زمنية مولدة، نلاحظ التعرج السريع لسلسلة الذاكرة القصيرة المتمثلة في الجزء العلوي للشكل عبر النموذج $AR(1)$ ، والبطيء جدا لسلسلة الذاكرة الطويلة المتمثلة من خلال النموذج الثاني $ARFIMA(0,0.3,0)$ في الجزء السفلي للشكل. أن تعرج سلسلة الذاكرة القصيرة أو التعرج البطيء لسلسلة الذاكرة الطويلة تتطلب الكثير من المشاهدات لتظهر الفروقات بين الذاكرة القصيرة أو الطويلة التي تتميز بها السلاسل الزمنية.

ت. رسم التباين:

فكرة هذه الرسمة هو استغلال السلوك التقاربي لتبان لمتوسط العينة وكما أنها تستغل هذا السلوك فإنها تتطلب العديد من المشاهدات وتصاغ كالتالي:

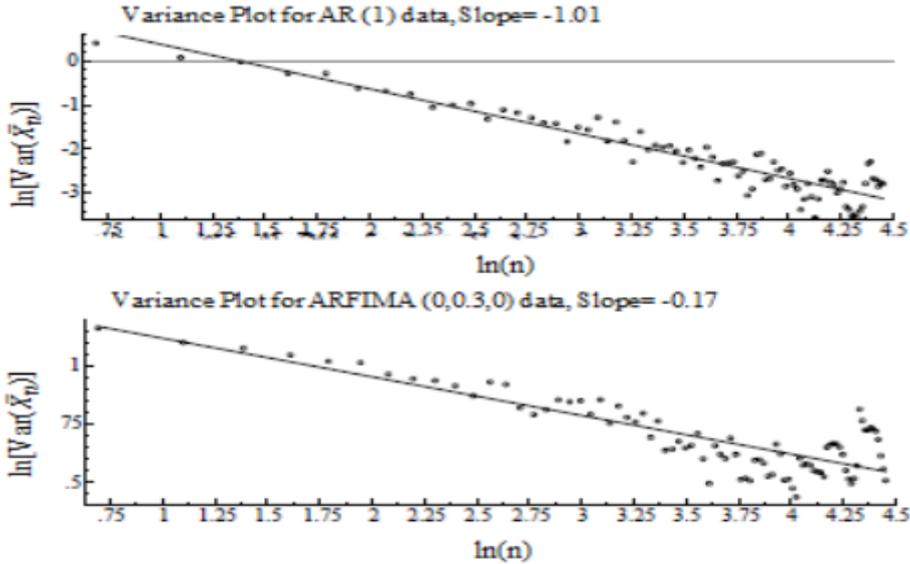
$$\text{Var}(y_n) \approx k \frac{1}{n^{1-2d}} \quad 0 \leq d \leq \frac{1}{2} \quad k > 0$$

بأخذ Ln للطرفين.

$$\ln[\text{Var}(y_n)] \approx \ln[k] + (2d - 1)\ln[n]$$

بإقتراح رسم $\ln(\bar{Y}_n)$ مقابل $\ln(n)$. الميل α لهذا الخط المستقيم في الرسمة يجب أن يساوي -1 عندما $d=0$ وتكون $\alpha > -1$ لـ $d > 0$ الميل المقدر بطريقة المربعات الصغرى.

شكل (7): رسم التباين لسلاسل زمنية مولدة.



كما هو ملاحظ من الشكل (7) أن الرسمة الأولى تتميز بسلسلة ذاكرة قصيرة متمثلة في النموذج AR(1) حيث أن الميل يساوي (-1.01) وهي قريبة للقيمة النظرية ل(-1) لذلك يمكن اعتبارها سلسلة ذات ذاكرة قصيرة إما سلسلة الذاكرة الطويلة الممثل من خلال النموذج الثاني ARFIMA (0,0.3,0) في الجزء السفلي للشكل فإن يساوي (-0.17) وهو أكبر من (-1)، ولأنها أكبر من القيمة النظرية نقول أن السلسلة ذات ذاكرة طويلة Lildholdt, 2000.

3. نماذج ARFIMA:

تقليديا تعتمد الدراسة الإحصائية للسلاسل الزمنية على معرفة مدى وجود جذور الوحدة من عدمها حيث أن وجود جذور الوحدة يعني أن السلسلة الزمنية غي مستقرة بينما يدل عدم وجود جذور الوحدة على أنها مستقرة، وفقا لمنهجية Box and Jenkins فإن هاتين الحالتين يمكن نمذجتهما بالاعتماد على نماذج ARIMA و ARMA و يدل وجود جذور الوحدة ($d=1$ في نماذج ARIMA) على امكانية نمذجة السلسلة بالاعتماد على نماذج ذات ذاكرة غير منتهية، بينما في حالة غياب جذور الوحدة ($d=0$) يمكن نمذجة السلسلة بالاعتماد على نموذج ذات ذاكرة قصيرة، غير أن هذه النمذجة لا تأخذ بعين الاعتبار الحالات التي يكون فيها معامل التفاضل d كسريا و الذي بواسطته يمكن تمييز النماذج ذات الذاكرة الطويلة ARFIMA. (Lardic and Mignon, 2002)

و نماذج ARFIMA هي نماذج تم تطويرها من طرف كل من (Granger and Joyeux (1980) و (Hosking (1981) و تعتبر لنماذج ARIMA لـ Box and Jenkins عندما يأخذ معمل التفاضل d قيمة حقيقية تنحصر بين -0.5 و

0.5 و تتمثل أهميتها في أنها تسمح بنمذجة التصرفات قصيرة الأجل للسلسلة الزمنية من خلال معاملات الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة و التصرفات طويلة الأجل من خلال معاملات التكامل الكسري. (Lardic and Mignon, 1999)

تعريف ARFIMA:

تعتبر هذه النماذج ترجمة في الزمن المتقطع لحركة Brown الكسرية. نقول أن السلسلة Y_t تخضع لنموذج ARFIMA إذا كان:

$$\Phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \theta_q(B)\varepsilon_t$$

d : عبارة عن عدد حقيقي

حيث B معامل التأخير، θ_q ، Φ_p عبارة عن كثيرات حدود المميزة من الدرجة p، q على الترتيب :

$$\phi_p(B) = 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i$$

$$\theta_q(B) = 1 - \sum_{j=1}^q \theta_j L^j$$

و ε_t تشويش أبيض ذو توقع رياضي معدوم و تباين ثابت σ^2 .

و $(1-B)^d$ يسمى بمعامل التكامل الكسري و يمكن نشره وفق النشر المحدود لثنائي الحدين وفق الصيغة الرياضية الآتية:

$$(1-B)^d = \sum_{j=0}^{\infty} C_j^d (-B)^j$$

وتتضمن هذه السلسلة جزء ARMA التي تدرس بنية الارتباط قصير المدى و معامل التكامل الكسري الذي يشرح الحركة طويلة الأمد. و ترتبط الخصائص الأصلية لسلسلة ARFIMA(p,d,q) بشكل المركبة طويلة الأمد، و يمكن دراسة هذه الخصائص بافتراض حالة السلسلة من النوع ARFIMA(0,d,0). حيث تعرف دالة الارتباط الذاتي

$\rho(k) = \gamma(k)/\gamma(0)$ لهذه السلسلة كما يلي :

$$\rho(k) = \frac{\Gamma(k+d)\Gamma(1-d)}{\Gamma(k-d+1)\Gamma(d)}$$

والتي تكتب بالصيغة التقاربية التالية:

$$\rho(k) = \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} k^{2d-1}$$

ونذكر هنا خصائص السلسلة وفقا لقيم d المختلفة.

- إذا كان $0 < d < 1/2$ فإن السلسلة عبارة عن سلسلة ذات ذاكرة طويلة.

- إذا كان $d=0$ فإن السلسلة تكون ذات ذاكرة قصيرة.

- إذا كان $-1/2 < d < 0$ فإن السلسلة ليست ذاكرة طويلة و لكن في نفس الوقت لا تسلك سلوك نماذج ARMA وتكون السلسلة هنا ذات ذاكرة متوسطة.

4. طرق تقدير نماذج ARFIMA:

يمكن التمييز بين نوعين من الطرق لتقدير نماذج ARFIMA: الطرق بمرحلتين و الطرق بمرحلة واحدة (طريقة الإمكان الأكبر).

1.4. طرق التقدير بمرحلتين:

في هذه الطرق يتم في المرحلة الأولى تقدير معلمة التفاضل الكسري d ، و في المرحلة الثانية يتم التقدير بالاعتماد على الطرق التقليدية للسلاسل الزمنية، معلمات الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة للتمثيل ARMA(p,q) للسلسلة المحولة التي تنمي بتفاضل كسري.

فيما يلي نعرض عدة مقدرات لتقدير المعلمة، بالإضافة إلى الطريقة السابق ذكرها في تحديد الذاكرة الطويلة و هي طريقة تحليل R/S سوف نشرح أربعة طرق أخرى وهذه الطرق التي سوف نقوم بشرحها جزء من طرق كثيرة للتقدير و هنا سوف نقوم بعرض الطرق الأكثر أهمية في تقدير معلمة التفاضل الكسري d .

أ. مقدر GPH "Geweke and Porter – Hudak (1983)"

إن الطريقة الأكثر استخداما في تقدر معلمة نماذج ARFIMA، هي طريقة المرحلتين لـ (Geweke and Porter - Hudak, 1983)، حيث يتم في المرحلة الأولى تقدير معامل التكامل الكسري d باستخدام طريقة المربعات الصغرى، و في المرحلة الثانية يتم التقدير بالاعتماد على الطرق التقليدية للسلاسل الزمنية.

اقترح GPH طريقة تقدير شبه معلمية تركز على انحدار طيفي "Spectral Regression". و بين الباحثان أن معلم المعاينة لانحدار لوغاريتم الدالة الدورية periodogram تحتوي على متغير مستقل تحديدي من أجل الذبذبات الأولى لـ Fourier بطريقة المربعات الصغرى العادية يعتبر مقدرًا متقاربا للمعامل d ، تركز طريقة GPH على دالة الكثافة الطيفية.

مقدر معامل اتكامل الكسري بطريقة المربعات الصغرى معطى \hat{d} بالصيغة التالية:

$$\hat{d} = \frac{\sum_{i=1}^I (X_i - \bar{X})(Y_j - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^I (X_i - \bar{X})^2}$$

و قد بين Geweke and Porter – Hudak أنه عندما يكون $-1/2 < d < 1/2$ ، يكون توزيع المقدر \hat{d} يتجه نحو التوزيع الطبيعي عندما $T \rightarrow \infty$.

$$T \rightarrow \infty \text{ من أجل } \hat{d} \rightarrow N \left(d, \frac{\text{var}(\eta)}{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2} \right)$$

ب. مقدر Reisen

كما أثبت كلا من Brockwell and Davis (1991) أن دالة periodogram تعتبر مقدر غير متنسق لدالة الكثافة الطيفية، لذلك اقترح Reisen (1994) استخدام مقدر متنسق و هو النسخة الممهدة من الدالة الدورية (smoothed periodogram).

ت. مقدر Robinson

وهذا المقدر عبارة عن مقدر ال GPH بعد تعديلات طفيفة أدخلت عليه من خلال Robinson. قام Robinson باشتقاق بعض من نتائج التقارب عندما $d=(-0.5,0.5)$ ، و أظهر أيضا أن هذا المقدر أقل تقارب من مقدر الأرجحية العظمى الجاوسي، و يستند اختيارنا لمدى النطاق الترددي (bandwidth) وهي $g(n)$ على الصيغة المشتقة في Robinson (1994b) و هو الأمثل بمفهوم التقارب لأنه يقلل من متوسط مربعات الأخطاء (MSE) ل unlogged periodogram كما جاء في Lobato and Robinson (1996). و تعطى دالة $g(n)$ من خلال:

$$g(n) = \begin{cases} A(d, \tau) n^{\frac{2\tau}{2\tau+1}} & , 0 \leq d \leq 0.25 \\ A(d, \tau) n^{\frac{\tau}{\tau+1-2d}} & , 0.25 \leq d \leq 0.5 \end{cases}$$

حيث $A(d, \tau)$ ، τ يجب أن تختار بعناية، و هذا ال bandwidth لا يمكن حسابها من الناحية العملية، لأنها تحتاج إلى معرفة القيمة الحقيقية ل d ، ومع ذلك نتجاوز هذه المشكلة عن طريق استبدال هذه المعلمة d المجهولة في الدالة $g(n)$ بواسطة إما التقدير \hat{d}_p أو \hat{d}_{sp} ، ومن ثم نستخدم $g(n)$ التي تحقق الشروط $\frac{\ln g(n)}{n} \rightarrow \frac{g(n)}{n} \rightarrow 0$ و تكون 0 عندما $g(n) \rightarrow \infty$ و $n \rightarrow \infty$ ، حيث جاء الشرط الأول من خلال (Hurvich et al., 1998).

ث. مقدر Fractionally-Differenced (Fracdiff)

وهي إحدى الطرق المستخدمة في تقدير معلمة التفاضل الكسري d . و تقوم هذه الطريقة على استخدام مقدر Maximum-Likelihood (MLH) لتقدير معالمات Fractionally-Differenced لنموذج ARFIMA (p,d,q) بالإضافة لتقدير التباين و مصفوفة الارتباط و الخطأ المعياري، فضلا عن قيمة likelihood الأرجحية العظمى، ويعتبر likelihood طريقة سريعة و دقيقة للتقدير. (Haslett and Raftery, 1989). يتم عرض القيمة المتوقعة من loglikelihood لتقدير المعلمة d (والتي تتطابق و تتعادل في الزمن المستمر مع معلمة كسور الحركة البراونية المتعلقة ببعد النمط الهندسي المتكرر) والتي تبين أن لها حد أقصى والذي يحدث في صحيح قيمة d . و بين Cramer-Rao أن التباين غير متحيز لتقدير d . و تبين التجربة أن تقدير MLH ل d غير متحيز وفعال عندما تستخدم مجموعة بيانات محدودة الحجم في إجراء التقدير (Deriche and Twefik, 1993). و يكون تقدير d في الشكل التالي :

$$l(\alpha, \beta, d, \Phi(B), \theta(B)) = constant - \frac{1}{2} Nm \log \hat{\sigma}_\varepsilon^2 - \frac{1}{2} N |R|$$

حيث أن $\Phi(B)$ ، $\theta(B)$ معالمات النموذج، و $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ هو مقدر σ_ε^2 ، و R مصفوفة الارتباط المتجه. أفادت التجارب أنه عندما يكون حجم العينة 100 فإنه يعطي تقدير جيد ل d (Haslett and Raftery, 1989).

و Fracdiff اختصار لهذه الطريقة عبر برنامج ال R.

1.4. الطرق بمرحلة واحدة (طرق الإمكان الأكبر):

تعتبر طرق الإمكان الأكبر من بين أكثر الطرق فعالية لتقدير معلمة الذاكرة الطويلة d ، و تمثل طرق الامكان الأكبر الطرق بمرحلة واحدة، و التي يتم فيها تقدير معامل التفاضل الكسري d بالموازاة مع معاملات ARMA للنموذج ARFIMA و تتطل هذه الطريقة أن تكون السلسلة الزمنية مستقرة أو أن يتم تحويلها إلى سلسلة مستقرة. يوجد عدة طرق بمرحلة واحدة سوف نقوم بذكر بعض هذه الطرق و شرحها بشكل موجز وهي:

أ. مقدر Exact Maximum Likelihood (EML)

هذه الطريقة مقترحة من طرف (Sowell, 1992a)، والتي تسمح باستخدام كل المعلومات طويلة و قصيرة الأجل المرتبطة بتصرف السلسلة الزمنية، ويعتبر المقدر المتحصل من طرف (Sowell) هو الأفضل و الأقوى من بين المقدرات المقترحة في حال وجود مركبة قصيرة المدى. يحتاج حسابه، عند كل تكرار خوارزمية التعظيم، إلى مصفوفة التباينات المشتركة وعكسها.

أعطى (Sowell, 1992a) دالة الامكان الأكبر لسلسلة زمنية مستقرة و طبيعية ذات تكامل كسري. لتكن Y_T أي سلسلة زمنية و y_T عينة مكونة من T مشاهدة، حيث :

$Y_T = [y_1, y_2, \dots, y_T]$ تخضع القانون الطبيعي بمتوسط معدوم و مصفوفة تباين - تبيان مشترك Σ . تعرف دالة الكثافة كما يلي :

$$f(Y_T, \Sigma) = (2\pi)^{-T/2} |\Sigma|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} Y_T \Sigma^{-1} Y_T\right)$$

حيث $|\Sigma|$ يمثل مصفوفة التباين - التبيان المشترك ل Y_T يعطى لوغاريتم دالة الإمكان بالصيغة:

$$L(Y_T, \theta) = -\frac{T}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |\Sigma(\theta)| - \frac{1}{2} Y_T \Sigma^{-1}(\theta) Y_T$$

حيث θ هو شعاع المعالم الحقيقية غير المعروفة الذي يتضمن تباين الأخطاء، معلم التكامل الكسري و معالم الانحدار الذاتي و المتوسط المتحرك.

يتم الحصول على المقدر $\hat{\theta}$ ل θ وذلك باشتقاق لوغاريتم دالة الإمكان على شعاع المعالم θ أي:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} L(Y_T, \theta) = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \theta_j} \ln |\Sigma(\theta)| - \frac{1}{2} Y_T \frac{\partial}{\partial \theta_j} \Sigma^{-1}(\theta) Y_T$$

يعتبر المقدر $\hat{\theta}$ ل θ حلا للمعادلة:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} L(Y_T, \theta) = 0$$

التوزيع التقاربي بمقدر طريقة الامكان الاكبر التامة يعطى بالصيغة $\hat{\theta} \xrightarrow{n.s} \theta$ لما $T \rightarrow \infty$ (n.s بصفة تقريبية) و $\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta)$ يؤول بتوزيع احتمالي إلى القانون الطبيعي بمتوسط معدوم و تباين مشترك $D^{-1}(\theta)$ مع :

$$D(\theta) = \frac{1}{4\pi} \left(\int_{-x}^x \frac{\partial}{\partial \theta_j} \ln f(Y) \right) \left(\frac{\partial}{\partial \theta_j} \ln f(Y) \right) dY$$

اقترح (Fox and Taquq, 1986) استعمال تقرب طيفي لدالة الامكان الاكبر التي تعطي مقدرات صحيحة و مضبوطة انطلاقا من عدد مشاهدات كاف. تعتبر هذه الطريقة أكثر فعالية ولكن نواجه صعوبة كبيرة في الميدان التطبيقي بسبب حساسيتها للشروط الابتدائية المعطاة للخوارزمية.

ب. مقدر Modified Profile Likelihood (MPL)

تحيز تقديرات (EML) ينشأ أساسا بسبب وجود معلمات الإزعاج و هي تلك المعلمات التي ليس لها فائدة مباشرة ولكن يجب أن تمثل لتحليل تلك المعلمات التي تم (في نموذج ARFIMA و μ الارتداد البديل و هي معلمات الإزعاج)، و يمكن أن يعزى إلى عدم قطرية مصفوفة المعلومات لفشر. وهذا التأثير واضح في محاكاة (Cheung and Diebold, 1994): حيث يوجد انحياز في d يزداد بشكل كبير عندما يتم استبدال الوسط الحسابي للمتوسط الحقيقي لدالة الامكان. الهدف من (MPL) تصحيح التحيز لتقديرات (EML) للمزيد يمكن مراجعة (Barndorff – Nielsen, 1983).

قام (Ooms and Doornik, 1999) بإعادة كتابة (MPL) بالصيغة التالية:

$$\ln L_M(d, \phi, \theta) = c + \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{2} \right) \ln |R| - \frac{1}{2} \ln |X'R^{-1}X| - \frac{T-k-2}{2} \ln [\hat{Z}R^{-1}\hat{Z}]$$

وفي تجارب محاكاة ل (Hauster, 1999) تشير إلى أن الحد من التحيز يعمل في عينة مكونة من 100 مشاهدة. و كما يوجد لتقدير (EML) و (MPL) اجراءات تتطلب حساب مصفوفة R في المتجه و في المتغيرات y . R لم يتم تعريفها عندما $d > 0.5$, لذلك تقتصر الاجراءات على متغيرات ثابتة. وفي حال ظهرت بيانات غير ثابتة عندها يجب اخذ الفرق للبيانات لتحقيق السكون قبل تقدير (EML) و (MPL) (Lildholdt, 2000).

ت. مقدر Conditional Sum of Squares (CSS)

(Beran, 1995) طور مقدر الامكان التقريبي على أساس التقليل إلى الحد الأدنى:

$$\ln L_C(d, \phi, \theta, \mu) = c - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{T-k} \sum_{t=2}^T \hat{e}_t^2$$

$$(y_t - \mu) = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j(d, \phi, \theta) (y_{t-j} - \mu) + \hat{e}_t, \quad y_i = 0 \text{ for } i < 0$$

ثبت كفاءة وطبيعة هذا المقدر، ونتائج المحاكاة على هذا الاجراء مختلطة جدا (Beveridge and Oickle, 1993) لا توصي بإجراء CSS لأحجام عينة من 100. في حين أن محاكاة (Chung and Baillie, 1993) توصي باستخدام CSS

لعينة حجم أكبر من 150. و في ظل وجود ديناميكية المدى القصير فإن التحيز يزداد بسرعة و بشكل عام لا يتم وصف خصائص الاجراء بالكامل.

الـ CSS لديها العديد من المميزات الجيدة: مثل أنها بسيطة نسبيا، ويمكن أن تمتد إلى نماذج أكثر تعقيدا مع عدم طبيعية الكثافة الشرطية (Lildholdt, 2000).

5. مراحل بناء نموذج ARFIMA:

حتى نستطيع أن نصل إلى النموذج الأفضل لتمثيل السلسلة الزمنية لابد لانا أن نمر بعدة مراحل لذلك سوف نقوم بعرض هذه المراحل والتي سوف نقوم بتطبيقها في الجانب العملي.

1.5. مرحلة التعرف:

أول مرحلة من مراحل التحليل للسلاسل الزمنية هي التعرف على النموذج المبدئي الملائم لبيانات السلسلة الزمنية، و يقصد بالتعرف على النموذج اختيار رتب النموذج الثلاث (p,d,q) وتعد مرحلة التعرف من أصعب مراحل التحليل و أهمها ليس في مجال السلاسل الزمنية فحسب بل في مجال الإحصاء بصفة عامة.

ففي هذه المرحلة نتعرف على السلسلة الزمنية و علة سيماتها و ملاحظها الرئيسية ثم اختبار السلسلة الزمنية لمعرفة مدى حاجتها إلى التحويل لعدم استقراريتها حول الوسط و التباين فإذا كانت ساكنة نقوم بالتحليل عل بالقيم الأصلية للمتغير دون إجراء أي تحويل أو أخذ أي فروق ولكن وجود سلسلة مستقرة مسبقا يعد أمرا نادرا و أما إذا كانت غير ساكنة في التباين نأخذها لها تحويلة و إذا كانت غير ساكنة في المتوسط ففي هذه الحالة نقوم بأخذ الفروق و هنا يختلف أخذ إما بأعداد صحيحة و هي نماذج ARIMA وهذا ليس بموضوعنا أو أخذها بأعداد كسرية أو الفروق الكسرية وهي نماذج ARFIMA و هو موضوعنا الذي نبحث من خلاله و سبق شرح عدة طرق لتحديد الفروق الكسرية.

وأما تعريف p,q فيتم من خلال النظر إلى شكل الانتشار لدالة الارتباط الذاتي و دالة الارتباط الذاتي الجزئي، نموذج الانحدار الذاتي AR تتحدد رتبته من خلال عدد الارتباطات الذاتية الجزئية التي تختلف معنويا عن الصفر، أما النموذج MA فإن رتبته تتحدد من عدد الارتباطات الذاتية ذات الدلالة الإحصائية، إما إذا كانت الارتباطات الذاتية و الذاتية الجزئية تمحط إلى الصفر بصورة أسية فإن هذا النموذج هو نموذج ARMA.

2.5. مرحلة التقدير

إن عملية تقدير النموذج هي المرحلة الثانية، وتأتي بعد عملية التعرف على النموذج الملائم للسلسلة الزمنية، و لكي يحقق النموذج الهدف الأساس من بنائه، و هو التنبؤ فيجب علينا أن نضمن جودة تقديره و ملائمته للسلسلة الزمنية، و بعد التعرف وتحديد رتبة النموذج يتم تقديره و أهم طرق التقدير هي طريقة المربعات الصغرى و طريقة الإمكان الأكبر.

لتحديد وتقدير نموذج ARFIMA(p,d,q) واستخدام تقنيات الانحدار يوجد عدة خطوات ضرورية للحصول على نموذج ARFIMA لمجموعة من بيانات السلاسل الزمنية (Hosking, 1981) و (Brockwell and Davis, 1991) وهي كالتالي: بفرض أن العملية X_t ، كما يلي:

$$\phi_p(B)(1-B)^d X_t = \theta_q(B)\varepsilon_t$$

حيث أن:

$U_t = (1-B)^d X_t$ ، بحيث تكون U_t تعبر عن عملية ARMA(p,q)، وكذلك $Y_t = \frac{\phi(B)}{\theta(B)} X_t$ عملية ARFIMA(0,d,0)

كما جاء في (Reisen et al., 2001) عن آلية التعرف والتقدير عند بناء نموذج ARFIMA كالتالي:

1. تقدير d في نموذج ARIMA(p,d,q) و يرمز لهذا التقدير بالرمز \hat{d} .
 2. حساب $\hat{U}_t = (1-b)^{\hat{d}} X_t$.
 3. استخدام منهجية بوكس - جينكنز لتعريف ز تقدير المعالم، ϕ, θ من خلال عملية ARMA(p,q).
 4. حساب $Y_t = \frac{\hat{\phi}(B)}{\hat{\theta}(B)} X_t$.
 5. تقدير d لنموذج ARFIMA(0,d,0). قيمة \hat{d} التي تم الحصول عليها في هاته الخطوة تكون هي التقدير الجديد ل d.
 6. تكرار الخطوات من 2 إلى 5 حتى تتقارب تقديرات المعالم ϕ, θ, d .
- تجدر الإشارة عادة إلى أن تكرار واحد فقط مع الخطوات 1 حتى 3 تستخدم للحصول على النموذج.

✚ معايير المقارنة بين النماذج المرشحة:

إن اختيار النموذج الأفضل تعتبر مهمة صعبة يواجهها الباحث لهذا السبب تم وضع بعض المعايير التي تساعد في اختيار النموذج الأفضل من بين النماذج المرشحة حيث يتم تحديد النموذج صاحب أقل قيمة لهذه المعايير ومن هذه المعايير الاحصائية:

أ. معيار معلومات اكايك (AIC) **Akaike Information Criterion**:

قام الباحث Akaike في عام 1973 بإيجاد المعيار AIC معيار أكايك ويعرف كالتالي (Akaike, 1973):

$$AIC(M) = -2(\text{Conditional maximum likelihood}) + 2M$$

فإذا كان النموذج بمعلمات M وفق البيانات، تكون صيغة المعيار AIC بدلالة مقدار تباين الخطأ كما يلي:

$$AIC(M) = n \ln(\hat{\sigma}_\alpha^2) + 2M$$

M وهي رتبة النموذج، n عدد المشاهدات، $\hat{\sigma}_\alpha^2$ مقدار تباين الخطأ.

ويكون الاختيار على أساس أصغر قيمة للمعيار.

ب. معيار معلومات بيز (BIC) **Bayesian Information Criterion**:

قام (Schwarz, 1978) بتطوير المعيار AIC إلى المعيار الجديد الذي سمي بمعيار بيز (BIC) أو معيار Schwarz

(SIC) وصيغته كالتالي:

$$BIC(M) = n \ln(\hat{\sigma}_\alpha^2) + M \ln(n)$$

حيث أن: N عدد مشاهدات السلسلة، و M : العدد الكلي لمعلمات النموذج. و يكون الاختيار على أساس أصغر قيمة للمعيار.

ت. متوسط مربعات الأخطاء (MSE):

و يمكن التعبير عن هذا المقياس بالصيغة الآتية :

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2$$

حيث e_t تمثل البواقي، y_t القيمة الحقيقية للسلسلة، \hat{y}_t تمثل القيمة المقدرة، n تمثل عدد المشاهدات.

ث. متوسط الخطأ المطلق (MAE):

و يمكن التعبير عن هذا المقياس بالصيغة الآتية:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t| = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |e_t|$$

حيث e_t تمثل البواقي، y_t القيمة الحقيقية للسلسلة، \hat{y}_t تمثل القيمة المقدرة، n تمثل عدد المشاهدات.

ج. متوسط الأخطاء النسبية المطلقة (MAPE):

و يمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية :

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{e_t}{y_t} \right|$$

حيث e_t تمثل البواقي، y_t القيمة الحقيقية للسلسلة، \hat{y}_t تمثل القيمة المقدرة، n تمثل عدد المشاهدات.

3.5. مرحلة التشخيص:

يعتمد نموذج السلاسل الزمنية الذي يتم التعرف عليه في المرحلة الأولى على مجموعة من الفروض النظرية الخاصة بالعملية العشوائية التي ولدت البيانات والشكل العام للنموذج المختار والتغيرات العشوائية. و يعني أن مقدرات هذه المعالم وخصائصها والاستدلالات الاحصائية المختلفة ليس لها معنى إلا إذا كانت هذه الفروض صحيحة أو على الأقل لا يمكن رفض ملائمتها للبيانات المتاحة. ومن ثم فإن دراسة ملائمة هذه الفروض للسلسلة الزمنية المتاحة تعد من الأمور الضرورية و جزء لا يتجزأ من دراسة تحليل السلاسل الزمنية لأي مجموعة من البيانات والتي يجب أن يوليها مستخدم السلاسل الزمنية اهتماما خاصا. و تعرف هذه النوعية من الدراسات بتشخيص النموذج المبدئي و الذي يمكن النظر إليه كنوع من التوازن بين الفروض النظرية التي يعتمد عليها النموذج و مخرجات العملية التطبيقية لمرحلة التقدير. و يوجد العديد من الفحوصات التي تستخدم في التشخيص نذكر منها:

أ. تحليل السكون:

لقد أوضحنا في الفصل السابق ماهية السكون، ومن ثم يجب فحص تقديرات معالم الانحدار الذاتي التي تم الحصول عليها في مرحلة التقدير للتأكد من أنها تحقق شروط السكون وهي أن جذور المعادلة المميزة $\phi(B) = 0$ تقع كلها خارج دائرة الوحدة. فإذا كانت القيمة المطلقة لكل جذر من هذه الجذور أكبر من الواحد الصحيح فهذا يدل على سكون العملية العشوائية التي لدت السلسلة المرصودة. أما إذا كانت القيمة المطلقة لأحد الجذور قريبة من الواحد الصحيح فقد يدل هذ على ضرورة أخذ فروق إضافية.

ب. تحليل الانعكاس:

الانعكاس لا يقل أهمية عن السكون لنماذج السلاسل الزمنية موضع الدراسة، ولذلك يجب فحص التقديرات الخاصة بمعالم المتوسطات المتحركة للتأكد من أنها تحقق شروط الانعكاس وهي أن جذور المعادلة $\theta(B) = 0$ تقع كلها خارج دائرة الوحدة، فإذا كانت القيمة المطلقة لكل جذر من هذه الجذور أكبر من الواحد الصحيح فهذا يدل على انعكاس النموذج الأصلي. أما إذا كانت القيمة المطلقة لأحد الجذور قريبة من الواحد الصحيح فقد يدل هذا على استخدام فروق غير ضرورية.

ت. تحليل البواقي:

بعد التعرف على نموذج مبدئي و تقدير معلماته يتم تطبيق بعض اختبارات الفحص على البواقي أو مقدرات الأخطاء لمعرفة مدى مطابقة النموذج لبيانات السلسلة المشاهدة ويفترض في مقدرات البواقي $(\hat{\varepsilon}_t)$ أنها مقدرات (ε_t) والتي يفترض أنها مستقلة موزعة توزيعاً طبيعياً بمتوسط صفر وتباين σ^2 ، و يتم في هذه المرحلة فحص البواقي و ذلك بإجراء مجموعة من الاختبارات لنرى فيما إذا كانت تحقق شروط الاضطرابات الهادئة فإذا حققت الشروط يعتبر النموذج المطبق مقبولاً وإلا فيجب اقتراح نموذج آخر. نذكر بعض الاختبارات التي تستخدم تحليل البواقي في تشخيصها وهي كالتالي:

• رسم البواقي:

الخطوة الأولى والهامة في تحليل البواقي هي التوقيع البياني لهذه القيم كسلسلة زمنية، فرسم البواقي والاختبارات الاحصائية يظهر الملامح الأساسية للبواقي - مثل الاتجاه العام والتشتت والبيانات الشاذة - بشكل قد لا تستطيع الاختبارات الاحصائية اظهاره اكتشافه. فإذا كان النموذج المبدئي جيداً فهذا يعني أنه قد استطاع استيعاب كل الأنماط والتحركات المنتظمة في البيانات تاركاً البواقي خالية من مثل هذه الأنماط والتحركات، ومن ثم فإن البواقي على ورقة التوقيع البياني يجب أن تتأرجح بتشتت حول الصفر كخط وسط موازي لمحور الزمن كما أن الشكل يجب أن يبدو عشوائياً خالياً من أي معلومة يمكن استخدامها في التنبؤ بالسلسلة الزمنية موضوع الدراسة. الدراسات الحديثة في مجال الاحصاء تعطى أهمية لرسم البواقي لا تقل أهمية عن الاختبارات الإحصائية.

• اختبار دالة الارتباط الذاتي للبواقي:

يجب أن تخلو دالة الارتباط الذاتي من أي نتوءات أي يجب أن تكون كل معاملات الارتباط الذاتي صغيرة بشكل يمكن معه قبول عدم اختلاف كل معامل ارتباط ذاتي نظري مناظر معنويا عن الصفر، ويتم هنا فحص كل معامل ارتباط ذاتي للعينه على حدة، ومن ثم يجب فحص توزيعات المعاينة لهذه المعاملات.

● إحصاء بوكس بيرس المعدل (Ljung Box):

يستخدم هذا الاختبار في اختبار عشوائية أخطاء السلسلة الزمنية وذلك من خلال حساب معاملات الارتباط الذاتي للبواقي لمجموعة من الازاحات.

فقد قدم بوكس وبيرس في عام 1970 الاحصائية Q لإجراء هذا الاختبار:

$$Q_{BP} = n \sum_{k=1}^m r^2(k)$$

و التي تتبع توزيع χ^2 بدرجات حرية m حيث يتم اختبار الفرضيات.

$H_0: \rho(k) = 0$ البواقي مستقلة.

$H_1: \rho(k) \neq 0$ البواقي غير مستقلة.

أي عندما تكون Q_{BP} المحسوبة أكبر من $\chi^2_{(\alpha, m)}$ الجدولية أي $Q_{BP} > \chi^2_{(\alpha, m)}$ نرفض الفرضية الصفرية التي تنص على أن جميع معاملات الارتباط الذاتي للبواقي تساوي صفر بمعنى آخر نرفض الفرض القائل بأن البواقي مستقلة (Montgomery et al, 2008).

الاختبار Box&Price يعمل بشكل أفضل عندما يكون حجم العينة كبيرا أو معقولا أما إذا كان حجم العينة صغير فإن هذا الاختبار غير جيد لذلك قد قام (Ljung and Box, 1978) تعديلا بسيطا لهذا الاحصائية على الصورة:

$$Q_{LB} = n(n+2) \sum_{k=1}^m \frac{r^2(k)}{n-k}$$

والتي تتبع أيضا توزيع χ^2 بدرجات حرية m.

وكما يلاحظ فإن اختبار Ljung and Box يشبه كثيرا اختبار Box and Price و الاختلاف بينهما هو أن Ljung and Box أعطى وزن قيمة $\frac{n+2}{n-k}$ لدالة الارتباط الذاتي عند الفجوة الزمنية k وعندما تزيد قيمة n (حجم العينة) سيقترب هذا الوزن من الواحد و بالتالي تصبح قيمة Q_{BP} ، Q_{LB} تقريبا متساوية أي لا يصبح أفضلية لأي من الاختبارين (Montgomery et al, 2008).

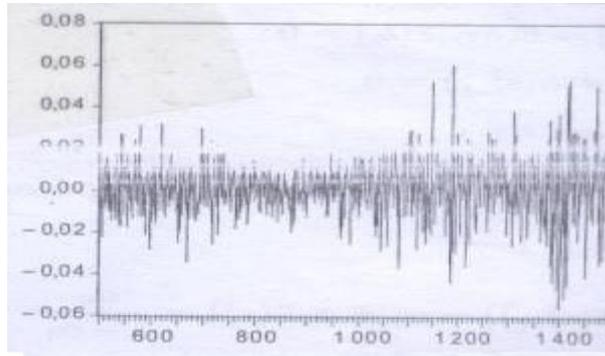
4.5. التنبؤ:

و هي تعد آخر مرحلة في بناء النموذج وهي أهم مرحلة وهي أساس تحليل السلاسل الزمنية، و لا يمكن الوصول إلى هذه المرحلة دون المرور بباقي المراحل و النجاح في كل الخوارزميات.

وبعد الحصول على نموذج ملائم لتمثيل البيانات فإن هذا النموذج يستخدم للتنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة الزمنية و يعد التنبؤ الخطوة الأخيرة من خطوات دراسة وتحليل نماذج السلاسل الزمنية ويعد الهدف الأساسي من الدراسة.

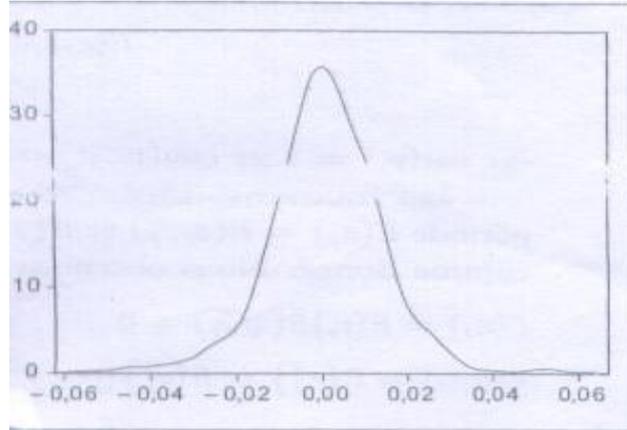
II. النماذج الغير الخطية ARCH:

لقد تطرقنا في الفصل السابق إلى النماذج الخطية للسلاسل الزمنية ARMA، التي كان لها أثر كبير ومهم في نمذجة العديد من الظواهر الاقتصادية و ساعدت على التنبؤ بها ، إلا أن الفرضية الخطية التي تتصف بها هذه النماذج تستلزم أن تتميز السلاسل الزمنية بثبات التباين (Homoscedasticité) ، إضافة إلى ثبات السيورة ARMA⁵² وهذا ما أدى إلى ظهور نماذج غير خطية تساعد على نمذجة هذا النوع من السلاسل الزمنية. يقدم النموذج القياسي تنبؤات مستقبلية للمتغير موضوع الدراسة، ففي أغلب الأحيان النموذج الذي يقدر بشكل جيد خطأ التنبؤ يكون فيه منعدم. إلا أنه فيما يخص الأصول المالية، ثبات الأخطاء لهذه النماذج يمكن أن يتغير من حين لآخر عبر الزمن بسبب سرعة التقلبات (volatilité) في المداخيل على سبيل المثال الدخل اليومي لمؤشر cac40 بباريس يكون في بعض الأحيان يتميز بتقلبات تكون ايجابية مرتفعة و كذلك منخفضة أو سلبية بفترات مستقرة و هذا ما يوضحه الشكل التالي:



Source : Stephen BAZEN- Marava Sabatier

هذه التقلبات تخلق قيم قصوى في منحنى كثافة المداخيل كما يوضح الشكل التالي:



Source : Stephen BAZEN- Marava Sabatier

بنمذجة التقلبات لهذه الفترات يمكننا الحصول على أحسن التنبؤات للخطر. هذا يعني أنه يوجد عدم ثبات تباين حد الأخطاء (hétéroscedasticité) لخطأ النموذج، و بما أن فترات التقلبات لا تستمر كثيرا فهذا يدل على أن عدم ثبات تباين حد الخطأ هو شرطي، أي ارتفاع يتبعه ارتفاعات أكثر أهمية و هذا ما يدل على أن حالة عدم ثبات تباين حد الخطأ هي حالة المخدارية.

52 - سعيد هتهات " دراسة اقتصادية و قياسية لظاهرة التضخم في الجزائر مرجع سابق ص178 .

اقترح Engel سنة 1982 نموذجاً يمكن أن يدرس هذا النوع من الظواهر و هو نموذج ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)، هذا النموذج هو أصل النموذج القياسي المالي L'économétrie Financière .

1. الحالات الشرطية و الغير الشرطية لنموذج ARCH :

في نموذج ARCH خصائص السلسلة (التوقع، التباين، التباين المشترك) الشرطية يتم اقتباسهم من حالات غير شرطية ، الأولى تعتمد على فترات سابقة على عكس الحالات الغير الشرطية التي قيمها تعتمد على فترات طويلة .

$$y_t = x_t \beta + \varepsilon_t \quad \text{نأخذ كمثال النموذج الإحصائي التالي :}$$

$$\varepsilon_t = u_t \sqrt{h_t} \quad \text{و نفرض أن حد الخطأ معطى ب:}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad \text{و } u_t \rightarrow N(0,1) \quad \text{حيث :}$$

$$0 < \alpha_1 < 1 \quad \text{و } 0 < \alpha_0 \quad \text{مع}$$

كما نضع أيضاً u_t هو مستقل عن ε_{t-1}^2

-التوقع الرياضي الشرطي ل ε_t ، ε_{t-1} معطى ب :

$$E\left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{t-1}}\right) = E(u_t)E(\sqrt{h_t}) = 0 / E(\sqrt{h_t}) = 0$$

التحويل ممكن بفضل فرضية الاستقلالية بين u_t و ε_{t-1}^2 . التباين الشرطي ل ε_t ، ε_{t-1} معطى كالتالي :

$$E(\varepsilon_t^2 / \varepsilon_{t-1}) = E(u_t^2)E(h_t) = 1E(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) = \alpha_0 + \alpha_1 E(\varepsilon_{t-1}^2)$$

الحد ε_{t-1}^2 يعتبر كمعطيات (من تسمية " الشرطي ") التباين المشترك بين ε_t و ε_{t-1} معطى ب :

$$E(\varepsilon_t + \varepsilon_s / \varepsilon_{t-1}) = E(u_t u_s)E(h_t) = 0$$

$$E(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) = 0$$

$$\text{var}(u_t) = 1 \text{ et } \text{cov}(u_t, u_s) = 0 \quad \text{من أجل : } t \neq s$$

$$E(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_{t-p}) \text{ et } E(\varepsilon_t^2) = E(\varepsilon_{t-1}^2) \quad \text{-الحالات الغير الشرطية}$$

ما يحدث ε_{t-1}^2 لا تعد معطيات و نتحصل :

$$E(\varepsilon_t) = E(u_t)E(\sqrt{h_t}) = 0$$

$$\text{var}(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = E\left[u_t^2 (\alpha_0 + \alpha_1 E(\varepsilon_{t-1}^2))\right] = \alpha_0 + \alpha_1 E(\varepsilon_{t-1}^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}$$

$$\text{COV}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = E(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = E(u_t u_s) \left(\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \sum_{t-1}^2} \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2} \right) = 0$$

إذن يوجد هناك اختلاف بين التباين الشرطي و الغير الشرطي . عمليات ARCH تمكن من خلق صدمة بانحراف قيمة كبيرة ل ε_t و التي تؤدي إلى تأثيرات على القيم في الفترات $t+1, t+2, \dots$ و لكن هذه التأثيرات عبر الزمن تقل، بسبب أن هذه الحالات أو الأوقات سوف تتبع من جديد القيم الغير الشرطية. تأثير الصدمة التي كانت في الأول هي غير مستمرة) تبيان أهمية الفرضية $0 < \alpha_1 < 1$ (في هذا المفهوم)، يمكننا أيضاً إن نبين أن الرمز الذي يعطى إلى حد الخطأ في كل مرحلة يعتمد على القيمة u_t ، هذا الرمز يمكنه أن يكون موجب أو سالب باحتمال 0.3 في كل حالة .نموذج ARCH يدرس السلاسل التي تخضع لفترات تقلبات قصيرة ، مثلاً: مداخيل مؤشرات البورصة . خلال هذه المراحل الشكل الشرطي

للمودج يمكن من الحصول على أحسن التنبؤات لنمودج يكون فيه حد الخطأ يحقق الفرضيات الكلاسيكية بمعنى

$$\varepsilon_t \approx iid(0, \sigma^2) \quad 53$$

2. الخصائص الأساسية لنماذج ARCH:

في نموذج ARCH الذي نحن بصدد تقديمه نلاحظ أن الأخطاء تتميز بالخصائص التالية:

* الأوساط الشرطية و الغير الشرطية (ε_t) معدومة .

* السلسلة (ε_t) غير مترابطة .

* الملاحظات (ε_t) هي غير مستقلة بما أنها مترابطة بفترتها الموالية (نلاحظ بأن الارتباط الذاتي هي علاقة خطية. التباين

الشرطي ب (ε_t) هو عبارة عن عمليات الانحدار الذاتي ينتج عنه أخطاء مشروطة بانحداره على القيمة السابقة .

– ما هو تأثير هيكل الأخطاء على السلسلة (y_t) .

من الواجب الذكر ان نموذج ARCH للأخطاء و معلمات الارتباط الذاتي ب (y_t) تكون مترابطة . التفسير هنا بديهي

: كل صدمة مهمة في u_t تكون مصحوبة بتغيير كبير ثابت على مستوى ε_t . يتميز هذا الثبات بأهمية أكبر من α_1 أما

بالنسبة إلى القيم الكبير لمعامل الانحدار الذاتي α_1 ، التغيير في y_t يكون أكثر ثبات و مواظبة ، من جهة أخرى الحالة

التي تكون فيها y_t تميل إلى بقائها بعيدة عن وسطها المعتاد تنتج تباين كبير.

يمكن توضيح هذه الخصائص النظامية، و لهذا الغرض قمنا باختيار النموذج البسيط (1) ARCH.

$$\begin{cases} y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = u_t \sqrt{\varepsilon_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2} \end{cases}$$

حساب خصائص السلسلة الشرطية :

$$E(y_t) = a_0 + a_1 y_{t-1}$$

$$\text{var}(y_t / y_{t-1}, y_{t-2}, \dots) = \sum_{t-1} [y_t - a_0 - a_1 y_{t-1}]^2 = E(\varepsilon_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

نلاحظ أن التباين الشرطي ب (y_t) هو مرتبط ايجابيا مع α_1 . الوسط و التباين الغير الشرطي ب (y_t) يمكن أن تحسب

$$y_t = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_1^i \sum y_{t-i} \quad \text{كالتالي :}$$

$$\begin{cases} E(\varepsilon_t) = 0 \\ E(y_t) = \frac{a_0}{1 - a_1} \end{cases} \quad \text{و بما أن :}$$

نتحصل على :

$$\text{var}(y_t) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_1^{2i} \text{var}(\varepsilon_{t-i})$$

$$\text{var}(\varepsilon_t) = \text{var}(\varepsilon_{t-1}) = \dots = \text{var}(\varepsilon_1) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} \quad \text{ونعلم أنه:}$$

$$\text{var}(y_t) = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} \left[\frac{1}{1-\alpha_1^2} \right] \quad \text{الذي يتبع:}$$

و نلاحظ بأن تباين y_t هو دالة تعظيمية ل α_1 و القيمة المطلقة $|a_1|$.
و مما سبق يتبين بوضوح الآن أن عمليات الأخطاء (ARCH) هي نافعة جدا لنمذجة الفترات المتميزة بتقلب متغيراتها

54

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{\alpha_0} + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

يمكن استخلاص أنه من الممكن تعميم النتائج المتوصل إليها سابقا إلى نماذج ARCH ذات درجة أكبر .
في هذه الحالة نتكلم عن نموذج (q) ARCH :

$$\varepsilon_t = u_t \sqrt{\alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2}$$

3. تقدير معاملات النموذج :

نموذج ARCH متكون من معادلتين: الأولى تخص المتغير المستقل و الأخرى تخص حدا الخطأ و مع بعضهما يكونان نموذج غير خطي بالنسبة لمعاملات النموذج . بما أن الفرضيات تمت الموافقة عليها في النموذج المقدم، طريقة Maximum De Vraisemblance هي التي يتم استعمالها.

*غالبا و تحت الفرضيات الكلاسيكية لحدا الخطأ يكون $\varepsilon_t \approx in(0, \sigma^2)$ ، لوغاريتم معادلة المعقولة تكتب على النحو التالي :

$$LnL = \frac{t}{2} L_n 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^t L_n \text{var}(\varepsilon_t) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^t \frac{\varepsilon_t^2}{\text{var}(\varepsilon_t)}$$

في نموذج ARCH $\text{var}(\varepsilon_t)$ تعوض بالتباين الشرطي $\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ و حدا الخطأ ب: $\varepsilon_t = y_t - x_t B$
و بتعويض في معادلة المعقولة نجد:

$$L_n L = -\frac{t-1}{2} L_n 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^t L_n \left(\alpha_0 + \alpha_1 (y_{t-1} - x_{t-1} B)^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^t \frac{(y_t - x_t B)^2}{\alpha_0 + \alpha_1 (y_{t-1} - x_{t-1} B)^2} \right)$$

⁵⁵ يجب استعمال طريقة تكرارية لتعظيم المعادلة بالنسبة إلى معاملات النموذج α_0, α_1, B

4. اختبار ARCH للسلاسل الزمنية :

قبل تقدير نموذج ARCH لا بد من إجراء اختبار للتأكد من أن تباين البواقي غير ثابت عبر الزمن و من بين هذه الاختيارات نجد اختبار ARCH و الذي يتم عن طريق اختيار الفرضيتين التاليتين :

$$H_0 \rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$$

H_1 يوجد معامل واحد على الأقل يختلف عن الصفر:

⁵⁴ - saml khiddine « conrs de économétrie mélodes et application «édition gennes sciences la vaaisier p 189. 190. 191.

⁵⁵ - Stephen bazen-mareva sabatier "économétrie des fondements a la modélisation référence précédent p 166.

ففي حالة قبول الفرضية H_0 فهذا يعني بأن تباين الخطأ ثابت عبر الزمن و العكس في حالة قبول الفرضية H_1 .
و يتم ذلك عن طريق حساب الإحصائية LM_{cal} كما يلي :

$$LM_{cal} = n * R^2 \quad \text{حيث}$$

n عدد المشاهدات .

$$R^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 : \text{ معاملا التحديد للنموذج الآتي :}$$

ε_t بواقى النموذج ARMA .

إن الإحصائية LM_{cal} تتبع توزيع كاي تربيع بدرجة حرية p أي $\chi^2(p)$ لذا يتم تحديد قيمة LM_{tab} الجدولية فإذا كان :

* $LM_{tab} > LM_{cal}$ فهذا يعني قبول الفرضية العدمية H_0 أي أن تباين الأخطاء ثابت عبر الزمن.

* $LM_{tab} < LM_{cal}$ فهذا يعني رفض الفرضية العدمية H_0 وقبول الفرضية البديلة H_1 أي عدم ثبات تباين حد الخطأ عبر الزمن .

5. التنبؤ باستخدام نموذج ARCH (p) :

يمكن استخدام العلاقة الآتية للتنبؤ بتباين الخطأ العشوائي و استخدامه لتحسين المجالات التنبؤية باستخدام العلاقة التالية:

$$h_\varepsilon^2(t+m) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i h_\varepsilon^2(t+m+1)$$

تمرين تطبيقي:

الجدول التالي يضم البيانات المسجلة والخاصة بالسلسلة الزمنية y_t .

الشهر السنة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	15,00	15,00	15,45	13,91	11,12	15,33	18,71	16,41	13,97	12,36	12,36	15,61
2	17,43	16,75	13,75	14,61	15,01	14,68	15,31	14,83	12,50	12,88	13,79	14,65
3	14,23	13,57	12,47	14,04	15,28	15,43	15,66	16,78	18,31	17,93	14,44	13,50
4	13,47	15,52	15,53	14,48	14,71	14,20	14,25	14,04	13,11	14,36	16,10	13,46
5	12,94	14,35	15,44	14,27	14,03	15,56	15,84	11,35	4,17	7,19	14,38	17,19
6	15,84	13,39	11,82	11,44	14,23	13,95	12,35	12,94	11,79	15,13	16,68	16,54
7	15,12	13,62	14,08	14,49	15,32	13,71	14,84	17,11	17,02	15,79	15,16	14,32
8	13,14	14,53	14,19	12,25	14,02	13,28	13,58	13,57	14,64	15,44	15,51	14,79
9	14,01	15,00	13,32	10,45	13,96	15,77	15,22	13,72	13,13	14,61	14,59	17,36
10	13,73	11,89	11,72	14,73	15,55	14,67	14,21	14,06	13,20	16,30	19,67	15,57
11	12,53	13,68	14,40	14,42	13,96	14,56	13,30	12,06	10,09	13,78	15,55	14,71
12	14,13	15,39	15,65	14,69	13,66	13,49	13,71	13,77	13,63	15,22	18,73	23,18
13	19,66	12,87	9,81	10,52	13,35	15,73	17,17	16,04	13,54	10,70	12,48	14,65
14	15,86	14,82	13,15	14,26	14,80	13,60	14,03	15,69	15,94	14,10	14,46	14,52
15	15,49	14,84	13,87	13,49	14,96	12,48	13,09	13,07	14,53	14,85	13,61	13,31

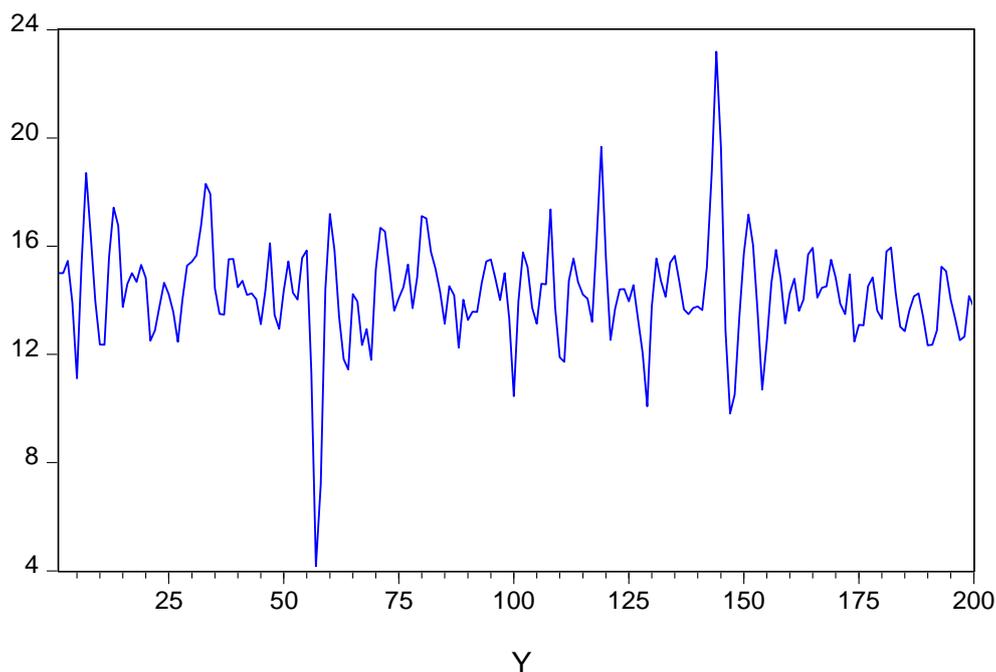
16	15,80	15,95	14,30	13,02	12,86	13,62	14,15	14,26	13,37	12,34	12,36	12,89
17	15,24	15,07	14,02	13,30	12,52	12,66	14,16	13,73				

المطلوب: القيام بدراسة خصائص و كذا تقدير معلمات النموذج بالطريقة الملائمة.

الحل:

تم حل هذا التمرين باستخدام برنامج Eviews.

الشكل -1- التمثيل البياني للسلسلة الزمنية y_t .



الشكل (2): منحنى دالة الارتباط الذاتي للسلسلة y_t .

Sample: 1 200

Included observations: 200

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.535	0.535	58.070	0.000
		2	-0.120	-0.569	61.014	0.000
		3	-0.349	0.116	85.972	0.000
		4	-0.177	-0.007	92.425	0.000
		5	0.058	0.006	93.124	0.000
		6	0.153	0.044	97.987	0.000
		7	0.096	-0.007	99.916	0.000
		8	-0.009	-0.001	99.932	0.000
		9	-0.054	0.019	100.55	0.000
		10	-0.038	-0.018	100.86	0.000

من الشكل البياني (2) لدالة الارتباط الذاتي يتضح أن الحدين الأولين لدالة الارتباط الذاتي الجزئي يختلفان عن الصفر $p=2$ ، وأن حدود دالة الارتباط الذاتي البسيط تتناقص بشكل أسي، وبالتالي فإن النموذج المحصل عليه مبدئياً هو .AR(2).

عملية التقدير أعطت النتائج التالية:

Dependent Variable: Y
Sample (adjusted): 3 200
Included observations: 198 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	14.28529	0.131266	108.8268	0.0000
AR(1)	0.839452	0.058878	14.25747	0.0000
AR(2)	-0.569230	0.058859	-9.671123	0.0000

منحنى دالة الارتباط الذاتي لسلسلة مربع البواقي كان كالتالي:

الشكل (3): منحنى دالة الارتباط الذاتي لسلسلة مربع البواقي

Sample: 3 200
Included observations: 198
Q-statistic probabilities adjusted for 2 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.234	0.234	11.013	
		2	-0.050	-0.110	11.511	
		3	-0.046	-0.008	11.948	0.001
		4	-0.082	-0.079	13.330	0.001
		5	-0.082	-0.051	14.706	0.002
		6	-0.087	-0.072	16.254	0.003
		7	-0.043	-0.021	16.640	0.005
		8	-0.039	-0.048	16.950	0.009
		9	0.068	0.077	17.926	0.012
		10	0.097	0.043	19.926	0.011

الحدود الأولى لمنحنى دالة الارتباط الذاتي تختلف اختلافاً معنوياً عن 0، يوثق هذا التحليل بالاستعانة باختبار مضاعف لاجرانج. اختبار الخاصية من النوع ARCH(1) يفضي إلى النتائج التالية:

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	11.30457	Prob. F(1,195)	0.0009
Obs*R-squared	10.79472	Prob. Chi-Square(1)	0.0010

Test Equation:
 Dependent Variable: RESID^2
 Method: Least Squares
 Date: 01/15/19 Time: 18:19
 Sample (adjusted): 4 200
 Included observations: 197 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.374943	0.334909	4.105421	0.0001
RESID^2(-1)	0.234064	0.069616	3.362226	0.0009
R-squared	0.054796	Mean dependent var		1.793670
Adjusted R-squared	0.049948	S.D. dependent var		4.476820
S.E. of regression	4.363583	Akaike info criterion		5.794565
Sum squared resid	3712.967	Schwarz criterion		5.827897
Log likelihood	-568.7646	Hannan-Quinn criter.		5.808058
F-statistic	11.30457	Durbin-Watson stat		1.948383
Prob(F-statistic)	0.000930			

عند قراءة النتائج، إحصائية فيشر المحسوبة F_{cal} و كذا إحصائية LM لمضاعف لاجرانج تسمح بافتراض خاصية النوع $ARCH(1)$. في هذه الحالة الاحتمالين أصغر من 5%، وبالتالي سيتم رفض الفرضية العدمية H_0 القائلة بانعدام المعاملات α_i . يجب في هذه الحالة اختبار خاصية من النوع $ARCH(2)$:

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	6.849449	Prob. F(2,193)	0.0013
Obs*R-squared	12.98983	Prob. Chi-Square(2)	0.0015

Test Equation:
 Dependent Variable: RESID^2
 Method: Least Squares
 Date: 01/15/19 Time: 18:23
 Sample (adjusted): 5 200
 Included observations: 196 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.531062	0.349598	4.379489	0.0000
RESID^2(-1)	0.259801	0.071538	3.631640	0.0004
RESID^2(-2)	-0.110554	0.071559	-1.544921	0.1240
R-squared	0.066275	Mean dependent var		1.798191
Adjusted R-squared	0.056599	S.D. dependent var		4.487834
S.E. of regression	4.358981	Akaike info criterion		5.797541
Sum squared resid	3667.138	Schwarz criterion		5.847717
Log likelihood	-565.1591	Hannan-Quinn criter.		5.817855
F-statistic	6.849449	Durbin-Watson stat		1.998003
Prob(F-statistic)	0.001337			

المعامل من الدرجة الثانية للمتغير $RESID^2(-2)$ لا يختلف معنويا عن 0، الخاصية المقبولة هنا هي من الشكل $ARCH(1)$. عملية تقدير المعلمات تتم بواسطة طريقة الإمكان الأكبر، النتائج المتحصل عليها كانت كالتالي:

Dependent Variable: Y				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution				
Sample (adjusted): 3 200				
Included observations: 198 after adjustments				
Variance backcast: ON				
GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	14.24263	0.088669	160.6274	0.0000
AR(1)	0.720230	0.058788	12.25135	0.0000
AR(2)	- 0.466271	0.061722	- 7.554369	0.0000
Variance Equation				
C	0.834466	0.113545	7.349206	0.0000
RESID(-1)^2	0.577660	0.143681	4.020423	0.0001
R-squared	0.505514	Durbin-Watson stat		1.642802
Inverted AR Roots	.36+.58i	.36-.58i		

الحد الثابت للعملية يساوي:

$$\hat{\alpha}_0 = \hat{b}_0 \times (1 - \hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) = 14,24 \times (1 - 0,72 + 0,466) = 10,62$$

الوحدة النمطية لجذر عامل التأخير كثير الحدود تساوي $1,46 > 1$ ، و بالتالي فان العملية مستقرة.

النموذج المقدر يكتب على الشكل التالي: $y_t = 10,6 + 0,72y_{t-1} - 0,47y_{t-2} + e_t$ ، حيث أن الأخطاء العشوائية تتبع الشكل: $\text{ARCH}(1): \varepsilon_t = u_t \times h_t$ مع $u_t \rightarrow N(0; 1)$ و $h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ المقدر بالعلاقة: $\hat{h}_t^2 = 0,83 + 0,58e_{t-1}^2$

6. نموذج GARCH (p .q)

اقترح هذا النموذج Bollerslev (1986) حيث يكون فيه تباين الخطأ العشوائي سلسلة تابعة لسلسلة الخطأ العشوائي مؤخر بـ i خطوة زمنية و التباين نفسه مؤخر بـ j خطوة زمنية و تكون الصياغة العامة لنموذج (p .q) GARCH كالتالي :

$$GARCH(p; q): h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q b_j h_{t-j}^2 \quad 56$$

-/اختبار نموذج GARCH:

الاختبار يقوم على فرضية العدم H_0 للخطأ $\text{ARCH}(p)$ مقابل الفرضية H_1 للخطأ $\text{GARCH}(p,q)$. الآن نبدأ باختبار الفرضية H_0 أي أن القيم β_j هي معدومة .

$$q, \dots, 1 = j, 0 = \beta_j : H_0$$

H_1 : يوجد على الأقل معامل واحد j غير معدوم.

الاختبار المناسب هو مضاعف لا غرونج :

56 - مكيدش محمد ، ساهد عبد القادر " دراسة قياسية لاسعار البترول باستخدام نماذج garch "

$$nR^2 \rightarrow \chi^2(q)$$

q : درجة الحرية .

R^2 : معامل التحديد

و باستعمال طريقته المربعات الصغرى MCO في المعادلة :

$$h_t^2 = \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^p \hat{\alpha}_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \hat{\beta}_j h_{t-j}^2$$

إذا كان: $n: R^2 * x^2(q)$ و ذلك عند درجة q و باحتمال 0.05 فإننا نرفض الفرضية H_0 و ذلك يعني قبول H_1 .
و هذا يعني أن الأخطاء خاضعة لسيرونة من النوع $GARCH(p,q)$:⁵⁷

-التنبؤ باستخدام نموذج $GARCH(p,q)$:

يمكن استخدام الصيغة التالية :

$$h_t^2(t+m) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_i^2 + \sum_{j=1}^q B_j h_{t-j+m}$$

حيث

m : أفق التنبؤ .

و يمكن حساب مجالات التنبؤ باستخدام المجال الآتي و هذا عندي مستوى معنوية 5 %

$$\cdot \left[\hat{y}_{t+m} \pm 2 \cdot \hat{h}_{t+m} \right]$$
⁵⁸

تمرين تطبيقي:

الجدول التالي يحتوي على البيانات المسجلة و الخاصة بالسلسلة الزمنية y_t .

الشهر السنة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	50,00	49,98	47,59	51,24	49,88	48,32	49,22	46,44	47,16	48,25	50,56	53,42
2	47,55	48,28	50,45	49,85	51,12	49,51	50,33	50,19	49,02	51,61	49,54	49,41
3	50,56	51,33	49,80	51,06	53,27	52,00	52,96	48,96	49,90	51,35	50,51	51,34
4	48,11	48,26	47,84	50,72	49,65	48,82	51,06	51,81	47,25	51,84	52,07	48,05
5	50,57	47,35	46,91	46,81	46,63	51,99	47,34	46,37	50,17	51,92	48,54	50,34
6	49,57	49,85	49,63	53,69	50,16	48,44	48,23	47,05	49,09	48,55	48,34	47,53
7	50,34	50,31	49,17	50,24	50,71	52,70	47,73	49,86	48,87	50,89	53,65	50,81
8	48,55	51,44	53,65	52,26	47,93	51,12	51,30	52,25	53,04	51,93	51,27	51,09
9	49,35	53,86	49,22	48,00	48,91	49,24	47,56	47,42	48,77	49,25	49,72	48,55
10	51,80	50,96	46,82	54,00	46,38	45,82	47,73	47,82	48,31	44,30	45,15	40,47
11	51,60	48,15	52,07	48,80	50,37	52,39	49,31	48,48	49,50	48,05	49,29	51,04
12	48,33	44,09	43,88	51,96	53,43	48,05	50,32	48,84	48,95	49,57	47,68	49,12
13	46,10	45,32	54,33	55,78	46,08	54,38	48,79	50,77	53,96	51,72	49,34	51,98
14	52,48	50,73	54,21	53,93	47,77	46,33	47,27	46,99	46,04	43,99	48,23	51,28
15	50,68	45,31	50,10	51,17	48,92	49,70	53,55	46,40	53,31	53,01	46,81	49,99

⁵⁷ - Requis bourbounnais michel terraza analgse des séries temporelles 3 em édition dunid paris 2010 p 310 . 311.

⁵⁸ - مكيدش محمد ، ساهد عبد القادر دراسة قياسية لاسعار البترول باستخدام نماذج garch مرجع سابق.

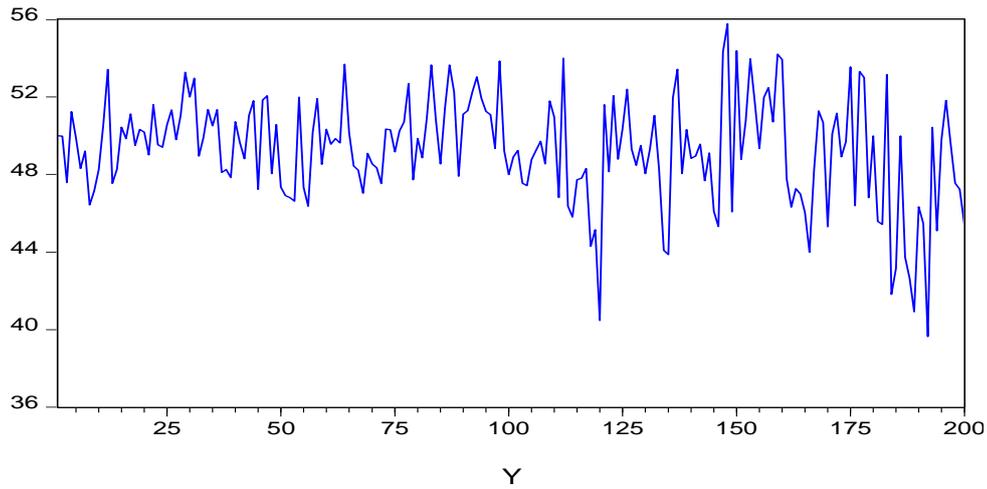
16	45,59	45,43	53,16	41,82	43,16	50,00	43,74	42,64	40,93	46,33	45,48	39,64
17	50,43	45,10	49,80	51,82	49,62	47,56	47,24	45,36				

المطلوب: دراسة خصائص و كذا تقدير معاملات النموذج بالطريقة المناسبة.

الحل:

تم حل هذا التمرين باستخدام برنامج Eviews.

الشكل -1- التمثيل البياني للسلسلة الزمنية y_t .



الدراسة الكاملة (استخراج خصائص السلسلة الزمنية، التعرف على النموذج،..) لهذه السلسلة الزمنية وفقا لمنهجية Box et Jenkins أفضت الى تبني النموذج التالي: $ARMA(1,1)$. تقدير المعلمات أعطى النتائج التالية:

Dependent Variable: Y				
Included observations: 199 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	7.639901	4.421854	1.727759	0.0856
Y(-1)	0.844845	0.089697	9.418869	0.0000
MA(1)	-0.647516	0.126606	-5.114410	0.0000

منحنى دالة الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي هو كالتالي:

Sample: 2 200
 Included observations: 199
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.010	-0.010	0.0199	
		2 -0.078	-0.078	1.2659	0.261
		3 0.157	0.156	6.2703	0.043
		4 -0.026	-0.031	6.4039	0.094
		5 0.070	0.098	7.4262	0.115
		6 0.007	-0.024	7.4367	0.190
		7 -0.086	-0.065	8.9717	0.175
		8 -0.054	-0.086	9.5845	0.213
		9 -0.090	-0.100	11.286	0.186
		10 0.027	0.034	11.438	0.247

الإحصائية Q لـ Ljung-Box تشير الى أن معاملات دالة الارتباط الذاتي لا تختلف معنويًا عن 0، وبالتالي فإن البواقي غير مرتبطة ببعضها البعض (مستقلة فيما بينها).

أما منحنى دالة الارتباط الذاتي لسلسلة مربع البواقي يكتسي الشكل التالي:

Sample: 2 200
 Included observations: 199
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.408	0.408	33.659	
		2 0.213	0.055	42.830	0.000
		3 0.208	0.124	51.648	0.000
		4 0.117	-0.018	54.440	0.000
		5 0.091	0.030	56.155	0.000
		6 0.042	-0.033	56.514	0.000
		7 0.033	0.014	56.740	0.000
		8 0.184	0.192	63.852	0.000
		9 0.140	0.009	67.989	0.000
		10 0.025	-0.078	68.120	0.000

عند القيام بتحليل منحنى دالة الارتباط الذاتي لسلسلة مربع البواقي، يتضح من خلال إحصائية Q لـ Ljung-Box أن معاملات هذا الأخير تختلف اختلافاً معنوياً عن 0، وبالتالي فإنه سيتم تبني الخاصية من النوع ARCH. هذه الخاصية يتم توثيقها بالاستعانة باختبار مضاعف لاجرانج ($p=1$):

ARCH Test:			
F-statistic	39.33677	Prob. F(1,196)	0.0000
Obs*R-squared	33.09590	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

بعد اختبار مجموعة من الخاصيات ARCH(1)، ARCH(2) و GARCH(1,1)، اتضح أن النموذج الذي كل معلمته تتسم بالمعنوية هو GARCH(1,1). وهذه الخاصية الأخيرة هي التي تم تقديرها، وكانت النتائج المتحصل عليها على الشكل التالي:

Dependent Variable: Y
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
Sample (adjusted): 2 200
Included observations: 199 after adjustments
Convergence achieved after 45 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	8.435305	5.488049	1.537032	0.1243
Y(-1)	0.830412	0.110463	7.517588	0.0000
MA(1)	-0.642143	0.147305	-4.359281	0.0000
Variance Equation				
C	1.176962	0.554819	2.121343	0.0339
RESID(-1)^2	0.287747	0.121736	2.363702	0.0181
GARCH(-1)	0.540555	0.141051	3.832333	0.0001
R-squared	0.109183	Mean dependent var	49.28626	
Adjusted R-squared	0.100093	S.D. dependent var	2.762905	
S.E. of regression	2.620987	Akaike info criterion	4.653624	
Sum squared resid	1346.436	Schwarz criterion	4.752920	
Log likelihood	-457.0356	Hannan-Quinn criter.	4.693812	
Durbin-Watson stat	1.977404			

كل معاملات المتغيرات تتسم بالمعنوية، النموذج المقدر يكتسي الشكل التالي:

$$y_t = 8,4 + 0,83y_{t-1} + e_t - 0,64e_{t-1}$$

حيث أن الأخطاء العشوائية تخضع للخاصية التالية: $\varepsilon_t = u_t \times h_t$ مع $GARCH(1,1)$: $u_t \rightarrow$
و $N(0; 1)$ و $h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$ المقدر بالعلاقة:

$$\hat{h}_t^2 = 1,18 + 0,28\varepsilon_{t-1}^2 + 0,54h_{t-1}^2$$

قائمة الجداول

- جدول 1 تحليل التباين للكشف عن التغيرات الموسمية و الاتجاه العام 17
- جدول 2 انخفاض قيمة المعلومات مع أقدميتها 30
- جدول 3 خصائص منحني الارتباط الذاتي 48

قائمة الأشكال

- شكل 1 مكونات السلسلة الزمنية 6
- شكل 2 نماذج السلسلة الزمنية 7
- شكل 3 انخفاض قيمة المعلومات مع أقدميتها ومقارنة المتوسط الكلاسيكي مع ثلاث قيم لـ α 30
- شكل 4 رسم بياني لدالة الارتباط الذاتي 42
- شكل 5 مخطط لتوضيح اختبار DF 51
- شكل 6 خطوات منهجية Box-Jenkins 61
- شكل 7 رسم R/S لبيانات مولدة لـ AR(1) ونموذج ARFIMA(0,0.3,0) 81
- شكل 8 رسم التباين المجمعة (Aggregated Variance Method) لسلسلة زمنية ذات ذاكرة طويلة 83
- شكل 9 رسم هيجوتشي (Higuchi) لسلسلة زمنية ذات ذاكرة طويلة 84
- شكل 10 رسم دالة Periodogram لسلسلة زمنية ذات ذاكرة طويلة 85
- شكل 11 أشكال دوال الارتباط الذاتي 86
- شكل 12 رسم ممهد لـ Variogram لسلاسل زمنية مولدة 87

قائمة المراجع

- جلاطو الجيلالي، " الاحصاء مع تمارين ومسائل محلولة "، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2012.
- صلاح الدين الهيتي، "الأساليب الإحصائية في العلوم الإدارية -تطبيقات باستخدام SPSS-"، دار وائل للطباعة والنشر، عمان، الأردن، الطبعة الثانية، 2006.
- عبد القادر محمد عبد القادر عطية، "الحديث في الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق"، الدار الجامعية الإبراهيمية، الإسكندرية، مصر، 2005.
- محمد حسين محمد رشيد، "الإحصاء الوصفي و التطبيقي و الحيوي"، دار صفاء للنشر و التوزيع، عمان، الأردن، الطبعة الأولى، 2008.
- مصطفى زايد، "المرجع الكامل في الإحصاء"، مطابع الدار الهندسية، القاهرة، مصر، الطبعة الثانية، 2007.
- مولود حشمان، "نماذج وتقنيات التنبؤ القصير المدى"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1998.
- مولود حشمان، "السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤات في المدى القصير"، ديوان المطبوعات الجامعية الجزائرية، الطبعة الثالثة، 2010.
- علي هادي جبرين، "إدارة العمليات"، دار الثقافة للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2006.
- إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه: مبادئ علم الإحصاء، الدار الجامعية، الاسكندرية، الطبعة الثانية، 2008.
- ناظم عبد الله عبد المحمدي، م.م. سعدية عبد الكريم طعمه، استخدام نماذج السلاسل الزمنية الموسمية للتنبؤ باستهلاك الطاقة الكهربائية في مدينة الفلوجة، مجلة جامعة الأنبار للعلوم الاقتصادية والإدارية، المجلد4، العدد7، 2011،
- نجيب رجب، "إحصاء التطبيقي"، دار العلوم للنشر، عنابة، الجزائر، 2004.
- Abraham, B. and Ledolter, J. (1983). Statistical Methods for Forecasting, Wiley, New York, USA.
- Andrew C. Harvey. (2014), « Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter», Cambridge University Press, Cambridge, England.
- Nino Silverio, (2005) , « Séries chronologiques », Support de cours provisoire pour l'unité de valeur "Mathématiques et statistiques" destiné aux classes du BTS Comptabilité-Gestion de l'ECG,

- Arthur CHARPENTIER.(2011), « Cours De Series Temporelles : Theorie Et Applications », Université Paris Dauphine.
- Avishek Pal, PKS Prakash. (2017), «Practical Time Series Analysis», Packt Publishing, Birmingham, United Kingdom.
- Bernard GOLDFARB, Catherine PARDOUX. (2013), «Introduction A La Méthode Statistique : Cours et Exercices Corrigés», 7^{ème} Edition, Dunod, Paris, France.
- Box, G. E. P. and McGregor, J. F. (1974). "The Analysis of Closed-Loop Dynamic Stochastic Systems", *Technometrics*, Vol. 16-3.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., and Reinsel, G. C. (1994). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, 3rd ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Brockwell, P. J., & Davis, R. A. (1991). *Time Series: Theory and Methods* (2nd ed.). New York: Springer-Verlag.
- Brockwell, Peter J. and Davis, Richard A. (2002). *Introduction to Time Series and Forecasting*, 2nd. ed., Springer-Verlang.
- M.DAVID et J.C.MICHAUD, (1989), « La prévision, Approche empirique d'une méthode statistique », édition Masson, Paris, France.
- Chatfield, C. (1996). *The Analysis of Time Series*, 5th ed., Chapman & Hall, New York, NY.
- Cromwell, J. B., Hannan, M. J., Labys, W. C., & Terraza, M. (1994). *Multivariate tests for time series models*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Crosbie, J., & Sharpley, C. F. (1989). DMITSA: A simplified interrupted time-series analysis program. *Behavior Research Methods, Instruments & Computers*, 21(6), 639-642.
- Damodar N. Gujarati, Dawn C. Porter, Sangeetha Gunasekar. (2013), « Basic Econometrics », Fifth Edition, Tata McGraw-Hill Education Pvt. Ltd, London, United Kingdom.
- David Makowski, Hervé Monod. (2011), « Analyse statistique des risques agro-environnementaux : Études de cas », 1^{ère} Edition, Springer-Verlag Paris,.
- DeLurgio, S. A. (1998). *Forecasting Principles and Applications*, Irwin McGraw-Hill, Boston, MA.
- Dominique M. Hanssens, Leonard J. Parsons, Randall L. Schultz.(2002), «MARKET RESPONSE MODELS Econometric and Time Series Analysis», KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, United States of America, 2nd Edition.
- DOUGLAS C. MONTGOMERY, CHERYL L. JENNINGS, MURAT KULAHCI. (2008), «Introduction to Time Series Analysis and Forecasting», Wiley Publishing, New Jersey, United States of America.
- Gallistel, C. R. (1992). Classical conditioning as a nonstationary, multivariate time series analysis: A spreadsheet model. *Behavior Research Methods, Instruments & Computers*, 24(2), 340-351.
- Giovanni Petris. (2010), « An R Package for Dynamic Linear Models», *JSS Journal of Statistical Software*, Volume 36, Issue 12.
- Granger, C. W. J.(1989), « Forecasting in Business and Economics. », 2nd ed. Boston: Academic Press.
- Guy Melard. (2008), « méthodes de prévision a courte terme », 2^{ème} édition, Ellipses, Editions de l'Université de Bruxelles, Belgique.

- Hamaker, E. L., Dolan, C. V., & Molenaar, P. C. M. (2005). Statistical modeling of the individual: Rationale and application of multivariate stationary time series analysis. *Multivariate Behavioral Research*, 40(2), 207-233.
- Harvey, Andrew. C.(1993), « Time Series Models ». 2nd ed. Cambridge, MA: MIT Press.
- Hassen BENNACEUR. (2010), « Econometrie : Notes De Cours_ Exercices Corrígés », Centre De Publication Universitaire, Tunisie.
- Helmut Lütkepohl, (2005), « New Introduction to Multiple Time Series Analysis », Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany.
- J.C.Usunier, (1982), *Pratique de prévision à court terme: Conception de système de prévision*, Éd Dunod, Paris, France.
- J.J. Daudin, C. Duby, S. Robin, and P. Trécourt. (1996), « Analyse de Séries Chronologiques », Cours : INA-PG, Mathématiques.
- James D. Hamilton. (1994), «Time Series Analysis», Princeton University Press, New Jersey, United States of America.
- Jean-Marie DUFOUR. (2003), « Cours : Lissage Exponentiel », Université De Montreal, Canada.
- Jorgensen, Jeff C., Eric J. Ward, Mark D. Scheuerell, and Richard W. Zabel. 2016. "Assessing Spatial Covariance Among Time Series of Abundance." *Journal Article. Ecology and Evolution* 6: 2472–85.
- KHALDI KHALED. (2017), « Méthodes Statistiques : Rappels De Cours Exercices Corrígés», Office des Publications Universitaires, Alger.
- Lamon, E.C. III, S.R. Carpenter, and C.A. Stow. 1998. "Forecasting Pcb Concentrations in Lake Michigan Salmonids: A Dynamic Linear Model Approach." *Ecological Applications* 8: 659–68.
- Lisi, Peter J., Daniel E. Schindler, Timothy J. Cline, Mark D. Scheuerell, and Patrick B. Walsh. 2015. "Watershed Geomorphology and Snowmelt Control Stream Thermal Sensitivity to Air Temperature." *Journal Article. Geophysical Research Letters* 42 (9): 3380–8.
- Ljung, G. and Box, G. (1978). "On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models", *Biometrika*, 65, 297-303.
- Christian Marmuse. (1983), « Les aides à la décision –techniques quantitatives de gestion », 2ème édition, Edition FERNAND NATHAN.
- Makradakis, S., Wheelwright, S. C. and McGhee, V. E. (1983). *Forecasting: Methods and Applications*, 2nd ed., Wiley, New York, NY.
- McDowall, D., McCleary, R., Meidinger, E. E., & Hay, R. A., Jr. (1980). *Interrupted time series analysis*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications. View
- Nelson, C. R. (1973). *Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting*, Holden-Day, Boca-Raton, FL.
- Ostrom, C. W., Jr. (1990). *Time series analysis: Regression techniques* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications. View
- Peter J. Brockwell, Richard A. Davis. (2016), « Introduction to Time Series and Forecasting », 3rd Edition Springer International Publishing, Switzerland.
- Petris, Giovanni, Sonia Petrone, and Patrizia Campagnoli. 2009. *Dynamic Linear Models with R. Use R!* London: Springer.
- Pindyck, R. S., and D. L. Rubinfeld.(1997), « Econometric Models and Economic Forecasts ». 3rd ed, McGraw-Hill College Div, New York, United States of America.

- Pole, A., M. West, and J. Harrison. 1994. *Applied Bayesian Forecasting and Time Series Analysis*. New York: Chapman; Hall, USA.
- Rainer Von SACHS, Sébastien VAN BELLEGEM. (2005), «STAT 2414 : Séries Chronologiques», Institut de statistique, 4^{ème} édition , Université catholique de Louvain, Belgique.
- Régis BOURBONNAIS, Jean-Claude USUNIER. (2017), «Prévision Des Ventes», 6^{ème} édition, Economica, Paris.
- Régis Bourbonnais, Michel Terraza. (2016), « Analyse des séries temporelles : Cours et exercices corrigés - Applications à l'économie et à la gestion », 4^{ème} édition, Dunod, Paris, France.
- Régis Bourbonnais. (2018), « Économétrie : Cours et exercices corrigés », 10^{ème} édition, Dunod, Paris, France.
- Robert H. Shumway, David S. Stoffer « Time Series Analysis and Its Applications With R Examples », Fourth Edition, Springer publishing, 2016.
- Sayrs, L. W. (1989). *Pooled time series analysis*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Scheuerell, Mark D., and John G. Williams. 2005. "Forecasting Climate Induced Changes in the Survival of Snake River Spring/Summer Chinook Salmon (*Oncorhynchus Tshawytscha*)." *Fisheries Oceanography* 14 (6): 448–57.
- Stachura, Megan M., Nathan J. Mantua, and Mark D. Scheuerell. 2014. "Oceanographic influences on patterns in North Pacific salmon abundance." *Journal Article. Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences* 71 (2): 226–35.
- Stephen Bazen, Mareva Sabatier. (2006), « économétrie ; des fondements à la modélisation », édition Vuibert, Paris, France.
- Strahan, R. (1973). A generalized directional coefficient for multiple time-series analysis. *Multivariate Behavioral Research*, 8(1), 109-116.
- Tata Subba Rao, Suhasini Subba Rao, C.R. Rao. (2012), « Time Series Analysis: Methods and Applications », First edition, Elsevier, Amsterdam, Netherlands.
- Velicer, W. F., & Fava, J. L. (2003). Time series analysis. In J. A. Schinka & W. F. Velicer (Eds.), *Handbook of psychology: Research methods in psychology* (pp. 581-606). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- W.N. Venables, B.D. Ripley. (2002), « Modern Applied Statistics with S », 4th Edition, Springer-Verlag New York.
- Yanovitzky, I., & VanLear, A. (2008). « Time series analysis: Traditional and contemporary approaches ». In A. F. Hayes, M. D. Slater, & L. B. Snyder (Eds.), *The SAGE Sourcebook of Advanced Data Analysis Methods for Communications Research* (pp. 89-124). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Zuur, A. F., R. J. Fryer, I. T. Jolliffe, R. Dekker, and J. J. Beukema. 2003. "Estimating Common Trends in Multivariate Time Series Using Dynamic Factor Analysis." *Environmetrics* 14 (7): 665–685.

محاضرات في تحليل السلاسل الزمنية

- مدعمة بأمثلة محلولة -



د. قليل محمد صغير

تهدف هذه المطبوعة إلى توفير لطالبة الليسانس و الماستر في ميدان العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير الأساسيات التي تبنى عليها معارفهم فيما يخص تحليل السلاسل الزمنية من خلال محاولة دعمها بالتقنيات و النماذج و اثرائها بأمثلة و تمارين محلولة. تتعامل هذه المطبوعة بطريقة بيداغوجية مع التقنيات - الكلاسيكية والحديثة - لتحليل السلاسل الزمنية. كما أنها تجيب على الأسئلة التالية:

- ما هي طرق التنبؤ بالمبيعات؟
- ما هي تقنيات التلميس الآسي و منهجية **Box-Jenkins** ؟
- ما هي اختبارات الجذور الوحيدة و كيفية استخدامها؟
- لماذا اللجوء الى نماذج **ARFIMA** أو **ARCH** ؟

مع حضور كبير للرياضيات و الإحصاء، يجد تحليل السلاسل الزمنية تطبيقات مختلفة في عدة مجالات ك: الاقتصاد، التسويق، علم الاجتماع، الزراعة، الصحة، البيئة ...