

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية
جامعة مصطفى اسطغبولي

معسكر

UNIVERSITÉ MUSTAPHA
STAMBOULI DE MASCARA



ملزمة دروس موجهة لطلبة السنة اولى جذع مشترك

في مقياس:

الاقتصاد الجزئي

اعداد الاستاذة د. مقدم تبرة

السنة الجامعية 2025/2026

تقديم:

الحمد لله العظيم، الذي بفضله وكرمه تفتح الأبواب، وتستضاء العقول، ويُيسر السبل، وتكفل الجهود بالنجاح والتوفيق. الحمد له على نعمه الظاهرة والباطنة، وعلى الهداية والرشاد، وعلى كل فضل أنعم به علينا، وجعلنا من الساعين للعلم والمعرفة.

وأصلي وأسلم على أشرف الأنبياء والمرسلين، سيدنا محمد، خاتم الأنبياء والمرسلين، المبعوث رحمة للعالمين، الذي نوره أضاء القلوب، وهداه نورٌ للأفهام، صلى الله عليه وعلى آله وصحبه أجمعين، ومن تبع هديه بإحسان إلى يوم الدين.

وبفضل الله وتوفيقه، تم إعداد هذه المطبوعة الموجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك في العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، والتي تتناول مقياس الاقتصاد الجزئي، بهدف تقديم عرض مبسط وواضح لأهم مفردات المقرر الدراسي، مستندة إلى مصادر وإصدارات قديمة وحديثة، بأسلوب علمي يجمع بين الدقة والوضوح والبساطة والعمق الأكاديمي، مع استخدام الأدوات الرياضية البسيطة والجداول والرسوم البيانية لتسهيل فهم واستيعاب المفاهيم الاقتصادية، وتوفير الوقت والجهد للطلبة، مع تمهيد الطريق لمراحل دراسية أكثر تقدماً وثقة.

وقد تم موازنة هذه المطبوعة وتكييفها مع البرنامج الوزاري المعتمد، لتوضيح المفاهيم الأساسية المرتبطة بنظرية الاقتصاد الجزئي في جزئه الأول من السداسي الأول، مع الانتقال بسلسلة من الأساسيات النظرية إلى التطبيقات العملية.

واشتملت المطبوعة على ثلاثة فصول متكاملة، يسبق كل فصل ملخص نظري يليه مجموعة من التمارين المتنوعة والغنية فكرياً وعلمياً، مع تقديم حلول نموذجية تفصيلية تتيح للطلبة فهم الجانب النظري وتطبيقه عملياً. وقد خصص الفصل الأول لتحليل سلوك المستهلك، بينما تناول الفصل الثاني نظريات العرض والطلب وتوازن السوق، مما يوفر قاعدة متينة لفهم ديناميكيات السوق والعلاقات الاقتصادية الأساسية.

إن هذه المطبوعة هي ثمرة جهد متواصل، واستفادة من خبرة وإرشاد الأساتذة الكرام المشرفين على محاضرات المقياس، لتكون أداة تعليمية متكاملة تجمع بين الوضوح، العمق، والتنوع الفكري، وتؤهل الطلبة بثقة لفهم الاقتصاد الجزئي واستيعاب مفاهيمه الأساسية، بما يمكنهم من النجاح في مسيرتهم الأكاديمية القادمة.

المقدمة العامة:

يُعَد الاقتصاد الجزئي أحد الركائز الأساسية في تكوين الطالب الجامعي في تخصصات العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، باعتباره المدخل العلمي الذي يتيح للطالب فهم كيفية تصرف الأفراد مستهلكين كانوا أو منتجين داخل السوق، وكيف تتشكل الأسعار والكميات نتيجة لتفاعل قوى العرض والطلب. فكل سلوك اقتصادي فردي، مهما بدا بسيطاً أو غير مؤثر، ينعكس على مستوى السوق الكلي، ويساهم في تشكيل البنية الاقتصادية التي نعيش في إطارها يوماً بعد يوم.

إن الهدف من هذه المطبوعة ليس تقديم معلومات نظرية فقط، بل بناء أرضية معرفية متينة تمكن الطالب من تطوير مهارات التفكير الاقتصادي، وفهم منطق القرارات الاستهلاكية والإنتاجية، والتحليل العقلاني للظواهر البسيطة والمعقدة على حد سواء. فمفاهيم مثل: المنفعة، سلوك المستهلك، منحنيات السواء، خط الميزانية، الطلب، العرض، التوازن،

والمرونات... ليست فقط مفردات في مقرر دراسي، بل أدوات تحليلية يستعملها الاقتصادي لتفسير الأحداث اليومية والتنبؤ بالسلوك المستقبلي للسوق. وتكتسب هذه المطبوعة أهميتها من كونها تجمع بين الجانب النظري من جهة، و البعد البيداغوجي التطبيقي من جهة أخرى؛ فقد تم الحرص على تقديم المفاهيم بأسلوب مبسط ودقيق يناسب طالب السنة الأولى، دون استخدام المعادلات المعقدة، مع تقديم أمثلة وتمارين متنوعة تساعد على ربط الفكر الاقتصادي بالواقع المعيش. كما تمت عملية دمج وتنقيح شاملة بين عدة مصادر تعليمية ومحاضرات جامعية، لاسيما الملفات العلمية التي استفدنا منها في إعداد هذه النسخة، وذلك بهدف الوصول إلى مطبوعة واضحة، وملائمة للبرنامج البيداغوجي المقرر.

تتوزع هذه المطبوعة على ثلاثة فصول مترابطة:

الفصل الأول يتناول مدخل إلى الاقتصاد الجزئي، الفصل الثاني يستعرض سلوك المستهلك، ويعد حجر الأساس في فهم كيفية اتخاذ القرارات الاستهلاكية، وكيف يتحقق التوازن بين رغبات الفرد وموارده.

الفصل الثاني يتناول الطلب والعرض وتوازن السوق، باعتبارهما الآلية المركزية التي تتحدد بها الأسعار والكميات في الاقتصاد.

فهرس المحتويات

3 فهرس المحتويات

7 قائمة بعض مصطلحات مقياس الاقتصاد الجزئي

المحور الأول: مدخل إلى الاقتصاد الجزئي

12 تمهيد عام:

13 ماهية علم الاقتصاد:

13 تعريف علم الاقتصاد:

13 طبيعة علم الاقتصاد:

13 فروع علم الاقتصاد:

14 المشكلة الاقتصادية:

14 مفهوم المشكلة الاقتصادية:

14 أسباب المشكلة الاقتصادية:

14 الأسئلة الأساسية للمشكلة الاقتصادية:

15 كيفية معالجة المشكلة الاقتصادية:

15 المنهج في علم الاقتصاد:

15 المنهج الاستنباطي:

15 المنهج الاستقرائي:

15 التكامل بين المنهجين:

15 أدوات التحليل الاقتصادي:

16 المكتسبات القبلية اللازمة لدراسة المقياس:

16 أهمية دراسة الاقتصاد الجزئي:

18 الجذور:

19 الأسس:

المحور الثاني: نظرية سلوك المستهلك

22 ملخص نظرية سلوك المستهلك:

22 ماذا ندرس سلوك المستهلك؟

23 مفهوم المنفعة Utility

23 قانون تناقص المنفعة الحدية:

24 نظرية المنفعة القياسية (نظرية المنفعة الحدية):

24 مفهوم المنفعة:

25 المنفعة الكلية:

25 المنفعة الحدية:

25 قانون تناقص المنفعة الحدية:

26 توازن المستهلك في حالة وجود قيود:

28 نظرية المنفعة الترتيبية منحنيات السواء

29 خط الميزانية Budget Line

29 خلاصة الفصل الأول:

30 تمارين محلولة: نظرية المنفعة القياسية

35 حلول تمارين نظرية المنفعة القياسية

48 ملخص: نظرية المنفعة الترتيبية (منحنيات السواء)

56 تمارين محلولة: نظرية المنفعة الترتيبية

المحور الثالث: نظريات الطلب والعرض وتوازن السوق

79 ملخص نظريات الطلب والعرض وتوازنات السوق:

79 الطلب:

79 مفهوم الطلب:

79 محددات الطلب:

80 دالة الطلب:

80 منحنى الطلب:

80 تغير الطلب وتغير الكمية المطلوبة:

80 تغير الكمية المطلوبة:

81 تغير الطلب:

81 مرونة الطلب:

81 مرونة الطلب السعرية:

82 مرونة الطلب التقاطعية:

82 مرونة الطلب الدخلية:

83 نظرية العرض:

83 مفهوم العرض:

83 محددات العرض:

83 دالة العرض:

85 خلاصة الفصل الثالث:

- 86 تمارين نظريات الطلب والعرض
- 94 حلول تمارين نظرية الطلب والعرض
- 107 نظرية توازن السوق:
- 107 توازن السوق:
- 108 فائض الطلب وفائض العرض:
- 108 فائض المستهلك وفائض المنتج:
- 108 فائض المستهلك:
- 109 فائض المنتج:
- 109 تمارين مطولة نظرية السوق

المحور الثالث: نظرية سلوك المنتج

- 129 تحليل سلوك المنتج (الإنتاج في الفترة القصيرة).
- 129 تمهيد:
- 175 تحليل سلوك المنتج نظرية التكاليف والإيرادات
- 183 تحليل سلوك المنتج (نظرية التكاليف والإيرادات)
- 218 قائمة المراجع

قائمة بعض مصطلحات مقياس الاقتصاد الجزئي

الاقتصاد	Economy	السياسة النقدية	Monetary policy
نظام اقتصادي	Economic system	السياسة المالية	Fiscal policy
المشكلة الاقتصادية	The economic problem	سعر أقصى	Maximum price
النظرية الاقتصادية	Economic theory	سعر أدنى	Minimum price

Bid price	سعر المشتري	Economic model	نموذج اقتصادي
Asked price	سعر البائع	Economic analysis	تحليل اقتصادي
Surplus	فائض	Microeconomic theory	النظرية الاقتصادية الجزئية
Shortage	عجز	Goods	السلع
Tax /Subsidy	الضريبة / الإعانة	Consumer's behavior	سلوك المستهلك
Tax burden	عبء ضريبي	Consumer's behavior theory	نظرية سلوك المستهلك
Taxable	خاضع للضريبة	Consumption	استهلاك
State revenue collection	حصيلة إيرادات الدولة	Cardinal utility theory	نظرية المنفعة القياسية (العديدية)
Government spending	الانفاق الحكومي	Ordinal utility theory	نظرية المنفعة الترتيبية
Consumer surplus	فائض المستهلك	Utility	المنفعة
Producer surplus	فائض المنتج	Total utility	المنفعة الكلية
Producer behaviour theory	نظرية سلوك المنتج	Marginal utility	المنفعة الهامشية (الحدية)
Producer / Seller(vender)	منتج / بائع	Utility Maximisation	تعظيم المنفعة
Production	الإنتاج	Income / Budget	الدخل / الميزانية
Means of production	وسائل الإنتاج	Income constraint/ Budget constraint	قيد الدخل / قيد الميزانية
Labor /capital	العمل / رأس المال	Income line/ Budget line	خط الدخل / خط الميزانية
Total productivity	الإنتاجية الكلية	Consumer equilibrium	توازن المستهلك
Marginal Productivity	الإنتاجية الحدية	Minimizing spending	تدنية الانفاق
Variable	متغير	Combination	التوليفة
Production Function	دالة الإنتاج	Unity	وحدة
Returns to scale	غلة الحجم	Value	قيمة
Homogeneous Function	الدالة المتجانسة	Indifference curve	منحني السواء
Production elasticity	مرونة الإنتاج	Indifference map	خريطة السواء

Expansion path	مسار التوسع	Marginal rate of substitution	المعدل الحدي للحلال
Production optimization	تعظيم الإنتاج	Income consumption curve	منحنى استهلاك - دخل
Minimizing cost /cost minimization	تدنية التكاليف	Price consumption curve	منحني استهلاك - سعر
Iso-product curve	منحنى الناتج المتساوي	Marshallian demand function	دالة الطلب المارشالية
Iso-cost curve	منحنى التكاليف المتساوية	Hexian demand function	دالة الطلب الهيكسية
Iso-cost line	خط التكلفة المتساوي	Engel function	دالة أنجل
Costs / Revenue	التكاليف / الإيرادات	Price effect	أثر السعر
TOTal cost	تكلفة كلية	Substitution effect	أثر الحلال
Variable cost	تكلفة متغيرة	Income effect	أثر الدخل
Fixed cost	تكلفة ثابتة	Demand theory	نظرية الطلب
Average cost	تكلفة متوسطة	Supply theory	نظرية العرض
Marginal cost	تكلفة حدية	Law of supply and demand	قانون العرض والطلب
Average revenue	إيراد متوسط	Market	السوق
Marginal revenue	إيراد حدي	Market forces	قوى السوق
Profit	ربح	Market equilibrium	توازن السوق
Marginal profit	ربح حدي	Demand function	دالة الطلب
Enterprises	خسارة	Supply function	دالة العرض
MONetary policy	السياسة النقدية	Equilibrium price	سعر التوازن
Fiscal policy	السياسة المالية	Equilibrium quantity	كمية التوازن
Maximum price	سعر أقصى	Elasticities	المرونات
Minimum price	سعر أدنى	Price elasticity of demand	مرونة الطلب السعرية
Bid price	سعر المشتري	Cross elasticity of demand	مرونة الطلب التقاطعية
Asked price	سعر البائع	Income elasticity of demand	مرونة الطلب الدخلية
Surplus	فائض	Arc elasticity	مرونة القوس

Shortage	عجز	Total revenue	الإيراد الكلي
Tax /Subsidy	الضريبة / الإعانة	Aggregate expenditure	الإنفاق الكلي

المحور الأول

مدخل إلى الاقتصاد الجزئي

المحور الأول: مدخل إلى الاقتصاد الجزئي

تمهيد عام:

قبل التعمق في دراسة المفاهيم التفصيلية لمقياس الاقتصاد الجزئي، من الضروري أن يتعرف الطالب على الأسس العامة لعلم الاقتصاد، وعلى طبيعة المشكلة الاقتصادية التي تمثل جوهر هذا العلم. فالاقتصاد لا يقتصر على الأرقام والأسواق فقط، بل هو علم اجتماعي تحليلي يبحث في كيفية استخدام الموارد النادرة لإشباع حاجات الإنسان المتعددة والمتجددة. ومن هنا تبرز أهمية الاقتصاد الجزئي في تفسير السلوك الفردي داخل الحياة الاقتصادية.

1. ماهية علم الاقتصاد:

1.1. تعريف علم الاقتصاد:

علم الاقتصاد هو العلم الذي يدرس كيفية تخصيص الموارد المحدودة بين الاستخدامات المتعددة لإشباع حاجات الأفراد والمجتمع. وقد عرّفه الاقتصادي البريطاني ليونيل روبنز (Lionel Robbins) سنة 1932 بأنه:

«العلم الذي يدرس السلوك الإنساني باعتباره علاقة بين الأهداف المتعددة والوسائل النادرة ذات الاستعمالات البديلة».

وبناءً على ذلك، يهتم علم الاقتصاد بتحليل الاختيارات التي يقوم بها الأفراد والمؤسسات عند مواجهة الندرة، وكيفية المفاضلة بين البدائل المتاحة لتحقيق أقصى إشباع ممكن.

1.

1.1. طبيعة علم الاقتصاد:

يعد الاقتصاد علماً اجتماعياً لأنه يدرس سلوك الإنسان في إطار المجتمع، ويتأثر بعوامل نفسية وثقافية وسياسية. وهو أيضاً علم تحليلي يستعمل النماذج الرياضية والبيانية لتفسير الظواهر، وعلم معياري لأنه لا يكتفي بوصف ما هو قائم، بل يسعى إلى بيان ما ينبغي أن يكون لتحقيق الكفاءة الاقتصادية والعدالة الاجتماعية.

1. فروع علم الاقتصاد:

ينقسم علم الاقتصاد إلى فرعين رئيسيين:

الاقتصاد الجزئي (Microéconomie): يدرس سلوك الوحدات الاقتصادية الفردية مثل المستهلك والمنتج، وكيفية تحديد الأسعار والكميات في الأسواق الجزئية.

الاقتصاد الكلي (Macroéconomie): يهتم بدراسة الظواهر الاقتصادية على مستوى الاقتصاد الوطني ككل مثل الدخل القومي، البطالة، التضخم، والسياسة النقدية.

1.2. المشكلة الاقتصادية:

1.

2.

1.1.

1.1.2. مفهوم المشكلة الاقتصادية:

تنشأ المشكلة الاقتصادية من حقيقة أن الموارد محدودة بينما الحاجات الإنسانية غير محدودة ومتزايدة. هذه المفارقة بين الندرة وتعدد الحاجات تفرض على الأفراد والمجتمعات القيام بعملية اختيار مستمرة بين البدائل الممكنة لاستخدام الموارد المتاحة.

1.

2.

1.1.

1.1.1.

1.1.2. أسباب المشكلة الاقتصادية:

يمكن تلخيص الأسباب فيما يلي:

تعدد الحاجات الإنسانية وتنوعها المستمر مع التطور الاجتماعي والتكنولوجي.
الندرة النسبية للموارد الاقتصادية، إذ لا تكفي لتلبية كل الحاجات.
تعدد الاستخدامات الممكنة للموارد، مما يجعل تخصيصها يتطلب المفاضلة بين بدائل متعددة.

1-2-3- الأسئلة الأساسية للمشكلة الاقتصادية:

يواجه كل نظام اقتصادي ثلاثة تساؤلات رئيسية:

- ماذا ننتج؟ أي تحديد السلع والخدمات التي ينبغي إنتاجها.
- كيف ننتج؟ أي اختيار أسلوب الإنتاج الأمثل الذي يحقق الكفاءة.
- لمن ننتج؟ أي تحديد كيفية توزيع الناتج بين أفراد المجتمع.

1-2-4- كيفية معالجة المشكلة الاقتصادية:

تختلف طرائق معالجة المشكلة باختلاف النظم الاقتصادية المعتمدة:

- النظام الرأسمالي: يعتمد على آلية السوق الحرة وقانون العرض والطلب لتحديد الأسعار والكميات.
- النظام الاشتراكي: تعتمد الدولة على التخطيط المركزي لتخصيص الموارد وتوجيه الإنتاج.
- النظام المختلط: يجمع بين آلية السوق ودور الدولة لتحقيق التوازن بين الكفاءة الاقتصادية والعدالة الاجتماعية.

1-3- المنهج في علم الاقتصاد:**1-3-1- المنهج الاستنباطي:**

ينطلق من مقدمات عامة ونظريات كلية ليصل إلى نتائج جزئية. يعتمد على التحليل المنطقي والعقلي، وهو شائع في الدراسات النظرية والنماذج الاقتصادية.

1-3-2- المنهج الاستقرائي:

ينطلق من الوقائع والبيانات الجزئية للوصول إلى تعميمات وقوانين عامة. يُستخدم في التحليل التطبيقي ودراسة الظواهر الاقتصادية الواقعية.

1-3-3- التكامل بين المنهجين:

يستعمل الاقتصاديون عادة مزيجاً من المنهجين، حيث يُبنى النموذج الاستنباطي ثم يُختبر ميدانياً باستخدام البيانات الاستقرائية للتأكد من صلاحيته.

1-4- أدوات التحليل الاقتصادي:

يستعمل علم الاقتصاد مجموعة من الأدوات التحليلية أهمها:

- التحليل اللفظي: لتفسير العلاقات الاقتصادية بالكلمات والمنطق.
- التحليل البياني: باستخدام الرسوم البيانية لتمثيل العلاقات بين المتغيرات.
- التحليل الرياضي: للتعبير عن الظواهر بالمعادلات والدوال الرياضية.

المكتسبات القبلية اللازمة لدراسة المقياس: 1-5

لكي يتمكن الطالب من الإلمام بالفصول المقررة في مقياس الاقتصاد الجزئي وفهم النماذج الرياضية والتحليل الكمي، ينبغي أن يمتلك معارف أساسية في الرياضيات، وخاصة: معرفة مفهوم المشتقة (الاشتقاق) واستخدامها في تحديد القيم العظمى والدنيا للدوال الاقتصادية. الإلمام بمفاهيم التفاضل والرسم البياني لتمثيل العلاقات بين المتغيرات. القدرة على فهم الدوال والمعادلات البسيطة التي تعبر عن العلاقات الاقتصادية. تعد هذه المكتسبات أدوات ضرورية لفهم موضوعات مثل سلوك المستهلك، توازن السوق، والمرونة الاقتصادية التي تعرض في الفصول القادمة.

أهمية دراسة الاقتصاد الجزئي: 1-6

تتجلى أهمية دراسة الاقتصاد الجزئي فيما يأتي:
تمكين الطالب من فهم كيفية تكوين الأسعار في الأسواق المختلفة.
مساعدته على تحليل سلوك الأفراد والمؤسسات في اتخاذ القرارات الاقتصادية.
تزويده بأسس علمية تساعد لاحقاً على دراسة الاقتصاد الكلي والسياسات الاقتصادية.
تطوير قدراته في التحليل المنطقي والقياسي لفهم المشكلات الاقتصادية الراهنة.

المعارف السابقة: 1-7

على الطالب أن يكون متمكناً من بعض الأدوات الرياضية مثل المشتقات، حل مختلف المعادلات الرياضية ذات متغير واحد أو متغيرين، الجذور بإضافة إلى الخواص المتعلقة بالأسس.

المشتقات: 1-7-1**1. جدول مشتقات الدوال الاعتيادية**

الدالة	المشتقة الأولى	المشتقة الثانية
$f(x) = ax^n$	$f'(x) = nax^{n-1}$	$f''(x) = n(n-1)a x^{n-2}$
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f'(x) = 2ax + b$	$f''(x) = 2a$
$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$	$f''(x) = -\sin x$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$	$f''(x) = -\cos x$

2. مشتقة مجموع دالتين

$$\begin{aligned} \text{إذا كانت } f(x) &= a_1x^2 + a_2x + a_3 \\ \text{و } g(x) &= b_1x^2 + b_2x + b_3 \\ \text{فإن } (f+g)(x) &= (a_1+b_1)x^2 + (a_2+b_2)x + (a_3+b_3) \\ \text{وبالتالي } (f+g)'(x) &= 2(a_1+b_1)x + (a_2+b_2) \\ &= 2a_1x + a_2 + 2b_1x + b_2 \\ &= (2a_1x + a_2) + (2b_1x + b_2) \\ &= f'(x) + g'(x) \end{aligned}$$

3. مشتقة حاصل ضرب عامل ثابت في الدالة

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

4. مشتقة حاصل ضرب دالتين

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

5. مشتقة حاصل قسمة دالتين

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$f''(x) = \frac{1}{2}$$

1-7-1- الجذور

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[3]{4} = 4^{\frac{1}{3}} = 4^{0.33} = 2$$

$$\sqrt[3]{9} = 9^{\frac{1}{3}} = 9^{0.33} = 2,0649$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35} = 5,9160$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{16}{4}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{3}{9}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{0,3333333} = 0,5773$$

الأسس: 1-7-3

$$a^n = a \times a \times \dots \times a \text{ } n \text{ fois}$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 9 \times 9 = 81$$

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$4^2 \times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 16 \times 16 \times 4 = 1024$$

$$3^4 \times 3^1 = 3^{4+1} = 3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 9 \times 27 = 243$$

$$a^0 = 1$$

$$5^0 = 1$$

$$10^0 = 1$$

$$(a^n)^p = a^{np}$$

$$(5^2)^2 = 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^2 \times 5^2 = 25 \times 25 = 625$$

$$(2^3)^2 = 2^6 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$$

$$\frac{2^6}{2^3} = 2^{6-3} = 2^3 = 8$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$(4 \times 3)^2 = 4^2 \times 3^2 = 16 \times 9 = 144$$

$$(5 \times 3)^3 = 5^3 \times 3^3 = 5^2 \times 5^1 \times 3^3 = 25 \times 5 \times 27 = 3375$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1^2}{4^2} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

$$\left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{2^2}{6^2} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} = 0,1111$$

طريقة المميز لحل معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد: 1-

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

المحور الثاني

نظرية سلوك المستهلك

ملخص + تمارين محلولة

ملخص نظرية سلوك المستهلك:-**ماذا ندرس سلوك المستهلك؟**

يمثل المستهلك نقطة الانطلاق في التحليل الاقتصادي، لأن كل قرارات الإنتاج والتسعير في السوق تعتمد على ما يفضله المستهلك وما يرغب في شرائه. فإذا فهمنا كيف يفكر المستهلك، ولماذا يُقبل على سلعة ويتجاهل أخرى، حينها يمكننا تفسير الكثير من الظواهر الاقتصادية مثل:

تغير الأسعار

ظهور أو اختفاء منتجات معينة

اختلاف مستويات الطلب بين السلع

وحتى نجاح أو فشل المؤسسات

إن سلوك المستهلك يقوم على مبدأ جوهري: الحاجات غير محدودة... لكن الدخل محدود، لذلك يجب أن يختار المستهلك بطريقة عقلانية لتحقيق أكبر إشباع ممكن. وتحليل سلوك المستهلك يمكن أن يتم بإحدى الطريقتين التاليتين:

الطريقة الأولى: طريقة المنفعة Utility Method: ويقصد بها فكرة قابلية الإشباع للقياس الكمي في تحليل سلوك المستهلك.

الطريقة الثانية طريقة منحنيات السواء Indifference Curves Method: ويقصد بها استخدام فكرة الإشباع غير القابل للقياس الكمي في تحليل سلوك المستهلك.

2-1- مفهوم المنفعة Utility

المنفعة هي الرضا أو الإشباع الذي يحصل عليه المستهلك من استهلاك سلعة أو خدمة. وهي ليست صفة للسلعة، بل تعبير عن شعور المستهلك تجاهها.

أنواع المنفعة :

المنفعة الكلية Total Utility: هي مجموع الإشباع المتأتية من استهلاك كامل 1- الكمية من السلعة.

مثال: إذا شرب الطالب ثلاثة أكواب من العصير خلال فترة قصيرة:

الكوب الأول يعطيه إشباعا كبيرا

الثاني إشباعا أقل

الثالث قليل جدا

مجموع هذه الإشباعات هو "المنفعة الكلية".

2- المنفعة الحدية Marginal Utility

وهي الإشباع الناتج عن استهلاك وحدة إضافية من السلعة.

وهي المفتاح لفهم سلوك المستهلك.

2-2- قانون تناقص المنفعة الحدية:

ينص هذا القانون على أنه كلما استهلك الفرد وحدات إضافية من سلعة معينة خلال فترة قصيرة، فإن الإشباع من كل وحدة جديدة يكون أقل من سابقتها.

لماذا يتناقص الإشباع؟

لأن الحاجة تبدأ بالامتلاء. عندما تكون عطشانا جدًا، الكوب الأول من الماء يكون منعشًا للغاية. الكوب الثاني أقل منعشة، والثالث قد يصبح مزعجًا.

أهمية هذا القانون:

يقرر لماذا لا نشترى كميات غير محدودة من أي سلعة.

يشرح سبب ميلنا إلى التنوع عند الاستهلاك.

يمهد لفهم توازن المستهلك لاحقًا.

نظرية المنفعة القياسية (نظرية المنفعة الحدية): 2-3-

تدرس هذه النظرية والمعروفة باسم "نظرية المنفعة الحدية سلوك المستهلك في كيفية الحصول على أقصى إشباع ممكن بدخله المحدود وفي ضوء الأسعار السائدة. وطبقا لهذه النظرية فإن المستهلك يستطيع قياس المنفعة التي يتحصل عليها عند استهلاكه لأي سلعة أو خدمة قياسا رقميا.

هذه النظرية تفترض أن المستهلك يستطيع قياس الإشباع بالأرقام، ولو بشكل تقريبي، مثل

قول: - هذا المشروب أعطاني 10 وحدات إشباع - الثاني 6 وحدات - الثالث 2 وحدة

بهذه المقارنة يستطيع المستهلك تحديد الكمية التي يتوقف عندها لأنه:

يستمر في الاستهلاك ما دامت المنفعة التي يحصل عليها أكبر من التضحية (الثمن).

ورغم أن هذا الافتراض غير واقعي حرفيا، إلا أنه مفيد تربويا لبناء المفهوم.

ويستوجب دراسة هذه النظرية معرفة المفاهيم الآتية:

مفهوم المنفعة: 2-3-1-

يقصد بالمنفعة مقدار الإشباع الذي يحصل عليه الفرد نتيجة لاستهلاكه لسلعة أو خدمة معينة وفي وقت معين.

المنفعة الكلية: 2-3-2-

المنفعة الكلية (UT) والمتحصل عليها من استهلاك أي سلعة هي عبارة عن مقدار الإشباع الكامل الذي يحصل عليه المستهلك من استهلاكه للسلعة بكميات متتالية خلال فترة زمنية معينة.

المنفعة الحدية: 2-3-3-

تعبر عن المنفعة التي يحصل عليها المستهلك من استهلاك وحدة إضافية واحدة من سلعة ما خلال فترة زمنية معينة.

$$\text{المنفعة الحدية} = \frac{\text{المنفعة الكلية في التغير}}{\text{المستهلكة الوحدات في التغير}}$$

$$\Delta M = \frac{\Delta UT \cdot x}{\Delta x}$$

قانون تناقص المنفعة الحدية: 2-3-4-

ينص "قانون تناقص المنفعة الحدية" على أنه عندما تزداد الكمية المستهلكة من سلعة ما فإن المنفعة التي تعود على الفرد المستهلك منها تميل إلى التناقص، وهذا يعني أن المنفعة الحدية تتناقص مع زيادة استهلاك وحدات إضافية من السلعة حتى تعادل الصفر عند وصول

المستهلك إلى مستوى التشبع.

توازن المستهلك باستخدام فكرة المنفعة: 2-3-5-

إن هدف المستهلك الرشيد (العقلاني) هو تعظيم المنفعة الكلية التي يمكن أن يحصل عليها عند إنفاق دخله النقدي على السلع والخدمات المتاحة.

ولغاية تبسيط توازن المستهلك سوف نقتصر في التحليل على حالتين:

توازن المستهلك في حالة سلعة واحدة: 2-3-5-1-

إذا كان المستهلك ينفق دخله خلال مدة معينة على شراء سلعة واحدة، فإنه يكون في حالة توازن إذا:

المنفعة الحدية المكتسبة = المنفعة الحدية المضحية بها

المنفعة الحدية المكتسبة = سعر الوحدة (السلعة) x (منفعة وحدة النقود) P_x

$$P_x = U_{mx}$$

ثانيًا: توازن المستهلك في حالة سلعتين: 2-3-5-2-

في هذه الحالة يصل المستهلك إلى وضع التوازن إذا توفر الشرطين الآتيين:

الشرط الضروري: تساوي المنفعة الحدية للوحدة النقدية المنفقة على كل سلعة من

السلع

$$\frac{\text{السلعة الحدية المنفعة } X}{\text{السلعة سعر } X} = \frac{\text{السلعة الحدية المنفعة } Y}{\text{السلعة سعر } Y}$$

$$\frac{U_{mx}}{P_x} = \frac{U_{my}}{P_y} = \lambda$$

الشرط الكافي: تساوي الدخل مع مجموع المبالغ المنفقة على السلع

$$R = xP_x + yP_y$$

حيث أن:

تمثل كميات السلع. X

تمثل أسعار السلع P_x, P_y

تمثل دخل المستهلك. R

وباختصار فإن شروط توازن المستهلك في حالة سلعتين x و y تتمثل في الآتي:

$$\begin{cases} \frac{U_{mx}}{P_x} = \frac{U_{my}}{P_y} = \lambda \\ R = xP_x + yP_y \end{cases}$$

توازن المستهلك في حالة وجود قيود: 2-3-6-

الطريقة الأولى: طريقة التعويض 2-3-6-1-

تعتمد هذه الطريقة على دالة المنفعة من الشكل x ، ويتحقق توازن المستهلك هنا عند توافر شرطين أساسيين:

الشرط اللازم: المشتقة الأولى لدالة المنفعة الكلية تساوي الصفر، وهي البرهان الرياضي

على أن منحنى المنفعة الكلية قد وصل للذروة.

$$\frac{dU}{dx} = 0$$

الشرط الكافي: المشتقة الثانية لدالة المنفعة الكلية أقل من الصفر، وهي البرهان الرياضي

على أن هذه الذروة تمثل نقطة عظمى على منحنى المنفعة الكلية.

$$\frac{dU}{dx} = 0$$

الطريقة الثانية: طريقة لاغرانج -2- 2-3-6

وتقوم هذه الطريقة على أن المستهلك يحاول إيجاد حل للمشكلة المتمثلة في تعظيم منفعته تحت قيد الميزانية، أي:

$$\begin{cases} \text{Max: } U = f(x, y) \\ \text{s: } R = xPx + yPy \\ \text{c: } \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة إيجاد التوليفة السلعية المثلى التي تعظم منفعة المستهلك يتم أولاً تشكيل دالة لاغرانج:

$$L = f(x, y) + \lambda(R - xPx - yPy)$$

وليتم تحديد التوليفة المثلى يجب تحقق الشرطين الآتيين:

الشرط اللازم أن تكون المشتقات الجزئية الأولى مساوية للصفر.

$$\begin{cases} L'_x = 0 \rightarrow f'_x - \lambda Px = 0 & \dots \dots \dots (1) \\ L'_y = 0 \rightarrow f'_y - \lambda Py = 0 & \dots \dots \dots (2) \\ L'_\lambda = 0 \rightarrow R - xPx - yPy = 0 & \dots \dots \dots (3) \end{cases}$$

ومن المعادلتين (1) و (2) نستنتج أنه عند وضع التوازن تكون:

مساوية للنسبة بين أسعارهما، أي (y) و (x) النسبة ما بين المنافع الحدية للسلعتين -1

$$\frac{U_{mx}}{U_{my}} = \frac{Px}{Py} \quad \text{أي} \quad \frac{f'_x}{f'_y} = \frac{Px}{Py}$$

النسبة ما بين المنفعة الحدية والسعر متساوية للسلعتين (x) و (y)، أي: -2

$$\frac{U_{mx}}{U_{my}} = \frac{Px}{Py} \quad \text{أي} \quad \frac{f'_x}{f'_y} = \frac{Px}{Py}$$

الشرط الكافي: أن يكون المحدد الهيسي أكبر من الصفر.

$$|H| = \begin{vmatrix} L''_{xx} & L''_{xy} & L''_{x\lambda} \\ L''_{yx} & L''_{yy} & L''_{y\lambda} \\ L''_{\lambda x} & L''_{\lambda y} & L''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L''_{xx} & L''_{xy} & -Px \\ L''_{yx} & L''_{yy} & -Py \\ -Px & -Py & 0 \end{vmatrix} > 0$$

نظرية المنفعة الترتيبية منحنيات السواء -2-4

هذه النظرية أكثر واقعية. فالمستهلك لا يقيس الإشباع بالأرقام، لكنه يعرف:

أي السلع يفضل وكيف يرتب خياراته

مفهوم منحنى السواء

هو خط يضم توليفات مختلفة من سلعتين تمنح المستهلك نفس مستوى الإشباع.

مثال: قد يحقق لك نفس الإشباع أي من الخيارات التالية:

تفاحات + 1 موزة 3

تفاحة + 3 موز 1

تفاح + 2 موز 2

كل هذه النقاط على منحني سواء واحد.

خصائص منحنيات السواء:

- لا تتقاطع لأنها تمثل مستويات مختلفة من الإشباع.
- منحدرة إلى الأسفل: إذا نقصت كمية سلعة يجب زيادة الأخرى لتعويضها.
- محدبة نحو الأصل لأن المستهلك لا يستبدل سلعة بأخرى بنفس الكمية دائماً.
- منحنيات أعلى تمثل إشباعاً أكبر.

2-5- خط الميزانية Budget Line

يمثل خط الميزانية كل التوليفات الممكنة من سلعتين يمكن للمستهلك شراؤها بدخله. يعتمد الخط على: الدخل وأسعار السلع

كيف يتحرك خط الميزانية؟

- إذا ارتفع الدخل → ينتقل إلى الخارج.
- إذا انخفض الدخل → ينتقل إلى الداخل.
- إذا ارتفع سعر إحدى السلع → يميل الخط نحو السلعة ذات السعر المرتفع.
- إذا انخفض سعرها → يميل إلى الخارج.

2-1- خلاصة الفصل الأول:

سلوك المستهلك ليس تصرفاً عشوائياً بل عملية عقلانية تهدف إلى تعظيم الإشباع ضمن حدود الدخل. وقد بين هذا الفصل:

كيف يفكر المستهلك عند الاختيار

كيف تنشأ تفضيلاته

لماذا يغير استهلاكه مع تغير السعر أو الدخل

كيف يصل إلى التوازن المثالي

إن فهم هذا الفصل يسمح بفهم الفصل الثاني مباشرة، لأن الطلب هو نتيجة لسلوك المستهلك.

تمارين محلولة: نظرية المنفعة القياسية II-

التمرين رقم 1: -

ضع علامة (x) أمام الإجابة الصحيحة.

1- المنفعة الحدية هي:

- التغير في مستوى الإشباع المترتب على استخدام وحدة إضافية. (....)
- مستوى الإشباع الذي يحصل عليه المستهلك. (....)
- مجموع مساهمة كل وحدة مستهلكة في الإشباع الكلي. (....)
- ليست أيًا مما سبق. (....)

2- تناقص المنفعة الحدية يعني:

تزايد المنفعة الكلية بمعدل متزايد. (....)

حدد عدد الوحدات المستهلكة من السلعة x التي يكون عندها المستهلك في حالة توازن، ثم في حالة إشباع.

حدد الفائض الحدي والفائض الكلي لهذا المستهلك عند مختلف مستويات الإشباع.

التمرين رقم 5 -

يقوم مستهلك باستهلاك سلعتين x و y ، فكانت المنافع الكلية المحصل عليها من استهلاك وحدات متزايدة من السلعتين معطاة في الجدول الآتي:

الكمية المستهلكة من x و y (السلعة x هو 2 وسعر السلعة y هو 3، ودخل المستهلك هو 69 وحدة نقدية 8									
فإذا كان سعر السلعة x هو 2 وسعر السلعة y هو 3، ودخل المستهلك هو 69 وحدة نقدية 8									
حدد التوليفة المثلى من السلعتين التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع ممكن.									
حدد التوليفة المثلى من السلعتين التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع ممكن.									
الجدول التالي يبين مختلف المنافع المحصل عليها من طرف فرد يستهلك سلعتين x و y .									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									
المنفعة الكلية للسلعة U_{xy}									

إذا علمت أن سعر السلعة x هو $P_x=4$ ، وسعر السلعة y هو $P_y=2$ ، ودخل المستهلك هو $R=34$.

المطلوب

أكمل معطيات الجدول السابق.

حدد التوليفة التوازنية لهذا المستهلك، وحجم المنفعة التي يحققها عند التوازن.

التمرين رقم 7 -

أعطيت دالة المنفعة لأحد المستهلكين للسلعتين x و y بالصيغة الآتية: $2y + UT = xy$

وكان $P_x=6$ و $P_y=4$ ، بينما $R=156$

المطلوب:

استخرج دوال المنفعة الحدية للسلعتين x و y .

أوجد التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة التعويض.

أوجد التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة مضاعف لاغرانج.

التمرين رقم 8 -

إذا كانت لدينا دالة المنفعة لأحد المستهلكين على الشكل الآتي: $y^2 + UT = xy + x$

وكان $P_x = 2$ و $P_y = 4$ ، بينما $R = 120$

المطلوب:

أوجد التوليفة المثلى التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة مضاعف لاغرانج.
أوجد قيمة، وفسر معناها اقتصادياً.

التمرين رقم 9 -

إذا كانت لديك دالة منفعة لمستهلك ما معطاة على الشكل الآتي:
وكانت الكميات المطلوبة من السلعة (x) تساوي 22 وحدة وسعر الوحدة الواحدة من هذه السلعة يساوي 5 وحدات نقدية. بينما يبلغ المبلغ المخصص من الدخل للإنفاق على السلعتين $(20P_y)$.

المطلوب:

حدد الكميات المطلوبة من السلعة لا وسعر هذه السلعة والدخل الواجب تخصيصه من أجل حصول المستهلك على التوليفة التي من أجلها يكون عند وضع التوازن.

التمرين رقم 10 -

بافتراض أنه لدينا دالة منفعة المستهلك ما معطاة على الشكل الآتي: $UT = xy + 2x + y$

المطلوب:

حدد مقدار التغير في المنفعة الكلية إذا تغيرت كمية السلعة (x) بـ 3 وحدات، علماً أن كمية السلعة y عند وضع التوازن تساوي 7.

حلول تمارين نظرية المنفعة القياسية - III

حل التمرين رقم 1 -

ضع علامة (x) أمام الإجابة الصحيحة.

1. المنفعة الحدية هي:

- (التغير في مستوى الإشباع المترتب على استخدام وحدة إضافية (x))
- مستوى الإشباع الذي يحصل عليه المستهلك. (.....)
- (مجموع مساهمة كل وحدة مستهلكة في الإشباع الكلي (x))
- ليست أيًا مما سبق. (.....)

2. تناقص المنفعة الحدية يعني:

- تزايد المنفعة الكلية بمعدل متزايد. (.....)
- (تزايد المنفعة الكلية بمعدل متناقص (x))
- تناقص المنفعة الكلية. (.....)
- ليست أيًا مما سبق. (.....)

3. عندما تصل المنفعة الحدية إلى أقصى قيمة لها، تكون

- المنفعة الكلية عند الحد الفاصل بين تزايدها وتناقصها. (.....)

(المنفعة الكلية عند الحد الفاصل بين تزايدها بمعدل متزايد وتزايدها بمعدل x) متناقص.

(المنفعة الكلية عند نقطة الانعطاف x)

المنفعة الكلية عند نقطة الذروة.....)

يصل المستهلك إلى وضع التوازن عندما تتساوى 4.

المنافع الحدية لمختلف السلع التي يستخدمها.....)

نسبة المنفعة الكلية إلى المنفعة الحدية لجميع السلع التي يستخدمها.....)

(نسبة المنفعة الحدية إلى السعر عبر جميع السلع x)

نسبة المنفعة الكلية إلى السعر عبر جميع السلع.....)

حل التمرين رقم 2 -

المنفعة وأنواعها: 1.

المقصود بالمنفعة: مقدار الإشباع الذي يحصل عليه الفرد نتيجة لاستهلاكه لسلعة أو خدمة

معينة وفي وقت معين.

أنواع المنفعة: المنفعة الكلية والمنفعة الحدية.

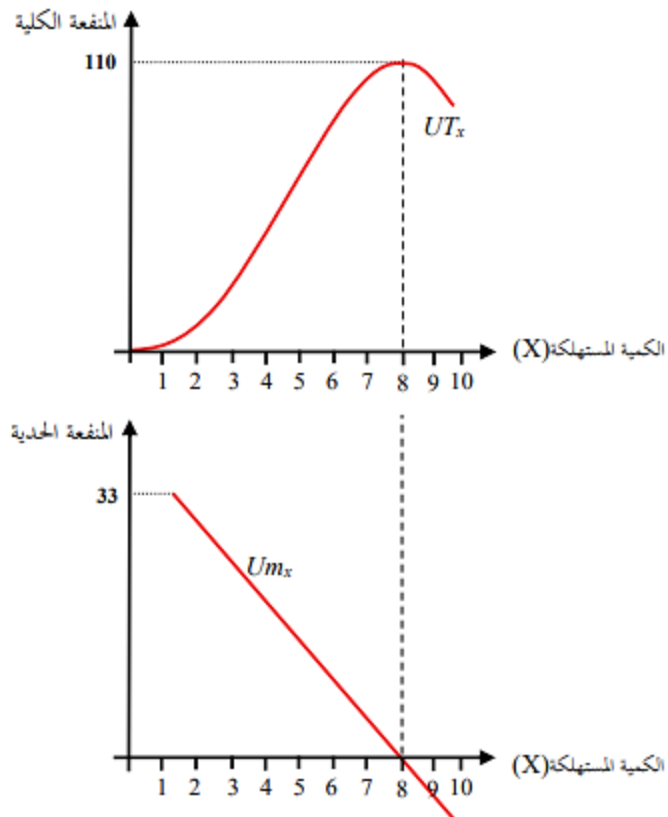
حساب المنفعة الحدية 2.

تشير إلى مقدار التغير في المنفعة الكلية الناشئ عن التغير في الكمية المستهلكة من السلعة بوحدة واحدة في فترة زمنية معينة. وتحسب وفق القانون الآتي:

$$UM_x = \frac{\Delta UT_x}{\Delta x} = \frac{\text{التغير في المنفعة الكلية}}{\text{التغير في الوحدات المستهلكة}} = \text{المنفعة الحدية}$$

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	الكمية المستهلكة (x)
93	103	110	110	108	103	94	80	60	33	0	المنفعة الكلية UT_x
-10	-3	0	2	5	9	14	20	27	33	-	المنفعة الحدية UM_x

الرسم البياني 3-



الاستنتاج: عندما تزداد الكمية المستهلكة من السلعة فإن المنفعة التي تعود على المستهلك منها تميل إلى التناقص، وهذا يعني أن المنفعة الحدية تتناقص مع زيادة استهلاك وحدات إضافية من السلعة حتى تعادل الصفر عند وصول المستهلك إلى مستوى التشبع والذي تكون فيه المنفعة الكلية عند نقطتها العظمى.

حل التمرين رقم 3 -

حساب قيم المنفعة الكلية: المنفعة الكلية هي عبارة عن مجموع المنافع الحدية

كمية x	U_{mx}	UT_x
0	-	0
1	15	15
2	11	$11+15=26$
3	8	$26+8=34$
4	5	$34+5=39$
5	3	$39+3=42$
6	2	$42+2=44$

حل التمرين رقم 4

حساب المنفعة الحدية - 1

الكمية المستهلكة (x)	0	1	2	3	وضع الإشباع ووضع التوازن g2-		
وضع الإشباع يصل إليه المستهلك عندما تبلغ المنفعة الكلية قيمتها العظمى، وتكون	0	1	2	3	4	5	6
المنفعة الكلية الأولية للصفر (Umx=0) أو من الجدول يكون المستهلك في حالة	0	18	28	45	54	60	63
إشباع عند استهلاك 7 وحدات من السلعة (x=7).	0	18	15	12	9	6	3
المنفعة الحدية المكتسبة (UMx) عندما تكون المنفعة الحدية المكتسبة (Umd)	0	18	15	12	9	6	3
مساوية للمنفعة الحدية المضحية بها (Px).	0	18	15	12	9	6	3
المنفعة الحدية المضحية بها (Px) ومن الجدول يكون المستهلك في حالة توازن عند استهلاك 5 وحدات من السلعة (x=7) حيث Px=Umx=6	0	18	15	12	9	6	3
الفائض الحدي والفائض الكلي:	-18	-9	+3	+6	+3	0	-3
الفائض الحدي = المنفعة الحدية المكتسبة - المنفعة الحدية المضحية بها	-18	-9	+3	+6	+3	0	-3
الفائض الكلي للمستهلك	0	18	27	33	36	36	33
الفائض الكلي = المنفعة الكلية المكتسبة (UT) - المنفعة الكلية المضحية بها (Pxx)	0	18	27	33	36	36	33

الفائض الكلي هو مجموع الفائض الحدي للمستهلك -

نستنتج أن الفائض الكلي عند وضع التوازن يكون عند أعظم قيمة له (36)

حل التمرين رقم 5

التوليفة المثلى من السلعتين التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع ممكن -1

شروط توازن المستهلك في حالة سلعتين x و y تتمثل في الآتي:

$$\begin{cases} \frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} = \lambda \\ R = xPx + yPy \end{cases}$$

كمية x	UTx	Umx	$\frac{Umx}{Px}$	كمية y	UTy	Umy	$\frac{Umy}{Py}$
0	0	-	-	0	0	-	-
1	30	30	15	1	42	42	14
2	56	26	13	2	75	33	11
3	78	22	11	3	102	27	9
4	98	20	10	4	123	21	7

5	116	18	9	5	141	18	6
6	132	16	8	6	156	15	5
7	144	12	6	7	165	9	3
8	154	10	5	8	171	6	2

- إن المستهلك يصل إلى وضع التوازن عندما تتساوى المنفعة الحدية للدينار الأخير المنفق على السلعة (x) مساوية للمنفعة الحدية للدينار الأخير المنفق على السلعة (y). أي عند تحقق الشرط الأول:

$$\frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} = \lambda$$

ومن الجدول يتبين أن هناك أربع وضعيات التوازن المستهلك:

- عند استهلاك 3 وحدات من السلعة (x) و 2 وحدة من السلعة (y) $\lambda = 11$
- عند استهلاك 5 وحدات من السلعة (x) و 3 وحدات من السلعة (y) $\lambda = 11$
- عند استهلاك 7 وحدات من السلعة (x) و 5 وحدات من السلعة (y) $\lambda = 11$
- عند استهلاك 8 وحدات من السلعة (x) و 6 وحدات من السلعة (y) $\lambda = 11$

وبما أن الشرط الضروري لا يأخذ بعين الاعتبار قيود الدخل المفروضة على المستهلك، إذ أن دخل المستهلك محدود ويجب أن يراعى ذلك عندما يحاول الوصول إلى أقصى إشباع ممكن، فإن تحديد وضع $\lambda = 11$ ($x=3, y=2$) $R=(3)(2)+(2)(3)=12 < 29$

- $\lambda = 9$ ($x=5, y=3$) $R=(5)(2)+(3)(3)=19 < 29$

- $\lambda = 6$ ($x=7, y=5$) $R=(7)(2)+(5)(3)=29=29$

وعليه فالمستهلك يصل إلى أسى يسبقه من حيث الإشباع من حيث الإشباع (الحد الأقصى للإشباع) $\lambda = 5$ ($x=8, y=6$) $R=(8)(2)+(6)(3)=34 > 29$

باستهلاكه 7 وحدات من السلعة (x) و 3 وحدات من السلعة (1) وبالتالي فإن $x=7, y=3$ تمثل التوليفة المثلى التوازنية لهذا المستهلك.

المنفعة الكلية عند وضع التوازن: 2-

ويقدر مستوى الإشباع عند وضع التوازن بـ

$$Ut_{(x,y)} = \sum UT_{(x=7)} + \sum UT_{(y=3)} = 144 + 102 = 246$$

حل التمرين رقم 6

اكمال معطيات الجدول-1

8	7	6	5	4	3	2	1	Q
270	266	264	244	216	180	132	72	Utx
110	106	100	92	82	70	52	28	Uty

4	12	20	28	36	48	60	72	U_{mx}
1	3	2	7	9	12	15	18	U_{mx}/P_x
2	3	4	5	6	8	12	14	U_{my}/P_y

التوليفة المثلى من السلعتين التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع ممكن -2-

شروط توازن المستهلك في حالة سلعتين x (و y) 1) تتمثل في الآتي:

$$\begin{cases} \frac{U_{m_x}}{P_x} = \frac{U_{m_y}}{P_y} = \lambda \\ R = xP_x + yP_y \end{cases}$$

ومن الجدول يتبين أن هناك ثلاث وضعيات التوازن المستهلك

عند استهلاك 3 وحدات من السلعة x (و 2 وحدة من السلعة y) $=12$

عند استهلاك 6 وحدات من السلعة x (و 5 وحدات من السلعة y) $=5$

عند استهلاك 7 وحدات من السلعة x (و 7 وحدات من السلعة y) $=3$

الشرط الثاني، أي تحقق المعادلة الآتية:

$$R = x.P_x + y.P_y \quad 34 = 4x + 2y \quad \text{أي}$$

$$\bullet \quad \lambda = 12 \quad (x=3, y=2) \dots\dots R = (4)(3) + (2)(2) = 16 < 34$$

$$\bullet \quad \lambda = 5 \quad (x=6, y=5) \dots\dots R = (4)(6) + (2)(5) = 34 = 34$$

$$\bullet \quad \lambda = 3 \quad (x=7, y=7) \dots\dots R = (4)(7) + (2)(7) = 42 > 29$$

الشرط غير محقق

الشرط محقق

الشرط غير محقق

وعليه فالمستهلك يصل إلى أقصى إشباع ممكن من خلال إنفاقه لدخل قدره 34 دينار)

باستهلاكه 6 وحدات من السلعة x (و 5 وحدات من السلعة y). وبالتالي فإن $x=6$, $y=5$

تمثل التوليفة المثلى (التوازنية) لهذا المستهلك.

ويقدر مستوى الإشباع عند وضع التوازن بن

$$U_{t(x,y)} = \sum U_{T(x=6)} + \sum U_{T(y=5)} = 244 + 100 = 344$$

حل التمرين رقم 7 -

دوال المنفعة الحدية للسلعتين x و y :

$$U_{mx} = \frac{dU}{dx} = y$$

$$U_{my} = \frac{dU}{dy} = x + 2$$

التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة التعويض: -2-

تعتمد هذه الطريقة على دالة المنفعة من الشكل $f(x)$. ويتحقق توازن المستهلك هنا عند توافر

شترطين

أساسيين:

الشرط اللازم: -

الشرط الكافي: -

لدينا معادلة الميزانية

$$R = xPx + yPy \dots\dots\dots 156 = 6x + 4y$$

باستخراج y من معادلة الميزانية نحصل على:

$$y = 39 - 1.5x$$

نقوم بتعويض المعادلة (2) في دالة المنفعة نحصل على:

$$U = xy + 2y$$

$$U = x(39 - 1.5x) + 2(39 - 1.5x)$$

$$U = 39x - 1.5x^2 + 78 - 3x$$

$$U = 36x - 1.5x^2 + 78$$

وعليه أصبحت دالة المنفعة بدلالة متغير مستقل واحد، (x) أي من الشكل (U=f(x))، ومن ثم يمكن التحقق من توافر شرطي التوازن لتحديد التوليفة المثلى.

الشرط اللازم المشتقة الأولى لدالة المنفعة الكلية تساوي الصفر -

$$\frac{dU}{dx} = 0 \rightarrow U_{mx} = 0 \rightarrow 36 - 3x = 0$$

$$12 = x \text{ ومنه نجد :}$$

الشرط الكافي: المشتقة الثانية لدالة المنفعة الكلية أقل من الصفر -

$$\frac{d^2U}{dx^2} < 0 \rightarrow U''_x < 0$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} < 0 \rightarrow -3 < 0$$

وبما أن الشرطين محققين، فهذا يعني أن منحنى المنفعة الكلية يصل إلى النقطة العظمى

عندما $x = 12$

وبتعويض قيمة x في المعادلة (2) نحصل على قيمة y:

$$Y = 39 - 1.5x = 39 - 1.5(12) = 39 - 18 = 21$$

ومن هنا فإن التوليفة السلعية، ($x=12$) تمثل التوليفة المثلى التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع (منفعة) ممكن. وتقدر المنفعة الكلية عند وضع التوازن بـ : $U = x.y = 12(21) = 252$

$$2(21) = 294$$

التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة مضاعف لاغرانج: -3

أولاً: هدف المستهلك هو تعظيم المنفعة تحت قيد الميزانية

$$\begin{cases} \text{Max: } U = xy + 2y \\ \text{s.t: } 156 = 6x + 4y \end{cases}$$

ثانياً: تشكيل دالة لاغرانج

$$L = xy + 2y + \lambda(156 - 6x - 4y)$$

ثالثاً: تعظيم دالة المنفعة من خلال تحقق الشرطين اللازم والكافي

الشرط اللازم المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر -

$$\begin{cases} L'x = 0 \rightarrow y - 6\lambda = 0 & \dots \dots \dots (1) \\ L'y = 0 \rightarrow x + 2 - 4\lambda = 0 & \dots \dots \dots (2) \\ L'\lambda = 0 \rightarrow 156 - 6x - 4y = 0 & \dots \dots \dots (3) \end{cases}$$

بقسمة طرفي المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{y}{x+2} = \frac{6\lambda}{4\lambda}$$

$$\rightarrow \frac{y}{x+2} = \frac{6}{4}$$

$$\rightarrow y = 1.5x + 3 \dots \dots (4)$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد

$$(3): 156 - 6x - 4(1.5x + 3) = 0$$

$$\rightarrow 156 - 6x - 6x - 12 = 0$$

$$\rightarrow 144 - 12x = 0$$

$$x = 12$$

بتعويض قيمة x في المعادلة (4) نجد قيمة:

$$(4): y = 1.5x + 3$$

$$\rightarrow y = 1.5(12) + 3$$

$$y = 21$$

الشرط الكافي: المحدد الهيسي أكبر من الصفر

$$|H| = \begin{vmatrix} L''_{xx} & L''_{xy} & -Px \\ L''_{yx} & L''_{yy} & -Py \\ -Px & -Py & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -6 \\ 1 & 0 & -4 \\ -6 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 48 > 0$$

ومنه فإن التوليفة المثلى التي تحقق أكبر منفعة للمستهلك هي (x=12, y=21)

حل التمرين رقم 8 .

التوليفة المثلى التي تعظم منفعة المستهلك بطريقة مضاعف لاغرانج -1

أولاً: هدف المستهلك هو تعظيم المنفعة تحت قيد الميزانية

$$\begin{cases} \text{Max: } U = xy + x + 2y \\ \frac{S}{c}: 120 = 2x + 4y \end{cases}$$

ثانياً: تشكيل دالة لاغرانج

$$L = xy + x + 2y + \lambda(120 - 2x - 4y)$$

ثالثاً: تعظيم دالة المنفعة من خلال تحقق الشرطين اللازم والكافي

الشرط اللازم: المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر -

$$\begin{cases} L'x = 0 \rightarrow y + 1 - 2\lambda = 0 & \dots \dots \dots (1) \\ L'y = 0 \rightarrow x + 2 - 4\lambda = 0 & \dots \dots \dots (2) \\ L'\lambda = 0 \rightarrow 120 - 2x - 4y = 0 & \dots \dots \dots (3) \end{cases}$$

بقسمة طرفي المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$$\begin{aligned} (1) &: \frac{y+1}{x+2} = \frac{2\lambda}{4\lambda} \\ (2) &: \frac{y+1}{x+2} = \frac{2}{4} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{y+1}{x+2} = \frac{2}{4}$$

$$\rightarrow y = 0.5x \dots \dots (4)$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد

$$(3): 120 - 2x - 4(0.5x) = 0$$

$$\rightarrow 120 - 4x = 0 \rightarrow x = 30$$

بتعويض قيمة x في المعادلة (4) نجد قيمة :

$$(4): y = 0.5x = 0.5(30) \rightarrow y = 15$$

الشرط الكافي: المحدد الهيسي أكبر من الصفر -

$$|H| = \begin{vmatrix} L''_{xx} & L''_{xy} & -P_x \\ L''_{yx} & L''_{yy} & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -4 \\ -2 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 16 > 0$$

ومنه فإن التوليفة المثلى التي تحقق أكبر منفعة للمستهلك هي $x = 30, y = 15$ والمنفعة الكلية عند وضع التوازن هي: $UT = 2y + x + xy = 2(15) + (30) + (30)(15) = 510$

حساب وتفسير قيمة 2-:

من المعادلة (1):

$$\rightarrow y + 1 - 2\lambda = 0$$

$$\rightarrow 15 + 1 - 2\lambda = 0$$

$$\rightarrow 16 - 2\lambda = 0$$

$$\lambda = 16$$

المنفعة الحدية للنقود، وهي مقدار الإضافة في المنفعة الكلية عندما يزداد الدخل بوحدة نقدية واحدة

أي أنه إذا ارتفع دخل المستهلك إلى 121 فإن المنفعة الكلية ستزداد بمقدار أي:

$$UT = 510 + \lambda = 510 + 8 = 518$$

حل التمرين رقم 9

تحديد الكميات المطلوبة من السلعة وسعر هذه السلعة والدخل -

شروط توازن المستهلك في حالة سلعتين x و y تتمثل في الآتي:

$$\begin{cases} \frac{U_{m_x}}{P_x} = \frac{U_{m_y}}{P_y} = \lambda \\ R = xP_x + yP_y \end{cases}$$

لدينا: $R = 20P_y, P_x = 5, x = 22$

المنفعة الحدية للسلعة x:

$$\frac{dU}{dx} = 0.5 x^{-0.5} y^{0.5}$$

المنفعة الحدية للسلعة y:

$$\frac{dU}{dx} = 0.5 x^{0.5} y^{-0.5}$$

وفقا للشرط الأول لتوازن المستهلك

$$\frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} \rightarrow \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow \frac{0.5 x^{-0.5} y^{0.5}}{0.5 x^{0.5} y^{-0.5}} = \frac{5}{P_y}$$

$$\rightarrow \frac{y^{0.5} y^{0.5}}{x^{0.5} x^{0.5}} = \frac{5}{P_y} \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{5}{P_y} \rightarrow \frac{y}{22} = \frac{5}{P_y} \rightarrow y = \frac{110}{P_y} \dots \dots (1)$$

نعوض المعادلة (1) في معادلة الميزانية التي تمثل الشرط الثاني لتوازن المستهلك:

$$R = xP_x + yP_y$$

$$20P_y = (5)(22) + \left(\frac{110}{P_y}\right)P_y$$

$$20P_y = 110 + 110 = 220 \rightarrow P_y = 11$$

$$y = \frac{110}{P_y} = \frac{110}{11} = 10$$

$$R = 20P_y = 20(11) = 200$$

وعليه:

$$R=200, P_x=5, P_y=11, (x=22, y=10)$$

حل التمرين رقم 10.

تحديد مقدار التغير في المنفعة الكلية: -

لدينا:

$$Um_x = \frac{\Delta U}{\Delta x} \rightarrow \Delta U = Um_x \cdot \Delta x \dots \dots (1)$$

بتعويض دالة المنفعة الحدية في المعادلة (1) نحصل على:

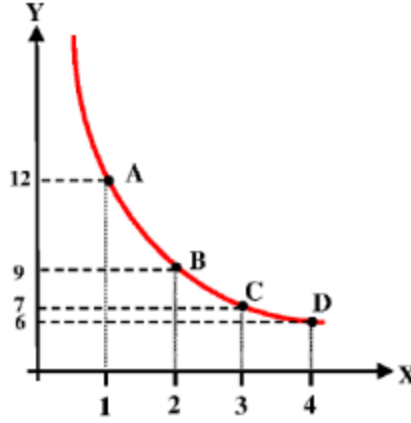
$$\Delta U = Um_x \cdot \Delta x \rightarrow \Delta U = (y + 2) \cdot \Delta x = (7 + 2) \cdot 3 = 27$$

وبالتالي: إذا تغيرت كمية (x) بـ 3 وحدات، فإن المنفعة الكلية سوف تتغير بـ 27 وحدة منفعة.

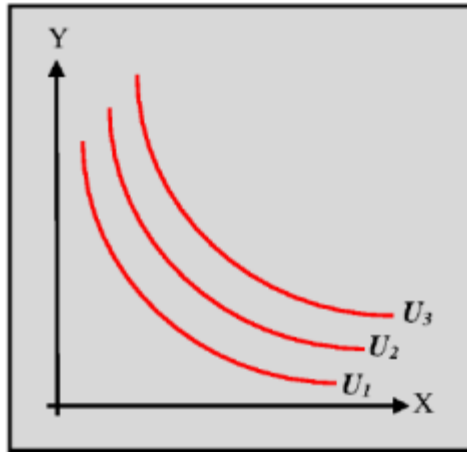
ملخص: نظرية المنفعة الترتيبية (منحنيات السواء)

منحنيات السواء التي تمثل القياس الترتيبي للمنفعة هو التحليل الحديث والأكثر شيوعاً في تحليل سلوك المستهلك، ووفقاً لهذا التحليل فإن المستهلك يكون قادراً على ترتيب سلم الأولويات في اختياره المجموعة من السلع التي يرغب بها.

منحنيات السواء: يوضح منحنى السواء التوليفات المختلفة من سلعتين والتي تعطي 1- درجة إشباع متساوية للمستهلك. ويعرف على أنه "المحل الهندسي للنقاط أو التوليفات التركيبات السلعية) التي تحقق كل منها المستوى ذاته من المنفعة، أو المستوى ذاته من الإشباع أو المنفعة الكلية". ويتمثيل بيانات الجدول السابق نحصل على منحنى السواء كالاتي:



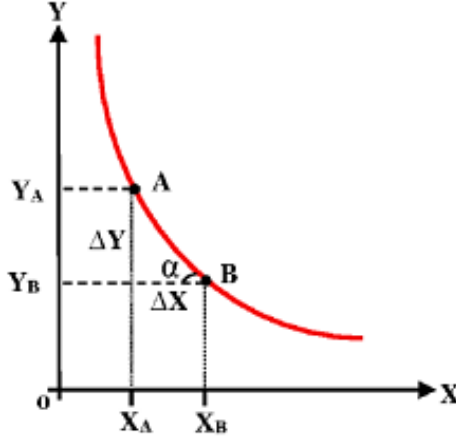
2- خريطة السواء: خريطة السواء هي عبارة عن مجموعة من منحنيات السواء تناظر مستويات مختلفة من الإشباع يعبر كل منحنى منها على مقدار المنفعة التي يمكن للمستهلك أن يتحصل عليه جراء استهلاك تركيبات سلعية مختلفة.



- خصائص منحنيات السواء 3

- منحنيات السواء لا تتقاطع مع بعضها.
- منحنيات السواء محدبة اتجاه نقطة الأصل.
- منحنيات السواء سالبة الميل: لأنه كلما زادت وحدات إحدى السلعتين (x) يقابله وحدات أقل من السلعة الأخرى (y). وإذا أراد المستهلك أن يحافظ على نفس مستوى الإشباع فعليه أن يخفض كمية إحدى السلعتين وزيادة كمية السلعة الأخرى. ويطلق على المعدل الذي يستبدل به المستهلك السلعة (x) محل السلعة (1) بـ "معدل الإحلال الحدي".

معدل الإحلال الحدي TMS: يعرف على أنه تناقص عدد الوحدات التي يكون المستهلك-4 مستعدا للتنازل عنها من إحدى السلعتين (1) مقابل الحصول على وحدة إضافية واحدة من السلعة الأخرى (x) للمحافظة على نفس مستوى الإشباع، ويرمز له بالرمز TMS_{xy}



وعليه هندسيا يحسب هذا المعدل وفقا للعلاقة الآتية:

وإذا كانت المنفعة دالة يحسب هذا المعدل وفقا للعلاقة الآتية:

خط الميزانية: إن خريطة السواء التي تجسد ذوق المستهلك من خلال دالة منفعة 5-

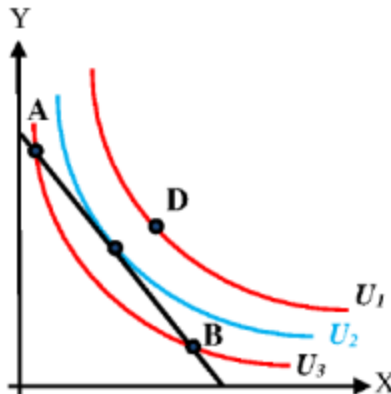
لا تأخذ الدخل المخصص للإنفاق ولا أسعار السلعتين (x) و (y) في الحسبان، $U=f(x,y)$ وبالتالي فهي لا تعكس الخيار الواقعي للمستهلك الذي عليه أن يختار التوليفة المثلى في الحدود الممكنة لدخله، مع أخذ أسعار السلع في السوق بعين الاعتبار، ولذلك، ولا يجاد التوليفة المثلى التي تحقق توازن المستهلك لابد من إدخال هذه المتغيرات ($R = P_x x + P_y y$) في الحسبان لكي تحدد إمكانات المستهلك المخصصة للإنفاق وإلى أي مدى يستطيع أن يذهب في اختياره للتوليفة المثلى وتكتب معادلة الميزانية للمستهلك على الشكل الآتي: $R = xP_x + yP_y$ ومن معادلة الميزانية يمكن استخراج معادلة خط الميزانية التي تكتب على الشكل الآتي:

$$y = \frac{R}{P_y} - \left(\frac{P_x}{P_y} \right) x$$

تمثل معادلة خط الميزانية معادلة خط مستقيم سالب الميل، وميله (، وإحداثياته هي (

توازن المستهلك: أن نقطة توازن المستهلك هي نقطة تماس خط الميزانية مع أعلى 6-

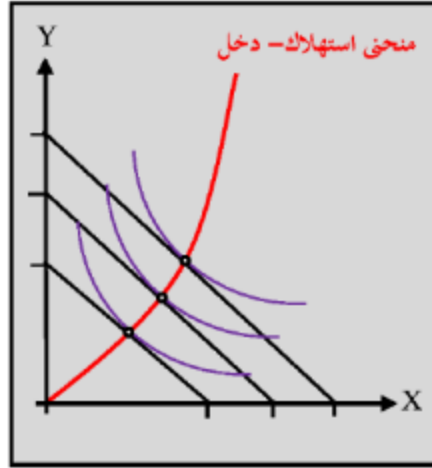
منحنى سواء ممكن المنحنى (، وعليه تكون التوليفة السلعية (c) هي التوليفة المثلى التي تحقق توازن المستهلك، حيث تحقق له أكبر منفعة ممكنة في حدود دخله وفي ضوء أسعار السلع السائدة في السوق.



وعليه تكون نقطة التوازن الوحيدة بالنسبة للمستهلك هي (C) والتي تمثل نقطة تماس منحنى سواء وخط الميزانية، أي أنه عند وضع التوازن يكون: ميل منحنى سواء = ميل خط الميزانية

$$TMS_{xy} = -\frac{P_x}{P_y} \text{ أو } -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{P_x}{P_y}$$

7- **تغير دخل المستهلك:** إن تغير الدخل يؤدي إلى انتقال خط الميزانية لكن بشكل متوازي، ويرجع توازي هذه الخطوط إلى ثبات الميل الذي يساوي النسبة ما بين أسعار السلعتين $(-P_x/P_y)$.



بما أن تغير الدخل مع بقاء العوامل الأخرى على حالها يؤدي إلى تغير نقاط التوازن، فإن الربط بين هذه يشكل منحنى يطلق عليه منحنى استهلاك - دخل، ويعرف على أنه المحل الهندسي لجميع التوليفات التوازنية التي يحصل عليها المستهلك عند مستويات مختلفة من الدخل النقدي مع افتراض ثبات أسعار السلعتين.

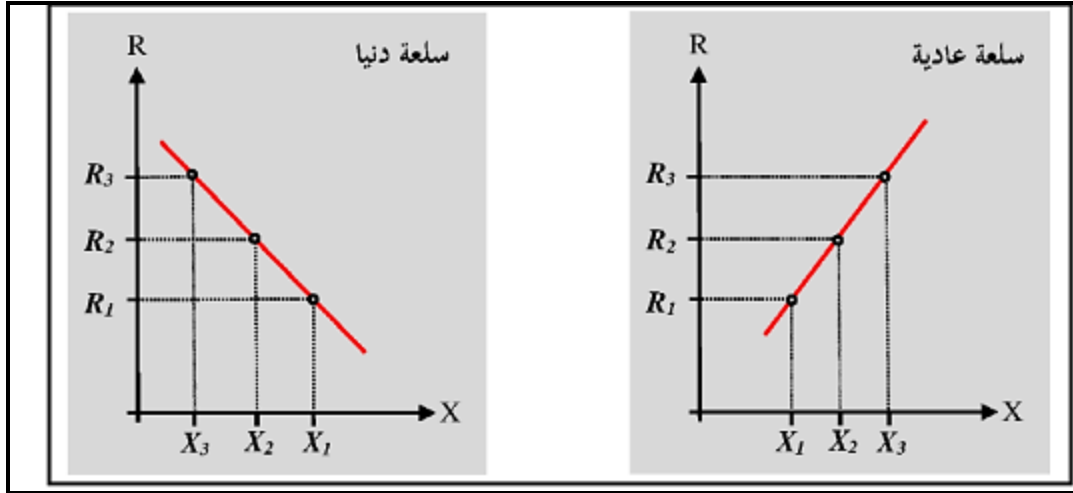
من جانب آخر تسمح تغيرات الدخل باشتقاق منحنى آخر يعرف بمنحنى أنجل، ويعبر هذا المنحنى عن العلاقة بين الكميات المستهلكة من إحدى السلعتين عند مستويات مختلفة من الدخل النقدي، ويسمى هذا المنحنى بالتعرف على طبيعة السلعة عادية أم دنيا (رديئة)، حيث أن:

السلع العادية: هي السلع التي تتناسب تغيرات كمياتها طردياً مع تغيرات الدخل،

ويكون بذلك منحنى أنجل موجب الميل.

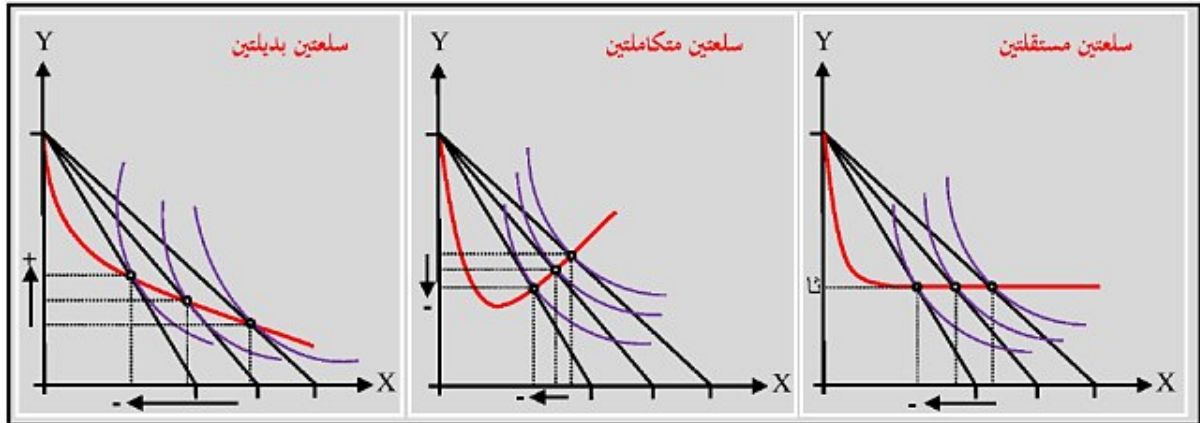
السلع الدنيا أو الرديئة: هي السلع التي تتناسب تغيرات كمياتها عكسياً مع تغيرات

الدخل. ويكون بذلك منحنى أنجل للسلع الدنيا سالب الميل.



- **تغير السعر:** إن تغير سعر إحدى السلعتين مع ثبات المتغيرات الأخرى سوف يؤثر على الدخل الحقيقي للمستهلك، وبالتالي على الكميات المستهلكة من السلعتين. إن المنحنى الواصل بين نقاط التوازن يعرف بمنحنى استهلاك السعر، والذي يوضح العلاقة ما بين السلعتين بناء على شكله.

منحنى استهلاك سعر



أثر الإحلال وأثر الدخل: إن تغير سعر إحدى السلعتين مع بقاء دخل المستهلك وسعر السلعة الأخرى ثابتين دون تغيير، ينتج عنه تغير الكميات المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها والكميات المطلوبة من السلعة التي يقي سعرها ثابت أيضاً. ويطلق على التغير الحاصل في الكمية المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها أثر السعر أو الأثر الكلي، والذي يمثل في حقيقة الأمر أثريين اثنين هما: أثر الإحلال وأثر الدخل.

أثر الإحلال: يقصد به التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من سلعة ما نتيجة

تغير سعرها وبقاء الدخل الحقيقي للمستهلك ثابتاً.

أثر الدخل: يقصد به التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من سلعة ما نتيجة تغير

الدخل الحقيقي للمستهلك.

وبما أن أثر الإحلال يتعلق بقانون الطلب، فإنه يعمل دائماً في اتجاه معاكس لاتجاه تغيرات السعر مهما كانت الطبيعة الاقتصادية للسلعة، وذلك بناء على العلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة من السلعة وسعرها.

أما أثر الدخل فإنه يعمل بناء على الطبيعة الاقتصادية للسلعة، فإن كانت السلعة عادية نجد أن أثر الدخل يعمل في نفس اتجاه أثر الإحلال، أما إن كانت السلعة دنيا فإن أثر الدخل يعمل في

أثر الإحلال أكبر أثر الدخل: السلعة دنيا، والأثر الكلي هنا يكون تغير الكمية المطلوبة في عكس اتجاه تغير السعر.

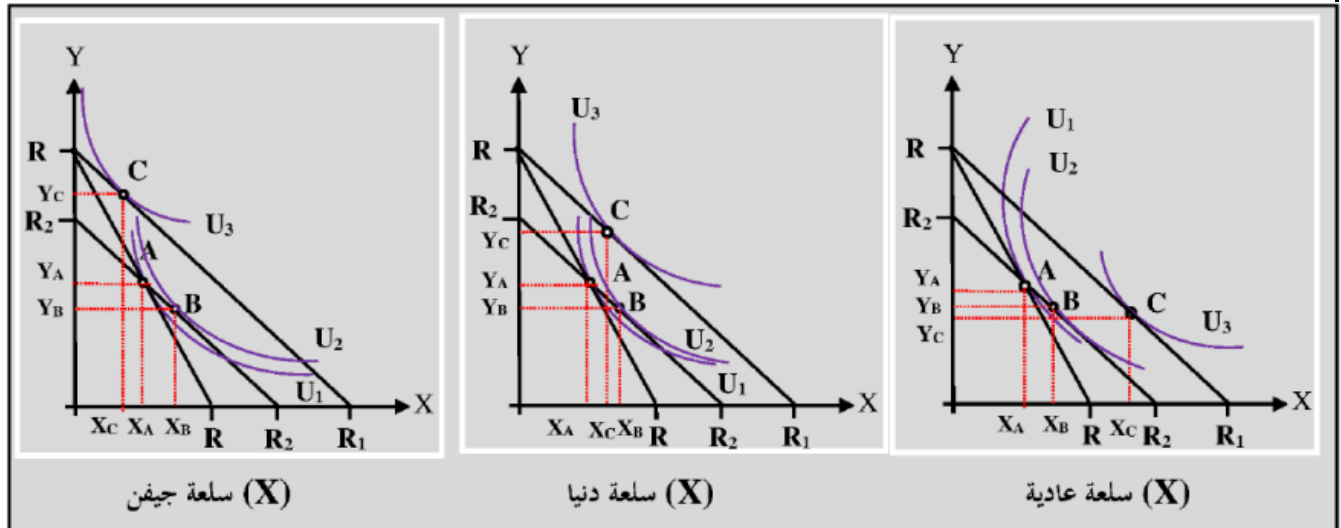
ويمكن الاعتماد في تحديد أثر الإحلال وأثر الدخل على أسلوبين للتحليل هما تحليل "هيكس" وتحليل "سلوتسكي"

The three graphs illustrate the decomposition of a price change into substitution and income effects. The first graph shows the substitution effect (X to A) and income effect (A to B) for a price increase. The second graph shows the substitution effect (X to A) and income effect (A to B) for a price decrease. The third graph shows the substitution effect (X to A) and income effect (A to B) for a price increase, with specific numerical values for income and substitution effects.

- (خط الميزانية الأولي) A (نقطة التوازن الأولية RR) -
 - (خط الميزانية الجديد نتيجة انخفاض) B (Px : نقطة التوازن الجديدة RR₁)
 - (خط الميزانية الوهمي) نتيجة فرض ضريبة وهمية (C : نقطة التوازن RR₂)
 الوهمية

- الأثر الكلي AB أثر الإحلال BC: أثر الدخل AC:

ثانيا: تحليل سلوتسكي: يقوم ثبات الدخل الحقيقي بالنسبة لـ "سلوتسكي" عندما يتمكن المستهلك بدخله الجديد من الحصول على توليفة وضع التوازن الأولي التي حصل عليها قبل تغير السعر.) ويمكن توضيح تحليل "سلوتسكي" من خلال الشكل الآتي:



إن الشكل أعلاه يبين ما يلي:

- السلعة العادية أثر الدخل يعمل في نفس اتجاه أثر الإحلال، والأثر الكلي يكون ارتفاع الكمية المطلوبة من السلعة X (نتيجة انخفاض سعرها).
- السلعة الدنيا: أثر الدخل يعمل في اتجاه معاكس لأثر الإحلال والأثر الكلي يكون ارتفاع الكمية المطلوبة من السلعة X (نتيجة انخفاض سعرها كون أثر الإحلال أكبر من أثر الدخل).
- سلعة جيغن أثر الدخل يعمل في اتجاه معاكس لأثر الإحلال والأثر الكلي يكون انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة X (نتيجة انخفاض سعرها كون أثر الدخل أكبر من أثر الإحلال).

تمارين محلولة: نظرية المنفعة الترتيبية

التمرين رقم 1:

أجب بـ "صح" أو "خطأ" -

- يتغير ميل خط الميزانية عندما تتغير أسعار السلعتين بنفس النسبة. (.....)
- يمثل أثر الدخل تغير مستوى الإشباع نتيجة تغير السعر دون تغير الدخل النقدي. (.....)
- يعكس أثر الإحلال التغير في الدخل النقدي والسعر دون تغير مستوى الإشباع. (.....)
- منحنى أنجل بالنسبة لسلعة معينة هو نفسه منحنى الطلب على هذه السلعة نظرا لكونه (.....) يعطي نفس المعلومات.
- إذا كانت السلعتين x ولا متكاملتين، فهذا يعني أن كمياتهما تميل للتحرك في نفس (.....) الاتجاه.

أسئلة الاختيار المتعدد: ضع علامة (x) أمام الإجابة الصحيحة. -

- 1- يسمى الخط الواصل بين نقاط التوازن الناتجة عن تغير الدخل -1
 منحنى أنجل. (.....)
 منحنى الطلب. (.....)
 منحنى مستوى المعيشة. (.....)
 منحنى السواء. (.....)
- 2- عند التوازن يكون ميل منحنى السواء-2
 مساو لميل خط الميزانية. (.....)
 أكبر من ميل خط الميزانية. (.....)
 أكبر من ميل خط الميزانية. (.....)
 ولا حالة من الحالات السابقة. (.....)
- 3- منحنى أنجل -3
 يعبر عن العلاقة بين الكمية المطلوبة منها وسعرها. (.....)
 يعبر عن العلاقة بين الكمية المطلوبة منها والدخل. (.....)
 يعبر عن طبيعة السلعة. (.....)
 يعبر عن طبيعة الطلب على السلعة. (.....)
- 4- تبرز أهمية منحنى استهلاك - سعر في كل مما يلي ماعدا: -4
 بواسطته يمكن اشتقاق منحنى الطلب العادي. (.....)
 يوضح طبيعة العلاقة بين السلعتين. (.....)
 يربط بين نقاط توازن المستهلك عند تغير السعر لإحدى السلعتين. (.....)
 بواسطته يمكن اشتقاق منحنى أنجل. (.....)

التمرين رقم 2:

بعد دراسة سلوك مستهلك ما تبين أن هذا المستهلك قام بترتيب عدة توليفات من السلعتين x و y في المجموعات الآتية:

$$U_1 (A, B, C, D)$$

$$U_2 (E, F, G, H)$$

$$U_3 (I, J, K, L)$$

وكانت التوليفة L تقدم مستوى إشباع أكبر من التوليفة F والتوليفة H تقدم مستوى إشباع أكبر من التوليفة B .

المطلوب:

1. حدد الترتيب التفضيلي لمنحنيات السواء.
2. إذا كانت كل توليفة من السلعتين x و y معطاة وفق الكميات المبينة في الجدول الآتي:

U_1			U_2			U_3		
	X	Y		X	Y		X	Y
A	2	12	E	7	3	I	6	18
B	3	4	F	5	4	J	7	8
C	7	2	G	4	6	K	10	5
D	12	1	H	3	14	L	12	4

مثل بيانيا منحنيات السواء الثلاث

ما هي أهم الملاحظات التي يمكن تسجيلها على شكل هذه المنحنيات.

أحسب معدل الإحلال الحدي بين التوليفتين (A/B) ، وبين (G/F) ، وبين (A/J) ، وماذا تستنتج؟

التمرين رقم 3:

إذا كانت لدينا دالة منفعة المستهلك ما على الشكل الآتي: $10 + UT = xy^2$

وكانت $x=2$ و $y=8$

المطلوب: أحسب معدل الإحلال الحدي TMS_{xy} لهذا المستهلك، وعلق على النتيجة.

التمرين رقم 4:

لتكن لدينا دالة منفعة المستهلك ما على الشكل الآتي:

وكان مستوى الإشباع $2=UT$

المطلوب

أحسب معدل الإحلال الحدي TMS_{xy} لهذا المستهلك إذا أخذت x القيم الآتية: 1، 2، 3، 4

2. ماذا تستنتج؟

التمرين رقم 5:

بعد دراسة سلوك مستهلك معين، تبين أن منحنى السواء لهذا المستهلك له الميل الآتي: y/x

المطلوب بناء على ما سبق، برهن أن السلعتين x و y مستقلتين.

التمرين رقم 6:

لدينا دالة المنفعة لأحد المستهلكين للسلعتين x و y (على الصيغة الآتية): $y+2) UT = x$

؟ y و x استخرج دالتي الطلب على السلعتين 1-

2- $R=156$ بينما $P_y=6$ ، و $P_x=4$ إذا علمت أن

أحسب التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة هذا المستهلك.

استخرج معادلة خط الميزانية ومعادلة منحنى السواء، ومثل بيانيا وضع التوازن.

3- إذا افترضنا ثبات P_y و P_x ، بينما تغير R ليأخذ القيم 132 و 204.

بين أثر هذا التغير على الكميات التوازنية.

ارسم منحنى استهلاك دخل، ومنحنى أنجل للسلعتين x ولا. ماذا تستنتج؟

2. و 6 ليأخذ القيم x بينما تغير R ، و P_y إذا افترضنا ثبات

بين أثر هذا التغير على الكميات التوازنية.

أرسم منحنى استهلاك - سعر. ماذا تستنتج؟

التمرين رقم 7 -

عبر أحد المستهلكين عن المنفعة التي يستمدّها من كميات سلعتين (x) و (y) بالصيغة الرياضية التالية:

$$u = y(x+3)$$

المطلوب

1- (x) و (y) استخرج دوال الطلب على السلعتين

2- التوازنتين (x) و (y) احسب قيمة $R=99$ والدخل، و $P_y=6$ ، و $P_x=3$ إذا علمت أن

3 بافتراض ثبات $P_x=3$ و $R=99$ وانخفاض سعر السلعة إلى 4. ما هي نسبة الضريبة المفروضة على دخل المستهلك حتى يحافظ على مستوى الإشباع الأولي؟

التمرين رقم 8 -

لدينا دالة المنفعة لأحد المستهلكين معطاة على الشكل الآتي: $U=x.y$

المطلوب:

1- x و y استخرج دالتي الطلب على السلعتين

2- أحسب التوليفة التوازنية $R=156$ بينما $P_y=6$ ، و $P_x=4$ إذا علمت أن

3- إذا انخفض سعر السلعة (x) إلى 2 أحسب أثر الإحلال وأثر الدخل.

حلول تمارين نظرية المنفعة الترتيبية -

حل التمرين رقم 1 -

أجب بـ "صح" أو "خطأ" -

(خطأ) يتغير ميل خط الميزانية عندما تتغير أسعار السلعتين بنفس النسبة.

(صح) يمثل أثر الدخل تغير مستوى الإشباع نتيجة تغير السعر دون تغير الدخل النقدي.

(صح) يعكس أثر الإحلال التغير في الدخل النقدي والسعر دون تغير مستوى الإشباع.

(خطأ) منحنى أنجل بالنسبة لسلعة معينة هو نفسه منحنى الطلب على هذه السلعة نظرا

لكونه يعطي نفس المعلومات.

(صح) إذا كانت السلعتين x ولا متكاملتين، فهذا يعني أن كمياتهما تميل للتحرك في

نفس الاتجاه.

أسئلة الاختيار المتعدد: ضع علامة (x) أمام الإجابة الصحيحة. -

يسمى الخط الواصل بين نقاط التوازن الناتجة عن تغير الدخل

منحنى أنجل. (.....)

منحنى الطلب.)

متحنى مستوى المعيشة. (X)

منحنى السواء.)

2- عند التوازن يكون ميل منحنى السواء

(مساو لميل خط الميزانية. X)

أكبر من ميل خط الميزانية.)

أكبر من ميل خط الميزانية.)

ولا حالة من الحالات السابقة.)

3- منحنى أنجل

يعبر عن العلاقة بين الكمية المطلوبة منها وسعرها.)

(يعبر عن العلاقة بين الكمية المطلوبة منها والدخل. X)

(يعبر عن طبيعة السلعة. X)

يعبر عن طبيعة الطلب على السلعة.)

4- تبرز أهمية منحنى استهلاك - سعر في كل مما يلي ماعدا:

(بواسطته يمكن اشتقاق منحنى الطلب العادي. X)

(يوضح طبيعة العلاقة بين السلعتين. X)

(يربط بين نقاط توازن المستهلك عند تغير السعر لإحدى السلعتين. X)

بواسطته يمكن اشتقاق منحنى أنجل.)

حل التمرين رقم 2 -

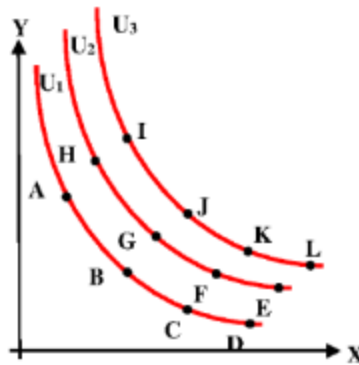
تحديد الترتيب التفضيلي لمنحنيات السواء 1-

التوليفة J تقدم مستوى إشباع أكبر من التوليفة F.... فهذا يعني أن مستوى الإشباع U3 وأكبر من U2

التوليفة H تقدم مستوى إشباع أكبر من التوليفة B. فهذا يعني أن مستوى الإشباع U2 أكبر من U1

وعليه الترتيب التفضيلي لمنحنيات السواء: U3U2U1

التمثيل البياني لمنحنيات السواء: 2-



أهم الملاحظات التي يمكن تسجيلها على شكل هذه المنحنيات:

- منحنيات السواء لا تتقاطع فيما بينها:
- منحنيات السواء سالبة الميل:
- منحنيات السواء محدبة اتجاه نقطة الأصل:

كلما كان منحنى السواء في أعلى ويمين خريطة السواء كلما كان مستوى الإشباع أكبر. -
حساب معدل الإحلال الحدي

بين التوليفتين (A/B)

$$TMS_{A/B} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{4-12}{3-2} = -8 = |8|$$

إن المستهلك عند انتقاله من التوليفة A إلى التوليفة B يتنازل عن 8 وحدات من السلعة (1) من أجل الحصول على وحدة إضافية واحدة من السلعة (x) للحفاظ على نفس مستوى الإشباع.

بين التوليفتين (G/F)

$$TMS_{G/F} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{4-6}{5-4} = -2 = |2|$$

إن المستهلك عند انتقاله من التوليفة 6 إلى التوليفة - يتنازل عن وحدتين من السلعة (1) من أجل الحصول على وحدة إضافية واحدة من السلعة (x) للحفاظ على نفس مستوى الإشباع.

بين التوليفتين (J/A)

لا يمكن حساب معدل الإحلال الحدي بين التوليفتين 1/8 لأن التوليفتين لا تقعان على نفس منحنى السواء، أي أنهما تقدمان مستويين للإشباع مختلفين.

استنتاج: معدل الإحلال الحدي يحسب فقط بين التوليفات التي تقع على نفس منحنى السواء وتقدم نفس مستوى الإشباع

حل التمرين رقم 3 -

معدل الإحلال الحدي (TMS_{xy})

$$TMS_{xy} = -\frac{U_{mx}}{U_{my}} = -\frac{f'x}{f'y} = -\frac{y^2}{2xy} = -\frac{(8)^2}{2(2)(8)} = -2 = |2|$$

من أجل حصول المستهلك على وحدة إضافية واحدة من السلعة (x) فإنه يتنازل عن وحدتين من السلعة (y) للحفاظ على نفس مستوى الإشباع.

حل التمرين رقم 4 -

حساب معدل الإحلال الحدي (TMS_{xy}) -1

لدينا دالة المنفعة

$$UT = x \cdot \frac{y}{x+1} \rightarrow 2 = x \cdot \frac{y}{x+1} \rightarrow 2x+2 = xy$$

$$\rightarrow y = \frac{2x+2}{x}$$

يطلق على هذه الدالة: معادلة منحنى السواء

لدينا معدل الإحلال الحدي رياضياً هو ميل منحنى السواء المشتقة الأولى لمعادلة منحنى السواء (أي:)

$$TMS_{xy} = \frac{dy}{dx} = \frac{2(x) - 1(2x+2)}{x^2} = \frac{-2}{x^2}$$

ومنه

$$x = 1 \rightarrow TMS_{xy} = \frac{-2}{x^2} = \frac{-2}{(1)^2} = -2 = |2|$$

$$x = 2 \rightarrow TMS_{xy} = \frac{-2}{x^2} = \frac{-2}{(2)^2} = \frac{-1}{2} = |0.5|$$

$$x = 3 \rightarrow TMS_{xy} = \frac{-2}{x^2} = \frac{-2}{(3)^2} = \frac{-2}{9} = |0.22|$$

$$x = 4 \rightarrow TMS_{xy} = \frac{-2}{x^2} = \frac{-2}{(4)^2} = \frac{-2}{16} = |0.125|$$

- الاستنتاج: 2

تلاحظ أنه كلما زادت كمية x^1 فإنه كلما انتقلنا على منحنى السواء من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار لليمين كلما نقصت قيمة معدل الإحلال الحدي. وهذا يعني أن معدل الإحلال الحدي متناقص على طول منحنى السواء.

- حل التمرين رقم 5

عند وضع التوازن يكون ميل منحنى السواء مساويا لميل خط الميزانية (P_x/P_y)، ومنه:

$$\frac{-y}{x} = \frac{-P_x}{P_y} \rightarrow y = \frac{xP_x}{P_y} \dots \dots \dots (1)$$

نقوم بتعويض قيمة لا في معادلة الميزانية

$$R = xP_x + yP_y$$

$$R = xP_x + \frac{xP_x}{P_y} \cdot P_y \rightarrow R = xP_x + xP_x \rightarrow R = 2xP_x$$

$$x = \frac{R}{2P_x} \dots \dots \dots \text{دالة الطلب على السلعة } x$$

بتعويض x في المعادلة (1) نحصل على:

$$y = \frac{R}{2P_y} \dots \dots \dots \text{دالة الطلب على السلعة } y$$

من خلال دوال الطلب على السلعتين، نلاحظ أن الطلب على السلعة x مستقل عن سعر السلعة y ، كما أن الطلب على السلعة لا مستقل عن سعر السلعة x ، وهذا ما يعني أن السلعتين x و y سلعتين مستقلتين.

- حل التمرين رقم 6.

1- x و y استخراج دالتي الطلب على السلعتين

باستخدام الشرط الأول من تعظيم المنفعة بطريقة لاغرانج

$$\begin{cases} \text{Max: } U = x(y + 2) \\ \frac{s}{c}: R = xP_x + yP_y \end{cases}$$

دالة لاغرانج

$$L = x(y + 2) + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$

- الشرط اللازم: المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر

$$\begin{cases} L'_x = 0 \rightarrow y + 2 - \lambda P_x = 0 & \dots \dots \dots (1) \\ L'_y = 0 \rightarrow x - \lambda P_y = 0 & \dots \dots \dots (2) \\ L'_\lambda = 0 \rightarrow R - xP_x - yP_y = 0 & \dots \dots \dots (3) \end{cases}$$

بقسمة طرفي المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{y+2}{x} = \frac{\lambda Px}{\lambda Py}$$

$$\rightarrow \frac{y+2}{x} = \frac{Px}{Py}$$

$$\rightarrow y = \frac{xPx - 2Py}{Py} \dots \dots \dots (4)$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$$(3): R - xPx - \left(\frac{xPx - 2Py}{Py}\right)Py = 0$$

$$\rightarrow R - xPx - xPx + 2Py = 0$$

$$\rightarrow R - 2xPx + 2Py = 0$$

$$\rightarrow 2xPx = R + 2Py$$

دالة الطلب على السلعة (x)

بتعويض قيمة x في المعادلة (4) نجد قيمة y:

$$(4): y = \frac{xPx - 2Py}{Py}$$

$$\rightarrow y = \frac{R - 2Py}{2Py} \dots \dots \dots (y) \text{ دالة الطلب على السلعة}$$

حساب التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك والتمثيل البياني: 2-

التوليفة التوازنية

يتعويض R, Px و Py في دوال الطلب نجد:

$$x = \frac{R + 2Py}{2Px} = \frac{156 + 2(6)}{2(4)} = 21$$

$$y = \frac{R - 2Py}{2Py} = \frac{156 - 2(6)}{2(6)} = 12$$

التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك هي (x = 21, y = 12)

المنفعة الكلية عند وضع التوازن: UT = x(y + 2) = 21(12 + 2) = 294

التمثيل البياني لوضع التوازن

- معادلة خط الميزانية

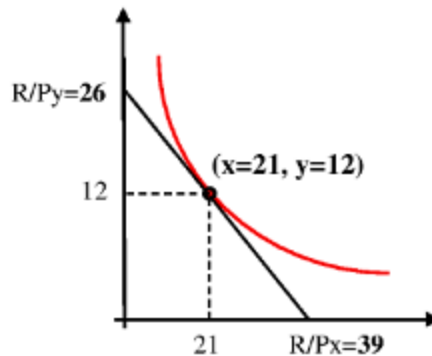
$$y = \frac{R}{Py} - \frac{Px}{Py} \cdot x \rightarrow y = \frac{156}{6} - \frac{4}{6} \cdot x$$

$$\rightarrow y = 26 - 0.66 x$$

- معادلة منحنى السواء

$$UT = x(y + 2) \rightarrow y = \frac{UT - 2x}{x}$$

$$\rightarrow y = \frac{294 - 2x}{x}$$



أثر تغير الدخل على الكميات التوازنية-3

بالتعويض في دوال الطلب نجد:

$$(1) R_1 = 132 \dots \dots x = \frac{132+2(6)}{2(4)} = 18 \quad y = \frac{132-2(6)}{2(6)} = 10 \quad UT_1=216$$

$$(2) R_2 = 156 \dots \dots x = \frac{156-2(6)}{2(4)} = 21 \quad y = \frac{156-2(6)}{2(6)} = 12 \quad UT_2=294$$

$$(3) R_3 = 204 \dots \dots x = \frac{204+2(6)}{2(4)} = 27 \quad y = \frac{204-2(6)}{2(6)} = 16 \quad UT_3=486$$

معادلة خط الميزانية عند تغير الدخل:

$$(1) R_1 = 132 \dots \dots y = \frac{132}{6} - \left(\frac{4}{6}\right)x \dots \dots y_1 = 22 - 0.66x$$

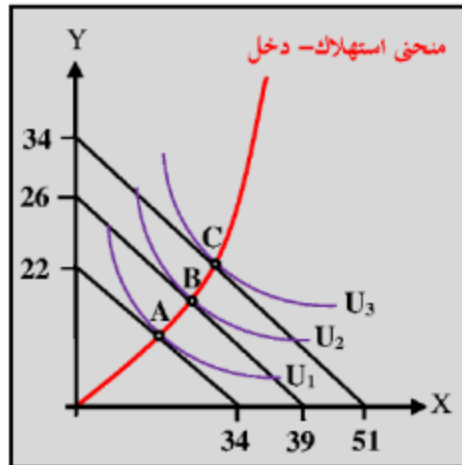
$$(2) R_2 = 156 \dots \dots y = \frac{156}{6} - \left(\frac{4}{6}\right)x \dots \dots y_2 = 26 - 0.66x$$

$$(3) R_3 = 204 \dots \dots y = \frac{204}{6} - \left(\frac{4}{6}\right)x \dots \dots y_3 = 34 - 0.66x$$

خط الميزانية	المنفعة الكلية	التوليفة التوازنية	الأسعار	الدخل
$y_1=22-0.66x$	$UT_1=216$	A: $(x=18, y=10)$	$P_x = 4 \quad P_y = 6$	$R_1 = 132$
$y_2=26-0.66x$	$UT_2=294$	B: $(x=21, y=12)$	$P_x = 4 \quad P_y = 6$	$R_2 = 156$
$y_3=34-0.66x$	$UT_3=486$	C: $(x=27, y=16)$	$P_x = 4 \quad P_y = 6$	$R_3 = 204$

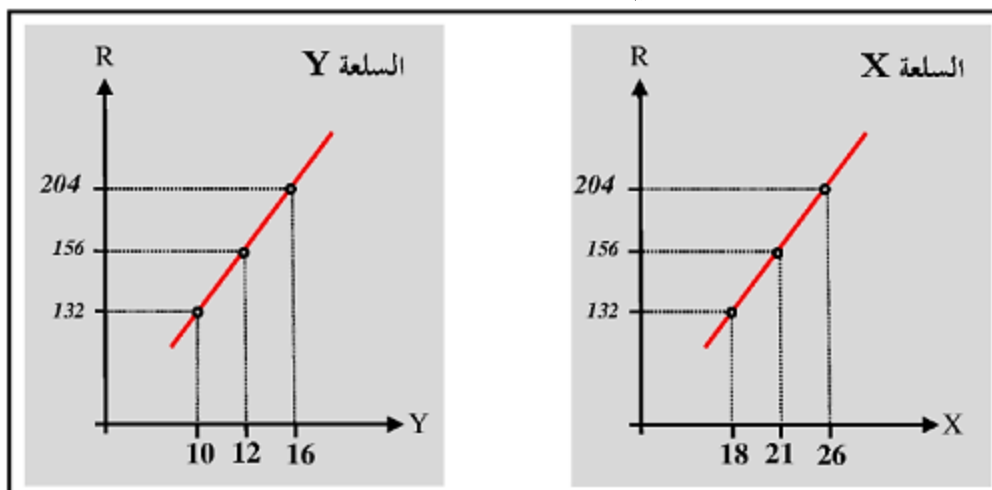
الملاحظ أن ارتفاع الدخل قد أدى إلى استهلاك كميات متزايدة من السلعتين (x) و (y) ما أدى

إلى ارتفاع مستوى الإشباع وتغير خط الميزانية. ويمثل المنحنى الواصل بين نقاط التوازن الناتجة عن تغير الدخل منحنى استهلاك دخل (A,B,C).



أما النظر إلى العلاقة بين تغير الكميات المستهلكة من السلعتين (x) و (y) فبين أن تزايد الدخل قد أدى إلى تزايد كل من كمية السلعة (x) وكمية السلعة (y) أي أن العلاقة طردية بين تغيرات كل من الدخل والكمية، ما يعني أن (x) و (y) سلع عادية. أما إذا نظرنا لمنحنى أنجل للسلعتين فإننا نجده موجب الميل.

منحنى أنجل للسلعتين (x و y)



4- أثر تغير السعر على الكميات التوازنية

بالتعويض في دوال الطلب نجد:

$$(1) \quad Px = 2 \dots \dots \dots x = \frac{156 + 2(6)}{2(2)} = 42 \quad y = \frac{156 - 2(6)}{2(6)} = 12$$

$$(2) \quad Px = 4 \dots \dots \dots x = \frac{156 + 2(6)}{2(4)} = 21 \quad y = \frac{156 - 2(6)}{2(6)} = 12$$

$$(3) \quad Px = 6 \dots \dots \dots x = \frac{156 + 2(6)}{2(6)} = 14 \quad y = \frac{156 - 2(6)}{2(6)} = 12$$

معادلة خط الميزانية عند تغير السعر:

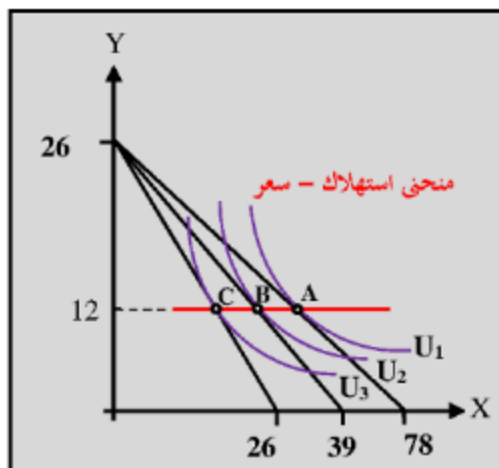
$$(1) P_{x1} = 2 \dots \dots y = \frac{156}{6} - \left(\frac{2}{6}\right)x \dots \dots y_1 = 26 - 0.33x$$

$$(2) P_{x2} = 4 \dots \dots y = \frac{156}{6} - \left(\frac{4}{6}\right)x \dots \dots y_2 = 26 - 0.66x$$

$$(3) P_{x3} = 6 \dots \dots y = \frac{156}{6} - \left(\frac{6}{6}\right)x \dots \dots y_3 = 30 - x$$

P_x	R, P_y	التوليفة التوازنية	المنفعة الكلية	خط الميزانية
$P_{x1}=2$	$R = 156, P_y = 6$	$A: (x=42, y=12)$	$UT_1=588$	$Y_1=26-0.33x$
$P_{x2}=4$	$R = 156, P_y = 6$	$B: (x=21, y=12)$	$UT_2=294$	$Y_2=26-0.66x$
$P_{x3}=6$	$R = 156, P_y = 6$	$C: (x=14, y=12)$	$UT_3=196$	$Y_3=26-x$

الملاحظ أن ارتفاع سعر السلعة (x) قد أدى إلى انخفاض الكمية المستهلكة من السلعة (x) وثبات كمية (y)، ما أدى إلى انخفاض مستوى الإشباع وتغير خط الميزانية. ويمثل المنحنى الواصل بين نقاط التوازن A, B, C) الناتجة عن تغير سعر السلعة (x) (منحنى استهلاك - سعر.



يتبين من الشكل أن منحنى استهلاك - سعر موازي تماماً للمحور الأفقي، وهو ما يعني أن تغير قد أدى إلى تغير الكمية المستهلكة من السلعة (x) وثبات كمية (y)، وعليه فالسلعتين $P_x(x)$ و y (سلعتين مستقلتين. ومنه فإن منحنى استهلاك - سعر يوضح العلاقة ما بين السلعتين بناء على شكله.

حل التمرين رقم 7 -

1- x و y استخراج دالتي الطلب على السلعتين

باستخدام الشرط الأول من تعظيم المنفعة بطريقة لاغرانج

$$\begin{cases} \text{Max: } U = y(x+3) \\ \text{s.t.: } R = xP_x + yP_y \end{cases}$$

دالة لاغرانج

$$L = y(x + 3) + \lambda(R - xPx - yPy)$$

الشرط اللازم -

$$\begin{cases} L'_x = 0 \rightarrow y - \lambda Px = 0 & \dots \dots \dots (1) \\ L'_y = 0 \rightarrow x + 3 - \lambda Py = 0 & \dots \dots \dots (2) \\ L'_\lambda = 0 \rightarrow R - xPx - yPy = 0 & \dots \dots \dots (3) \end{cases}$$

بقسمة طرفي المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$$\begin{aligned} \frac{(1)}{(2)}: \frac{y}{x+3} &= \frac{\lambda Px}{\lambda Py} \\ \rightarrow \frac{y}{x+3} &= \frac{Px}{Py} \\ \rightarrow y &= \frac{xPx + 3Px}{Py} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$$\begin{aligned} (3): R - xPx - \left(\frac{xPx + 3Px}{Py}\right)Py &= 0 \\ \rightarrow R - xPx - xPx - 3Px &= 0 \\ \rightarrow 2xPx &= R - 3Px \\ \rightarrow x &= \frac{R - 3Px}{2Px} \dots \dots \dots (x) \end{aligned}$$

بتعويض قيمة x في المعادلة (4) نجد قيمة y:

$$\begin{aligned} (4): y &= \frac{xPx - 3Px}{Py} \\ \rightarrow y &= \frac{R + 3Px}{2Py} \dots \dots \dots (y) \end{aligned}$$

حساب التوليفة التوازنية 2-

بتعويض R, Px و Py في دوال الطلب نجد:

$$x = \frac{R - 3Px}{2Px} = \frac{99 - 3(3)}{2(3)} = 15$$

$$y = \frac{R + 3Px}{2Py} = \frac{99 + 3(3)}{2(6)} = 9$$

التوليفة التوازنية التي تعظم منفعة المستهلك هي: (x=15, y=9)

المنفعة الكلية عند وضع التوازن: UT = y(x + 3) = 9(15 + 3) = 162

نسبة الضريبة المفروضة على دخل المستهلك: 3-

إذا انخفض Py من 6 إلى 4 فإن التوليفة التوازنية تصبح كالآتي:

$$x = \frac{99 - 3(3)}{2(3)} = 15 \quad y = \frac{99 + 3(3)}{2(4)} = 13.5$$

المنفعة الكلية عند السعر الجديد: $UT = y(x+3) = 13.5(15+3) = 243$
وعليه من أجل الرجوع إلى وضع التوازن الأولي لا بد من تخفيض دخل المستهلك من خلال فرض ضريبة على الدخل، وتصبح مشكلة المستهلك هي تدنية الدخل تحت قيد المنفعة.

$$\begin{cases} \text{Min: } R = 3x + 4y \\ \text{s.t: } 162 = y(x + 3) \end{cases}$$

دالة لاغرانج

$$L = 3x + 4y + \lambda(162 - xy - 3y)$$

- الشرط اللازم المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر

$$\begin{cases} L'_x = 0 \rightarrow 3 - \lambda y = 0 & \dots \dots \dots (1) \\ L'_y = 0 \rightarrow 4 - \lambda(x + 3) = 0 & \dots (2) \\ L'_\lambda = 0 \rightarrow 162 - xy - 3y = 0 & \dots \dots \dots (3) \end{cases}$$

بقسمة طرفي المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$$\begin{aligned} \frac{(1)}{(2)}: \frac{3}{4} &= \frac{\lambda y}{\lambda(x+3)} \\ \rightarrow \frac{3}{4} &= \frac{y}{x+3} \\ \rightarrow y &= \frac{3x+9}{4} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$$\begin{aligned} (3): 162 - x \cdot \frac{3x+9}{4} - 3 \cdot \frac{3x+9}{4} &= 0 \\ \rightarrow 648 - 3x^2 - 9x - 9x - 27 &= 0 \\ \rightarrow 621 - 3x^2 - 18x &= 0 \\ \rightarrow x^2 + 6x - 207 &= 0 \end{aligned}$$

بحل المعادلة من الدرجة الثانية نجد $x = -17.7$ مرفوض ، $x = 11.7$ مقبول

$$\rightarrow y = \frac{3(11.7) + 9}{4} = 11.02$$

التوازنية الجديدة التوليفة: $(x_1=11.7, y_1=11.02)$

المنفعة الكلية عند وضع التوازن: $UT = y(x + 3) = 11.02(11.7 + 3) = 162$
الدخل الجديد:

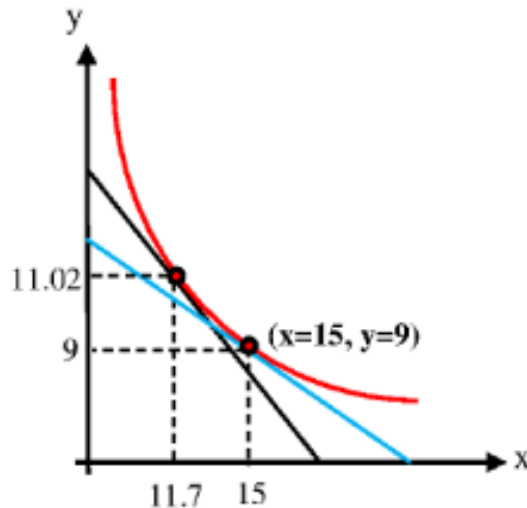
نسبة الضريبة المفروضة على دخل المستهلك حتى يحافظ على مستوى الإشباع الأولي:

$$T = \frac{R - R_1}{R} \cdot 100 = \frac{99 - 79.18}{99} \cdot 100 = 20.02\%$$

التمثيل البياني:

خط الميزانية	المنفعة الكلية	التوليفة التوازنية	R, P_x, P_y
--------------	----------------	--------------------	---------------

$R = 99, P_x = 3, P_y = 6$	$A : (x = 15, y = 9)$	$UT = 162$	$y_1 = 16.5 - 0.5x$
$R = 79.18, P_x = 3, P_y = 4$	$B : (x = 11.7, y = 11.02)$	$UT_1 = 162$	$y_3 = 19.8 - 0.75x$



ومنه فالتوليفتين $(x=15, y=9)$ و $(x=11.7, y=11.02)$ بالرغم من أنهما معرفتين عند أسعار مختلفة ودخل مختلف إلا أنهما تقعان على نفس منحنى السواء ل، هما تحققان للمستهلك نفس مستوى الإنشباع $U = 162$.

حل التمرين رقم 8.

1- استخراج دالتي الطلب على السلعتين x و y :

باستخدام الشرط الأول من تعظيم المنفعة بطريقة لاغرانج:

$$\begin{cases} \text{Max: } U = x \cdot y \\ \text{s.t: } R = xP_x + yP_y \\ L = x \cdot y + \lambda(R - xP_x - yP_y) \end{cases}$$

الشرط اللازم -

$$\begin{cases} L'_x = 0 \rightarrow y - \lambda P_x = 0 & \dots \dots \dots (1) \\ L'_y = 0 \rightarrow x - \lambda P_y = 0 & \dots \dots \dots (2) \\ L'_\lambda = 0 \rightarrow R - xP_x - yP_y = 0 & \dots \dots \dots (3) \end{cases}$$

بقسمة طرفي المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$$\begin{aligned} \frac{(1)}{(2)}: \frac{y}{x} &= \frac{\lambda P_x}{\lambda P_y} \\ \rightarrow \frac{y}{x} &= \frac{P_x}{P_y} \\ \rightarrow y &= \frac{xP_x}{P_y} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$$(3): R - xPx - \left(\frac{xPx}{Py}\right)Py = 0$$

$$\rightarrow R - xPx - xPx = 0$$

$$\rightarrow 2xPx = R$$

$$\rightarrow x = \frac{R}{2Px} \dots \dots \dots (x) \text{ دالة الطلب على السلعة } (x)$$

بتعويض قيمة x في المعادلة (4) نجد قيمة:

$$\rightarrow y = \frac{R}{2Py} \dots \dots \dots (y) \text{ دالة الطلب على السلعة } (y)$$

2- حساب التوليفة التوازنية

$$x = \frac{R}{2Px} = \frac{60}{2(6)} = 5 \quad y = \frac{R}{2Py} = \frac{60}{2(2)} = 15$$

المنفعة الكلية عند وضع التوازن بـ $U = x \cdot y = 5(15) = 75$

2 إلى 6 من (x) حساب أثر الإحلال وأثر الدخل إذا سعر السلعة 3-

وبافتراض أن سعر السلعة (x) انخفض إلى 2 تصبح الكميات التوازنية الجديدة هي: $x=15$, (ومستوى المنفعة $U = 225$)

إن انخفاض سعر السلعة (x) من 6 إلى 2 أدى إلى زيادة الكمية المطلوبة منها من 5 إلى 15، وتسمى هذه الزيادة في الكمية المطلوبة (10=15-5) بأثر السعر أو الأثر الكلي، والتي تمثل مجموع أثرين هما أثر الإحلال وأثر الدخل. وسوف نميز بين الأثرين من خلال تحليل كل من هيكس وسلوتسكي.

1- تحليل هيكس

يقوم ثبات الدخل الحقيقي بالنسبة لهيكس عندما يتمكن المستهلك من الحفاظ على نفس مستوى الإشباع الأولي، $75 = UT$ وذلك من خلال فرض ضريبة وهمية على الدخل النقدي لإلغاء التحسن الحاصل في الدخل الحقيقي والناتج عن انخفاض سعر السلعة أي العمل على تدنية الدخل في ظل الأسعار الجديدة للحفاظ على نفس مستوى المنفعة.

أولاً: هدف المستهلك هو تدنية المنفعة تحت قيد المنفعة

$$\begin{cases} \text{Min: } R = 2x + 2y \\ \text{s.t: } 75 = x \cdot y \end{cases}$$

ثانياً: تشكيل دالة لاغرانج

$$L = (2x + 2y) + \lambda(75 - x \cdot y)$$

ثالثاً: تدنية دالة الدخل من خلال تحقق الشرطين اللازم والكافي

الشرط اللازم: المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج مساوية للصفر -

$$\begin{cases} L'_x = 0 \rightarrow 2 - \lambda y = 0 & \dots \dots (1) \\ L'_y = 0 \rightarrow 2 - \lambda x = 0 & \dots \dots (2) \\ L'_\lambda = 0 \rightarrow 75 - x \cdot y = 0 & \dots \dots (3) \end{cases}$$

بقسمة طرفي المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{2}{2} = \frac{\lambda y}{\lambda x}$$

$$\rightarrow 1 = \frac{y}{x}$$

$$\rightarrow y = x \dots \dots \dots (4)$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$$(3): 75 - x \cdot x = 0$$

$$\rightarrow 75 - x^2 = 0$$

$$\rightarrow x = \sqrt{75}$$

$$\rightarrow x = 8.66 \quad y = 8.66$$

- أثر الإحلال: $8.66 - 5 = 3.66$ وحدة

- أثر الدخل $15 - 8.66 = 6.34$ وحدة

- الأثر الكلي = أثر الإحلال + أثر الدخل = $3.66 + 6.34 = 10$ وحدة.

ومنه يكون نصيب كل أثر في الأثر الكلي هو:

- أثر الإحلال $(3.66/10)100 = 36.6\%$

- أثر الدخل $(6.34/10)100 = 63.4\%$

أما مقدار الضريبة الوهمية فهو:

- الدخل الجديد $R = (2 \cdot 8.66) + (2 \cdot 8.66) = 34.64$

- مقدار الضريبة الوهمية: $T = 60 - 34.64 = 25.36$

- نسبة الضريبة الوهمية: $T\% = (25.36/60) 100 = 42.26\%$

تحليل سلوتسكي 1-

يقوم ثبات الدخل الحقيقي بالنسبة لـ "سلوتسكي" عندما يمكن الدخل المتبقي للمستهلك بعد

فرض الضريبة الوهمية الحفاظ على التوليفة التوازنية الأولية ($x = 5, y = 15$).

الدخل الذي يؤدي إلى استهلاك التوليفة التوازنية الأولية في ظل الأسعار الجديدة هو:

$$R = 2(5) + 2(15) = 40$$

- أثر الإحلال هو عبارة عن الكمية المطلوبة من السلعة x عندما $R = 40$ و $P_x = 2$

$$x = \frac{R}{2P_x} = \frac{40}{2(2)} = 10$$

ومنه: أثر الإحلال $10 - 5 = 5$ وحدة

- أثر الدخل هو الفرق بين الكميات المطلوبة من السلعة x (عند الوضع الجديد) $x = 15$

والكميات المطلوبة عند أثر الإحلال $x = 10$

ومنه أثر الدخل $15 - 10 = 5$ وحدة.

- نصيب أثر الإحلال من الأثر الكلي المقدر بـ 10 وحدات هو: $10/5 = 100\%$

- نصيب أثر الدخل من الأثر الكلي المقدر بـ 10 وحدات هو: $10/5 = 100\%$

المحور الثالث

نظريات الطلب والعرض وتوازن السوق

ملخص + تمارين محلولة

ملخص نظريات الطلب والعرض وتوازنات السوق: I-**تمهيد**

في الاقتصاد، الأسعار لا ترتفع ولا تنخفض بشكل عشوائي. إنها نتيجة قوتين أساسيتين:

1) الطلب → يمثل المستهلك

2) العرض → يمثل المنتج

تفاعل هاتين القوتين هو الذي يحدد سعر السوق وكميته التوازنية.

3-1- الطلب:**3-1-1- مفهوم الطلب:**

يعرف الطلب بأنه عبارة عن الكميات من سلعة معينة التي يمكن شراؤها من قبل 1. الأفراد والمشاريع بأسعار معينة وفي فترة زمنية معينة. ويتكون الطلب من عنصرين هما: الرغبة في شراء السلعة القدرة على شرائها.

3-1-2- محددات الطلب:

وتنقسم هذه المحددات إلى:

محددات كمية وهي المحددات التي يمكن قياسها كميًا بوحدة نقدية أو عينية، وتتمثل في سعر السلعة نفسها، الدخل المخصص للاستهلاك، أسعار السلع الأخرى البديلة والمكملة).

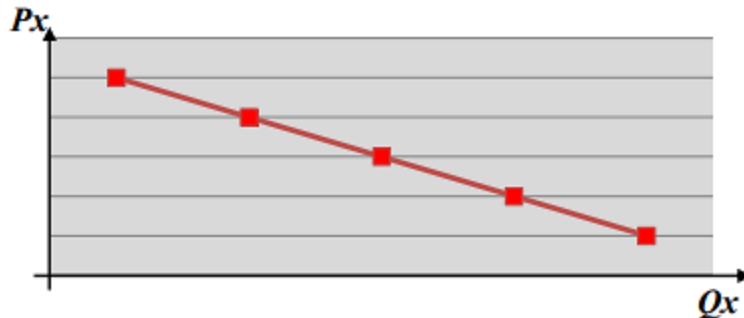
محددات نوعية: وهي المتغيرات التي لا يمكن قياسها سواء بوحدة عينية معينة أو نقدية، ولكن لها تأثيرات على الطلب مثل أذواق المستهلكين العادات والتقاليد، وتوقعات المستهلكين.

3-1-3- دالة الطلب:

ويمكن التعبير عن دالة الطلب في أبسط صورها (الصورة الخطية) بافتراض ثبات كل المحددات الكمية والنوعية باستثناء سعر السلعة نفسها، وعليه يكون الطلب على السلعة تابع السعر السلعة فقط، فتأخذ بذلك الصيغة الرياضية الآتية: $Q_x = f(P_x)$.

3-1-4- منحنى الطلب:

هو منحنى سالب الميل أي ينحدر من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار إلى اليمين. ويعكس ميل المنحني السالب قانون الطلب، أي العلاقة العكسية بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها.



طلب الفرد وطلب السوق: طلب السوق أو الطلب الإجمالي لسلعة معينة هو عبارة عن الكمية المطلوبة من قبل جميع الأفراد في السوق عند الأسعار المختلفة.

3-1-5- تغير الطلب وتغير الكمية المطلوبة:**3-1-5-1- تغير الكمية المطلوبة:**

يشير إلى تغير عدد وحدات السلعة عند تغير سعرها مع افتراض ثبات متغيرات الطلب الأخرى، وعليه فتغير الكمية المطلوبة يعني الانتقال من نقطة إلى أخرى على منحنى الطلب نفسه.

تغير الطلب: -2-5-3

يشير إلى تغير أحد العوامل المؤثرة في الطلب مع افتراض ثبات سعر السلعة. ويؤدي تغير الطلب إلى انتقال منحنى الطلب بكامله إلى اليمين أو اليسار.

مرونة الطلب: -6-1-3

تعني مرونة الطلب درجة استجابة (حساسية) الكمية المطلوبة من سلعة ما للتغير في سعرها. ويمكن كتابة قانون مرونة الطلب على الشكل الآتي:

$$E = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P} \right) \cdot \frac{P}{Q} \quad \text{أو} \quad E = \left(\frac{dQ}{dP} \right) \cdot \frac{P}{Q}$$

ويمكن التمييز في نظرية الطلب بين ثلاثة أنواع رئيسية للمرونة هي:

مرونة الطلب السعرية: -1-6-1-3

وتقيس درجة استجابة التغير في الكمية المطلوبة نتيجة تغير سعرها، مع افتراض ثبات سعر السلعة الأخرى والدخل.

وبما أن قانون الطلب ينص على وجود علاقة عكسية بين سعر السلعة والكمية المطلوبة فإن إشارة مرونة الطلب السعرية سوف تكون سالبة، ويتمثل الهدف من دراسة المرونة السعرية هو تحديد طبيعة الطلب على السلعة مرن أو غير مرن (، ويمكن تحديد خمس درجات لهذه المرونة.

طلب عديم المرونة: أي أن الكمية المطلوبة لا تستجيب تماما لتغيرات السعر

$$E_{px} = 0$$

طلب غير مرن نسبيا: عندما تؤدي التغيرات النسبية في السعر إلى تغيرات نسبية

لكن أقل في الكمية المطلوبة -0 < E_{px}

طلب متكافئ المرونة : عندما تكون التغيرات النسبية في الكمية مساوية تماما

للتغيرات النسبية في السعر -1 = E_{px}

طلب مرن نسبيا عندما تؤدي التغيرات النسبية في السعر إلى تغيرات نسبية لكن

أكبر في الكمية المطلوبة. -0 > E_{px}

طلب لا نهائي المرونة: عندما تؤدي تغيرات نسبية طفيفة جدا في السعر إلى

تغيرات نسبية كبيرة جدا في الكمية المطلوبة. -∞ = E_{px}

مرونة الطلب التقاطعية: -2-6-1-3

تشير إلى درجة استجابة الكمية المطلوبة من سلعة ما للتغير في سعر سلعة أخرى مع افتراض ثبات محددات الطلب الأخرى .

إن الهدف الأساسي من المرونة التقاطعية هو معرفة العلاقة ما بين السلعتين (x و y):

- مرونة الطلب التقاطعية سالبة: السلعتين متكاملتين.
- مرونة الطلب التقاطعية موجبة: السلعتين بديلتين.
- مرونة الطلب التقاطعية معدومة: السلعتين مستقلتين.

مرونة الطلب الدخلية: -3-6-1-3

تقيس درجة استجابة الكمية المطلوبة من سلعة ما للتغير في الدخل مع افتراض ثبات محددات الطلب الأخرى.

وبشكل عام، تستخدم مرونة الطلب الدخلية لتحديد طبيعة (نوعية السلعة، فإذا كان:

المرونة الدخلية موجبة السلعة عادية. ونميز هنا بين نوعين -

السلعة ضرورية $1 \geq E_R \leq 0$

السلعة كمالية $E_R > 1$.

المرونة الداخلية سالبة السلعة دنيا (رديئة). -

3-2- نظرية العرض:

3-2-1- مفهوم العرض:

يعرف العرض بأنه هو الكميات التي يكون المنتجون مستعدين لبيعها فعلاً في السوق من السلعة أو الخدمة عند مختلف الأسعار المفترضة لها خلال فترة زمنية معينة، مع افتراض ثبات العوامل الأخرى. وعليه يتحقق العرض إذا ما توفرت الرغبة والقدرة لدى المنتجين في تزويد السوق بكميات إضافية من سلعة أو خدمة معينة.

3-2-2- محددات العرض:

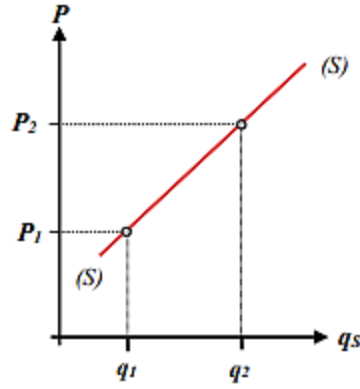
هناك العديد من العوامل التي تؤثر في الكمية التي يرغب المنتج في عرضها من سلعة أو خدمة ما، وأهم هذه العوامل فهي سعر السلعة أسعار عناصر الإنتاج، المستوى التكنولوجي، أسعار السلع الأخرى، عدد البائعين أو المنتجين للسلعة، الضرائب والإعانات.

3-2-3- دالة العرض:

يمكن التعبير عن دالة العرض في أبسط صورها (الصورة الخطية) من خلال افتراض ثبات المتغيرات المستقلة التي تؤثر في العرض باستثناء سعر السلعة نفسها، وعليه تكون الكمية المعروضة من السلعة تابعة لسعر السلعة فقط، فتأخذ بذلك الصيغة الرياضية الآتية:

$$Q_{sx} = f(P_x)$$

1. قانون العرض: إن العلاقة بين سعر السلعة كمتغير مستقل والكمية المعروضة منها كمتغير تابع (هي علاقة موجبة أو طردية مع ثبات العوامل الأخرى المؤثرة في العرض، ويبيّن قانون العرض أن الكمية المعروضة من سلعة ما سوف تزيد كلما ارتفع سعر السلعة وتنخفض كلما قل سعر سعرها مع بقاء العوامل الأخرى محدّدات العرض على حالها.
2. منحنى العرض يعكس ميل المنحنى الموجب قانون العرض، أي العلاقة الطردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها .



3. تغير العرض وتغير الكمية المعروضة:

يشير تغير الكمية المعروضة إلى تغير عدد وحدات السلعة عند تغير سعرها مع افتراض ثبات متغيرات العرض الأخرى، وعليه فتغير الكمية المعروضة يعني الانتقال من نقطة إلى أخرى على منحنى العرض نفسه

يشير تغير العرض إلى تغير أحد العوامل المحددة للعرض مع افتراض ثبات سعر السلعة، ويؤدي تغير العرض إلى انتقال منحنى العرض بكامله إلى اليمين في حالة التأثير الإيجابي لأحد العوامل المحددة للعرض، أو انتقال المنحنى إلى اليسار في حالة التأثير السلبي.

1. عرض السوق (العرض الكلي): العرض الكلي هو عبارة عن مجموعة الكميات من

السلعة أو الخدمة التي يقوم جميع المنتجين بعرضها عند مستويات السعر المختلفة.

2. مرونة العرض: تشير مرونة العرض إلى رجة استجابة الكمية المعروضة من السلعة

أو الخدمة نتيجة للتغيرات التي تحدث في سعرها، مع افتراض ثبات محددات العرض الأخرى على حالها. وتكتب العلاقة الرياضية للمرونة على الشكل الآتي:

أما إذا كان العرض معبر عنه بدالة العرض $q_s(P)$ فإن قانون يصبح على الشكل الآتي:

$$E_s = \left(\frac{dq_s}{dP} \right) \cdot \frac{P}{q_s}$$

ووفقا لقانون العرض الذي يبين أن العلاقة سعر السلعة كمتغير مستقل والكمية المعروضة منها كمتغير تابع هي علاقة موجبة أو طردية، فإن معامل مرونة الطلب يكون دوما موجب، ويمكن تحديد خمس درجات لهذه المرونة:

- عرض عديم المرونة: عندما لا تستجيب الكمية المعروضة تماما لتغيرات السعر $E_s = 0$
- عرض غير مرن نسبيا: عندما تؤدي التغيرات النسبية في السعر إلى تغيرات نسبية لكن أقل في الكمية المعروضة $0 < E_s < 1$
- عرض متكافئ المرونة عندما تكون التغيرات النسبية في الكمية مساوية تماما للتغيرات النسبية في السعر. $E_s = 1$
- عرض مرن نسبيا عندما تؤدي التغيرات النسبية في السعر إلى تغيرات نسبية لكن أكبر في

الكمية المعروضة.

- عرض لا نهائي المرونة عندما تؤدي تغيرات نسبية طفيفة جدا في السعر إلى تغيرات نسبية كبيرة جدا في الكمية المعروضة.

3-3- خلاصة الفصل الثالث:

فهم الطلب والعرض ضروري لقراءة حركة الأسعار في السوق، ومعرفة سبب الاختلالات، وفهم لماذا تتغير الأسعار وكيف تعود لاحقا إلى التوازن. هذا الفصل يهيئ الطالب لفهم المرونة التي تكمل تحليل الطلب والعرض.

- تمارين نظريات الطلب والعرض II

التمرين رقم 1: -

ضع علامة (x) أمام الإجابة الصحيحة.

1. يعني انحدار منحنى الطلب من اليسار إلى اليمين
 - انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة مع انخفاض دخل المستهلك. (....)
 - انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة مع ارتفاع سعرها. (....)
 - انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة مع ارتفاع سعر سلعة وثيقة الصلة بها. (....)
 - ليست أيًا مما سبق. (....)
2. أي من العوامل التالية يؤدي إلى زيادة الطلب على السلعة (x)
 - انخفاض ثمن السلعة (x). (....)
 - ارتفاع ثمن السلعة المكمل للسلعة (x). (....)
 - ارتفاع ثمن سلعة بديلة للسلعة (x). (....)
 - انخفاض دخل المستهلك. (....)
3. إذا كان الطلب على سلعة ما مرنا نسبيا فإن
 - التغير النسبي في الكمية أكبر من التغير النسبي في السعر. (....)
 - التغير النسبي في الكمية أقل من التغير النسبي في السعر. (....)
 - التغير النسبي في الكمية مساو من التغير النسبي في السعر. (....)
 - لا شيء مما ذكر. (....)
4. إذا نقصت الكمية المشتراة من سلعتين عندما يرتفع سعر إحداها فالمؤكد أن مرونة الطلب التقاطعية:
 - سالبة. (....)
 - تساوي الصفر. (....)
 - موجبة. (....)
 - تساوي الواحد. (....)
5. يأخذ منحنى عرض عديم المرونة شكل:
 - خط أفقي. (....)
 - خط يمر بنقطة الأصل. (....)
 - خط عمودي. (....)
 - خط موجب الميل. (....)
6. إذا بقيت الكمية المطلوبة من سلعة ما دون تغيير بينما تغير سعرها، فهل معامل المرونة
 - السعرية للطلب يكون (....)
 - أكبر من الواحد. (....)
 - مساويا للواحد. (....)
 - أقل من الواحد. (....)
 - مساويا للصفر. (....)
7. إذا قل الطلب على سلعة ما عندما يرتفع سعر سلعة أخرى كانت السلعتان
 - مكملتان. (....)

بديلتان(.....)

مستقلتان(.....)

لا شيء مما ذكر(.....)

8. إذا نقصت معا الكميات المشتراة من سلعتين عندما يرتفع سعر إحداها فالمؤكد أن مرونة

الطلب التقاطعية (.....)

سالية (.....)

تساوي الصفر(.....)

موجبة(.....)

تساوي واحد(.....)

9. السلع الدنيا هي تلك السلع التي:

تتغير كمياتها عكسيا مع تغيرات الدخل(.....)

تكون المرونة الدخلية لها سالبة(.....)

تكون المرونة السعرية لها منخفضة(.....)

تكون المرونة الدخلية لها موجبة(.....)

التمرين رقم 2 -

بفرض أن دالة الطلب على سلعة ما معطاة بالعلاقة الآتية:

$$q_{dx} = 20 - 2 P_x$$

المطلوب:

إعداد جدول الطلب عندما يأخذ السعر القيم التالية: 1، 2، 3، 4، 5.

2. مثل بيانيا منحنى الطلب. ماذا تستنتج ؟

3. ما هي أقصى كمية يمكن أن يطلبها الفرد من السلعة x ؟

التمرين رقم 3 -

إذا افترضنا أن طلب السوق يتكون من مستهلكين اثنين "عمر" و "رامي" وأن جدول الطلب لهما مبين في الجدول الآتي:

السعر	المستهلك "عمر"	المستهلك "رامي"
300	40	70
200	60	120

المطلوب -

أوجد طلب السوق ومثله بيانيا.

التمرين رقم 4 -

نفترض أن سوق السلعة x يتوفر على أربعة مستهلكين A ، C.B D ، ودالة طلب كل واحد منهم معطاة وفق العلاقة الآتية:

$$q_A = 20 - P_x$$

$$q_B = 15 - 0.8 P_x$$

$$q_C = 12 - 0.7 P_x$$

$$q_D = 11 - 0.5 P_x$$

المطلوب:

1. حدد دالة الطلب السوقي على السلعة X
 2. مثل بيانياً منحنى الطلب السوقي
- التمرين رقم 5 -**

يوضح الجدول التالي الكمية المعروضة من السلعة X عند مستويات مختلفة من الأسعار.

الأسعار P	12	10	8	28	5
الكمية المعروضة qs	76	60	44	40	20

المطلوب

1. أرسم منحنى العرض، وماذا تستنتج؟
 2. استخرج دالة عرض السلعة X
- التمرين رقم 6 -**

لتكن دالة العرض أحد المنتجين معطاة على الشكل الآتي: $2P + 10 = q_s$

المطلوب

1. أنشئ جدول العرض ثم أرسم منحنى العرض.
2. ما هو أدنى سعر يبدأ المنتج من خلاله في عرض سلعته في السوق؟
3. إذا كان في السوق 100 منتج، أوجد دالة العرض السوقي.

التمرين رقم 7 -

إذا كان الجدول التالي يبين الكميات المعروضة من سلعة عند مستويات مختلفة من الأسعار خلال فترة زمنية معينة.

الأسعار P	30	25	18	10	8
الكمية المعروضة qs	66	51	30	6	0

المطلوب:

1. أوجد الصيغة الرياضية لدالة العرض على هذه السلعة.
2. أوجد قيمة المرونة عند $P=18$ فسر النتيجة اقتصادياً.
3. أحسب مرونة العرض السعرية عن ارتفاع السعر من 18 إلى 25.

التمرين رقم 8 -

يوضح الجدول الموالي التغير في الاستهلاك المنزلي لمجموعة من السلع (ABD) عند تغير أسعار البعض منها.

	قبل التغير		بعد التغير			قبل التغير		بعد التغير	
	السعر	الكمية	السعر	الكمية		السعر	الكمية	السعر	الكمية
A	10	40	5	60	C	20	100	25	70
B	15	80	15	50	D	10	40	10	25

المطلوب

- حدد أنواع المرونة الممكن حسابها بناء على المعطيات الواردة في الجدول.
- حدد نوع الطلب على السلع الممكن حساب مرونتها المباشرة.
- حدد نوع العلاقة بين السلعتين A و B ، وبين السلعتين C و D. وأعطي مثالا عن كل نوع.

التمرين رقم 9 -

في سنة 2017 قامت أسرة بتوزيع دخلها السنوي المقدّر بـ 480.000 دينار للإنفاق على مختلف الاحتياجات على الشكل الآتي: 56000 دينار لقضاء العطلة الصيفية 240.000 دينار للغذاء، والباقي لاحتياجات أخرى.

في 2018 ارتفع دخل هذه الأسرة إلى 600.000 دينار، مما جعلها تخصص 90.000 دينار لقضاء العطلة الصيفية، 280.000 دينار للغذاء، والباقي لاحتياجات أخرى.

المطلوب: أحسب المرونة الدخلية لكل من العطلة الصيفية والغذاء. وماذا تستنتج؟

التمرين رقم 10 -

إذا كانت دالة الطلب على السلعة لا هي دالة تابعة لسعرها، وسعر سلعة أخرى (P_x)، ودخل المستهلك (R) معطاة وفق العلاقة الآتية:

المطلوب: بناء على مرونة الطلب المختلفة

- حدد طبيعة السلعة.
- حدد طبيعة الطلب على السلعة.
- حدد طبيعة العلاقة بين السلعتين x و y .

التمرين رقم 11 -

إذا كانت دالة الطلب على السلعة x هي دالة تابعة لسعرها، وسعر سلعة أخرى (P_y)، ودخل المستهلك (R)، معطاة وفق العلاقة الآتية:

$$Q_x = 0.7 P_x^{-0.5} P_y^{-0.4} R^{1.5}$$

المطلوب: حدد أثر التغيرات النسبية الآتية على الكمية المطلوبة من السلعة (x) وماذا تستنتج؟

- انخفاض P_x بـ 20% مع افتراض ثبات P_y و R .
- ارتفاع P_y بـ 30% مع افتراض ثبات P_x و R .
- انخفاض R بـ 50% مع افتراض ثبات P_x و P_y .

التمرين رقم 12 -

تتوفر السوق الجزائرية للسيارات على سيارات جزائرية -فرنسة الصنع، إضافة إلى سيارات

منافسة، وهي السيارات الألمانية والسيارات الكورية. وقد قدرت دالة الطلب السنوية على السيارات الجزائرية - الفرنسية وفقا للصيغة الآتية:

$$q_{AF} = 300000 - P_{AF} + 0.03 P_C + 0.04 P_G + 0.026 R$$

الكمية المطلوبة من السيارات الجزائرية - الفرنسية.

سعر السيارة الجزائرية - الفرنسية: Par.

سعر السيارة الكورية.

سعر السيارة الألمانية.

دخل المستهلك.

فإذا كان سعر بيع السيارة الكورية هو 1.600.000 دينار، وسعر بيع السيارة الألمانية هو 2.000.000

دينار، ومتوسط دخل المستهلك (R) هو 4.000.000 دينار.

هو (Pas) حدد مرونة الطلب السعرية على السيارة الجزائرية - الفرنسية إذا كان سعر بيعها -1- 1.800.000 دينار

أي البديلين أفضل بالنسبة للمستهلك الجزائري، السيارة الألمانية أم السيارة الكورية؟ 2

3- من أجل زيادة المبيعات قام المنافس الكوري بتخفيض سعر سياراته في السوق الجزائري بنسبة 8%. ما هو أثر هذا الإجراء على الطلب على السيارة الجزائرية - الفرنسية؟

حلول تمارين نظرية الطلب والعرض

حل التمرين رقم 1

ضع علامة (x) أمام الإجابة الصحيحة.

- يعني انحدار منحنى الطلب من اليسار إلى اليمين 1. انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة مع انخفاض دخل المستهلك. (.....) (انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة مع ارتفاع سعرها. (x)) انخفاض الكمية المطلوبة من السلعة مع ارتفاع سعر سلعة وثيقة الصلة بها. (.....) ليست أيًا مما سبق. (.....)
- أي من العوامل التالية يؤدي إلى زيادة الطلب على السلعة (x) 2. (انخفاض ثمن السلعة (x).) ارتفاع ثمن السلعة المكمل للسلعة (x). (.....) ارتفاع ثمن سلعة بديلة للسلعة (x). (x). انخفاض دخل المستهلك. (.....)
- إذا كان الطلب على سلعة ما مرنا نسبيا فإن 3. (التغير النسبي في الكمية أكبر من التغير النسبي في السعر. (x)) التغير النسبي في الكمية أقل من التغير النسبي في السعر. (.....) التغير النسبي في الكمية مساو من التغير النسبي في السعر. (.....) لا شيء مما ذكر. (.....)
- إذا نقصت الكمية المشتراة من سلعتين عندما يرتفع سعر إحداها فالمؤكد أن مرونة 4. الطلب التقاطعية:

(سالبة. x)

تساوي الصفر.)

موجبة.)

تساوي الواحد.)

5. يأخذ منحنى عرض عديم المرونة شكل

خط أفقي.)

خط يمر بنقطة الأصل.)

(خط عمودي. x)

خط موجب الميل.)

6. إذا بقيت الكمية المطلوبة من سلعة ما دون تغيير بينما تغير سعرها، فهل معامل المرونة

السعرية للطلب يكون:

أكبر من الواحد.)

مساويا للواحد.)

أقل من الواحد.)

(مساويا للصفر. x)

7. إذا قل الطلب على سلعة ما عندما يرتفع سعر سلعة أخرى كانت السلعتان

مكملتان (x)

بديلان.)

مستقلتان.)

لا شيء مما ذكر.)

8. إذا نقصت مع الكميات المشتراة من سلعتين عندما يرتفع سعر إحداها فالمؤكد أن مرونة الطلب التقاطعية.

سالية (x)

تساوي الصفر.)

موجبة.)

تساوي واحد.)

9. السلع الدنيا هي تلك السلع التي:

(تتغير كمياتها عكسيا مع تغيرات الدخل x)

(تكون المرونة الدخلية لها سالبة x)

تكون المرونة السعرية لها منخفضة.)

تكون المرونة الدخلية لها موجبة.)

حل التمرين رقم 2

إعداد جدول الطلب 1-

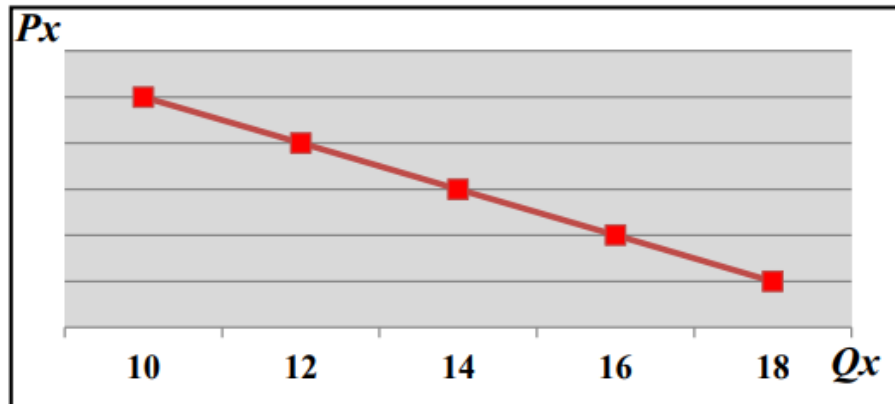
جدول الطلب

5	4	3	2	1	الأسعار P_x

10	12	14	16	18	الكمية المطلوبة Qdx
----	----	----	----	----	---------------------

يمثل جدول الطلب البيان الذي يوضح الكميات المطلوبة لمستهلك ما من سلعة معينة عند أسعار مختلفة. ويتضح من الجدول أنه كلما ارتفع سعر السلعة كلما انخفضت الكمية المطلوبة منها، في حين يرتفع الطلب كلما انخفض السعر، وهو ما يبين أن العلاقة عكسية بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها.

2- منحنى الطلب



الاستنتاج: منحنى الطلب هو منحنى سالب الميل أي ينحدر من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار إلى اليمين ويعكس ميل المنحني السالب قانون الطلب أي العلاقة العكسية بين سعر السلعة والكمية المطلوبة.

3- أقصى كمية يمكن أن يطلبها الفرد من السلعة x:

يطلب المستهلك أقصى كمية من السلعة x عندما يكون سعرها مساو للصفر، $P_x = 0$ ، ومن خلال دالة الطلب نجد أن هذه الكمية تساوي:

$$P_x = 0 \rightarrow q_{dx} = 20 - 2P_x = 20 - 2(0) \rightarrow q_{dx} = 20$$

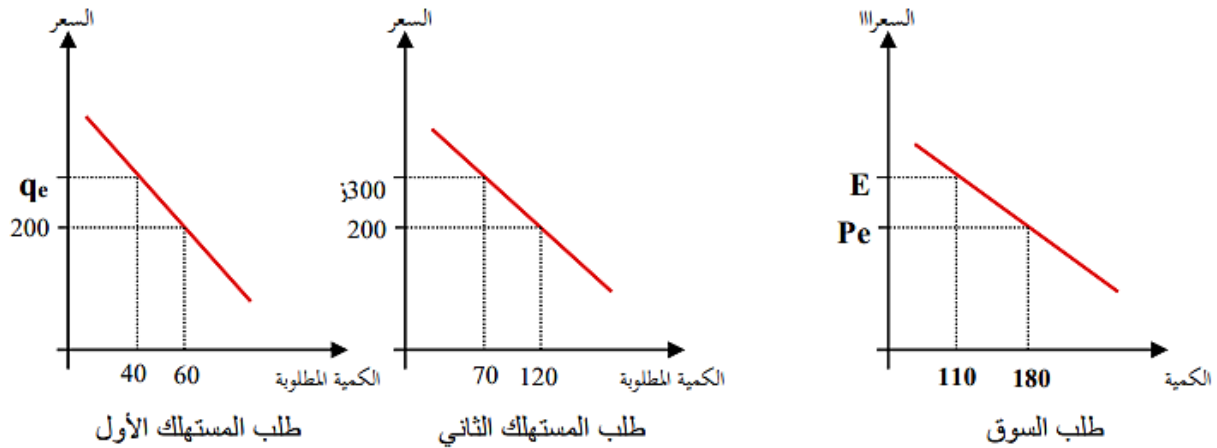
حل التمرين رقم 3

إيجاد طلب السوق وتمثيله بيانياً

طلب السوق أو الطلب الإجمالي لسلعة معينة هو عبارة عن الكمية المطلوبة من قبل جميع الأفراد في السوق عند الأسعار المختلفة وبناء على الجدول الذي فإن طلب السوق هو حاصل جمع طلب المستهلكين الإثنين.

السعر	المستهلك "عمر"	المستهلك "رامي"	طلب السوق
300	40	70	110
200	60	120	180

نجد أيضاً أن منحنى طلب السوق هو عبارة حاصل الجمع الأفقي لمنحنيات طلب كل من "عمر" و "رامي". وهو يمثل الشكل الآتي:



حل التمرين رقم 4 -

- دالة الطلب السوقي على السلعة x :

الطلب السوقي هو مجموع الكميات المطلوبة من السلعة لإجمالي المستهلكين عند الأسعار المختلفة.

$$q_{dx} = q_A + q_B + q_C + q_D$$

$$q_{dx} = (20 - Px) + (15 - 0.8 Px) + (12 - 0.7 Px) + (11 - 0.5 Px)$$

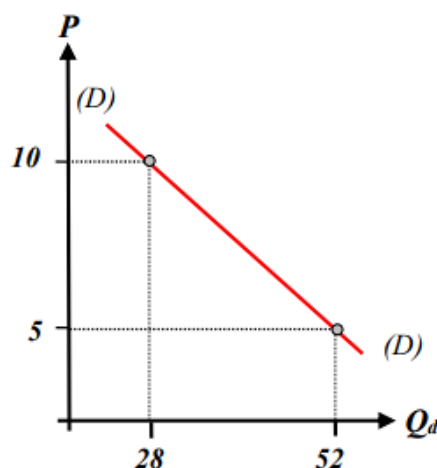
$$q_{dx} = 58 - 3 Px \quad \text{دالة الطلب السوقي}$$

2- التمثيل البياني:

من أجل رسم منحنى الطلب نفترض جدول الطلب بناء على دالة الطلب السوقي.

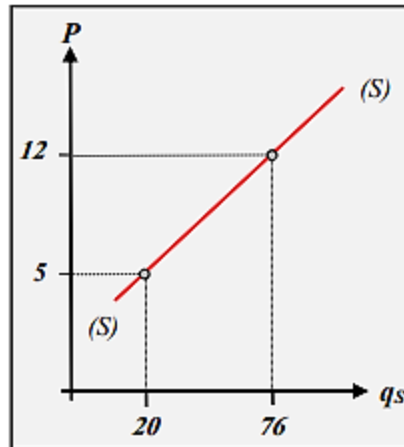
10	2	الأسعار P_x
28	52	الكمية المطلوبة q_{dx}

منحنى طلب السوق



حل التمرين رقم 5 -

1- التمثيل البياني لمنحنى العرض:



الاستنتاج: منحنى العرض عبارة عن التمثيل البياني لجدول العرض، وهو منحنى موجب الميل أي متصاعد من الأسفل إلى الأعلى ومن اليسار إلى اليمين. ويعكس الميل الموجب قانون العرض، أي العلاقة الطردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها، حيث أنه كلما ارتفع سعر السلعة كلما ارتفعت الكمية المعروضة منها، في حين ينخفض العرض كلما انخفض السعر.

2- استخراج دالة العرض:

الشكل العام لدالة العرض هو: $q_s = aP + b$

من أجل استخراج دالة عرض السلعة $q_{sx} = a P_x + b$:

نختار ثنائيتين من جدول العرض:

$$(q_{sx}, P_x) = (60, 10) \rightarrow 60 = a(10) + b \dots\dots\dots (1)$$

$$(q_{sx}, P_x) = (20, 5) \rightarrow 20 = a(5) + b \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \dots\dots\dots b = 60 - 10a$$

$$(2) \dots\dots\dots 20 = 5a + (60 - 10a) \rightarrow 20 = 60 - 5a \rightarrow 5a = 40$$

$$\rightarrow a = 8$$

$$\rightarrow b = 60 - 10a \rightarrow b = 60 - 10(8)$$

$$\rightarrow b = -20$$

ومنه دالة عرض السلعة $q_{sx} = 8P_x - 20$

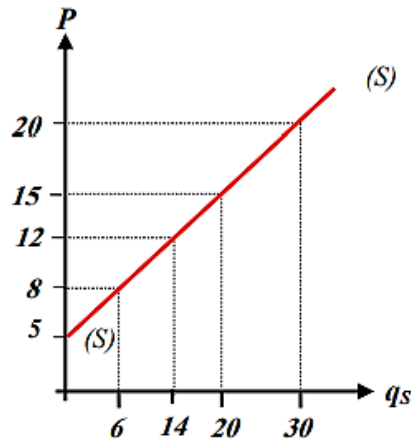
حل التمرين رقم 6 -

1. جدول العرض ومنحنى العرض:

جدول العرض

20	15	12	8	5	الأسعار P
30	20	14	6	0	الكمية المعروضة qs

منحنى العرض



أدنى سعر يبدأ المنتج من خلاله في عرض سلعته في السوق: 2-

لدينا دالة العرض: $q_s = -10 + 2P$

$$q_s = 0 \rightarrow -10 + 2P = 0 \rightarrow P = 5$$

وعليه إذا كان السعر يساوي 5 فالمنتج لا يعرض سلعته في السوق، وعليه أدنى سعر يقبل يبدأ المنتج من

خلاله في عرض سلعته في السوق هو :

إذا كان في السوق 100 منتج، أوجد دالة العرض السوقي: 1-

$$q_{\text{marché}} = 100 \quad q_s \rightarrow q_m = 100(-10 + 2P)$$

$$\rightarrow q_m = -1000 + 200P$$

حل التمرين رقم 7 -

الصيغة الرياضية لدالة العرض: 1-

الشكل العام لدالة العرض هو : $q_s = aP + b$

من أجل استخراج دالة عرض السلعة x : $q_{sx} = aP_x + b$

نختار ثنائيتين من جدول العرض

$$(q_{sx}, P_x) = (30, 18) \rightarrow 30 = a(18) + b \dots\dots\dots (1)$$

$$(q_{sx}, P_x) = (51, 25) \rightarrow 51 = a(25) + b \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \dots\dots\dots b = 30 - 18a$$

$$(2) \dots\dots\dots 51 = 25a + (30 - 18a) \rightarrow 51 = 7a + 30 \rightarrow 7a = 51 - 30$$

$$\rightarrow 7a = 21 \rightarrow a = 3$$

$$\rightarrow b = 30 - 18a \rightarrow b = 30 - 18(3)$$

$$\rightarrow b = -24$$

ومنه دالة عرض السلعة: $q_{sx} = -24 + 3P_x$

- قيمة المرونة عند: $2P = 18$

$$q_{sx} = -24 + 3P_x$$

$$E_s = \left(\frac{dq_s}{dP} \right) \cdot \frac{P}{Q_s} = +3 \cdot \frac{18}{30} = \frac{54}{30} = +1.8$$

إذا ارتفع سعر السلعة x بنسبة 1% فإن الكمية المعروضة من السلعة سوف ترتفع بنسبة 1.8%.
فعرض السلعة مرّن نسبياً ($E_s > 1$) وبما أن قيمة مرونة العرض أكبر من الواحد، 1.8%.

مرونة العرض السعرية عن ارتفاع السعر من 18 إلى 25-3

$$E_s = \left(\frac{\Delta q_s}{\Delta P} \right) \cdot \frac{P}{q_s} = \left(\frac{51 - 30}{25 - 18} \right) \cdot \frac{18}{30} = \left(\frac{21}{7} \right) \cdot \frac{18}{30} = \frac{54}{30} = +1.8$$

وعليه فالنتيجة هي نفسها السابقة لأن دالة العرض هي الشكل الرياضي لجدول العرض.

حل التمرين رقم 8 -

المرونة الممكن حسابها 1-

يمكن حساب المرونة السعرية (المباشرة) لكل من السلعتين A و C نظرا لتغير سعرهما، إضافة إلى المرونة التبادلية بين السلعتين A و B وبين السلعتين C و D.

لا يمكن حساب المرونة السعرية لكل من السلعتين B و D نظرا لثبات سعرهما، أما كميات السلعتين فقد تغيرت بسبب تأثير كل من سعر السلعة A وسعر السلعة C.

تحديد نوع الطلب (المرونة السعرية): 2-

المرونة السعرية للسلعة A:

$$Ep_A = \left(\frac{\Delta q_A}{\Delta P_A} \right) \cdot \frac{P_A}{q_A} = \frac{(60 - 40)}{(5 - 10)} \cdot \frac{10}{40} = \frac{20}{-5} \cdot \frac{1}{4} = -1$$

إذا ارتفع سعر السلعة A بنسبة 1% فإن الطلب على السلعة A سوف ينخفض بنسبة 1%

الطلب متكافئ المرونة $E_{PA} = -1$

المرونة السعرية للسلعة A:

$$Ep_C = \left(\frac{\Delta q_C}{\Delta P_C} \right) \cdot \frac{P_C}{Q_C} = \frac{(70 - 100)}{(25 - 20)} \cdot \frac{20}{100} = \frac{-30}{5} \cdot \frac{2}{10} = -1.2$$

إذا ارتفع سعر السلعة C بنسبة 1% فإن الطلب على السلعة C سوف ينخفض بنسبة 1.2%.

الطلب مرن نسبيا ($Ep_B < -1 < \infty$) $Ep_B = -1.2$:

حساب المرونة السعرية البادلية (التقاطعية) العلاقة بين السلعتين: 3-

المرونة التبادلية A/B:

$$Ep_{A/B} = \left(\frac{\Delta q_B}{\Delta P_A} \right) \cdot \frac{P_A}{q_B} = \frac{(50 - 80)}{(5 - 10)} \cdot \frac{10}{80} = \frac{-30}{-5} \cdot \frac{1}{8} = +0.75$$

إذا ارتفع سعر السلعة A بنسبة 1% فإن الطلب على السلعة B سوف يرتفع بنسبة 0.75%.

السلعتين A و B بديلتيين. (مثال: القهوة والشاي) $Ep_{C/B} > 0$

المرونة السعرية للسلعة C/D:

$$Ep_C = \left(\frac{\Delta q_D}{\Delta P_C} \right) \cdot \frac{P_C}{Q_D} = \frac{(25 - 40)}{(25 - 20)} \cdot \frac{20}{25} = \frac{-15}{5} \cdot \frac{20}{40} = -1.5$$

إذا ارتفع سعر السلعة C بنسبة 1% فإن الطلب على السلعة D سوف ينخفض بنسبة 1.5%.

السلعتين C و D متكاملتيين. (مثال: القهوة والسكر) $Ep_{C/B} > 0$

حل التمرين رقم 9 -

المرونة الداخلية للعطلة الصيفية

$$E = \frac{(90.000 - 56.000)}{(600.000 - 480.000)} \cdot \frac{480.000}{56.000} = +2.42$$

ارتفاع الدخل بنسبة 1% أدى إلى زيادة الطلب على العطلة الصيفية من خلال زيادة الإنفاق عليها بنسبة 2.42%، وعليه فالعطلة الصيفية تعتبر سلعة كمالية لأن المرونة الدخلية لها أكبر من الواحد.

المرونة الدخلية للغذاء:

$$E = \frac{(280.000 - 240.000)}{(600.000 - 480.000)} \cdot \frac{480.000}{240.000} = +0.66$$

ارتفاع الدخل بنسبة 1% أدى إلى زيادة الطلب على الغذاء من خلال زيادة الإنفاق عليه بنسبة 0.66%.

وعليه فالغذاء يعتبر سلعة أساسية لأن المرونة الدخلية له آل من الواحد.

حل التمرين رقم 10 -

المرونة الدخلية: y طبيعة السلعة 1-

$$E_R = \left(\frac{\partial q_y}{\partial R} \right) \cdot \frac{R}{q_y} = [(0.7 R^{-0.3})(0.5 P_x^{0.8} \cdot P_y^{-1.2})] \cdot \frac{R}{0.5 P_x^{0.8} \cdot P_y^{-1.2} \cdot R^{0.7}}$$

$$= 0.7 R^{-0.3} \cdot \frac{R}{R^{0.7}} = \frac{0.7 R^{-0.3+1}}{R^{0.7}} = \frac{0.7 R^{0.7}}{R^{0.7}} = 0.7$$

إذا ارتفع الدخل R بنسبة 1% فإن الطلب على السلعة y سوف يرتفع بنسبة 0.7%.

السلعة لا سلعة عادية (أساسية) : $1 > E_R > 0$

طبيعة الطلب على السلعة : المرونة السعرية 2-

$$E_{p_y} = \left(\frac{\partial q_y}{\partial P_y} \right) \cdot \frac{P_y}{q_y} = [(-1.2 P_y^{-2.2})(0.5 P_x^{0.8} \cdot R^{0.7})] \cdot \frac{P_y}{0.5 P_x^{0.8} \cdot P_y^{-1.2} \cdot R^{0.7}}$$

$$= -1.2 P_y^{-2.2} \cdot \frac{P_y}{P_y^{-1.2}} = \frac{-1.2 P_y^{-2.2+1}}{P_y^{-1.2}} = \frac{-1.2 P_y^{-1.2}}{P_y^{-1.2}} = -1.2$$

إذا ارتفع سعر السلعة y بنسبة 1% فإن الطلب على السلعة y سوف ينخفض بنسبة 1.2%.

الطلب مرن نسبياً ($E_{p_y} < -1$)

العلاقة بين السلعتين x و y : المرونة التبادلية 3-

$$E_{p_x} = \left(\frac{\partial q_y}{\partial P_x} \right) \cdot \frac{P_x}{q_y} = [(0.8 P_x^{-0.2})(0.5 P_y^{-1.2} \cdot R^{0.7})] \cdot \frac{P_x}{0.5 P_x^{0.8} \cdot P_y^{-1.2} \cdot R^{0.7}}$$

$$= 0.8 P_x^{-0.2} \cdot \frac{P_x}{P_x^{0.8}} = \frac{0.8 P_x^{-0.2+1}}{P_x^{0.8}} = \frac{0.8 P_x^{0.8}}{P_x^{0.8}} = +0.8$$

إذا ارتفع سعر السلعة x بنسبة 1% فإن الطلب على السلعة لا سوف يرتفع بنسبة 0.8%.

السلعتين y و x بديلتين. $E_{x/y} > 0$

حل التمرين رقم 11 -

انخفاض x بـ 20% :-1

$$Ep_x = \left(\frac{\partial q_x}{\partial P_x} \right) \cdot \frac{P_x}{q_x} = [(-0.5P_x^{-1.5})(0.7P_y^{-0.4} \cdot R^{1.5})] \cdot \frac{P_x}{0.7P_x^{-0.5} \cdot P_y^{-0.4} \cdot R^{1.5}}$$

$$= -0.5P_x^{-1.5} \cdot \frac{P_x}{P_x^{-0.5}} = \frac{0.5P_x^{-1.5+1}}{P_x^{-0.5}} = -0.5$$

إذا ارتفع سعر السلعة x بنسبة 1% فإن الطلب على السلعة x سوف ينخفض بنسبة 0.5%، مع افتراض ثبات P_y و R . وبما أن العلاقة عكسية بين P_x و x ، فإن انخفاض x بـ 20% سوف يؤدي إلى ارتفاع الطلب على السلعة x بنسبة 20% (0.5، 10%).

ارتفاع بـ 30% :- 2

$$Ep_y = \left(\frac{\partial q_x}{\partial P_y} \right) \cdot \frac{P_y}{q_x} = [(-0.4P_y^{-1.4})(0.7P_x^{-0.5} \cdot R^{1.5})] \cdot \frac{P_y}{0.7P_x^{-0.5} \cdot P_y^{-0.4} \cdot R^{1.5}}$$

$$= -0.4P_y^{-1.4} \cdot \frac{P_y}{P_y^{-0.4}} = \frac{-1.2P_y^{-1.4+1}}{P_y^{-0.4}} = \frac{-1.2P_y^{-0.4}}{P_y^{-0.4}} = -0.4$$

إذا ارتفع سعر السلعة y بنسبة 1% فإن الطلب على السلعة x سوف ينخفض بنسبة 0.4%، مع افتراض ثبات P_x و R . وبما أن العلاقة عكسية بين P_y و x ، فإن ارتفاع P_y بـ 30% سوف يؤدي إلى ارتفاع الطلب على السلعة x بنسبة 30% (0.4، 12%).

50% انخفاض بـ 3 :

$$E_R = \left(\frac{\partial q_x}{\partial R} \right) \cdot \frac{R}{q_x} = [(1.5R^{0.5})(0.7P_x^{-0.5} \cdot P_y^{-0.4})] \cdot \frac{R}{0.7P_x^{-0.5} \cdot P_y^{-0.4} \cdot R^{1.5}}$$

$$= 1.5R^{0.5} \cdot \frac{R}{R^{1.5}} = \frac{1.5R^{0.5+1}}{R^{1.5}} = \frac{1.5R^{1.5}}{R^{1.5}} = 1.5$$

إذا ارتفع الدخل R بنسبة 1% فإن الطلب على السلعة x سوف يرتفع بنسبة 1.5%، مع افتراض ثبات P_x و R . وبما أن العلاقة طردية بين x و R ، فإن انخفاض R بـ 50% سوف يؤدي إلى انخفاض الطلب على السلعة x بنسبة 50% (1.5، 75%).

حل التمرين رقم 12 -

مرونة الطلب السعرية على السيارة الجزائرية - الفرنسية 1-

$$E_{AF} = \left(\frac{dq_{AF}}{dP_{AF}} \right) \cdot \frac{P_{AF}}{Q_{AF}}$$

حساب الكمية المطلوبة

$$q_{AF} = 300.000 - 0.1 P_{AF} + 0.03 P_C + 0.04 P_G + 0.0025 R$$

$$q_{AF} = 300.000 - 0.1(1.800.000) + 0.03(1.600.000) + 0.04(2.000.000) + 0.0025(4.000.000)$$

$$q_{AF} = 258.000$$

حساب مرونة الطلب السعرية

$$E_{AF} = \left(\frac{dq_{AF}}{dP_{AF}} \right) \cdot \frac{P_{AF}}{q_{AF}} = -0.1 \cdot \frac{1.800.000}{258.000} = -0.69\%$$

التعليق: ارتفاع سعر السيارة الجزائرية - الفرنسية بـ 1% سوف يؤدي إلى انخفاض الطلب عليها بـ 0.69%. وبما أن المرونة أقل من الواحد بالقيمة المطلقة $|E_{AF}| < 1$ فهذا يعني أن

الطلب على هذا النوع من السيارة غير مرن (قليل الحساسية).

البديل الأفضل بالنسبة للمستهلك الجزائري بين السيارة الألمانية والسيارة الكورية-2

يتم تحديد البديل الأفضل على أساس المرونة التبادلية (التقاطعية)

- البديل الكوري

$$E_{C/AF} = \left(\frac{dq_{AF}}{dP_C} \right) \cdot \frac{P_C}{q_{AF}} = +0.03 \cdot \frac{1.600.000}{258.000} = +0.18\%$$

- البديل الألماني

$$E_{G/AF} = \left(\frac{dq_{AF}}{dP_G} \right) \cdot \frac{P_G}{q_{AF}} = +0.04 \cdot \frac{2.000.000}{258.000} = +0.31\%$$

على أساس المرونة التبادلية فإن البديل الألماني هو الأفضل ذلك أن مرونته التبادلية أكبر مقارنة بالبديل الكوري.

أثر تخفيض المنافس الكوري سعر سياراته بنسبة 8% -3

المرونة هي عبارة عن حاصل قسمة التغير النسبي (%) في الكمية نتيجة التغير النسبي (%) في السعر وعليه فالتغير النسبي في الكمية هو حاصل ضرب معامل المرونة في التغير النسبي في السعر، أي:

$$E_{C/AF} = \left(\frac{\Delta\% q_{AF}}{\Delta\% P_C} \right) \Rightarrow +0.18 = \frac{\Delta\% q_{AF}}{-8\%} \Rightarrow \Delta\% q_{AF} = 0.18 \times (-8\%) = -1.44\%$$

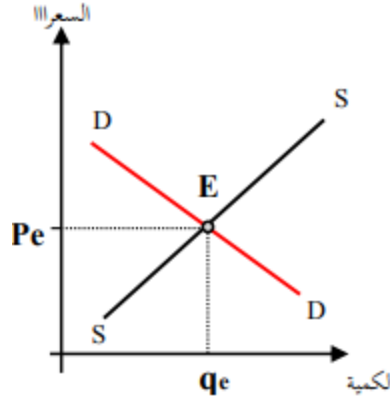
التعليق: تخفيض المنافس الكوري سعر سياراته (PC) بنسبة 8% سوف يؤدي إلى انخفاض الطلب على السيارة الجزائرية - الفرنسية بنسبة 1.44%.

نظرية توازن السوق: 3-3

تعرف السوق بأنها الحيز أو المكان الذي يلتقي فيه بائعو السلع والخدمات مع مشتريها من أجل إتمام صفقة معينة بيع وشراء، ويتم خلالها تحديد الأسعار والكميات المتبادلة من السلع والخدمات المختلفة.

توازن السوق:

يحدث توازن السوق عندما تتساوي الكمية المعروضة من قبل المنتجين (العرض الكلي) مع الكمية المطلوبة من قبل المستهلكين (الطلب الكلي). وبذلك يتحقق التوازن هندسيا لسوق سلعة ما عندما يتقاطع منحنى طلب السوق مع منحنى عرض السوق، ويطلق على نقطة التقاطع (E) بنقطة التوازن، وتعرف الكمية المباعة أو المبادلة (عند هذه النقطة والسعر الذي تمت على أساسه هذه الكمية بالكمية التوازنية) (q_e) ، والسعر التوازني (P_e).



ويحدث التوازن رياضيا تتساوى الكميات المطلوبة مع الكميات المعروضة، أي: $q_d - q_s$ حيث q_d : تمثل دالة الطلب و q_s تمثل دالة العرض

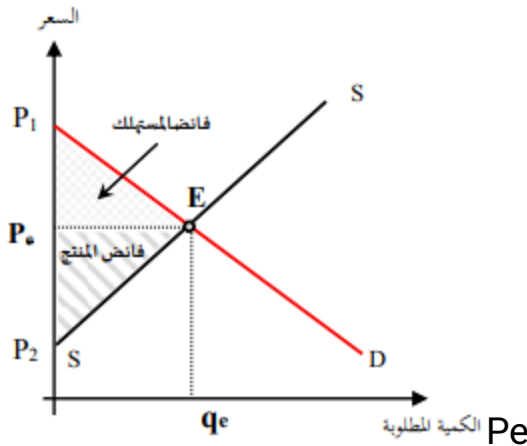
3-3-1- فائض الطلب وفائض العرض:

فائض الطلب يحدث عندما تكون الكميات المطلوبة من السلعة أكبر من الكميات المعروضة.
فائض العرض يحدث عندما تكون الكميات المطلوبة من السلعة أقل من الكميات المعروضة.

3-3-2- فائض المستهلك وفائض المنتج:

3-3-2-1- فائض المستهلك:

يقصد به الفرق بين السعر الذي يكون المستهلك مستعدا لدفعه لشراء السلعة (وهو سعر أعلى)، وما يدفعه فعليا في سبيل الحصول على نفس الكمية من السلعة (سعر التوازن الذي هو أقل). ويمثل فائض المستهلك Sc (ببانيا بمساحة المثلث $E P_e P_1$ بينما يقدر رياضيا وفق العلاقة الآتية:



3-3-2-2- فائض المنتج:

يعبر فائض المنتج عن الفرق بين السعر الذي كان المنتج (البائع) مستعدا لقبوله عند عرض السلعة التي ينتجها (وهو سعر أقل)، وبين السعر الذي باع به فعلا السلعة (وهو سعر التوازن الذي هو أعلى). ويمثل Sp (بمساحة المثلث $E P_e P_2$ بينما يقدر رياضيا وفق العلاقة الآتية:

تمارين مطولة نظرية السوق

التمرين رقم 1 -

أجب بصح أو خطأ: 1-

- عادة ما يؤدي نقص الطلب إلى ارتفاع السعر التوازني. (.....)
- زيادة الطلب فقط يؤدي إلى انخفاض الكمية التوازنية. (.....)
- يحدد توازن السوق كل من الأسعار والكميات التوازنية. (.....)
- يؤدي نقصان العرض إلى زيادة كل من السعر والكمية التوازنية. (.....)
- عند السعر التوازني يختفي فائض العرض وفائض الطلب. (.....)
- ارتفاع السعر يخلق فائض في الطلب وعجز العرض. (.....)
- انخفاض السعر يخلق عجز في الطلب وفائض العرض. (.....)

2- الاختيار المتعدد علامة x) أمام الإجابة الصحيحة.

سوف يترتب على تغيير كل من العرض والطلب في نفس الاتجاه 1.

- تغير السعر في نفس الاتجاه. (.....)
- تغير السعر في الاتجاه المعاكس. (.....)
- عدم تأثير السعر. (.....)
- ليست أيًا مما سبق. (.....)

يؤدي فائض العرض إلى: 2.

- زيادة السعر. (.....)
- انخفاض السعر. (.....)
- عدم تأثير السعر. (.....)
- التأثير في عناصر أخرى غير السعر. (.....)

تتمثل قوى التوازن في سوق سلعة ما في: 3.

- فائض العرض عند أسعار تفوق السعر التوازني. (.....)
- فائض الطلب عند أسعار نقل السعر التوازني. (.....)
- كل من الإجابة الأولى والثانية. (.....)
- قوى أخرى لم تذكر. (.....)

تتجه الكمية التوازنية إلى الزيادة عند 4.

- زيادة الطلب وبقاء العرض. (.....)
- زيادة العرض مع بقاء الطلب ثابتا. (.....)
- زيادة كل من الطلب والعرض معا. (.....)
- كل ما سبق صحيح. (.....)

التمرين رقم 2 -

الجدول التالي يبين مختلف الكميات المطلوبة والكميات المعروضة من زيت المائدة في السوق في مدينة قسنطينة خلال شهر رمضان لسنة 1441 هـ.

الكمية المطلوبة (ألف لتر) q_s	الكمية المعروضة q_d (ألف لتر)	السعر P (الدينار)
400	700	70

450	600	80
500	500	85
550	400	90
600	300	95

المطلوب

1. ارسم كل من منحنى العرض ومنحنى الطلب وحدد نقطة التوازن السعر والكمية.)
 2. عند أي سعر يوجد فائض عرض أو فائض طلب.
 3. حدد على الرسم فائض المستهلك وفائض المنتج ، وهل يمكن حسابهما؟
- التمرين رقم 3 -**

بافتراض توفر المعلومات الآتية عن سوق تسوده المنافسة التامة:

دالة الطلب الكلي: $q_d = 10P + 220$

دالة العرض الكلي: $q_s = -140 + 20P$

المطلوب:

1. حساب كل من سعر وكمية التوازن.
 2. حساب فائض المستهلك وفائض المنتج.
 3. التمثيل البياني
- التمرين رقم 4 -**

إذا كانت دالتي الطلب والعرض على سلعة ما في سوق يتميز بالمنافسة التامة على الشكل الآتي:

$$q_s = -40 + 20P$$

$$q_d = 80 - 10P$$

1. أحسب كل من سعر وكمية التوازن.
 2. إذا تم فرض ضريبة بنسبة 20% على سعر الوحدة المباعة، أحسب أثر فرض هذه الضريبة على كل من السعر التواني والكمية التوازنية.
- التمرين رقم 5 -**

إذا كانت دالتي الطلب والعرض على سلعة ما في الشكل الآتي:

$$q_d = 27 - 4P$$

$$q_s = -3 + 2P$$

1. أحسب كل من سعر وكمية التوازن.
2. حدد ماذا يحدث بيانياً إذا فرضت الحكومة
سعر أقصى قدره 3 دينار للوحدة. -
سعر أدنى قدره 5.5 دينار للوحدة. -
3. أحسب سعر وكمية التوازن إذا فرضت الحكومة ضريبة نوعية قدرها 1.5 دينار على الوحدة المباعة.

التمرين رقم 6 -

في إطار السياسة الاجتماعية ومحاولة الحكومة الحفاظ على القدرة الشرائية للمستهلكين وترشيد الإنفاق، قامت الحكومة بدراسة الطلب على المادة الأساسية "الدقيق"، فوجدت أن

دالة الطلب على هذه المادة تأخذ الشكل التالي: $P0.5 - 70 = q_d$

أما دالة العرض فكانت كالآتي: $P2 + 30 = q_s$

وكان أمام الحكومة خيارين

تحديد سعر الكلف الواحد من الدقيق بـ 40 دينار على أن تدفع الحكومة الفارق بين السعريين.

المطلوب -

1. أحسب سعر وكمية التوازن.
2. أي الخيارين تفضل الحكومة ؟

التمرين رقم 7 -

قدرت دوال الطلب والعرض على السلعة x وفقاً للصيغ الآتية:

$$Q_{dx} = 8 - 0.5P \quad q_{sx} = -24 + 4P$$

فإذا كان سوق السلعة x يتوفر 2000 مستهلك وتنشط فيه 250 مؤسسة المطلوب

1. أوجد دالة طلب وعرض السوق على السلعة ..
2. حدد الكمية التوازنية والسعر التوازني
3. نتيجة السياسة الاجتماعية للحكومة وسياسة إعادة توزيع الدخل، أدى ارتفاع الدخل إلى تغير

دالة الطلب الفردي إلى الشكل الآتي: $q_{dx} = 9.5 - 0.5P$

ما هو أثر هذا التغير على توازن السوق؟

التمرين رقم 8 -

في سوق تتميز بالمنافسة الكاملة، قدرت دوال الطلب والعرض على السلعة لا وفقاً للصيغ الآتية:

$$q_{dy} = 56 - 0.25P \quad q_{sy} = -12 + 4P$$

المطلوب

1. أوجد دالة طلب وعرض السوق على السلعة ..
2. إذا قررت الحكومة فرض ضريبة قيمتها 1 على سعر الوحدة المباعة، لأجل رفع سعر التوازن بـ 4 وحدات نقدية. أحسب قيمة t .
3. على من يقع العبء الضريبي ؟

التمرين رقم 9 -

في سوق المنافسة التامة كانت دالتي العرض والطلب على سلعة معينة معطاة على الشكل الآتي:

$$q_d = 22 - 2P \quad q_s = -2 + 2P$$

إذا قررت الحكومة فرض ضريبة t على كل وحدة مباعة.

المطلوب:

1. ما هي قيمة الضريبة التي تعظم الإيراد الضريبي للحكومة ؟
2. أحسب سعر وكمية التوازن قبل وبعد فرض الضريبة.

حلول تمارين نظرية السوق

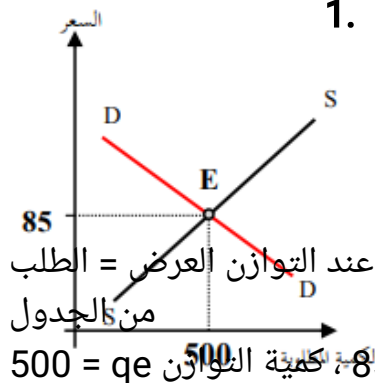
حل التمرين رقم 1 -

أجب بصحيح أو خطأ -1

- (خطأ) عادة ما يؤدي نقص الطلب إلى ارتفاع السعر التوازني.
 (خطأ) زيادة الطلب فقط يؤدي إلى انخفاض الكمية التوازنية.
 (صح) يحدد توازن السوق كل من الأسعار والكميات التوازنية.
 (خطأ) يؤدي نقصان العرض إلى زيادة كل من السعر والكمية التوازنية.
 (صح) عند السعر التوازني يختفي فائض العرض وفائض الطلب
 (خطأ) ارتفاع السعر يخلق فائض في الطلب وعجز العرض.
 (خطأ) انخفاض السعر يخلق عجز في الطلب وفائض العرض.
 الاختيار المتعدد علامة (x) أمام الإجابة الصحيحة. 2-
 ج- سوف يترتب على تغير كل من العرض والطلب في نفس الاتجاه
 (تغير السعر في نفس الاتجاه. x)
 (تغير السعر في الاتجاه المعاكس. x)
 (عدم تأثير السعر. x)
 ليست أيًا مما سبق. (.....)
 ح- يؤدي فائض العرض إلى:
 زيادة السعر. (.....)
 (انخفاض السعر. x)
 عدم تأثير السعر. (.....)
 التأثير في عناصر أخرى غير السعر. (.....)
 خ- تتمثل قوى التوازن في سوق سلعة ما في:
 (فائض العرض عند أسعار تفوق السعر التوازني. x)
 (فائض الطلب عند أسعار نقل السعر التوازني. x)
 (كل من الإجابة الأولى والثانية. x)
 قوى أخرى لم تذكر. (.....)
 د- تتجه الكمية التوازنية إلى الزيادة عند
 (زيادة الطلب وبقاء العرض. x)
 (زيادة العرض مع بقاء الطلب ثابتا. x)
 (زيادة كل من الطلب والعرض معا. x)
 (كل ما سبق صحيح. x)

حل التمرين رقم 2 -

1. التمثيل البياني لمنحنى العرض ومنحنى الطلب ونقطة التوازن



فائض عرض وفائض الطلب 2.

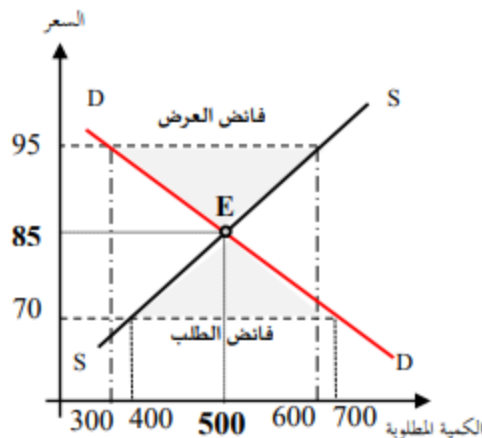
إذا كانت تكون الكميات المعروضة من السلعة أكبر من الكميات المطلوبة منها، فهذا معناه وجود فائض في العرض. أما إذا كانت تكون الكميات المطلوبة من السلعة أكبر من الكميات المعروضة منها، فهذا معناه وجود فائض في الطلب.

ومن الجدول يمكن تحديد فائض العرض وفائض الطلب والسعر المقابل له كالاتي:

الفائض	$Q_d - Q_s$	الكمية المعروضة ألف كلغ (Q_s)	الكمية المطلوبة ألف كلغ (Q_d)	السعر P (الدينار)
فائض طلب	+300	400	700	70
فائض طلب	+150	450	600	80
توازن	0	500	500	86
فائض عرض	-150	550	400	90
فائض عرض	-300	600	300	95

عند السعر 70 و 80: هناك فائض طلب -

عند السعر 90 و 95: هناك فائض عرض -

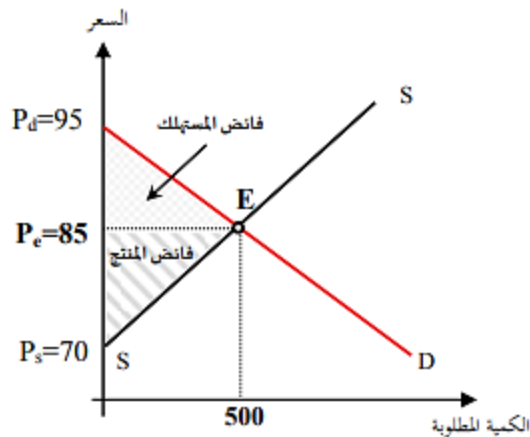


فائض المستهلك وفائض المنتج: 3

يقصد بفائض المستهلك الفرق بين السعر الذي يكون المستهلك مستعدا لدفعه لشراء السلعة (وهو سعر أعلى)، وما يدفعه فعليا في سبيل الحصول على نفس الكمية من السلعة سعر التوازن الذي هو أقل (أي أن: فائض المستهلك = السعر الممكن دفعه - سعر التوازن).

يمكن تقدير هذا الفائض من خلال القاعدة المحددة المساحة المثلث $PeEP_d$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الإرتفاع}}{2} = \frac{500 \times (85 - 95)}{2} = \frac{5000}{2} = 2500 \text{ وحدة نقدية}$$



يعبر فائض المنتج عن الفرق بين السعر الذي كان المنتج (البائع) مستعدا لقبوله عند عرض السلعة التي ينتجها وهو سعر أقل، وبين السعر الذي باع به فعلا السلعة وهو سعر التوازن الذي هو أعلى. أي أن:

فائض المنتج = سعر التوازن - السعر الممكن قبوله

يمكن تقدير هذا الفائض من خلال القاعدة المحددة المساحة المثلث $P_e E P_s$

حل التمرين رقم 3 -

سعر وكمية التوازن: 1.

عند التوازن: $q_d = q_s$

$$q_d = q_s \rightarrow -10P + 220 = -140 + 20P \rightarrow 30P = 360 \rightarrow P = 12$$

$$q_d = -10P + 220 = -10(12) + 220 \rightarrow q_d = 100$$

$$q_s = -140 + 20P = -140 + 20(12) \rightarrow q_s = 100$$

ومنه سعر وكمية التوازن هما: $q_e = 100, P_e = 12$

2. حساب فائض المستهلك وفائض المنتج:

فائض المستهلك:

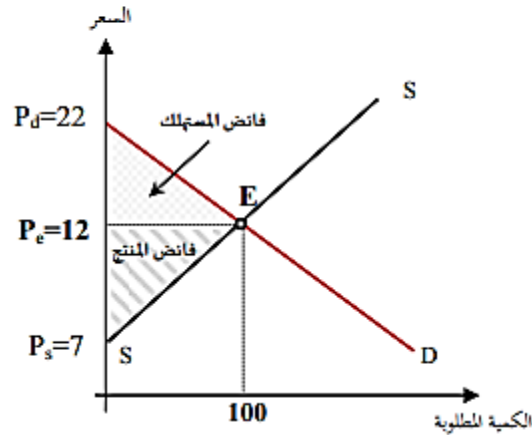
$$q_d = -10P + 220 \rightarrow P = 22 - 0.1 q_d$$

$$S_c = \int_0^{q_e} D(q) dq - P_e q_e \rightarrow S_c = \int_0^{100} (22 - 0.1q) dq - P_e q_e$$

$$S_c = [22q - 0.05 q^2]_0^{100} - (12) \cdot (100)$$

$$S_c = [22(100) - (0.05)(100)^2] - 1200$$

$$S_c = 500 \text{ وحدة نقدية}$$



يمكن تقدير هذا الفائض من خلال القاعدة المحددة المساحة المثلث PeEPd

- فائض المنتج

$$q_s = -140 + 20P \rightarrow P = 0.05q + 7$$

$$S_p = P_e q_e - \int_0^{q_e} O(q) dq \rightarrow S_p = P_e q_e - \int_0^{100} (7 + 0.05q) dq$$

$$S_p = (12) \cdot (100) - [7q + 0.025q^2]_0^{100}$$

$$S_p = 1200 - [7(100) + (0.025)(100)^2]$$

$$S_p = 250 \text{ وحدة نقدية}$$

يمكن تقدير هذا الفائض من خلال القاعدة المحددة المساحة المثلث PeEPs

$$250 \text{ وحدة نقدية} = \frac{500}{2} = \frac{100 \times (7 - 12)}{2} = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الإرتفاع}}{2} = \text{مساحة المثلث}$$

- حل التمرين رقم 4

سعر وكمية التوازن 1.

عند التوازن $q_d = q_s$

$$q_d = q_s \rightarrow 80 - 10P = -40 + 20P \rightarrow 30P = 120 \rightarrow P = 4$$

$$q_d = 80 - 10P = 80 - 10(4) \rightarrow q_d = 40$$

$$q_s = -40 + 20P = -40 + 20(4) \rightarrow q_s = 40$$

ومنه سعر وكمية التوازن هما: $q_e = 40, P_e = 4$

سعر وكمية التوازن بعد فرض ضريبة بنسبة 30% على سعر الوحدة المباعة 2.

بعد فرض الضريبة يصبح نموذج التوازن على الشكل الآتي:

$$q_d = 80 - 10P$$

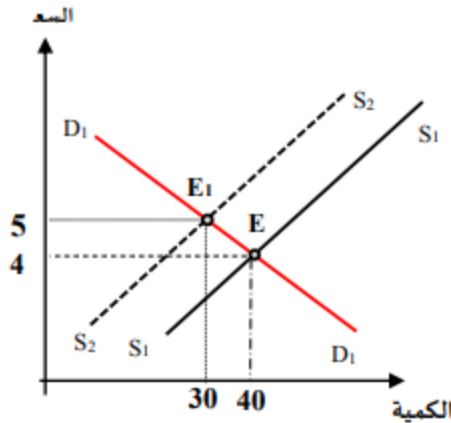
$$q'_s = -40 + 20P(1-0.3) \rightarrow q'_s = -40 + 14P$$

$$q_d = q'_s \rightarrow 80 - 10P = -40 + 14P \rightarrow 24P = 120 \rightarrow P = 5$$

$$q_d = 80 - 10P = 80 - 10(5) \rightarrow q_d = 30$$

$$q'_s = -40 + 14P = -40 + 14(5) \rightarrow q_s = 30$$

ومنه سعر وكمية التوازن بعد فرض الضريبة هما $q'_e = 30, P'_e = 5$



إن فرض الضريبة على سعر الوحدة المباعة بنسبة 30% أدى إلى انتقال منحنى العرض نحو اليسار (نقصان العرض) مما أدى إلى ارتفاع السعر عند التوازن من 4 إلى 5، وانخفاض الكمية عند التوازن الجديد من 40 إلى 30 وحدة.

حل التمرين رقم 5 -

1. سعر وكمية التوازن

عند التوازن $q_d = q_s$

$$q_d = q_s \rightarrow 27 - 4P = -3 + 2P \rightarrow 6P = 30 \rightarrow P = 5$$

$$q_d = 27 - 4P = 27 - 4(5) \rightarrow q_d = 7$$

$$q_s = -3 + 2P = -3 + 2(5) \rightarrow q_s = 7$$

ومنه سعر وكمية التوازن هما: $P_e = 5$ $q_e = 7$

2. في حالة فرض الحكومة سعر أقصى وسعر أدنى:
سعر أقصى قدره 4 دينار للوحدة:

$$q_d = 27 - 4P = 27 - 4(4) \rightarrow q'_d = 11$$

$$q_s = -3 + 2P = -3 + 2(4) \rightarrow q'_s = 5$$

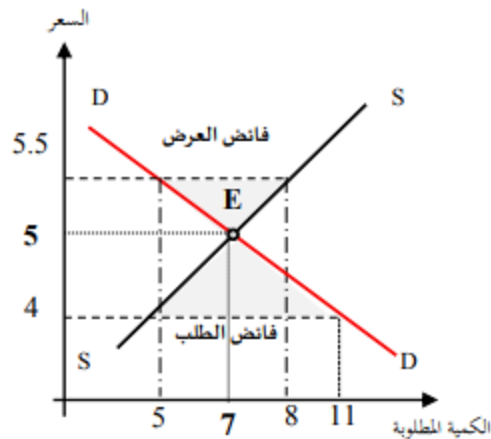
فرض سعر أقصى قدره 4 دينار للوحدة الواحدة المباعة أدى إلى فائض في الطلب (عجز في العرض) قدره 6 وحدات ($q'_d - q'_s = 11 - 5 = 6$)

سعر أدنى قدره 5.5 دينار للوحدة

$$q_d = 27 - 4P = 27 - 4(5.5) \rightarrow q'_d = 5$$

$$q_s = -3 + 2P = -3 + 2(5.5) \rightarrow q'_s = 8$$

فرض سعر أقصى قدره 5.5 دينار للوحدة الواحدة المباعة أدى إلى فائض في العرض عجز في الطلب قدره 3 وحدات ($q'_s - q'_d = 8 - 5 = 3$)



سعر وكمية التوازن اذا فرضت الحكومة ضريبة نوعية قدرها 1.5 دينار على الوحدة-3 المبيعة:

بعد فرض الضريبة يصبح نموذج التوازن على الشكل الآتي:

$$q_d = 27 - 4P$$

$$q'_s = -3 + 2(P-1.5) \rightarrow q'_s = -6 + 2P$$

$$q_d = q'_s \rightarrow 27 - 4P = -6 + 2P \rightarrow 6P = 33 \rightarrow P = 5.5$$

$$q_d = 27 - 4P = 27 - 4(5.5) \rightarrow q_d = 5$$

$$q'_s = -6 + 2P = -6 + 2(5.5) \rightarrow q_s = 5$$

ومنه سعر وكمية التوازن بعد فرض الضريبة هما: $q'_e = 5$, $P'_e = 5.5$

أما سعر البائع الحقيقي بعد دفع الضريبة هو : $5 - 1.5 = 4$ ، وهو أدنى من السعر الذي كان يقبضه قبل فرض الضريبة بـ 1 دينار (4) والذي يمثل الجزء الذي يتحمله من العبء الضريبي.

أما الجزء الذي يتحمله المشتري فهو الفرق بين السعرين، قبل وبعد فرض الضريبة فهو: $5.5 - 5 = 0.5$ دينار

وعليه فالبائع يتحمل 66.67% من العبء الضريبي، بينما يتحمل المشتري 33.33% منه.

حل التمرين رقم 6 -

1. سعر وكمية التوازن

عند التوازن $q_d = q_s$

$$q_d = q_s \rightarrow 70 - 0.5P = -30 + 2P \rightarrow 2.5P = 100 \rightarrow P = 40$$

$$q_d = 70 - 0.5P = 70 - 0.5(40) \rightarrow q_d = 50$$

$$q_s = -30 + 2P = -30 + 2(40) \rightarrow q_s = 50$$

ومنه سعر وكمية التوازن هما: $P_e = 40$, $q_e = 50$

2. خيارات الحكومة تحديد السعر أو دفع اعانة للمنتجين:

في حالة تحديد السعر: $P = 36$

$$P = 36 \rightarrow q_d = 70 - 0.5P = 70 - 0.5(36) = 52$$

مقدار ما تتحمله الحكومة هو الكمية x الفرق بين سعر التوازن و السعر المحدد

$$q_d (P_e - P) = 52 (40 - 36) = 208$$

في حالة منح إعانة للمنتج في السعر لكل وحدة واحدة:
التوازن الجديد

$$q_d = q'_s \rightarrow 70 - 0.5P = -22 + 2P \rightarrow 2.5P = 92 \rightarrow P = 36.8$$

$$q_d = 70 - 0.5P = 70 - 0.5(36.8) \rightarrow q_d = 51.6$$

$$q'_s = -22 + 2P = -22 + 2(36.8) \rightarrow q_s = 51.6$$

مقدار ما تتحمله الحكومة في حالة الإعانة هو: $P \cdot q_e = 4(51.6) = 206.4$ ، وعليه فالحكومة تختار الإعانة لأن تكلفتها أقل (206.4) مقارنة بتحديد السعر (208).

حل التمرين رقم 7 -

x دالة طلب وعرض السوق على السلعة -1

مؤسسة 250 مستهلك و 2000

دالة الطلب السوقي $q_d = 2000(8 - 0.5P) \rightarrow q_d = 16000 - 1000P$

دالة العرض السوقي $Y_s = 250(-24 + 4P) \rightarrow q_s = -6000 + 1000P$

سعر وكمية التوازن -2

عند التوازن $q_d = q_s$

$$q_d = q_s \rightarrow 16000 - 1000P = -6000 + 1000P \rightarrow 2000P = 22000 \rightarrow P = 11$$

$$q_d = 16000 - 1000P = 16000 - 1000(11) \rightarrow q_d = 5000$$

$$q_s = -6000 + 1000P = -6000 + 1000(11) \rightarrow q_s = 5000$$

ومنه سعر وكمية التوازن هما: $P_e = 11$, $q_e = 5000$

أثر تغير الطلب على توازن السوق -3

دالة الطلب السوقي الجديدة.

عند السعر التوازني الأول:

$$q'_d = 20000 - 1000P \quad q'_d = 20000 - 1000(11) = 9000$$

العرض السوقي $q_s = 5000$

إذن عند السعر التوازني الأول فإن تغير الطلب أدى إلى وجود فائض في الطلب.

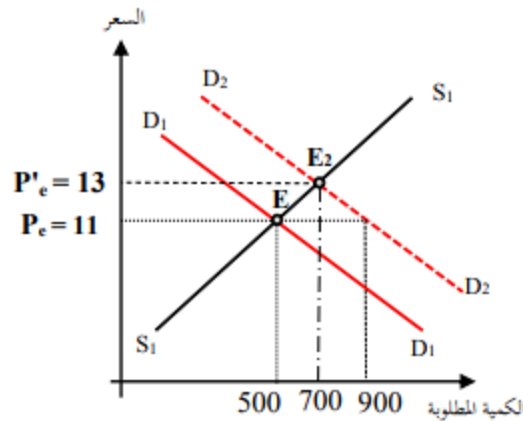
توازن السوق الجديد: $q'_d = q'_s$.

$$q'_d = q_s \rightarrow 20000 - 1000P = -6000 + 1000P \rightarrow 2000P = 26000 \rightarrow P = 13$$

$$q'_d = 20000 - 1000P = 20000 - 1000(13) \rightarrow q_d = 7000$$

$$q_s = -6000 + 1000P = -6000 + 1000(13) \rightarrow q_s = 7000$$

ومنه سعر وكمية التوازن هما: $P'_e = 13$, $q'_e = 7000$



إن الطلب على سلعة ما قد زاد نتيجة ارتفاع دخل المستهلكين، وهنا فإن زيادة الطلب سوف تؤدي إلى انتقال منحنى الطلب بأكمله من D_1 إلى D_2 وزيادة الكمية المطلوبة من السلعة من 5000 إلى 9000 عند نفس مستوى السعر (سعر التوازن) $P'_e = 13$ (هذا الأمر يجعل الكمية المطلوبة 9000 أكبر من الكمية المعروضة 5000، مما يدفع السعر للارتفاع بسبب عجز العرض، فتتناقص الكميات المطلوبة على طول منحنى الطلب الجديد وتزيد الكميات المعروضة على منحنى العرض الأول، ويتناقص معها العجز ليستقر التوازن الجديد عند السعر والكمية $q'_e = 7000$ المقابلين للنقطة (E_2) نقطة تقاطع منحنى الطلب الجديد D_2 مع منحنى العرض S_1

حل التمرين رقم 8 -

1. سعر وكمية: التوازن

عند التوازن $q_{dy} = q_{sy}$

$$q_{dy} = q_{sy} \rightarrow 56 - 0.25P = -12 + 4P \rightarrow 4.25P = 68 \rightarrow P = 16$$

$$q_{dy} = 56 - 0.25P = 56 - 0.25(16) \rightarrow q_{dy} = 52$$

$$q_{sy} = -12 + 4P = -12 + 4(16) \rightarrow q_{sy} = 52$$

ومنه سعر وكمية التوازن هما $P_e = 16$ ، $q_e = 52$

2- فرض ضريبة t على سعر الوحدة المباعة لرفع السعري 4 ون:

إذا قررت الحكومة فرض ضريبة قيمتها 1 على سعر الوحدة المباعة، لأجل رفع سعر التوازن بـ

4 $P = P_e + 4 = 16 + 4 \rightarrow P' = 20$ فإن السعر الجديد هو

$$q_{dy} = 56 - 0.25P = 56 - 0.25(20) \rightarrow q_{dy} = 51$$

$$q_{sy} = -12 + 4(P-t) \rightarrow 51 = -12 + 4(20) - 4t \rightarrow 51 = 68 - 4t \rightarrow 4t = 17 \rightarrow t = 4.25$$

مقدار الضريبة $t = 4.25$

العبء الضريبي الذي يتحمله المشتري - السعر بعد فرض الضريبة P' - (السعر التوازني) P_e

$$P' - P_e = 20 - 16 = 4$$

العبء الضريبي الذي يتحمله البائع:

$$P_s = P_d - t = 20 - 4.25 = 15.75$$

$$P_e - P_s = 16 - 15.75 = 0.25$$

ومنه

العبء الضريبي الذي يتحمله المشتري هو $(4/4.25) \cdot 100 = 94.12\%$

العبء الضريبي الذي يتحمله البائع هو : $5.88 = 100 \cdot (0.25/4.25)$
وعليه فالمشتري هو الذي يتحمل الجزء الأكبر من العبء الضريبي.

حل التمرين رقم 9 -

قيمة الضريبة التي تعظم الإيراد الضريبي للحكومة -1

بعد فرض الضريبة دالة العرض تصبح على الشكل الآتي:

$$q_s = -2 + 2(P-t) \rightarrow q_s = -2 + 2P - 2t$$

عند التوازن $q_d = q_s$

$$q_d = q_s \rightarrow 22 - 2P = -2 + 2P - 2t \rightarrow 4P = 24 + 2t \rightarrow P^* = 6 + 0.5t$$

وبتعويض P في دالة الطلب نجد:

$$q = 22 - 2P \rightarrow q = 22 - 2(6 + 0.5t) \rightarrow q^* = 10 - t$$

الإيراد الكلي للضريبة:

$$RT = P \cdot q^* \rightarrow RT = t \cdot (10 - t) \rightarrow RT = 10t - t^2$$

عند تعظيم الإيراد الكلي فإن المشتقة الأولى للإيراد الكلي تساوي الصفر $RT' = 0$

قيمة الضريبة

الإيراد الكلي الحكومي هو:

سعر وكمية التوازن قبل وبعد فرض الضريبة -2

قبل فرض الضريبة

عند التوازن: $q_d = q_s$

$$q_d = q_s \rightarrow 22 - 2P = -2 + 2P \rightarrow 4P = 24 \rightarrow P_e = 6$$

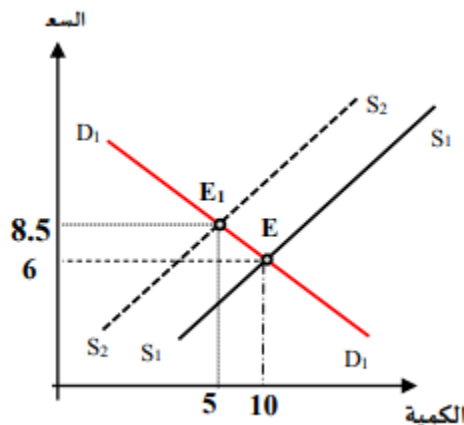
$$\rightarrow q_e = 10$$

بعد فرض الضريبة:

$$q'_s = -2 + 2(P-5) \rightarrow q'_s = -12 + 2P$$

$$q_d = q'_s \rightarrow 22 - 2P = -12 + 2P \rightarrow 4P = 34 \rightarrow P_e = 8.5$$

$$\rightarrow q_e = 5$$



إن فرض الضريبة على سعر الوحدة المباعة بقيمة 5 وحدة نقدية أدى إلى انتقال منحنى العرض (نحو اليسار) نقصان العرض مما أدى إلى ارتفاع السعر عند التوازن من 6 إلى 8.5، وانخفاض الكمية عند التوازن الجديد من 10 إلى 5 وحدة.

المحور الرابع

نظرية سلوك المنتج

ملخص + تمارين محلولة

تمهيد :

يعتبر الإنتاج الركيزة الأساسية لأي اقتصاد، إذ يمثل عملية خلق المنافع التي تلبي احتياجات الإنسان من سلع وخدمات، أو إضافة قيمة إليها. وتتم هذه العملية من خلال دمج عناصر الإنتاج المختلفة لإنتاج سلع وخدمات نهائية. وبصفته المحدد الرئيسي للعرض، يضع الإنتاج السلع والخدمات في متناول المستهلكين أو المؤسسات التي تستخدمها كمدخلات. يسعى المنتج العقلاني إلى تحقيق أقصى ربح ممكن في حدود إمكانياته، والتي تتجسد في الميزانية المتاحة وأسعار عوامل الإنتاج في السوق. يتحقق هذا الهدف إما من خلال تعظيم الإنتاج في ظل قيد التكلفة (الميزانية)، أو بتقليل التكاليف في ظل قيد حجم الإنتاج، وهو ما يعرف بتحقيق توازن المنتج. في هذا الفصل، سنقوم بتحليل دالة الإنتاج في كل من المدى القصير والطويل، وتحديد نقطة توازن المنتج، مع التطرق إلى جميع المفاهيم والمصطلحات المرتبطة بتحليل سلوك المنتج، مدعمة بأمثلة رقمية وحسابية لتيسير الفهم على الطالب.

أولا - مفهوم الإنتاج : يقصد بالإنتاج عملية إعداد ومواءمة الموارد المتاحة لإشباع الرغبات البشرية وذلك بتغيير نوعيتها المادية والكيميائية أو الحيوية لتحويلها إلى الصورة التي تحقق الإشباع¹.

كما أن الانتاج هو عملية خلق المنفعة بتغيير الكثير من العناصر كالزمن من خلال تخزين السلع وعرضها في فترة ندرتها، تغيير المكان، الشكل وحتى الحياة. فالإنتاج هو عملية خلق منفعة أو إضافتها لمنفعة سابقة من خلال عوامل الإنتاج العمل، رأس المال التنظيم، الأرض. والهدف الذي يسعى إلى تحقيقه المنتجون من القيام بالعمليات الإنتاجية هو تحقيق أقصى قدر ممكن من الأرباح، والعملية الإنتاجية لا تتم بطريقة عشوائية، إنما تتم من خلال تنفيذ خطة معينة يتم التعبير عنها بما يطلق عليها دالة الإنتاج².

ثانيا - دالة الإنتاج : إن تحليل عملية الإنتاج هو تحويل المواد الأولية و الوسيطة إلى منتجات نهائية عن طريق عناصر الإنتاج، بمعنى تحويل المدخلات إلى مخرجات، يمكن اعتبار دالة الإنتاج كعلاقة تقنية بين المدخلات (عناصر الإنتاج) والمخرجات (الناتج³)، وتعرف دالة الإنتاج كمنحنى جدول أو معادلة رياضية تشير إلى المستوى الأعظم من الإنتاج الذي يمكن الحصول عليه باستعمال عناصر إنتاج معينة، وتأخذ دالة الإنتاج الصيغة التالية :

$$Q = f(L, K, T, T, \dots) \dots, PT = f(L, K, T, T, \dots)$$

حيث :

أو Q : كمية الإنتاج الكلي أو الناتج الكلي PT.

L: العمل .

K: رأس المال .

T: الأراضي .

T: التكنولوجيا .

و كل هذه العناصر تمثل عوامل الإنتاج أو المدخلات.

ثالثا - أنواع دوال الإنتاج: يمكن التمييز بين نوعين من دوال الإنتاج :

دالة الإنتاج في الفترة القصيرة (المدى القصير) ✓

دالة الإنتاج في الفترة الطويلة (المدى الطويل) ✓.

¹ طويطي مصطفى، محاضرات في الاقتصاد الجزئي، مرجع سبق ذكره، ص 128

² السيد محمد أحمد السريتي، على عبد الوهاب نجا، مرجع سبق ذكره ص 251.

³ البشير عبد الكريم، الاقتصاد الجزئي، مرجع سبق ذكره، ص 144.

يكمن الفرق الجوهرى بين المدى القصير والمدى الطويل فيما يلي:

المدى القصير: هي الفترة التي لا يمكن للمؤسسة خلالها تعديل أو تغيير

عوامل إنتاجها (المدخلات) إلا جزئياً في حالة تغير الوضعية (محيط أو بيئة المؤسسة)، وبالتالي خلال هذه الفترة سنفترض أن أحد عوامل الإنتاج ثابت على الأقل، في حين بعض عناصر الإنتاج الأخرى متغيرة، أي في الفترة القصيرة نلاحظ وجود عناصر إنتاج ثابتة وأخرى متغيرة.

المدى الطويل: هي الفترة التي تستطيع من خلالها المؤسسة تغيير جميع

عناصر الإنتاج (أي جميع عناصر الإنتاج المستخدمة متغيرة ولا توجد عناصر ثابتة).

1. حالة الإنتاج في المدى القصير: في النموذج المبسط لدالة الإنتاج، حيث تستخدم

العملية الإنتاجية عاملين فقط هما العمل ورأس المال، ينطلق تحليل المدى القصير من فرضية وجود عنصر إنتاج متغير وحيد هو العمل، بينما يكون عنصر رأس المال ثابتاً. ويفترض أيضاً إمكانية استخدام عناصر الإنتاج بنسب مختلفة لإنتاج السلعة المحددة، أي إمكانية إحلال العمل محل رأس المال عن طريق تغيير عدد العمال بين الحين والآخر، مع عدم القدرة على تغيير حجم رأس المال الثابت. وبالتالي، تصبح دالة الإنتاج تابعة لعنصر واحد متغير وهو العمل، حيث نكتب:

$$Q=f(K,L) \text{ أو } PT=f(K,L) \rightarrow Q=f(L) \text{ أو } PT=f(L)$$

2. قانون تناقص الغلة قانون الإنتاجية الحدية المتناقصة ينص قانون تناقص الغلة

على أن الإنتاج يتزايد بمعدل متزايد في المراحل الأولى من العملية الإنتاجية، وبعد مستوى معين من توظيف عنصر الإنتاج المتغير يبدأ الإنتاج في التزايد بمعدل متناقص، وذلك حتى مستوى التوظيف الأمثل لمختلف عناصر الإنتاج الثابتة والمتغيرة أين يتحقق مستوى الإنتاج الأمثل، أو بمعنى آخر في حالة المزج بين عنصر الإنتاج الثابت والمتغير، فإن إنتاجية العنصر المتغير (العمل) تتزايد في البداية إلى أن تصل أقصاها وهي المرحلة التي يتزايد فيها الناتج الكلي بمعدلات متزايدة، ومع تناقص الإنتاجية الحدية يتزايد الناتج الكلي بمعدلات متناقصة إلى أن يصل أقصاها ثم ينخفض بعدها، ويبدأ مفعول قانون تناقص الغلة عندما يزداد الإنتاج الكلي بمعدلات متناقصة. وحتى يتحقق قانون تناقص الغلة لابد من توفر الشروط التالية 4:

إن التحليل يكون خلال الفترة القصيرة وليس الفترة الطويلة . -

أن يكون أحد عوامل الإنتاج ثابتاً . -

أن تكون الإنتاجية الحدية لعنصر الإنتاج المتغير متناقصة و موجبة . -

أن تكون الوحدات المضافة من العنصر المتغير متجانسة ومتساوية . -

1. الإنتاج الكلي للعمل (PTL, TPL): هو عبارة عن الكمية الكلية المنتجة من السلعة نتيجة استخدام كميات مختلفة من العنصر المتغير العمل (L) عند مستوى معين

من العنصر الإنتاجي الثابت (رأس المال K).

2. الإنتاجية المتوسطة للعمل PM () : تصف لنا متوسط مساهمة وحدة العمل الواحدة في الإنتاج الكلي. وهي عبارة عن نسبة الإنتاج الكلي إلى كمية العمل المستخدمة، وتحسب وفق الصيغة التالية:

3. الإنتاجية الحدية للعمل : تصف لنا التغير في الإنتاج الكلي نتيجة إضافة وحدة واحدة من عنصر العمل المتغير. بمعنى آخر، هي إنتاجية آخر وحدة تم استخدامها من العمل، أو مقدار الناتج الإضافي الناتج عن تشغيل عامل إضافي واحد، وتحسب كما يلي:

✓ حالة البيانات المتقطعة:

$$PM_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \text{ أو } PM_L = \frac{\Delta PT_L}{\Delta L} \rightarrow PT_L = \sum_{i=1}^n (PmL)$$

✓ حالة البيانات المستمرة:

$$Pm_L = \frac{\delta Q}{\delta L} \text{ أو } Pm_L = \frac{\delta PT_L}{\delta L} \rightarrow PT_L = \int (PmL) dL$$

دراسة العلاقة بين منحنيات الإنتاج في المدى القصير : 1.

مثال رقم : 01 ليكن لدينا الجدول التالي الذي يبين مستوى الانتاج المقابل لمستوى العمالة المناسب (العنصر المتغير) L (وعنصر الإنتاج الثابت) رأس المال K).

Q	00	10	30	60	80	95	108	112	112	108	100
L	00	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
K	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

المطلوب:

1. احسب الانتاجية الحدية للعمل (PmL) والانتاجية المتوسطة للعمل (PML).
2. مثل بيانياً منحنيات الانتاج في المدى القصير في نفس المعلم المتعامد.
3. حدد مراحل الانتاج بيانياً في المدى القصير، ثم وضح خصائص كل مرحلة ومجال المنطقة المثلى للإنتاج.
4. حدد نقطة بداية سريان قانون تناقص الغلة و مستوى العمل الذي يعظم حجم الانتاج.

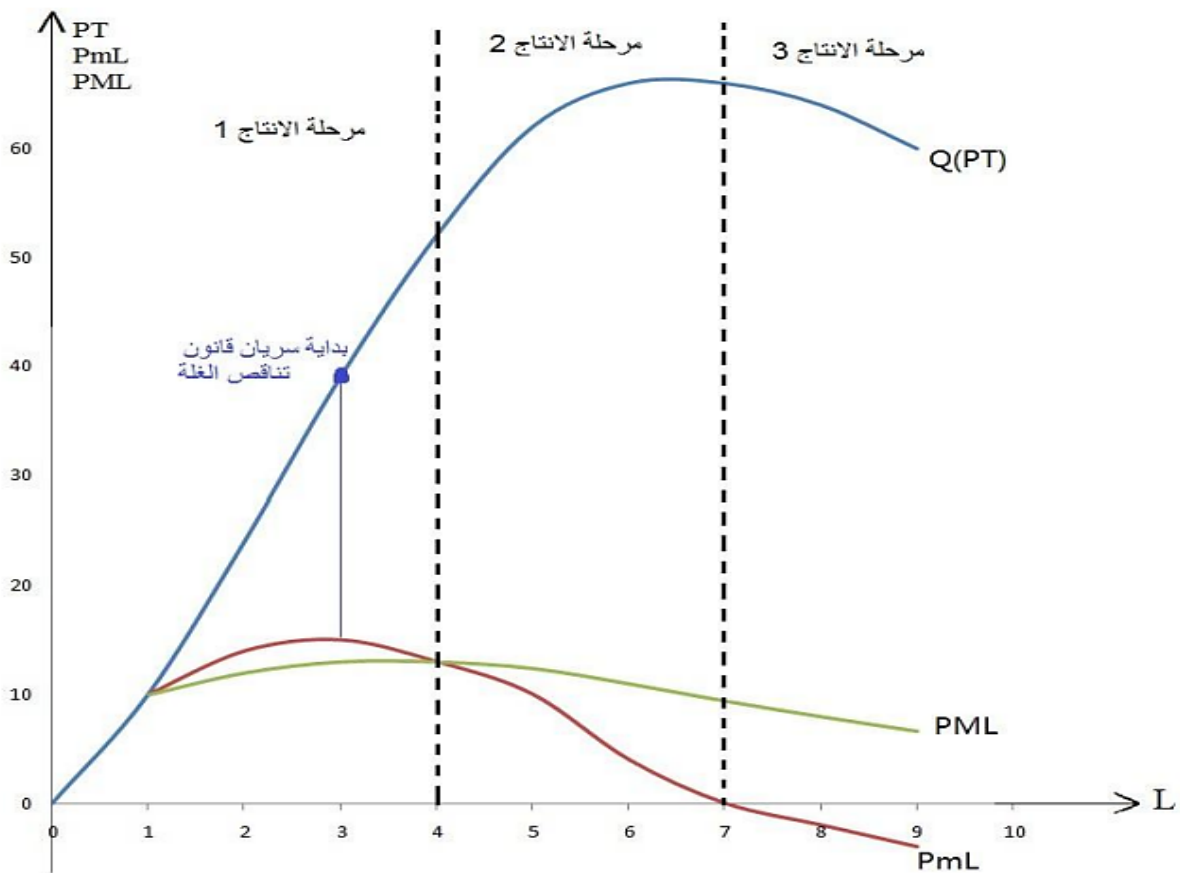
الحل :

1. حساب الانتاجية الحدية للعمل (PmL) والانتاجية المتوسطة للعمل (PML).

Q	00	10	30	60	80	95	108	112	112	108	100
L	00	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Pm	/	10	20	30	20	15	13	4	0	-4	-8
L											

2. التمثيل البياني المنحنيات الانتاج في المدى القصير في نفس المعلم المتعامد:



3. مراحل الإنتاج: يمكن التمييز بين ثلاث مراحل بناء على العلاقة الموجودة بين

الناتج الحدي والناتج المتوسط العنصر العمل وتعطى كل مرحلة كما يلي:

المرحلة الأولى: رياضياً تكون في المجال:

$$L \in \left[0, \frac{\delta PML}{\delta L} = 0\right] \text{ أو } L \in [0, PML = PmL] \rightarrow L \in [0, 4]$$

تمتد هذه المرحلة من الصفر إلى النقطة التي يكون فيها الناتج المتوسط في أقصاه ، في هذه المرحلة يكون الإنتاج الكلي متزايد بمعدل متزايد إلى غاية أن تصبح الإنتاجية الحدية في أعظم قيمة لها ومن خصائص هذه المرحلة:

- إنتاج حدي للعمل موجب ، بمعنى إنتاج كلي متزايد بزيادة عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج (المتغير) (العمل) .
- إنتاج متوسط للعمل متزايد ، يعني فعالية متزايدة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير.

المرحلة الثانية: رياضياً تكون في المجال :

$$L \in [PML = PmL, PmL = 0] \rightarrow L \in [PML = PmL, PmL = 0]$$

$$L \in [4, 8] \text{ أو } L \in [4, 8]$$

وهي مرحلة الإنتاج الأمثل تتراوح بين القيمة العظمى للناتج المتوسط لعنصر العمل والنقطة التي ينعدم عندها الناتج الحدي للعمل في هذه المرحلة يواصل الإنتاج الكلي الزيادة بمعدل متناقص، الناتج الحدي يتناقص حتى ينعدم ويوافق أعظم إنتاج كلي كما أن الناتج المتوسط يتناقص أيضا في هذه المرحلة كلما أضفنا عامل إضافي يزيد الإنتاج الكلي بمعدل أقل من معدل الزيادة الذي أحدثه العامل السابق.

المرحلة الثالثة: رياضيا تكون في المجال: ✓

$$L \in [PmL = 0, +\infty] \text{ أو } L \in [4, +\infty]$$

في هذه المرحلة الإنتاج الكلي يبدأ في التناقص، كما أن الإنتاجية الحدية للعمل تأخذ قيم سالبة، فعند إضافة عامل بعد الإنتاج الأمثل يبدأ الإنتاج بالتناقص أي زيادة عدد العمال لا تضيف شيئا للإنتاج الكلي.

مثال رقم 02: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $Q = 10KL^2 - KL^3$

المطلوب:

1. إذا كان $K=1$ ، اوجد الصيغة الرياضية لدالة الإنتاج الكلي للعمل
2. ما هي كمية العمل التي تضمن أقصى إنتاج كلي.
3. انطلاقا من أي قيمة يزداد الإنتاج الكلي بمعدل متناقص ؟
4. حدد مناطق الإنتاج الثلاث .

الحل النموذجي:

1. صيغة دالة الإنتاج الكلي للعمل :
2. كمية العمل التي تضمن أقصى إنتاج كلي : يكون الإنتاج الكلي في أقصاه عند : $0 = PmL$

$$Pm_L = \frac{\delta PT_L}{\delta L} \rightarrow PmL = 20L - 3L^2$$

$$Pm_L = 0 \rightarrow 20L - 3L^2 = 0 \rightarrow L(20 - 3L) = 0 \rightarrow \begin{cases} L = 0 \text{ مرفوض} \\ \text{ou } L = \frac{20}{3} \end{cases}$$

يكون الإنتاج الكلي في أقصاه عند:

3. يزداد الإنتاج الكلي بمعدل متناقص عندما يكون الناتج الحدي لعنصر العمل في أقصاه:

$$\frac{\delta Pm_L}{\delta L} = 0 \rightarrow 20 - 6L = 0 \rightarrow L = \frac{20}{6}$$

4. تحديد مناطق الإنتاج الثلاث:

✓ المنطقة الأولى : تمتد من 0 إلى غاية نقطة تقاطع الناتج الحدي والناتج المتوسط (أقصى قيمة للناتج المتوسط):

$$PML = \frac{PTL}{L} = 10L - L^2 \rightarrow \frac{\delta PML}{\delta L} = 0 \rightarrow 10 - 2L = 0 \rightarrow L = 5$$

$$\rightarrow L \in [0, 5]$$

✓

المنطقة العائدية المنطقة المثلى للإنتاج : تمتد من القيمة العظمى للناتج

المتوسط لعنصر العمل حتى نقطة انعدام الناتج الحدي لعنصر العمل:

✓

المنطقة الثالثة : تمتد من نقطة انعدام الناتج الحدي لعنصر العمل إلى ما

لانهاية :

$$L \in [PmL = 0, +\infty] \rightarrow L \in \left[\frac{20}{3}, +\infty\right]$$

مثال رقم : 03 دالة الانتاجية الحدية المؤسسة ما معطاة بالعلاقة التالية: $PmL = 10L - L^2$

+ 6L

المطلوب :

- 1- حدد الصيغة الرياضية لد التي الانتاج الكلي (PTL) والانتاج المتوسط لعنصر العمل (PML).
- 2- حدد وحدة العمل التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص الغلة ؟
- 3- حدد مجال المنطقة الاقتصادية المثلى للانتاج ؟
- 4- إذا كان الطلب المتوقع لهذه المؤسسة يقدر بـ 150 وحدة . هل باستطاعة المؤسسة تلبية هذا الطلب ؟ وما هي الاجراءات المتخذة إذا كان انتاجها غير كافي لتلبية هذا الطلب ؟

الحل النموذجي:

- 1- تعد دالتي الانتاج الكلي (PTL) والانتاج المتوسط لعنصر العمل (PML) :

$$PmL = \frac{\delta PTL}{\delta L} \rightarrow PTL = \int (PmL) dL \rightarrow PTL = -0.2L^3 + 3L^2$$

$$PM_L = \frac{PTL}{L} \rightarrow PM_L = -0.2L^2 + 3L$$

- 2- وحدة العمل التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص الغلة : يبدأ سريان قانون تناقص الغلة عندما يكون الناتج الحدي لعنصر العمل في أقصاه
- 3- تعد مجال المنطقة الاقتصادية المثلى للانتاج وتمتد من القيمة العظمى للناتج المتوسط لعنصر العمل حتى نقطة انعدام الناتج الحدي لعنصر العمل

$$\frac{\delta PML}{\delta L} = 0 \rightarrow -0.4L + 3 = 0 \rightarrow L = 7.5$$

$$PmL = 0 \rightarrow -0.6L^2 + 6L = 0 \rightarrow L(-0.6L + 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} L = 0 \text{ مرفوض} \\ \text{ou } L = 10 \end{cases}$$

وبالتالي تمتد المنطقة الاقتصادية المثلى للإنتاج ضمن المجال

- 4- إذا كان الطلب المتوقع لهذه المؤسسة يقدر بـ 150 وحدة:

تصل المؤسسة إلى أعظم أو أمثل إنتاج عند انعدام الناتج الحدي أي عند $L = 10$ وبالتالي يقدر الناتج الكلي بـ 100 وحدة ، وبالتالي المؤسسة لا تستطيع تلبية الطلب ، ولتلبية هذا الطلب يجب على المؤسسة تعديل الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج الثابت (بمعنى أنها ستتحول إلى الفترة الطويلة).

تمارين تدريبية مع الحلول النموذجية :

التمرين الأول:

الجدول التالي يظهر استخدامات مؤسسة لعنصري الإنتاج العمل و رأس المال و إنتاجية وحدة العمل الواحدة (الإنتاجية المتوسطة للعمل):

(العمل) L	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
(رأس المال) k	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
(الإنتاج المتوسط للعمل) PML	00	10	15	20	20	19	18	16	14	12	10

المطلوب:

- 1- ارسم منحنيات الإنتاج في المدى القصير. وبين العلاقة فيما بينها .
- 2- ما هي كمية العمل L التي يتحقق عندها الإنتاج الأمثل ؟
- 3- هل يتضاعف الإنتاج الكلي لو ضاعفت المؤسسة كمية العمل L عند مستوى الإنتاج الأمثل؟

التمرين الثاني:

بافتراض أن العملية الإنتاجية تستخدم عنصري العمل ورأس المال ، فقد كانت دالة الإنتاج كالتالي :

$$Q = 3L^2k - \frac{1}{3}kL^3 - 5kL$$

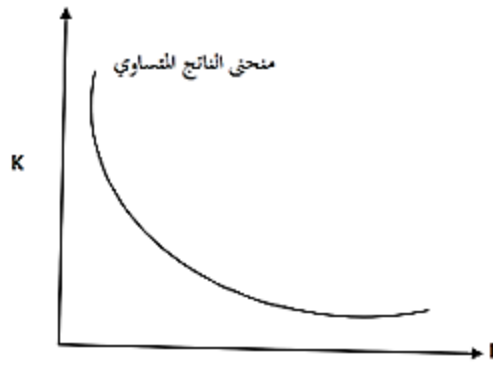
فإذا كان رأس المال $k = 1$ ، المطلوب :

1. حدد الصيغة الرياضية ل التي الإنتاج الكلي (PTL) والإنتاج المتوسط لعنصر العمل (PmL)، والإنتاج الحدي لعنصر العمل (PML)؟
2. حدد وحدة العمل التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص الغلة ؟
3. ما هو حجم العمال الأمثل لتعظيم الإنتاج ؟
4. حدد مجال المنطقة المثلى للإنتاج؟

تحليل سلوك المنتج (الإنتاج) في الفترة الطويلة 1.

أولا - تحليل سلوك المنتج في الفترة الطويلة :

- 1- **دالة الإنتاج في المدى الطويل : التحليل السابق ينطبق على الفترة القصيرة،** لأنه لا يمكن تغيير جميع عوامل الإنتاج ، وإنما يمكن تغيير بعضها كالعامل وعليه يظهر قانون تناقص الغلة أما في الفترة الطويلة فيمكن تغيير جميع عوامل الإنتاج ونستفيد من غلة الحجم⁵، ودالة الإنتاج في المدى الطويل تكون من الشكل : $PT = f(K, L)$ أو $Q = f(K, L)$ ، أي أن الإنتاج يتحدد من تفاعل عنصري الإنتاج معا العمل ورأس المال (وليس عنصر واحد فقط ، ويحاول المنتج البحث عن التوليفة المثلى من عوامل الإنتاج لتحقيق أقصى إنتاج أو أعظم ربح .
- 2- **منحنى الناتج المتساوي (Isoquant): يعرف منحنى الناتج المتساوي بأنه** المنحنى الذي يوضح التشكيلات المختلفة من 1 مزج عناصر الإنتاج العمل L و رأس المال K (التي تنتج نفس حجم الإنتاج Q ، وتسمى أيضا منحنيات سواء الإنتاج أو منحنى الكميات المتساوية .

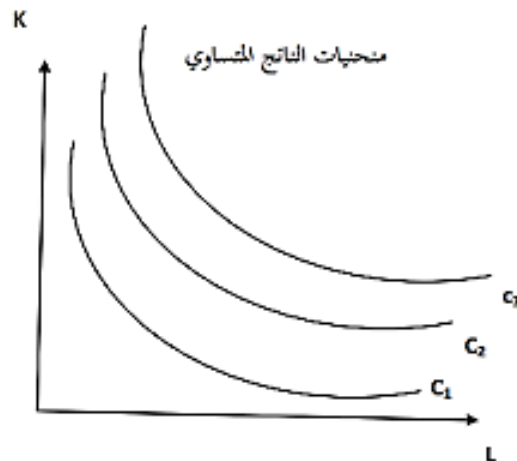


- 1- **خصائص منحنيات الناتج المتساوي: بصفة عامة نلاحظ أن منحنيات الناتج المتساوي لها نفس الخصائص العامة للمنحنيات السواء فهي تتميز بالآتي:**
- 7: هناك عدد لا نهائي من منحنيات الناتج المتساوي ، وكلما ابتعدنا عن نقطة الأصل كلما كان مستوى الإنتاج أكبر .
 - ✓ **منحنيات الناتج المتساوي لا يمكن أن تتقاطع .**
 - ✓ **منحنيات الناتج المتساوي محدبة اتجاه نقطة الأصل .**
 - ✓ **إن القابلية على إحلال عنصر إنتاج محل الآخر يعني أن منحنى الناتج المتساوي سالب الميل أي أن زيادة أحد عناصر الإنتاج تعني التقليل من العنصر الآخر ويطلق على ميل منحنى الناتج المتساوي المعدل الحدي للإحلال التقني للعمل محل رأس المال في الإنتاج ، وهو يقيس مقدار رأس المال الذي تتخلى عنه المؤسسة لزيادة مقدار العمل بوحدة واحدة و للاستمرار على نفس منحنى الناتج المتساوي.**

1- **خريطة منحنيات الناتج المتساوي : هي مجموعة من منحنيات الناتج المتساوي كما**

⁵ كساب علي، النظرية الاقتصادية (التحليل الجزئي)، مرجع سبق ذكره ، ص 273.
منى محمد علي الطائي، الاقتصاد الجزئي بين الأمثلة النظرية والديناميكية والواقعية، دار مجدلاوي، عمان، ط 1، 2015، ص 296.

هو موضح في الشكل أدناه :



- 1- **المعدل الحدي للإحلال التقني (الفاي) TMST :** يعرف بأنه عدد الوحدات من أحد عناصر الإنتاج (التي يكون المنتج مستعداً للتخلي عنها مقابل الحصول على وحدة إضافية من العنصر الآخر)، مع الحفاظ على نفس مستوى الإنتاج. وهو يمثل ميل منحنى الناتج المتساوي، وتقل قيمته كلما انتقلنا من أعلى المنحنى إلى أسفله، مما يعني أن إحلال العمل محل رأس المال يصبح أكثر صعوبة. ويحسب المعدل الحدي للإحلال التقني بالعلاقات التالية:

حالة البيانات المتقطعة : ✓

حالة البيانات المستمرة : ✓

ملاحظة: TMST هو ميل منحنى الناتج المتساوي فقيمه تكون سالبة وعليه عند تفسيره نأخذ قيمته بالقيمة المطلقة.

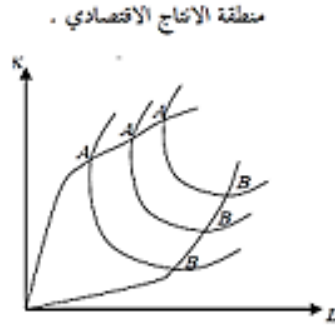
مثال: احسب المعدل الحدي للإحلال التقني للنقاط التالية:

التوليفة	L	K	TMST _{L,K}
A	3	45	/
B	4	40	-5
C	5	36	-4
D	6	33	-3
E	7	31	-2
F	8	30	-1

منطقة الإنتاج الإقتصادي : إن منحنيات الناتج المتساوي تكون محدبة اتجاه

نقطة الأصل وذلك في منطقة الإحلال الممكن ، وهذه الخاصية في ظل افتراض أنه و إن كانت عوامل الإنتاج يمكن إحلالها محل بعضها البعض ، إلا أنها لا تعد

بدائل تامة لبعضها البعض ، وبالتالي يكون هناك حدود لعملية الإحلال فيما بين عاملي الإنتاج ، ووفقا لهذا فإن أفضل جزء من منحنى الناتج المتساوي يتم فيه الإنتاج يكون سالب الميل ومحدب اتجاه نقطة الأصل حيث يكون هناك إحلال فيما بين عاملي الإنتاج وتكون إنتاجية عاملي الإنتاج موجبة ويتحقق ذلك في منطقة الإحلال الممكن وهي المنطقة المحصورة بين (A,B) على منحنى الناتج المتساوي . وتسمى هذه المنطقة بمنطقة الإنتاج الإقتصادي أو الرشد الإقتصادي⁸.



1- خط التكاليف المتساوية : يعبر خط التكلفة المتساوي عن إمكانيات المنتج ،

أي هو المحل الهندسي بين مختلف التوليفات من عنصري الإنتاج العمل و رأس المال التي يكون بإمكان المؤسسة شراؤها أو تأجيرها والمستنفذة لميزانية الإنتاج توافق الميزانية المخصصة للعملية الإنتاجية ويعبر عن خط التكاليف المتساوية بالمعادلة التالية : حيث:

: تعبر عن التكلفة الكلية أو ميزانية الإنتاج .CT

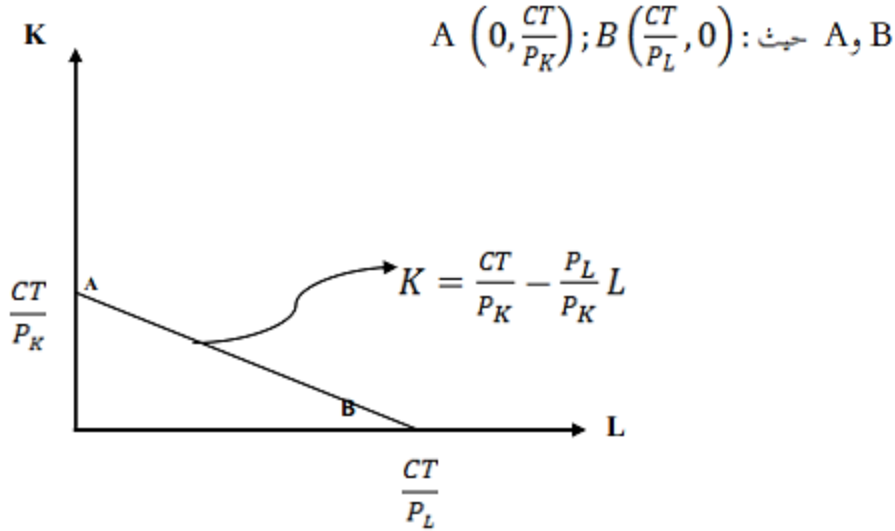
: هي تكلفة استخدام الوحدة من رأس المال والعمل LK على التوالي .PL.PK

: يمثلان على التوالي رأس المال والعمل L,K.LK

ميل خط التكلفة المتساوي . -PL

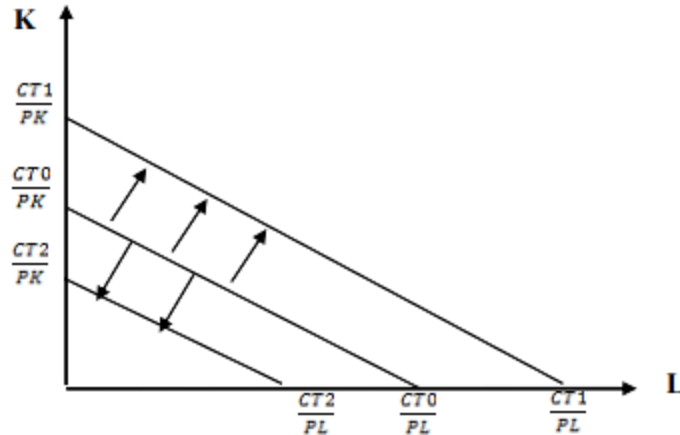
أ -تمثيل خط التكاليف المتساوية :إذا قرر المنتج انفاق كامل الميزانية على شراء عنصر رأس المال ، فيستطيع شراء ما مقداره ، و إذا قرر المنتج انفاق كامل الميزانية على شراء عنصر العمل، فيستطيع شراء ما مقداره:

ثم نقوم بتمثيل خط التكلفة المتساوي انطلاقا من النقطتين:

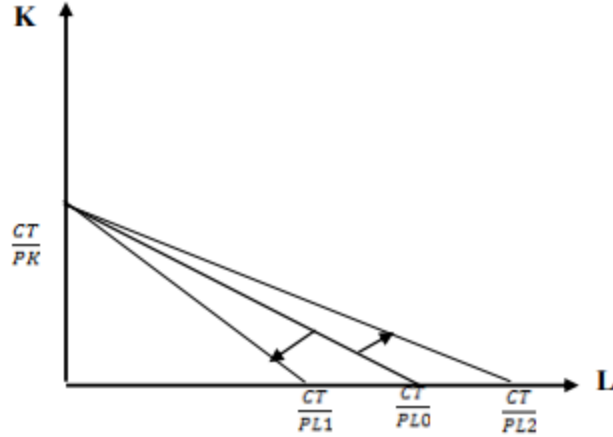


ب - تغيرات خط التكاليف المتساوية: يتغير وضع خط التكاليف المتساوية نتيجة التغير في حجم الموارد المخصصة للإنفاق (الميزانية) على عوامل الإنتاج أو التغير في أسعار أحد عوامل الإنتاج العمل أو رأس المال).

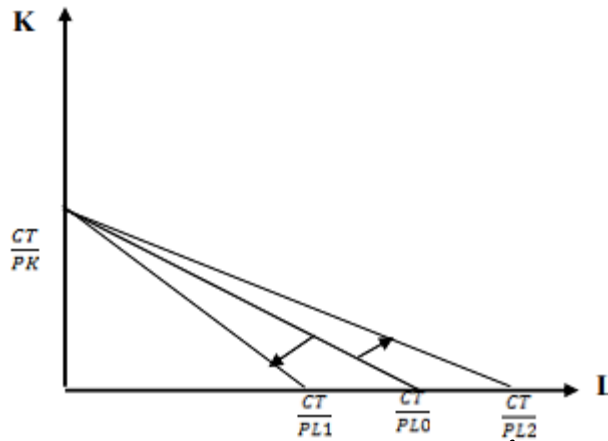
التغير في الميزانية التكلفة الكلية: إن الزيادة في حجم الموارد المخصصة للإنفاق على عوامل الإنتاج في حين تبقى أسعار هذه العوامل ثابتة يؤدي إلى رفع خط التكلفة المتساوي إلى الأعلى باتجاه اليمين وبشكل موازي لوضعه السابق الأول قبل تغير الميزانية، بينما ينخفض خط التكاليف المتساوية بالتوازي مع وضعه السابق في حالة انخفاض حجم الموارد المخصصة للإنفاق على عوامل الإنتاج.



التغير في سعر العمل: زيادة سعر العمل مع بقاء سعر رأس المال K ثابت يؤدي إلى دوران خط التكلفة المتساوي من ناحية العمل اتجاه نقطة الأصل وفي اتجاه دوران عقارب الساعة والعكس صحيح في حال انخفاض سعره.



التغير في سعر رأس المال: زيادة سعر رأس المال K مع بقاء سعر العمل L ثابت يؤدي إلى دوران خط الميزانية من ناحية رأس المال في الاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة والعكس صحيح في حال انخفاض سعره.



توازن المنتج (السلوك الأمثل أو الرشيد) 1.

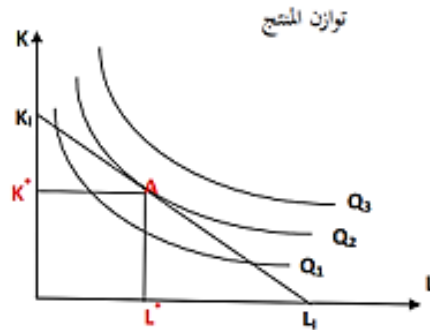
إن هدف المنتج يكون إما بتعظيم الإنتاج أو تدنية التكاليف، يختار المنتج الإستراتيجية الأولى عندما يكون مقيدا بالميزانية المخصصة للإنفاق، ويختار الإستراتيجية الثانية عندما يكون مقيدا بالإنتاج، أي لا يمكنه بيع كمية من المنتج تكون أكبر من مستوى معين، فمثلا إذا كان البيع بالطلبات فلا يمكن له إنتاج كمية تفوق هذه الطلبات⁹. وبما أن المنتج يسعى إلى الوصول إلى التوليفة المثلى من عناصر الإنتاج العمل ورأس المال (KL) التي تسمح له بتحقيق أقصى مستوى إنتاج وبأقل تكلفة ممكنة، ويمكن تحقيق ذلك بالإعتماد على الطرق التالية:

1. الطريقة الهندسية: من الرسم فإن نقطة توازن المنتج هي نقطة تماس خط التكلفة

المتساوي مع أعلى منحنى ناتج ممكن (Q2) (وعليه تكون التوليفة $A(L^*, K^*)$ هي التوليفة المثلى التي تحقق توازن المنتج، حيث تحقق له أكبر إنتاج ممكن في حدود الموارد المنفقة على عوامل الإنتاج.

ويمكن صياغة الشرط الأساسي للتوازن والوصول إلى الحل الأمثل عند تساوي ميل منحنى الناتج المتساوي مع ميل خط التكلفة المتساوي:

⁹ البشير عبد الكريم، الإقتصاد الجزئي دروس مع تمارين محلولة (، مرجع سبق ذكره، ص 154.



2. **الطريقة الرياضية:** يمكن استخدام طريقة مضاعف لاگرانج للحصول على التوليفة المثلى من عوامل الإنتاج والوصول إلى توازن المنتج في الحالتين التعظيم والتدنية. إلا أن هناك اختلاف في تشكيل دالة الاغرانج والشرطين، الضروري والكافي وسنوضح ذلك فيما يلي:

الحالة الأولى: تعظيم الإنتاج تحت قيد التكلفة: ✓

$$\begin{cases} \text{Max} \rightarrow Q = f(L, K) \\ \text{s/c : } CT = LPl + KPk \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولاً صياغة دالة لاگرانج وفق النحو التالي :

$$l + f(L, K) + (CT - LPl - kPl) \rightarrow \text{Max}$$

لإيجاد التوليفة المثلى (L, K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :
شروط الدرجة الأولى (الضرورية) (FOC) : يشترط في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاعف لاگرانج بالنسبة لكل متغير (L, K) مساوية للصفر وذلك على النحو التالي :

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 0 \rightarrow \frac{\partial f(L, K)}{\partial L} - \lambda Pl = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial f(L, K)}{\partial L}}{Pl} = \frac{PmL}{Pl} \dots \dots \dots (01)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = 0 \rightarrow \frac{\partial f(L, K)}{\partial K} - \lambda Pk = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial f(L, K)}{\partial K}}{Pk} = \frac{Pmk}{Pk} \dots \dots \dots (02)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow R - lPl - kPk = 0 \rightarrow \dots \dots \dots (03)$$

بإجراء المساواة بين (01) و (02) نجد :

هذه النتيجة تمثل القاعدة الأساسية في نظرية الإنتاج، يصل المنتج إلى التوزيع الأمثل لميزانيته على عناصر الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية عندما تتساوى نسبة الإنتاجية الحدية لعوامل الإنتاج إلى أسعارها، ثم نعوض النتيجة في (03) فنحصل على (L, K) .

شروط الدرجة الثانية (الكافية) (SOC) : للتحقق من أن النقطة تمثل قيمة عظمى، يجب حساب محدد المصفوفة الهيسية المحفوفة (MHB) والتأكد من أنه موجب .

الحالة الثانية : تدنية التكلفة تحت قيد الإنتاج ✓

$$\begin{cases} \text{Min} \rightarrow CT = LPl + KPk \\ s/c : Q = f(L, K) \end{cases}$$

دالة لاغرانج : $L = L*PL + K*PK + \lambda (Q - f(L, K))$

ولحل هذه المشكلة يتم أولا صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = LPL + KPk + \lambda (Q - f(L, K)) \rightarrow \text{Min}$$

لإيجاد التوليفة المثلى (L, K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

شروط الدرجة الأولى (الضرورية) (FOC): يشترط في أن تكون المشتقات

الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L, K) مساوية للصفر وتقوم بنفس الخطوات كما في حالة تعظيم الإنتاج .

$$\partial L / \partial L = 0, \partial L / \partial K = 0, \partial L / \partial \lambda = 0.$$

ومنها أيضًا نصل إلى نفس الشرط الأساسي

شروط الدرجة الثانية (الكافية) (SOC): للتحقق من صحة النتائج المحصل

عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية الثانية لمضاعف لاغرونج ، نحدد عناصر المصفوفة الهيسية المحفوفة (MHB) ثم نقوم بحساب المحدد الهيسي الذي

يشترط في أن يكون أقل من الصفر أي سالب : $\text{Det MHB} (L, K) > 0$

معال رقم 01: إذا كانت دالة الإنتاج المؤسسة ما بالشكل التالي : $Q = KL$

إذا كانت أسعار عوامل الانتاج والعمل ورأس المال على الترتيب هي : 100 ون ، 1000 ون ، وميزانية قدرها 10000 ون.

المطلوب:

اوجد الكميات المثلى من عوامل الانتاج (1) التي تعظم الانتاج .

الحل:

$$\begin{cases} \text{Max} \rightarrow Q = f(L, K) \\ s/c : CT = LPl + KPk \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Max} \rightarrow Q = KL \\ s/c : 10000 = 100l + 1000k \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولا صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = KL + (10000 - 100l - k1000) \rightarrow \text{Max}$$

لإيجاد التوليفة المثلى (L, K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

شروط الدرجة الأولى (الضرورية) (FOC): يشترط في أن تكون المشتقات

الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L, K) مساوية للصفر وذلك على النحو التالي :

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 0 \rightarrow K - 100 = 0 \rightarrow \frac{K}{100} \dots \dots \dots (01)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = 0 \rightarrow L - 1000 = 0 \rightarrow \frac{L}{1000} \dots \dots \dots (02)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow 10000 - 100L - 1000K = 0 \rightarrow \dots \dots \dots (03)$$

باجراء المساواة بين (01 و 02) نجد:

التوليفة المثلى: $k^* = 5$; $l^* = 50$

شروط الدرجة الثانية (الكافية) (SOC): للتحقق من صحة النتائج المحصل

عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية الثانية لمضاعف لاغرونج ، تحدد عناصر المصفوفة الهيسية المحفوفة (MHB) ثم نقوم بحساب المحدد الهيسي الذي يشترط في أن يكون موجب أي: $\text{Det MHB}(l,k) > 0$

$$\text{MHB} : \begin{bmatrix} [0] & [1] & [-100] \\ [1] & [0] & [-1000] \\ [-100] & [-1000] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \text{Det MHB}(l=50; k=5) = +200000 > 0$$

ومنه التوليفة المثلى: $l^* = 50$; $k^* = 5$ ، هي التي تعطي أعظم إنتاج في ظل الموارد المنفقة على المستخدمات $Q_{\text{Max}} = 250$

مثال رقم 02: إذا كانت معادلة منحنى الناتج المتساوي هي $KL = 250$

إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج والعمل ورأس المال على الترتيب هي : 100 ون ، 1000 ون.

المطلوب :

1. اوجد الكميات المثلى من عوامل الإنتاج k ; l التي تجعل التكاليف أقل ما يمكن ؟

الحل :

$$\begin{cases} \text{Min} \rightarrow CT = LPl + KPk \\ s/c : Q = f(L, K) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Min} \rightarrow CT = 100l + 1000k \\ s/c : 250 = kl \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولاً صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = 100l + 1000k + (250 - kl) \rightarrow \text{Min}$$

لإيجاد التوليفة المثلى (l, K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

شروط الدرجة الأولى (الضرورية) (FOC): يشترط في أن تكون المشتقات

الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L, K) ، مساوية للصفر وذلك على النحو التالي :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 100 - k\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{100}{k} \dots \dots \dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta K} = 0 \rightarrow 1000 - l\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1000}{l} \dots \dots \dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 250 - kl = 0 \rightarrow \dots \dots \dots (03) \end{cases}$$

باجراء المساواة بين (01) و (02) نجد:

$$(3), (4) \rightarrow 250 - k(10k) = 0 \rightarrow k = \sqrt{25} \rightarrow \begin{cases} k = 5 \\ l = 10k = 50 \\ \lambda = 20 \end{cases}$$

التوليفة المثلى: $(k^* = 5; l^* = 50)$

شروط الدرجة الثانية (الكافية) (SOC): للتحقق من صحة النتائج المحصل

عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية الثانية لمضاعف لاغرونج، نحدد عناصر المصفوفة الهيسية المحفوفة (MHB) ثم نقوم بحساب المحدد الهيسي الذي يشترط في أن يكون سالب أي

$$MHB : \begin{bmatrix} [0] & [-\lambda] & [-k] \\ [-\lambda] & [0] & [-l] \\ [-k] & [-l] & [0] \end{bmatrix} \rightarrow MHB : \begin{bmatrix} [0] & [-20] & [-5] \\ [-20] & [0] & [-50] \\ [-5] & [-50] & [0] \end{bmatrix}$$

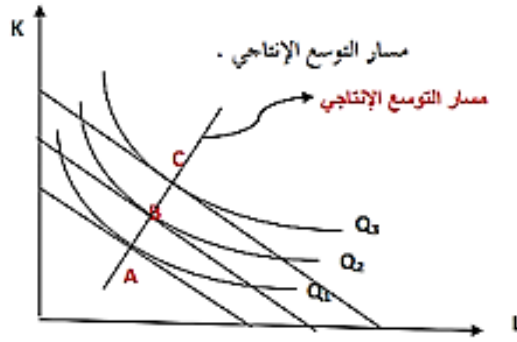
$$\rightarrow Det MHB_{(l=50; k=5)} = -10000 < 0$$

ومنه التوليفة المثلى: $(k = 5, l = 50)$ (هي التوليفة الواجب استخدامها حتى تكون التكاليف CT أقل ما يمكن $CT_{Min} = 10000um$)

1. مسار التوسع الإنتاجي (المسار الأمثل للتطور):

هو المحل الهندسي لمختلف نقاط توازن المنتج إذا ما تغيرت الميزانية المخصصة للإنفاق على عوامل الإنتاج مع ثبات العوامل الأخرى أي ثبات تكلفة استخدام الوحدة من العمل ورأس المال¹⁰. فتغيير الميزانية مع ثبات أسعار عوامل الإنتاج يؤدي إلى انتقال خط التكلفة المتساوية بالتوازي إلى الأعلى في حالة الزيادة و إلى الأسفل في حالة النقصان ، وفي كل مرة سيمس خط التكلفة منحنى الناتج المتساوي وهكذا سنحصل على منحنى مسار التوسع الإنتاجي عندما نصل بين النقاط التوازنية (يمثل هذا المسار مجموع توليفات عناصر الإنتاج المثلى و التي تحقق أعظم إنتاج للمنتج عند مستويات مختلفة للميزانية مع ثبات أسعار L, K عوامل الإنتاج ، وهو يشبه منحنى (الإستهلاك- الدخل) في نظرية سلوك المستهلك . رياضيا يمكن الحصول عليه من خلال قانون التوازن: ، وتكون الصيغة في الأخير من الشكل: $f(L) =$ (أو $L = K$) ، ويأخذ مسار التوسع الإنتاجي الشكل التالي:

عمار عماري، الإقتصاد الجزئي الدار الجزائرية، الجزائر، 2015، ص 129¹⁰



2. حرونات الإنتاج:

توضح مرونة الإنتاج التغير النسبي الحاصل في الإنتاج الكلي الناتج عن التغير النسبي في إحدى عوامل الإنتاج ، مما يبين وجود المرونة الجزئية لعنصر العمل والمرونة الجزئية لعنصر رأس المال .

المرونة الجزئية للعمل (eL) وتحسب كما يلي : 1.

حالة البيانات المتقطعة : ✓

$$e_L = \frac{\frac{\Delta Q}{Q} \times 100}{\frac{\Delta L}{L} \times 100} \rightarrow e_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \times \frac{L}{Q} = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta L}}{\frac{Q}{L}} \rightarrow e_L = \frac{PmL}{PML}$$

حالة البيانات المستمرة: ✓

$$e_L + \frac{\delta Q}{\delta L} \times \frac{L}{Q} = \frac{\frac{\delta Q}{\delta L}}{\frac{Q}{L}} \rightarrow e_L = \frac{PmL}{PmL}$$

المرونة الجزئية لرأس المال (eK) وتحسب كما يلي : 1.

حالة البيانات المتقطعة : 1.

$$e_K = \frac{\frac{\Delta Q \times 100}{Q}}{\frac{\Delta K \times 100}{K}} \rightarrow e_K = \frac{\Delta Q}{\Delta K} \times \frac{K}{Q} = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta K}}{\frac{Q}{K}} \rightarrow e_K = \frac{PmK}{PMK}$$

حالة البيانات المستمرة:

$$e_K = \frac{\delta Q}{\delta K} \times \frac{K}{Q} = \frac{\frac{\delta Q}{\delta K}}{\frac{Q}{K}} \rightarrow e_K = \frac{Pmk}{PMK}$$

1.

غلة الحجم: توضح غلة الحجم القوانين التي تحكم تغير حجم الإنتاج في

الفترة الطويلة، حينما يتغير حجم المشروع أو تتغير الكميات المستخدمة من كل عناصر الإنتاج، وتوضح هذه القوانين أنه خلال الفترة الطويلة وبافتراض ثبات أسعار عوامل الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية، فإن تغير الكمية المستخدمة من كافة عوامل الإنتاج بنسبة معينة فإن الناتج الكلي يمكن أن

يتغير وفقا لعدة احتمالات. 11

وتأخذ غلة الحجم أحد الأنواع الثلاثة :

أ - غلة الحجم المتناقصة : إذا ترتب عن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة t (مثلا ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنسبة أقل من t) .

ب- غلة الحجم الثابتة : تكون أمام هذا النوع من أنواع غلة الحجم إذا ترتب عن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة t (مثلا ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنفس تلك النسبة t) .

ت- غلة الحجم المتزايد : نكون أمام هذا النوع من أنواع غلة الحجم إذا ترتب عن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة t (مثلا ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنسبة أكبر من t) .

و لمعرفة إذا كانت غلة الحجم متناقصة ثابتة أو متزايدة هناك عدة طرق منها :

مرونة الحجم : وهي مجموع المرونات الجزئية لعوامل الإنتاج. فإذا كان $\sqrt$

المجموع :

يساوي 1: غلة الحجم ثابتة.

أكبر من 1: غلة الحجم متزايدة.

أقل من 1: غلة الحجم متناقصة.

درجة تجانس الدالة : إن درجة تجانس الدالة تعكس نوعية غلة الحجم ، نقول $\sqrt$

عن دالة الإنتاج $Q = f(K, L)$ أنها متجانسة من الدرجة n إذا ترتب عن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة t (مثلا ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنسبة) (وهذا يعني ضرورة تحقق الشرط التالي :

$$Q = f(tk, tL) = t^n \times f(K, L) = t^n \times Q$$

➤ $n = 1$: أي $(t^n = t)$ أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة t أدى إلى

مضاعفة الإنتاج الكلي بنفس النسبة (t^{n-1}) ، وهذه غلة الحجم الثابتة .

➤ $n < 1$: أي $(t^n < t)$ أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة t أدى إلى

مضاعفة الإنتاج الكلي بنسبة أقل أي $(t^{n < 1})$ ، وهذه غلة الحجم المتناقصة .

➤ $n > 1$: أي $(t^n > t)$ أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل ورأس المال بنفس النسبة t أدى إلى

مضاعفة الإنتاج الكلي بنسبة أكبر أي $(t^{n > 1})$ ، وهذه غلة الحجم المتزايدة .

ملاحظة : يمكن التأكد أيضا من تجانس الدالة باستخدام شرط Euler بأن يتحقق ما يلي :

$$\frac{\delta(l,k)}{\delta l} \times L + \frac{\delta(l,k)}{\delta k} \times K = n f(l,k)$$

1. حالة الإنتاج من نوع كوب دوغلاس : تعتبر دالة كوب دوغلاس من أشهر الدوال المتجانسة و الأكثر استعمالا في التحليل الإقتصادي الجزئي والكلي والشكل العام والمبسط لهذه الدالة هو 12 :

$$Q = AK^\alpha L^\beta \text{ ، حيث : } 0 < \alpha, \beta < 1$$

¹¹ إيمان عطية ناصف النظرية الاقتصادية الجزئية ، المكتب الجامعي الحديث ، الإسكندرية، 2007، ص 228

¹² غراب رزيقة ، الإقتصاد الجزئي (المرونات)، مركز الكتاب الأديمي، عمان، ط 2014، ص 164.

العوامل التكنولوجية المؤثرة في العملية الإنتاجية A:

هما ثابتان موجبان حيث هي مرونة الإنتاج الجزئي للعمل ، و مرونة الإنتاج الجزئي بالنسبة لرأس المال .

✓ خواص دالة الإنتاج من نوع كوب دوغلاس : إن دالة الإنتاج من نوع كوب دوغلاس تحقق العلاقة التالية :

$$Q = f(tK, tL) = t^{(\alpha+\beta)} \times f(K, L).$$

وبالتالي تكون دالة كوب دوغلاس متجانسة من الدرجة (alpha + beta) وعليه تكون غلة الحجم:

غلة الحجم متزايدة . 1 > (+) .

غلة الحجم متناقصة . 1 < (+) .

غلة الحجم ثابتة . 1 = (+) .

دالة إنتاج كوب دوغلاس تحقق متطابقة Euler:

$$\frac{\delta(l,k)}{\delta l} \times L + \frac{\delta(l,k)}{\delta k} \times K = n f(l,k)$$

تمارين تدريبية مع الحلول النموذجية :

التمرين الأول:

يبين الجدول التالي كميات الانتاج الكلي للسلعة X المتحصل عليها من استخدام كميات من عنصر العمل L وكميات من عنصر رأس المال K.

Q _x	12	23	33	41	48	54	57
L	01	02	03	04	05	06	07
Q _x	16	28	39	49	58	66	72
K	01	02	03	04	05	06	07

المطلوب :

إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج العمل L ورأس المال K على التوالي: $2u_m = PK$ و $1u_m = PL$ وكانت التكلفة الثابتة .

بين كيف ينفق المنتج الرشيد ميزانيته المقدرة بـ 18 ون . -

التمرين الثاني :

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $Q = 10K^{1/2} L^{1/2}$

إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج العمل ورأس المال على الترتيب هي : 03 ون ، 02 ون ، و ميزانية قدرها 1000 ون

المطلوب :

1- اوجد كمية الإنتاج المثلى.

2- اوجد معادلة منحنى الناتج المتساوي الذي يمر من نقطة التوازن.

3- ما هي أدنى تكلفة لإنتاج 50 وحدة ؟

التمرين الثالث:

تأخذ دالة إنتاج إحدى المؤسسات الشكل التالي : حيث: $Q = bLK$ ، ثوابت

المطلوب :

1- ما نوع الدالة وما هي خصائصها ؟

2- احسب و علما أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5 ، ودالة الإنتاج متجانسة من الدرجة الثانية .

3- إذا اعتبرنا أن $3/2 =$ و $1/2 =$ و $b=2$ ، أوجد درجة تجانس هذه الدالة بطريقتين .

4- أوجد دوال الإنتاجية الحدية) (

5- أوجد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني (TMST) لهذه الدالة

6- باعتبار أن أسعار عوامل الإنتاج والعمل ورأس المال هي على الترتيب 09 ون ، 03 ون ، وقيمة التكاليف اللازمة لذلك هي 500 ون .

اوجد الكميات المثلى من عوامل الإنتاج k و l التي تعظم الإنتاج .

1- ما هو الحد الأدنى من التكاليف الموافقة لإنتاج قدره 300 و ، باعتبار أن أسعار عوامل الإنتاج تبقى ثابتة .

2- أوجد مختلف مروّنات إنتاج هذه الدالة ، كم تصبح مرونة الإنتاج الرأس المال عند رفع هذا الأخير 20 %

التمرين الرابع :

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية :

حيث : $L > 1$ و Q كمية الإنتاج ، K, L عوامل الإنتاج رأس المال و العمل .

إذا كانت $Q = 01u$; $PK = 2um$; $PL = 3um$

المطلوب :

1- حدد معادلة منحنى الناتج المتساوي عند $Q = 01$ ، ثم مثلها بيانيا .

2- ما هي كمية عوامل الإنتاج التي تعطي أدنى تكلفة ممكنة ؟

التمرين الخامس:

إذا كانت دالة إنتاج مؤسسة على الشكل التالي $Q = k_2 - k_1 + 2L^2$

المطلوب :

1- ما هي درجة تجانس هذه الدالة ؟ ماذا تستنتج ؟

2- حدد مسار التوسع الإنتاجي إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج PK ; PL على الترتيب ون ماذا يعني هذا المسار ؟ 04 ، ون 02

ما هو أمثل إنتاج للمؤسسة إذا كانت ميزانيتها تقدر ب 100 ون . 3-

التمرين السادس:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية :

حيث : K و L عنصري الإنتاج رأس المال والعمل .

المطلوب :

- 1- إذا علمت أن : ، ماذا يمثل هذا المنحنى ؟
- 2- إذا كانت A نقطة من نفس المنحنى السابق ، إحداثياتها :
- حدد المعدل الحدي للإحلال التقني عند هذه النقطة وما هو مدلوله $A(L, k) = (1, 1)$ الاقتصادي.

- 1- أحسب الإنتاج الحدي لعنصري الإنتاج العمل ورأس المال P_{ml} ; P_{mk} عند النقطة A وحدد العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال التقني والإنتاج الحدي عند أي نقطة .

- 2- حدد طبيعة غلة الحجم .

التمرين السابع :

لتكن صيغة دالة الإنتاج الكلي لمؤسسة صناعية ، حيث تمثل كمية الإنتاج المحققة، وتعتبر K و L عن كميات رأس المال والعمل المستخدمة .

المطلوب:

- 1- إيجاد عبارات دوال الإنتاجية الحدية والمتوسطة لهذه المؤسسة، وذلك بالنسبة لعنصري الإنتاج؛
- 2- تحديد درجة تجانس هذه الدالة الإنتاجية؛
- 3- تحديد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني لهذه المؤسسة $TMSTL, K$ ، وشرح معنى أن تكون قيمته مساوية لـ 2،
- 4- إذا كان سعرا عاملي الإنتاج، $PL = 10um$ ، $Pk = 20um$ ، وكانت قيمة التكاليف $CT = 300$ الكلية

- 1- حدد (ي) عبارة المسار الأمثل لتوسع هذه المؤسسة؛
- 2- أوجد (ي) الكميات المثلى (التوازنية) من عاملي الإنتاج ، وذلك باستخدام طريقة مضاعف لا غرونج؛

- 3- لو وصلت طلبية لهذه المؤسسة تتضمن طلب 146 وحدة من إنتاجها، ومقابل حصولها على ربح يقدر بوحدة نقدية واحدة عن كل وحدة من المنتج، فكم سيكون سعر بيع الوحدة الواحدة؟ وكم سيكون مقدار الربح الكلي الذي ستحققه فعلا في وضع توازنها ؟

الحلول النموذجية :

حل التمرين الأول :

Q_x	12	23	33	41	48	54	57
-------	----	----	----	----	----	----	----

L	01	02	03	04	05	06	07
PmL	12	11	10	8	7	6	3
$\frac{PmL}{Pl}$	12	11	10	8	7	6	3
Q _x	16	28	39	49	58	66	72
K	01	02	03	04	05	06	07
PmK	16	12	11	10	9	8	6
$\frac{Pmk}{Pk}$	8	6	5.5	5	4.5	4	3

لدينا أسعار عوامل الإنتاج العمل L ورأس المال K على التوالي : $1u_m = PL = 02$; PK والتكلفة الثابتة $CF = 8u_m$

لمعرفة كيف ينفق المنتج الرشيد ميزانيته المقدرة بـ 18 ونستخدم شرطي توازن المنتج ، والتوليفة التي تحقق الشرطين هي التوليفة المثلى التي يخصص لها ميزانيته : من خلال الجدول أعلاه نلاحظ أنه توجد ثلاث توليفات تحقق الشرط الأول لتوازن المنتج ، والتوليفة المثلى هي التي تحقق الشرط الثاني أيضا أي ينبغي أن تستنفذ كامل الميزانية المقدرة بـ 18 ون .

$$\begin{cases} \frac{PmL}{Pl} = \frac{Pmk}{Pk} = 8 \rightarrow (l, k) = (4, 1) \\ CT = (LPl + KPk) + CF \rightarrow CT = 4(1) + 1(2) + 8 = 14 \neq 18 \end{cases}$$

ومنه التوليفة المثلى هي $(l, k) = (6, 2)$: و ينفق عليها المنتج كامل ميزانيته.

حل التمرين الثاني :

: إيجاد كمية الإنتاج المثلى - 01

$$\begin{cases} \text{Max} \rightarrow Q = f(L, K) \\ \text{s/c : } CT = LPl + KPk \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Max} \rightarrow Q = 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}} \\ \text{s/c : } 1000 = 3l + 2k \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولا صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}} + (1000 - 3l - 2k) \rightarrow \text{Max}$$

لإيجاد التوليفة المثلى (L, K) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

- **شروط الدرجة الأولى (الضرورية) (FOC) : يشترط في أن تكون المشتقات**

الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L, K) ، مساوية للصفر

وذلك على النحو التالي :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta l} = 0 \rightarrow 5l^{-\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{2}} - 3\lambda = 0 \dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta k} = 0 \rightarrow 5l^{\frac{1}{2}}k^{-\frac{1}{2}} - 2\lambda = 0 \dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 1000 - 3l - 2k = 0 \dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و (02) نجد:

$$\lambda = \lambda \Rightarrow \frac{5k^{\frac{1}{2}}}{3l^{\frac{1}{2}}} = \frac{5l^{\frac{1}{2}}}{2k^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 3l = 2k \Rightarrow k = \frac{3}{2}l \text{ , } l = \frac{2}{3}k \dots\dots (4)$$

$$(3), (4) \rightarrow 1000 - 3\left(\frac{2}{3}k\right) - 2k = 0 \rightarrow \begin{cases} k = 250 \\ l = 166.66 \end{cases}$$

التوليفة المثلى: $(l^*=166.66, k^*=250)$

- شروط الدرجة الثانية (الكافية) (SOC):

$$MHB: \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial l \partial l} & \frac{\partial L}{\partial l \partial k} & \frac{\partial L}{\partial l \partial \lambda} \\ \frac{\partial L}{\partial k \partial l} & \frac{\partial L}{\partial k \partial k} & \frac{\partial L}{\partial k \partial \lambda} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial l} & \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial k} & \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial \lambda} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow MHB: \begin{bmatrix} [-5/2l^{-3/2}k^{1/2}] & [5/2l^{-1/2}k^{-1/2}] & [-3] \\ [5/2l^{-1/2}k^{-1/2}] & [-5/2l^{1/2}k^{3/2}] & [-2] \\ [-3] & [-2] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow MHB_{(l=166.66; k=250)}: \begin{bmatrix} [-0.01837] & [0.0122] & [-3] \\ [0.0122] & [-0.00813] & [-2] \\ [-3] & [-2] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Det MHB_{(l=166.66; k=250)} = +0.2934 > 0$$

ومنه التوليفة المثلى : $(l^*=166.66u, k^*=250u)$ ، هي التي تعطي أعظم إنتاج

$$Q^{Max} = 2041.2230 u$$

- معادلة منحنى الناتج المتساوي الذي يمر من نقطة التوازن 02:

$$Q = 10K^{(\frac{1}{2})}L^{(\frac{1}{2})} \rightarrow K^{(\frac{1}{2})} = \frac{Q_x}{10l^{(\frac{1}{2})}} \rightarrow k = \frac{Q_x^{(2)}}{100l} \rightarrow k = \frac{2041.2230^{(2)}}{100l}$$

وهي معادلة منحنى الناتج المتساوي

أدنى تكلفة لإنتاج 50 وحدة : 03-

$$\begin{cases} \text{Min} \rightarrow CT = LPl + KPk \\ s/c : Q = f(L, K) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Min} \rightarrow CT = 3l + 2k \\ s/c : 50 = 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولا صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = 3l + 2k + \left(50 - 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}} \right) \rightarrow \text{Min}$$

لإيجاد التوليفة المثلى (l, k) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

شروط الدرجة الأولى (الضرورية) (FOC) : يشترط في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج بالنسبة لكل متغير (L, K), مساوية للصفر وذلك على النحو التالي :

$$SL \ 3 \ 03-51-\kappa\lambda = 0 \rightarrow \lambda = SL \ 51-5(K)..... 3 \ L1 \ ... \ (01)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta L}{\delta L} = 0 \rightarrow 3 - 5l^{\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{2}} = 0 \rightarrow \frac{3}{5l^{-1/2}k^{1/2}} = \frac{3}{5} \left(\frac{L}{K} \right)^{\frac{1}{2}} (01) \\ \frac{\delta L}{\delta L} = 0 \rightarrow 2 - 5l^{\frac{1}{2}}k^{-1/2} = 0 \rightarrow \frac{2}{5l^{1/2}k^{-1/2}} = \frac{2}{5} \left(\frac{L}{K} \right)^{\frac{1}{2}} (02) \\ \frac{\delta L}{\delta L} = 0 \rightarrow 50 - 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}} = 0 \rightarrow (03) \end{array} \right.$$

التوليفة المثلى: (l*=4.0824u, k*=6.1237u)

شروط الدرجة الثانية (الكافية) (SOC) : نستخرج المصفوفة الهيسية ثم نحسب المحدد الهيسي ويشترط أن يكون سالب لأن دالة الهدف هي تدنية التكاليف

MHB:

$$\left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial L}{\partial l \partial l} & \frac{\partial L}{\partial l \partial k} & \frac{\partial L}{\partial l \partial \lambda} \\ \frac{\partial L}{\partial k \partial l} & \frac{\partial L}{\partial k \partial k} & \frac{\partial L}{\partial k \partial \lambda} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial l} & \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial k} & \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial \lambda} \end{array} \right] \rightarrow$$

$$MHB: \left[\begin{array}{ccc} [-5/2l^{-3/2}k^{1/2}\lambda] & [-5/2l^{-1/2}k^{-1/2}\lambda] & [-5l^{-1/2}k^{1/2}] \\ [-5/2l^{-1/2}k^{-1/2}\lambda] & [5/2l^{1/2}k^{-3/2}\lambda] & [-5l^{1/2}k^{-1/2}] \\ [-5l^{-1/2}k^{1/2}] & [-5l^{1/2}k^{-1/2}] & [0] \end{array} \right]$$

$$\rightarrow MHB_{(l=4.0824; k=6.1237)} : \begin{bmatrix} [-0.367] & [-0.2448] & [-6.123] \\ [-0.2448] & [0.1630] & [-4.0822] \\ [-6.123] & [-4.0822] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Det MHB_{(l=4.0824; k=6.1237)} = -12.2319 < 0$$

ومنه التوليفة المثلى : $(l^* = 4.0824u; k^* = 6.1237u)$ ، هي التي تعطي أدنى تكلفة

$$CT^{Min} = 24.4946um$$

حل التمرين الثالث :

نوع الدالة وما هي خصائصها : الدالة هي دالة كوب دوغلاس ومن أهم خصائصها : 01-

إن دالة الإنتاج من نوع كوب دوغلاس من أكثر الدوال المتجانسة بحيث تحقق العلاقة التالية :

$$Q = f(tK, tL) = t^{(\alpha+\beta)} \times f(K, L).$$

وبالتالي تكون دالة كوب دوغلاس متجانسة من الدرجة $(+)$ (وعليه تكون غلة الحجم :

غلة الحجم متزايدة. $(+) > 1$

غلة الحجم متناقصة. $(+) < 1$

غلة الحجم ثابتة. $(+) = 1$

دالة إنتاج كوب دوغلاس تحقق متطابقة Euler.

المرونة الجزئية للعمل e_L =

المرونة الجزئية لرأس المال e_L =

حساب و علما أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5 ، ودالة الانتاج متجانسة من-02
الدرجة الثانية : لدينا

$$e_L = 0.5, + = 2 \rightarrow - = 2 - = 1.5$$

إذا اعتبرنا أن $3/2 =$ و $b = 2$ ، تحديد غلة الحجم بطريقتين : -03

حسب درجة تجانس الدالة :

$$f(tK, tL) = t^{(\alpha+\beta)} \times f(K, L) = t^{(2)} 2L^{(\frac{3}{2})} K^{(\frac{1}{2})}$$

الدالة متجانسة من الدرجة الثانية ومنه غلة الحجم متزايدة .

حسب مرونة الحجم :

ومنه غلة الحجم متزايدة: $e_L + e_K = + = 2$

$$\frac{\delta f(l, k)}{\delta l} \times L + \frac{\delta f(l, k)}{\delta k} \times k = \rightarrow 3L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}} L + K^{\frac{3}{2}} K^{\frac{1}{2}} K$$

$$\rightarrow 4L^{3/2}K^{1/2}$$

04) تحديد دوال الإنتاجية الحدية والمتوسطة (PmL, Pmk, Pml, PMl) -

$$PmL = \frac{\delta f(l,k)}{\delta l} = bL^{\alpha-1}K^{\beta} = 3L^{1/2}K^{1/2}$$

$$Pmk = \frac{\delta f(l,k)}{\delta k} = \beta bL^{\alpha}K^{\beta-1} = L^{1/2}K^{-1/2}$$

$$PML = \frac{Q}{L} = bL^{\alpha-1}K^{\beta} = 3L^{1/2}K^{1/2}$$

$$PMk = \frac{Q}{K} = bL^{\alpha}K^{\beta-1} = 2L^{3/2}K^{-1/2}$$

05 : لهذه الدالة (TMST) تحديد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني -

$$TMST_{L,k} = \frac{-PmL}{PmK} = \frac{3L^{(1/2)}K^{(1/2)}}{L^{(1/2)}K^{(-1/2)}} = \frac{-3K}{L}$$

06 - باعتبار أن أسعار عوامل الإنتاج والعمل ورأس المال هي على الترتيب 09 وون ، 03 وون ، وقيمة التكاليف اللازمة لذلك هي 500 وون .

تحديد الكميات المثلى من عوامل الإنتاج (1) التي تعظم الانتاج .

$$\begin{cases} \text{Max} \rightarrow Q = f(L,K) \\ \text{s/c : } CT = LPl + KP_k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Max} \rightarrow Q = 2L^{(3/2)}K^{(1/2)} \\ \text{s/c : } 500 = 9l + 3k \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة يتم أولاً صياغة دالة لاغرونج وفق النحو التالي :

$$L = 2L^{3/2}K^{1/2} + \lambda(1000 - 9l - 3k) \rightarrow \text{Max}$$

لإيجاد التوليفة المثلى (l,k) والتي تحقق توازن المنتج يستلزم تحقق الشرطين التاليين :

شروط الدرجة الأولى (الضرورية) (FOC) : يشترط في أن تكون المشتقات

الجزئية الأولى لمضاعف لاغرونج

بالنسبة لكل متغير (L,K)، مساوية للصفر وذلك على النحو التالي :

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta l} = 0 \rightarrow 3l^{1/2}k^{1/2} - 9\lambda = 0 \dots\dots\dots (01) \\ \frac{\delta L}{\delta k} = 0 \rightarrow l^{3/2}k^{-1/2} - 3\lambda = 0 \dots\dots\dots (02) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 500 - 9l - 3k = 0 \dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و (02) نجد:

$$\lambda = \lambda \Rightarrow \frac{3k^{1/2}}{9l^{-1/2}} = \frac{l^{3/2}}{3k^{1/2}} \Rightarrow 9l = 9k \Rightarrow k = l \dots (4)$$

$$(3), (4) \rightarrow 500 - 9(k) - 3k = 0 \rightarrow \begin{cases} k = 41.66u \\ l = 41.66u \\ Q^{Max} \approx 3471u \\ \lambda = 13.887 \end{cases}$$

التوليفة المثلى: $l^*=k^*=41.66u$

شروط الدرجة الثانية (الكافية) SOC):

$$MHB: \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial l \partial l} & \frac{\partial L}{\partial l \partial k} & \frac{\partial L}{\partial l \partial \lambda} \\ \frac{\partial L}{\partial k \partial l} & \frac{\partial L}{\partial k \partial k} & \frac{\partial L}{\partial k \partial \lambda} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial l} & \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial k} & \frac{\partial L}{\partial \lambda \partial \lambda} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow MHB: \begin{bmatrix} [3/2 l^{-1/2} k^{1/2}] & [3/2 l^{1/2} k^{-1/2}] & [-9] \\ [3/2 l^{1/2} k^{-1/2}] & [-1/2 l^{3/2} k^{-3/2}] & [-3] \\ [-9] & [-3] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow l = k \rightarrow MHB_{(l=41.66, k=41.66)}: \begin{bmatrix} [3/2] & [3/2] & [-9] \\ [3/2] & [-1/2] & [-3] \\ [-9] & [-3] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{Det } MHB_{(l=41.66; k=41.66)} = +108 > 0$$

ومنه التوليفة المثلى: $l^*=k^*=41.55u$ ، هي التي تعطي أعظم إنتاج

$$Q^{Max} \approx 3471u$$

الحد الأدنى من التكاليف الموافقة لإنتاج قدره 300 و باعتبار أن أسعار عوامل الإنتاج-07 تبقى ثابتة:

باستخدام شرطي توازن المنتج:

$$\begin{cases} \frac{PmL}{Pl} = \frac{Pmk}{Pk} \Rightarrow \frac{3l^{1/2} k^{1/2}}{9} = \frac{l^{3/2} k^{-1/2}}{3} \Rightarrow k = l \dots (1) \\ 300 = 2L^{(3/2)} K^{(1/2)} \rightarrow 300 = 2L^{(3/2)} l^{(1/2)} \rightarrow l = 12.24u = k \end{cases}$$

$$\Rightarrow CT = 12.24(9) + 12.24(3) \approx 147um$$

08- تحديد مختلف مروّنات إنتاج هذه الدالة، وكم تصبح مرونة الإنتاج لرأس المال عند رفع هذا الأخير ب 20%

المرونة الجزئية للعمل

المرونة الجزئية لرأس المال

تصبح مرونة الإنتاج لرأس المال 10 عند رفع هذا الأخير بـ 20%

حل التمرين الرابع :

. و تمثيلها بيانيا ، $Q = 1u$: تحديد معادلة منحنى الناتج المتساوي عند -1

لدينا :

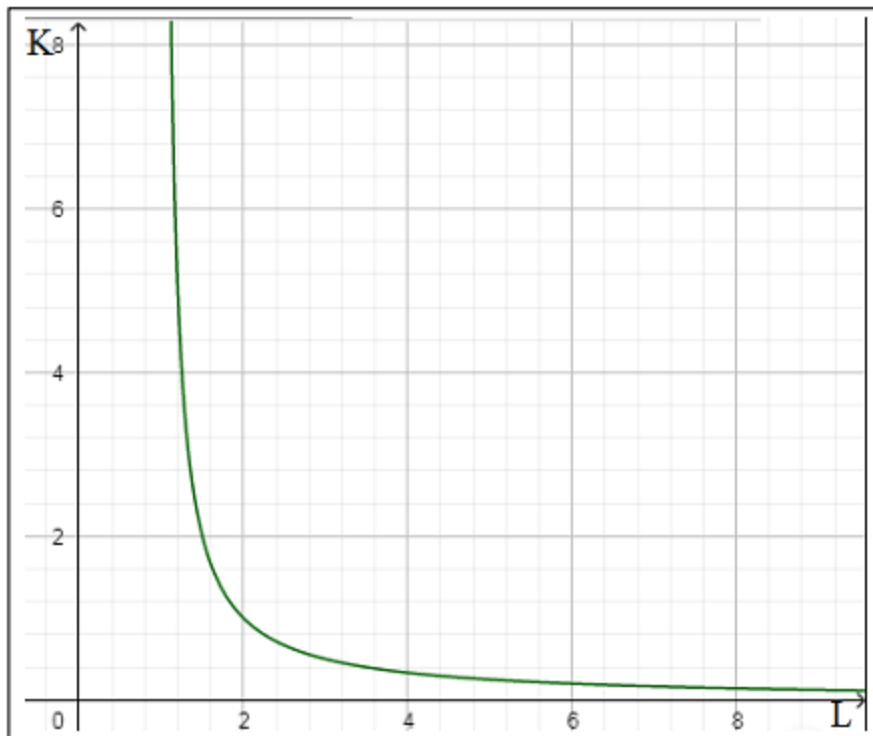
$$Q = (L - 1)^{1/4} K^{1/4}$$

$$Q = 1 \Rightarrow (L - 1)^{1/4} K^{1/4} = 1$$

$$\Rightarrow K^{1/4} = \frac{1}{(L-1)^{1/4}}$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{L-1} \quad \text{و هي معادلة منحنى الناتج المتساوي}$$

التمثيل البياني:



: إيجاد كمية عوامل الإنتاج التي تدني التكلفة -2

$$\begin{cases} \text{Min } CT : CT = 3L + 2K \\ S/C : Q = 1u \end{cases}$$

$$\mathcal{L} = 3L + 2K + \lambda \left(1 - (L - 1)^{1/4} K^{1/4} \right)$$

1) الشرط الضروري: F.O.C

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 \Rightarrow 3 - \frac{1}{4} \lambda (L-1)^{-\frac{3}{4}} K^{\frac{1}{4}} = 0 \dots\dots\dots (1) \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 0 \Rightarrow 2 - \frac{1}{4} \lambda (L-1)^{\frac{1}{4}} K^{-\frac{3}{4}} = 0 \dots\dots\dots (2) \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 1 - (L-1)^{\frac{1}{4}} K^{\frac{1}{4}} = 0 \dots\dots\dots (3) \end{cases}$$

$$(1), (2): \lambda = \lambda \Rightarrow K = \frac{3}{2} (L-1) \dots\dots\dots (4)$$

$$(3), (4) \Rightarrow L-1 = 0,8164$$

$$\Rightarrow L = 1.8164 \text{ u}$$

$$\Rightarrow K = 1.2247 \text{ u}$$

2) الشرط الكافي S.O.C

$$\text{MHB} : \begin{bmatrix} \left[\frac{3}{16} \lambda (L-1)^{-\frac{7}{4}} K^{\frac{1}{4}} \right] & \left[\frac{-1}{16} \lambda (L-1)^{-\frac{3}{4}} K^{-\frac{3}{4}} \right] & \left[\frac{-1}{4} (L-1)^{-\frac{3}{4}} K^{\frac{1}{4}} \right] \\ \left[\frac{-1}{16} \lambda (L-1)^{-\frac{3}{4}} K^{-\frac{3}{4}} \right] & \left[\frac{3}{16} \lambda (L-1)^{\frac{1}{4}} K^{-\frac{7}{4}} \right] & \left[\frac{-1}{4} (L-1)^{\frac{1}{4}} K^{-\frac{3}{4}} \right] \\ \left[\frac{-1}{4} (L-1)^{-\frac{3}{4}} K^{\frac{1}{4}} \right] & \left[\frac{-1}{4} (L-1)^{\frac{1}{4}} K^{-\frac{3}{4}} \right] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\text{DMHB} = \begin{vmatrix} (2,7562) & (-0.6124) & (-0.3062) \\ (-0.6124) & (1.2247) & (-0.2041) \\ (-0.3062) & (-0.2041) & (0) \end{vmatrix}$$

$L = 1.8164$
 $K = 1.2247$

$$\Rightarrow \text{DMHB} = -0.3928 < 0$$

$L = 1.8164$
 $K = 1.2247$

و منه التوليفة: $(L=1.8164\text{u}, K=1.2247\text{u})$ تحقق شروط الدرجة الأولى و أيضا شروط الدرجة الثانية، وهي التوليفة التي تدني تكاليف الإنتاج للمؤسسة.

3- حساب قيمة تكاليف الإنتاج للمؤسسة :

$$CT = 3L + 2K = (3 * 1.8164) + (2 * 1.2247)$$

$$\Rightarrow CT = 7,8986 \text{ um}$$

حل التمرين الخامس :

1- درجة تجانس الدالة :

$$Q(tK, tL) = (tK)^2 - (tKtL) + 2(tL)^2$$

$$Q(tK, tL) = t^2 (K^2 - KL + 2L^2) = t^2 Q$$

الدالة متجانسة من الدرجة الثانية و منه غلة الحجم لهاته المؤسسة متزايدة. $r=2$.

2- تحديد المسار الأمثل للتطور :

$$\frac{p_{ml}}{p_l} = \frac{p_{mk}}{p_k} \Rightarrow \frac{-K+4L}{2} = \frac{2K-L}{4}$$

$$-2K + 8L = 2K - L \Rightarrow 9L = 4K \Rightarrow K = \frac{9}{4}L$$

يمثل هذا المسار مجموع توليفات عناصر الإنتاج LK المثلى و التي تحقق أعظم إنتاج للمنتج عند مستويات مختلفة للميزانية مع ثبات أسعار عوامل الإنتاج.

3- حساب أمثل إنتاج عند: $CT=100u.m$

$$\begin{cases} \text{MAX } Q: Q_x = K^2 - KL + 2L^2 \\ \text{S/C: } CT = 2L + 4K = 100 \end{cases}$$

$$\mathcal{L} = K^2 - KL + 2L^2 + \lambda (100 - 2L - 4K)$$

F.O. C (1 : الشرط الضروري

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 \Rightarrow -K + 4L - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{-K + 4L}{2} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 0 \Rightarrow 2K - L - 4\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{2K - L}{4} \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 100 - 2L - 4K = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$(1), (2) \Rightarrow K = \frac{9}{4}L \dots\dots\dots(4)$$

نعوض المعادلة (4) في المعادلة (3) نجد:

$$L = 9.09u \quad K = 20.45u \quad Q = 314.94u$$

2) S.O.C: الشرط الكافي

$$\text{MHB: } \begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & -4 \\ -2 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{DMHB} = 4(0 - 16) - (-1)(0 - 8) + (-2)(4 + 4)$$

$$\text{DMHB} = -104 < 0$$

المحدد سالب يعني أن هذا الحل لا يعظم إنتاج المؤسسة، بل يدنيه والمقصود بذلك هو أن هذا الإنتاج هو أدنى إنتاج يمكن أن تنتجه المؤسسة في أسوأ الظروف. وأن دالة الإنتاج لهاته المؤسسة لا يمكن من خلالها حساب الإنتاج الأعظمي.

حل التمرين السادس:

$$1- \quad Q = 10L^{1/4}K^{1/4}$$

$$Q = 10 \Rightarrow 10L^{1/4}K^{1/4} = 10$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{L}$$

و هي تمثل معادلة منحنى الناتج المتساوي

2- حساب المعدل الحدي للإحلال التقني عند النقطة A

$$TMST_{L,K} = \frac{-PML}{PMK} = \frac{-2.5 L^{-3/4} K^{1/4}}{2.5 L^{1/4} K^{-3/4}} = \frac{-K}{L}$$

$$A(L, K) = (1, 1) \Rightarrow TMST_{L,K}(A) = -1$$

-معدل الإحلال التقني عند النقطة A يساوي 1- مما يعني أن المنتج عليه أن يضحي بوحدة واحدة من عنصر رأس المال وإحلالها بوحدة واحدة من عنصر العمل ليحافظ على نفس مستوى الإنتاج.

3- حساب الإنتاج الحدي لكل من K و L :

$$PML = 2.5 L^{-3/4} K^{1/4} = 2.5$$

$$PMK = 2.5 L^{1/4} K^{-3/4} = 2.5$$

العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال التقني و الإنتاج الحدي :

$$TMST_{K,L} = \frac{-PmL}{PmK}$$

4- طبيعة غلة الحجم :

$$Q_2 = Q(tK, tL) = 10(tL)^{1/4}(tK)^{1/4}$$

$$\Rightarrow Q_2 = 10t^{1/4}L^{1/4}t^{1/4}K^{1/4} \Rightarrow Q_2 = 10t^{2/4}L^{1/4}K^{1/4}$$

$$\Rightarrow Q_2 = t^{1/2}(10L^{1/4}K^{1/4}) \Rightarrow Q_2 = t^{1/2} Q \Rightarrow r = \frac{1}{2} = 0.5$$

و عليه دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة 0,5 و منه غلة الحجم لهاته المؤسسة متناقصة.

حل التمرين السابع :

لدينا دالة إنتاج مؤسسة ما بالشكل التالي :

1-دوال الإنتاجية الحدية والمتوسطة لعنصري الإنتاج العمل ورأس المال (PmL; PMk; (PMI;

Pmk)

$$PmL = \frac{\delta Q}{\delta L} = 6K^{2/5} L^{-2/5}$$

$$Pmk = \frac{\delta Q}{\delta K} = 4K^{-3/5} L^{3/5}$$

$$PML = \frac{Q}{L} = 10K^{2/5} L^{-2/5}$$

$$PMK = \frac{Q}{K} = 10K^{-2/5} L^{3/5}$$

درجة تجانس دالة الإنتاج : 2-

$$Q_1 = 10(tK)^{(2/5)}(tL)^{(3/5)} \Rightarrow Q_1 = 10K^{(2/5)}L^{(3/5)}(t)^{(2/5)+(3/5)} \Rightarrow Q_1 = (t)^{(1)} \left(10K^{(2/5)}L^{(3/5)} \right)$$

بما أن غلة الحجم r تساوي 1 فنقول أن الدالة متجانسة من الدرجة الأولى ومنه غلة الحجم ثابتة.

تحديد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني (TMSTL,K) لهذه الدالة : 3-

$$TMST_{L,k} = -\frac{PmL}{PmK} = -\frac{6K^{(2/5)}L^{(-2/5)}}{4K^{(-3/5)}L^{(3/5)}} = -\frac{3K}{2L}$$

إذا كانت قيمة المعدل الحدي للإحلال التقني (TMSTL,K) مساوية لـ (-) (2) فذلك يعني أن المؤسسة عليها التضحية بوحدين من عنصر رأس المال وإحلالها بوحدة واحدة من عنصر العمل للحفاظ على نفس مستوى الإنتاج.

أ- تحدي معادلة المسار الأمثل لتوسع المؤسسة : (سواء بطريقة لا غرونج أو بطريقة 4- شرطي التوازن)

$$\frac{pml}{pl} = \frac{p mk}{pk} \Rightarrow \frac{6K^{(2/5)}L^{(-2/5)}}{10} = \frac{4K^{(-3/5)}L^{(3/5)}}{20} \Rightarrow k = \frac{1}{3}l$$

ب- حديد الكميات المثلى من عاملي الإنتاج (1) التي تعظم الانتاج .

$$\begin{cases} \text{Max} \rightarrow Q = f(L, K) \\ \text{s/c : } CT = LPl + KPk \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Max} \rightarrow Q = 10K^{(2/5)}L^{(3/5)} \\ \text{s/c : } 300 = 10l + 20k \end{cases}$$

$$L = 10K^{2/5} L^{3/5} + \lambda(300 - 10l - 20k) \rightarrow \text{Max}$$

شروط الدرجة الأولى (الضرورية) FOC):

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta l} = 0 \rightarrow 6K^{(2/5)}L^{(-2/5)} - 10\lambda = 0 \dots\dots\dots (01) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta k} = 0 \rightarrow 4K^{(-3/5)}L^{(3/5)} - 20\lambda = 0 \dots\dots\dots (02) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \rightarrow 300 - 10l - 20k = 0 \dots\dots\dots (03) \end{cases}$$

من (01) و (02) نجد:

$$\lambda = \lambda \Rightarrow \frac{6K^{(2/5)}L^{(-2/5)}}{10} = \frac{4K^{(-3/5)}L^{(3/5)}}{20} \Rightarrow l = 3k \dots\dots\dots (4)$$

$$(3), (4) \rightarrow 300 - 10(3k) - 20k = 0 \rightarrow \begin{cases} k = 6u \\ l = 18u \\ Q^{Max} \approx 116u \end{cases}$$

ج- تحديد سعر البيع لهاته المؤسسة .

المؤسسة لا تستطيع تلبية طلب قدره 146 وحدة، لأن أقصى كمية يمكنها أن تنتجها هي 116 وحدة، و عليه فالمؤسسة ستبيع 116 وحدة. ومنه :

تكلفة الوحدة الواحدة (التكلفة المتوسطة : $Q = 116$ $CT = CM = 2.5862$:

سعر البيع (الحدوي) يساوي تكلفة الوحدة الواحدة + ربح الوحدة الواحدة (:

$$P = CM + 1 = 2,5862 + 1 = 3,5862 \text{ um}$$

الربح الكلي الذي ستحصل عليه المؤسسة الربح الحدوي مضروب في حجم المبيعات:

$$\pi = 1 * 116 = 116 \text{ um}$$

تحليل سلوك المنتج نظرية التكاليف والإيرادات 1.

أولا - نظرية التكاليف :

-تكاليف الإنتاج في الفترة القصيرة :

1- مفهوم التكاليف : التكاليف هي جميع الموارد المالية التي يتحملها المنتج لقاء

حصوله على توليفات محددة من عناصر الإنتاج للقيام بالعملية الانتاجية ، والهدف وراء ذلك هو تعظيم أرباح المؤسسة ، بمعنى تعظيم الفارق بين الإيرادات الكلية التي يمكن أن تتحقق نتيجة بيع ما يمكن إنتاجه وبين مجموع التكاليف الكلية التي تتحملها المؤسسة للقيام بالعمل الانتاجي المناسب .

2- دالة التكاليف في الفترة القصيرة : في الفترة القصيرة يعتمد حجم إنتاج سلعة

معينة على الكمية المستخدمة من عنصر الانتاج المتغير (العمل)، والكمية المستخدمة من عنصر الانتاج الثابت (رأس المال)، ولذلك فإن تكاليف الانتاج التي يتحملها المشروع الانتاجي تتكون من تكلفة عنصر الانتاج المتغير، والذي يعكس التكاليف المتغيرة، ومن تكلفة عنصر الانتاج الثابت ، والذي يعكس التكاليف الثابتة .
تمثل دالة التكلفة العلاقة الرياضية بين حجم التكاليف وحجم الانتاج المحقق عن طريق إنفاق هذه التكاليف و تكتب بصورة عامة بالشكل التالي :

$$CT=f(Q)$$

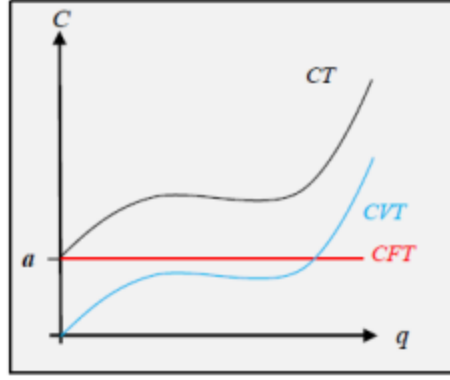
3- التكاليف الكلية في الفترة القصيرة :

أ - التكاليف الثابتة (CF) : هي التكاليف التي تتحملها المؤسسة سواء كان هناك نشاط إنتاجي أو لم يكن نهائيا، فهذه التكاليف لا تتغير مع تغير حجم الانتاج ، وتمثل بشكل أساسي تكلفة المستخدمات الأساسية ، كأقساط التأمين وإيجار المؤسسة ، ويأخذ منحنى التكاليف الثابتة شكل خط مستقيم موازي للمحور الأفقي.

ب . التكاليف الكلية المتغيرة (CV) : هي تكلفة عنصر الانتاج أو عناصر الانتاج المتغيرة اللازمة لإنتاج السلعة ، وهي الجزء من التكاليف في الفترة القصيرة التي تتغير بتغير حجم الانتاج من السلعة ، كتكلفة المواد الأولية ، الأجور ... الخ. فدالة التكاليف المتغيرة هي دالة متزايدة ومنحناها لا يأخذ شكل خطي ، ينطلق من نقطة الأصل إلى أعلى اليمين .

ت - التكاليف الكلية (CT) : التكاليف الكلية في الأمد القصير هي مجموع الاتفاق الفعلي على النشاط الاقتصادي للمؤسسة من وجهة النظر المحاسبية ، أو مجموع الكلف الاقتصادية لعناصر الانتاج الداخلة في العملية الانتاجية من وجهة النظر الاقتصادية ، وهي عبارة عن مجموع التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة ، وتكون التكاليف الكلية مساوية للتكاليف الثابتة عندما يكون حجم الانتاج مساويا للصفر، وتزداد تبعا الزيادة الانتاج نتيجة زيادة التكاليف المتغيرة ، وبيانها منحنى التكاليف الكلية يأخذ شكل منحنى التكاليف المتغيرة غير أنه لا ينطلق من المبدأ ، بل من النقطة a التي تمثل التكاليف الثابتة.

التكاليف الكلية الثابتة والمتغيرة في الفترة القصيرة



4

4- تكاليف الوحدة (المتوسطة) : تعبر تكاليف الوحدة عن نصيب الوحدة الواحدة

المنتجة سواء التكاليف الكلية، الثابتة أو المتغيرة

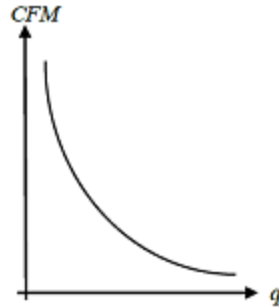
1. متوسط التكاليف الكلية الثابتة (CFM) : تعبر عن نصيب الوحدة الواحدة

المنتجة من التكاليف الثابتة وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الثابتة على عدد الوحدات المنتجة، ويعبر عنها بالعلاقة التالية :

$$CFM = \frac{C_f}{Q}$$

و يأخذ منحنى متوسط التكاليف الكلية الثابتة الشكل التالي :

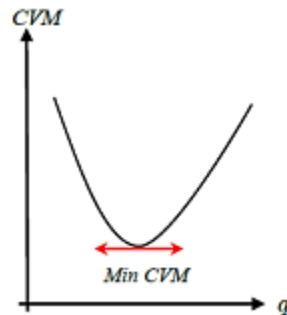
منحنى متوسط التكاليف الكلية الثابتة



2. متوسط التكاليف الكلية المتغيرة (CVM) : تعبر عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة

من التكاليف المتغيرة وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف المتغيرة على عدد الوحدات المنتجة، ويعبر عنها بالعلاقة التالية :

و يأخذ منحنى متوسط التكاليف الكلية المتغيرة شكل حرف ل كما هو موضح :

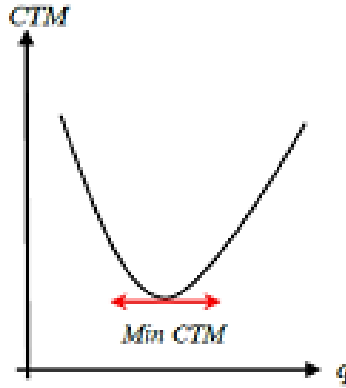


3. متوسط التكاليف الكلية (CTM) : تعبر عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من

التكاليف الكلية وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الثابتة على عدد الوحدات

المنتجة، وهي أيضا مجموع متوسط التكاليف الكلية الثابتة والمتغيرة، ويعبر عنها بالعلاقة التالية :

منحنى متوسط التكاليف الكلية يشبه منحنى متوسط التكاليف الكلية المتغيرة أي يأخذ شكل حرف U كما هو موضح :



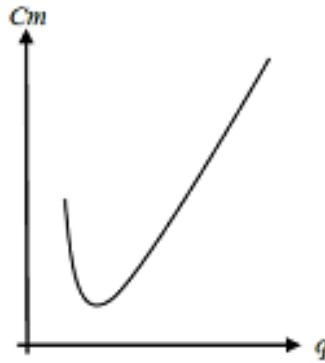
1- **التكلفة الحدية (Cm) :** هي عبارة عن مقدار ما تضيفه كل وحدة منتجة إلى

التكلفة الكلية، أي هي التغير في التكاليف الكلية الناجمة عن التغير أو زيادة الكمية المنتجة بوحدة واحدة، وبما أن التكاليف الكلية الثابتة لا تتغير بتغير حجم الانتاج، يمكن إيجاد التكلفة الحدية بدلالة التكاليف الكلية المتغيرة، ويعبر عن التكلفة الحدية بالعلاقات التالية :

$$Cm = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} \quad \text{حالة البيانات المتقطعة}$$

$$Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q} \quad \text{حالة البيانات المستمرة}$$

ويأخذ منحنى التكلفة الحدية الشكل التالي :



مثال : الجدول التالي يبين مستوى الانتاج وقيمة التكلفة الكلية المقابلة لهذا المستوى :

Q	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
CT	04	10	13	15	16	17.1	18.5	21	27	36

المطلوب :

أوجد التكلفة الكلية الثابتة والمتغيرة
أوجد: Cm, CVM, CFM, CTM

ارسم المنحنيات السابقة ، ماذا تستنتج ؟

الحل :

$$Q=0 \Rightarrow CF=04$$

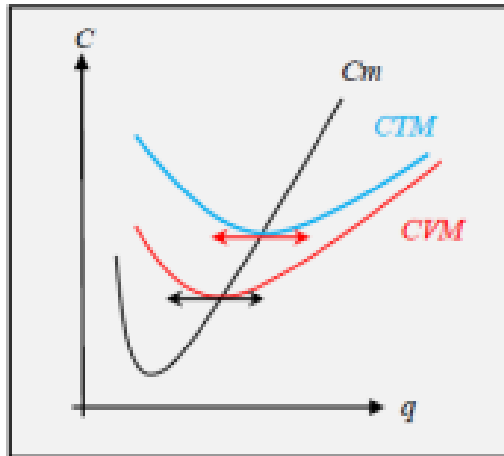
$$CT = CF + CV \Rightarrow CV = CT - CF$$

$$CTM = \frac{CT}{Q}; CVM = \frac{CV}{Q}; CFM = \frac{CF}{Q}; Cm = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$$

Q	00	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CT	4	10	13	15	16	17.5	18.5	21	27	36
CF	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
CV	00	6	9	11	12	13.1	14.5	17	23	32
CTM	/	10	6.5	5	4	3.42	3.08	3	3.37	4
CFM	/	4	2	1.33	1	0.8	0.66	0.57	0.5	0.44
CVM	/	6	4.5	3.66	3	2.62	2.41	2.42	2.87	3.55
Cm	/	6	3	2	1	1.1	1.4	2.5	6	9

التمثيل البياني :

التكلفة الحدية ومتوسط التكاليف الكلية والمتغيرة في الفترة القصيرة



الاستنتاج : من التمثيل البياني أعلاه نستنتج أن :

- ✓ مستقلة عن حجم الانتاج يتحملها المنتج حتى عند $Q = 0$ CFT.
- ✓ تتغير بتغير حجم الانتاج ، لأن زيادة حجم الانتاج يتطلب الزيادة في شراء CVT
- عناصر الانتاج ما يعني الزيادة في تكاليف الانتاج المتغيرة ..

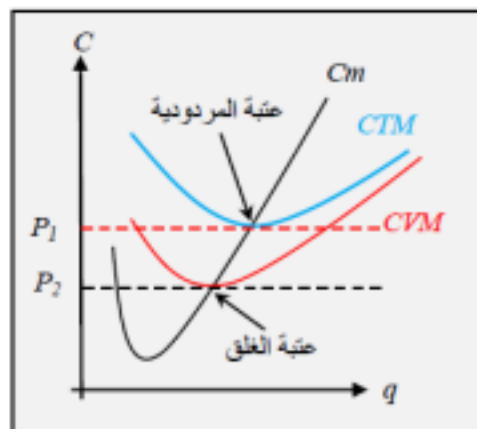
- ✓ منحنى CFM متناقص ، لأن زيادة الانتاج يسمح بتوزيع CF على عدد متزايد من الوحدات المنتجة.
- ✓ شكل منحنى CT معاكس لشكل منحنى دالة الانتاج لأن الانتاج المتزايد يؤدي إلى تكلفة متناقصة والعكس صحيح ، أي التكلفة الكلية متزايدة بمعدل متناقص حتى نقطة الانعطاف وبعدها تتزايد بمعدل متزايد .
- ✓ التكلفة الحدية C_m تتزايد عندما تتناقص الانتاجية الحدية ولذلك يكون شكل منحنى C_m يشبه حرف U، وبما أن التكلفة الحدية هي مشتق التكلفة الكلية فإن هذه الأخيرة تتزايد بمعدل متناقص عند تناقص التكلفة الحدية ، وتمر من نقطة الانعطاف عندما تبلغ التكلفة الحدية نهايتها الصغرى وبعد ذلك تتزايد بمعدل متزايد لأن التكلفة الحدية متزايدة.

- 1- يقطع منحنى التكلفة الحدية منحنى متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة في نقطتهما الدنيا ، وطالما كانت التكلفة الحدية أقل من متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة، فإن زيادة الانتاج تؤدي إلى تناقص متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة، في حين ترتفع التكلفة الكلية و التكلفة الكلية المتغيرة إذا كان منحنى التكلفة الحدية أعلى من متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة

عتبة المردودية وعتبة الغلق: عتبة المردودية تطلق على الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية (Min)، وعندما يتساوى السعر مع الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية يكون الربح معدوم ربح عادي (ويطلق على هذا السعر بعتبة المردودية فهي نقطة تعادل تتساوى عندها التكاليف مع الإيرادات ، وكلما ارتفع السعر عن عتبة المردودية فسيحقق المنتج ربح اقتصادي ، والعكس إذا انخفض سيتحمل خسارة، أما السعر الذي يقابل الحد الأدنى للتكاليف المتغيرة يطلق عليه عتبة الغلق حيث يغطي المنتج جميع التكاليف المتغيرة ويخسر كل التكاليف الثابتة، ويمثل مقدار التكاليف الثابتة أكبر خسارة يمكن أن يتحملها المنتج في الفترة القصيرة ، فإذا زاد السعر عن الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية المتغيرة $MinCVM < Pq$ يستمر المنتج في الانتاج ، وإذا كان أقل $Pq < MinCVM$ يتوقف المنتج عن الانتاج .

عتبة المردودية وعتبة الإغلاق متعلقة بتحليل التكاليف في الفترة القصيرة بينما في الفترة الطويلة نجد فقط مصطلح عتبة المردودية لاعتبار جميع التكاليف تكون متغيرة فيها .

عتبة المردودية وعتبة الإغلاق



مثال: إذا كانت دالة التكلفة المنتج معين معطاة بالشكل التالي :

$$CT = 3Q^2 + 2Q + 1$$

المطلوب : حدد كل من عتبة المردودية وعتبة الإغلاق ؟

الحل :

تحديد عتبة المردودية : -

$$Cm = CTM \text{ ou } P = \text{Min } CTM$$

$$Cm = 6Q + 2 ; CTM = 3Q + 2 + \frac{1}{Q}$$

$$Cm = CTM \rightarrow 6Q + 2 = 3Q + 2 + \frac{1}{Q} \rightarrow Q = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Min}CTM = 5,46um$$

تحديد عتبة الإغلاق : $Cm = CVM \text{ ou } P = \text{Min } CVM$ -

$$Cm = 6Q + 2 ; CTM = 3Q + 2$$

$$Cm = CVM \rightarrow 6Q + 2 = 3Q + 2$$

$$\rightarrow Q = 0 \quad \text{Min}CVM = 2 um$$

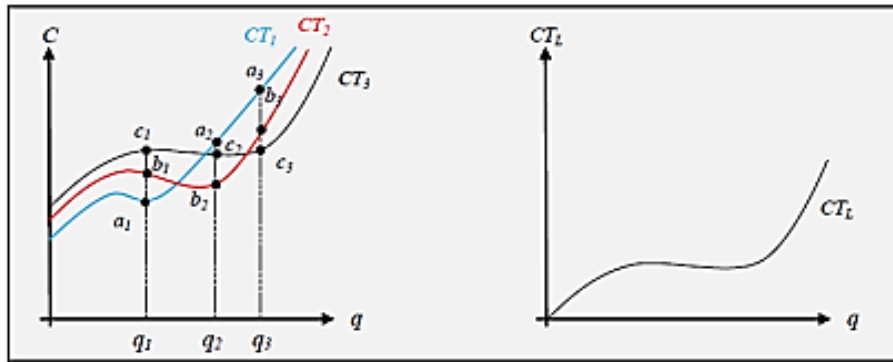
تحليل سلوك المنتج (نظرية التكاليف والإيرادات) 1.

مفهوم التكاليف: هي جميع النفقات المالية التي يتحملها المنتج للحصول على توليفة معينة من عناصر الإنتاج اللازمة للعملية الإنتاجية. الهدف من تحمل هذه التكاليف هو تعظيم أرباح المؤسسة، أي تعظيم الفرق بين الإيرادات الكلية الناتجة عن بيع الإنتاج ومجموع التكاليف الكلية التي تم إنفاقها.

دالة التكاليف في الفترة الطويلة: في الفترة الطويلة، يمكن للمؤسسة تغيير جميع عوامل الإنتاج، بما في ذلك تلك التي كانت ثابتة في الفترة القصيرة. وبالتالي، تصبح جميع التكاليف متغيرة، ولا يوجد تكاليف ثابتة بالمعنى التقليدي. منحنى التكلفة الكلية في الفترة الطويلة (LTC) (هو غلاف Envelope) لمنحنيات التكلفة الكلية في الفترة القصيرة (STC). لكل مستوى إنتاج، تختار المؤسسة حجم المنشأة (مزيج عوامل الإنتاج) الذي يحقق أقل تكلفة ممكنة.

أ - التكاليف الكلية في الفترة الطويلة: يمثل منحنى التكلفة الكلية في الأجل الطويل منحنى غلافًا لمنحنيات التكلفة الكلية في الأجل القصير. وبناءً على ذلك، يسعى المنتج، كلما رغب في تعديل حجم إنتاجه، إلى اختيار الحجم الإنتاجي أو المشروع الذي يحقق له أدنى تكلفة ممكنة. فإذا استهدف إنتاج المستوى Q_1 ، فإنه يختار المشروع الأول لأنه يضمن له أقل تكلفة عند النقطة a_1 ؛ وبذلك تكون a_2 نقطة تماس بين منحنى التكلفة في الأجل القصير ومنحنى التكلفة في الأجل الطويل في الوقت نفسه. وإذا قرر رفع الإنتاج إلى المستوى Q_2 ، فإنه ينتقل إلى المشروع الثاني، لأنه يمنحه تكلفة أقل مقارنةً بالاستمرار في الطاقة الإنتاجية الأولى، التي كان سيتحمل معها تكلفة أعلى عند النقطة b_2 في حال عدم تعديل قدرته الإنتاجية. وبالمثل، إذا أراد زيادة حجم الإنتاج إلى Q_3 ، فإنه يختار المشروع الثالث، لأن قدرته الإنتاجية تتيح له تحقيق هذا المستوى بأدنى تكلفة ممكنة عند النقطة c_3 (انظر الشكل)

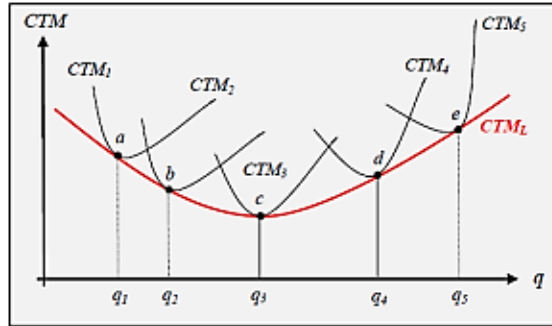
منحنى التكاليف الكلية في الفترة الطويلة



ب- التكلفة المتوسطة في الفترة الطويلة يُعرف منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل (LAC) بأنه منحنى غلاف (Envelope Curve) يحيط بمنحنيات التكلفة المتوسطة في الأجل القصير (SAC). ويأخذ هذا المنحنى شكل حرف U، غير أنه يتسم بقدر أكبر من التسطيح مقارنةً بمنحنيات الأجل القصير. ويرجع هذا الشكل إلى وجود مرحلتين متعاقبتين: مرحلة وفورات الحجم، التي تؤدي إلى انخفاض التكلفة المتوسطة مع توسع الإنتاج، ثم مرحلة عدم وفورات الحجم، التي تؤدي إلى ارتفاع التكلفة المتوسطة بعد تجاوز الحجم الأمثل.

وتمثل النقطة التي يبلغ عندها منحنى LAC أدنى مستوى له الحجم الأمثل للمنشأة أو الحجم الأدنى الكفاء (MES) وفي الأجل الطويل، يمثل منحنى التكلفة المتوسطة الغلاف الذي يضم منحنيات التكلفة المتوسطة قصيرة الأجل. وتجسد كل نقطة على هذا المنحنى أفضلية تكلفة ممكنة بالنسبة لمستوى الإنتاج المقابل. ونظرًا لوجود وفورات الحجم، يتخذ منحنى LAC شكل حرف U؛ إذ تنخفض التكاليف المتوسطة كلما زاد حجم الإنتاج حتى بلوغ الحجم الأمثل، حيث تصل التكلفة المتوسطة إلى أدنى قيمة لها. وبعد هذه النقطة، تؤدي أي زيادة في حجم الإنتاج إلى ارتفاع التكاليف المتوسطة. وعلى المستوى التطبيقي، قد تواجه المنشأة عددًا كبيرًا من الأحجام الإنتاجية الممكنة. فلو افترضنا وجود خمسة أحجام للطاقة الإنتاجية، تمثلها منحنيات التكلفة المتوسطة في الأجل القصير، فإن المنشأة تتمتع بحرية الاختيار بين هذه الأحجام، وستسعى إلى اختيار الحجم الذي يحقق أقل تكلفة ممكنة. ويظهر الشكل أن كل نقطة على منحنى LAC تمثل نقطة تماس مع منحنى SAC المناظر. وبذلك يتكون منحنى التكلفة المتوسطة طويل الأجل من الأجزاء السفلية المتصلة لمنحنيات التكلفة المتوسطة قصيرة الأجل، أي إنه منحنى غلافي يحيط بها. كما يلاحظ أن المنحنيين يكونان سالبين الميل على يسار Q3، مما يعني أن المنشأة تعمل بطاقة إنتاجية أقل من طاقتها القصوى. أما على يمين Q3، فإن المنشأة تتجاوز طاقتها الإنتاجية القصوى. وعند Q3 نفسها، يتحقق الحجم الأمثل للمنشأة، حيث يبلغ منحنى LAC أدنى مستوى له، وتكون نقطة التماس مع منحنى SAC عند الحد الأدنى لهذا الأخير.

متوسط التكاليف الكلية في الفترة الطويلة .



ت- التكلفة الحدية في الفترة الطويلة : هو منحنى يربط النقاط المثلى لمنحنيات التكلفة الحدية في الفترة القصيرة. يقطع منحنى LAC عند أدنى نقطة له، وهو يمثل التغير في أقل تكلفة ممكنة نتيجة زيادة الإنتاج بوحدة واحدة في المدى الطويل

العلاقة بين متوسط التكاليف الكلية والتكلفة الحدية في الفترة الطويلة

ثانيا - الإيرادات :

الإيراد هو القيمة النقدية التي تحصل عليها المؤسسة من بيع منتجاتها. هناك ثلاثة مفاهيم رئيسية للإيراد:

- **الإيراد الكلي (:) هو مجموع ما تحصل عليه المؤسسة من بيع إنتاجها. يحسب -**

ب حيث

هو سعر الوحدة P

هي الكمية المباعة Q.

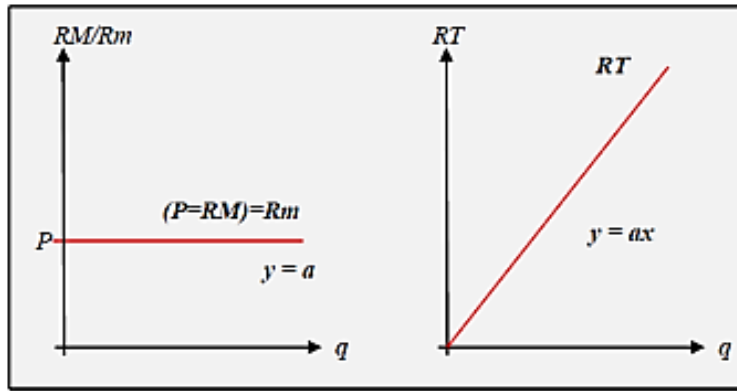
الإيراد المتوسط (:) هو إيراد الوحدة الواحدة المباعة، ويساوي سعر البيع. يحسب ب-

$$AR = TR / Q = P$$

1. الإيراد الحدي (MR): هو التغير في الإيراد الكلي نتيجة بيع وحدة إضافية واحدة. يحسب بـ

ملاحظة: في سوق المنافسة التامة، يكون السعر ثابتاً، وبالتالي .
وعليه فإن منحنيات الإيراد تأخذ الشكل التالي :

منحنيات الإيراد الكلي ، المتوسط والحدي



ثالثاً: القاعدة العامة لتعظيم الربح

بالنسبة للربح أيضاً نميز بين الربح الكلي ، والربح المتوسط والربح الحدي .

- 1- **الربح الكلي: يُعرّف الربح الكلي (Total Profit) بأنه صافي العائد الذي يحققه المنتج، ويُحتسب بوصفه الفرق بين الإيراد الكلي (RT) والتكلفة الكلية (CT).** ويمكن التعبير عن ذلك بالعلاقة التالية:

$$\pi = RT - CT$$

وبما أن كلا من الإيراد الكلي والتكلفة الكلية دالتان في حجم الإنتاج (Q)، فإن الربح الكلي يكون بدوره دالة في حجم الإنتاج :

- 2- **الربح المتوسط (Average Profit) هو ربح الوحدة الواحدة المباعة، ويُحتسب بقسمة الربح الكلي على عدد الوحدات المباعة، وفق العلاقة التالية:**

$$\pi_M = \frac{\pi}{Q}$$

- 3- **الربح الحدي (Marginal Profit) يعبر الربح الحدي عن التغير الحاصل في الربح الكلي نتيجة التغير في الكميات المباعة بوحدة واحدة، أي نسبة التغير في الربح الكلي إلى التغير في الكمية المباعة. ويمكن التعبير عنه بالعلاقة التالية:**

$$\pi m = \frac{\Delta \pi}{\Delta Q}$$

حالة البيانات المتقطعة

$$\pi m = \frac{\delta \pi}{\delta Q}$$

حالة البيانات المستمرة

- 1- **شروط تعظيم الربح : يُقصد بتعظيم الربح تحقيق أقصى فرق موجب بين**
الإيراد الكلي (RT) والتكلفة الكلية (CT). وبما أن الربح دالة في حجم الإنتاج، أي :

فإن القيمة العظمى لهذه الدالة تتحقق عند توافر الشرطين التاليين:

- ✓ **الشرط اللازم : أن تكون المشتقة الأولى لدالة الربح بالنسبة للكمية مساوية**

للصفر

أي .

ويعبر عن ذلك بأن الربح الحدي يساوي الصفر. وهذا الشرط يكافئ أيضاً تساوي
الإيراد الحدي (RM) مع التكلفة الحدية (CM):

- ✓ **الشرط الكافي (شرط الدرجة الثانية): هو أن تكون المشتقة الثانية سالبة**

ويعني ذلك أن دالة الربح مقعرة عند هذه النقطة، وأن الميل الناتج عن الإيراد الحدي
أصبح أقل من الميل الناتج عن التكلفة الحدية، مما يضمن أن النقطة تمثل قيمة
عظمى للربح لا قيمة صغرى.

وبذلك يمكن إجمال الشرطين في العبارة التالية: يتحقق تعظيم الربح عندما يكون الربح
الحدي مساوياً للصفر، وتكون المشتقة الثانية للربح سالبة.

- 1- **اشتقاق دالة عرض المنتج : يمكن الشرط الأول تعظيم الربح في الفترة القصيرة**

في ظل المنافسة من اشتقاق دالة عرض المنتج ، ويقتضي الشرط اللازم تساوي
التكلفة الحدية مع ثمن البيع (Pq=Cm)، فمنحنى العرض هو ذلك الجزء المتصاعد
من منحنى التكلفة الحدية Cm، الذي يبدأ من نقطة تقاطع منحنى التكلفة الحدية
ومتوسط التكلفة المتغيرة CVM أي عند عتبة الغلق ، فكلما كان ثمن البيع في الفترة
القصيرة أقل من الحد الأدنى المتوسط التكلفة المتغيرة يتوقف المنتج عن الإنتاج ،
وكلما كان ثمن البيع أكبر من الحد الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة يمكن للمنتج
الإستمرار في الإنتاج طالما هو قادر على تغطية التكاليف المتغيرة .

تمارين تدريبية:

التمرين الأول:

تبلغ الطاقة القصوى لإحدى المؤسسات الإنتاجية 1000 وحدة منتجة، ويبلغ ثمن بيع الوحدة الواحدة 15 ون. فإذا علمت أنه :

قبل البدء في الإنتاج بلغت التكلفة الإجمالية 3000 ون. ✓

التكلفة المتغيرة للوحدة المنتجة 10 ون. ✓

ولديك الجدول التالي : ✓

700	600	200	100	وحدات الإنتاج Q
				التكلفة الثابتة CF
				التكلفة المتغيرة CV
				الإيرادات الكلية RT
				الربح $\pi = RT - CT$

المطلوب :

إكمال الجدول أعلاه ؟ -

تحليل وضعية المؤسسة بالاعتماد على المعطيات السابقة والنتائج المحصل عليها ؟ -

الحل : معال عن كيفية إكمال الجدول عند حجم الانتاج 100 وحدة

وحدة 100	وحدات الإنتاج Q
$CF=3000 \text{ um}$	التكلفة الثابتة CF
$CV=10 \times 100=1000 \text{ UM}$	التكلفة المتغيرة CV
$RT=PqQ=15 \times 100=1500 \text{ um}$	الإيرادات الكلية RT
$\pi = RT - (CV+CF) = (-2500 \text{ um})$	الربح $\pi = RT - CT$

700	600	200	100	وحدات الإنتاج Q
3000	3000	3000	3000	التكلفة الثابتة CF
7000	6000	2000	1000	التكلفة المتغيرة CV

10500

9000

3000

1500

الإيرادات الكلية RT

تحليل وضعية المؤسسة : يتضح من الجدول أنه عند 100 و 200 وحدة إنتاجية تحقق المؤسسة خسارة، وعند 600 وحدة إنتاجية يكون الربح معدوم أي تتعادل التكاليف الكلية مع الإيرادات الكلية، وبالتالي عتبة مردودية هذه المؤسسة تكون عند 600 وحدة إنتاجية ، فأي حجم إنتاج أقل من مستوى 600 يحقق خسارة للمؤسسة، و أكبر من ذلك يحقق ربح.

التمرين الثاني :

دالة التكلفة الكلية لإحدى المؤسسات من أجل إنتاج سلعة ما بالشكل التالي :

$$CT = 0.1Q^3 - 2Q^2 + 15Q + 30$$

المطلوب :

هل دالة التكلفة الكلية في الفترة القصيرة أم الطويلة ؟ علل إجابتك ؟ - 01

حدد مختلف دوال التكلفة ؟ - 02

حدد عتبة الغلق بالنسبة للمؤسسة ؟ - 03

ون ، ما هو حجم الإنتاج الذي يعظم ربح المؤسسة ؟ 22.5 إذا كان ثمن البيع يقدر بـ - 04

حدد دالة عرض المنتج ؟ - 05

الحل النموذجي :

دالة التكلفة الكلية في الفترة القصيرة لوجود التكاليف الثابتة التي لا ترتبط بحجم الإنتاج - 01

$$Q=0 \Rightarrow CT=CF=30.$$

- تحديد مختلف دوال التكلفة 02CV

دالة التكلفة المتغيرة CV ✓

$$CT = CV + CF \Rightarrow CV = CT - CF \Rightarrow CV = 0.1Q^3 - 2Q^2 + 15Q.$$

التكلفة الحدية Cm ✓

$$Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q} \Rightarrow Cm = 0.3Q^2 - 4Q + 15.$$

متوسط التكاليف الكلية CTM : ✓

$$CTM = \frac{CT}{Q} \Rightarrow CTM = 0.1Q^2 - 2Q + 15 + \frac{30}{Q}$$

متوسط التكاليف الكلية المتغيرة CVM : ✓

$$CVM = \frac{CV}{Q} \Rightarrow CVM = 0.1Q^2 - 2Q + 15$$

متوسط التكاليف الكلية الثابتة CFM : ✓

$$CFM = \frac{CF}{Q} \Rightarrow CFM = \frac{30}{Q}$$

- تحديد عتبة الغلق: 03

$$\text{Min CVM} \Rightarrow \frac{\delta CVM}{\delta Q} = 0 \Rightarrow 0.2Q - 2 = 0 \Rightarrow Q = 10$$

$$CVM(q=10) = 0.1(10)^2 - 2(10) + 15 = 5 \text{um}$$

السعر الذي يقابل الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية المتغيرة يطلق عليه عتبة الغلق، فإذا زاد السعر عن الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية المتغيرة $5um > Pq$ يستمر المنتج في الإنتاج ويعرض السلعة، وإذا كان أقل $5um < Pq$ يتوقف المنتج عن الإنتاج ولا تعرض أي كمية من السلعة لأنها ستحقق خسارة فعند عتبة الغلق تغطي المؤسسة التكاليف المتغيرة وتخسر كل التكاليف الثابتة .

- تحديد حجم الإنتاج الذي يعظم ربح المؤسسة عند سعر البيع 22.5 ون: 04

$$\pi = RT - CT$$

$$\pi = (PX Q) - CT$$

$$\pi = 22.5Q - (0.1Q^3 - 2Q^2 + 15Q + 30)$$

$$\pi = -0.1Q^3 + 2Q^2 + 7.5Q - 30$$

الشرط اللازم: هو أن يكون الربح الحدي يساوي الصفر أي المشتقة الأولى تساوي الصفر

$$\bullet \frac{\delta \pi}{\delta Q} = 0 \Leftrightarrow -0.3Q^2 + 4Q + 7.5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 4^2 - 4(-0.3)(7.5)$$

$$\Delta = 25.$$

$$\sqrt{\Delta} = 5$$

$$Q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$Q_1 = 15 \text{ u مقبول}$$

$$Q_2 = -303 \text{ u مرفوض}$$

الشرط الكافي: هو أن تكون المشتقة الثانية سالبة ✓

$$-0.6Q + 4 = -0.6(15) + 4 = -9 + 4 = -5 < 0 \text{ الشرط محقق}$$

ومنه 15 وحدة إنتاجية تعظم ربح المنتج عند سعر البيع الحدودي 22.5 ون ويقدر الربح بـ 195 ون

$$\pi = -0.1(15)^3 + 2(15)^2 + 7.5(15) + 30$$

$$\pi = 195 \text{ um}$$

- تحديد دالة عرض المنتج: نشتق دالة عرض المنتج من الشرط الأول لتعظيم الربح: 05

$$\frac{\delta \pi}{\delta Q} = 0 \Leftrightarrow P_q = C_m$$

$$P_q = 0.3Q^2 - 4Q + 15.$$

تمارين تدريبية مع الحلول:

التمرين الأول:

لنفرض أنه تم تقدير النموذج المعبر عن تغيرات مخرجات مؤسسة إنتاجية معينة بالصيغة التالية:

كما أن سعري وحدة واحدة من عاملي العمل، L راس المال K هما على $Q_x = 10 L^{1/3} K^{1/3}$ التوالي: $02um = PK$ $08, PL =$ وكان مبلغ التكاليف الثابتة الكلية التي تتحملها المؤسسة نظير توظيفها لعنصر إنتاج آخر ثابت هو: $CFT = 50um$

المطلوب:

01 - إيجاد الصيغة الرياضية لدالة التكلفة الكلية في الأجل الإنتاجي القصير لهذه المؤسسة بدلالة كمية الإنتاج،

استنتاج عبارتي دالتي التكلفة المتوسطة والحدية في الأجل الإنتاجي القصير لهذه-02 المؤسسة بدلالة كمية الإنتاج،

التمرين الثاني:

لتكن لدينا دالة إنتاج إحدى المؤسسات والمعطاة بالصيغة التالية: $Q_x = 1/3 K^{1/3} L = 1/3$ وكان السعران الحدوديان لعوامل الإنتاج (العمل L ورأس المال K) هما على التوالي:

، والسعر الحدودي لبيع المنتج هو 06 ون ، وكانت قيمة التكلفة الثابتة $PL = PK = 01um$ الكلية هي : $CFT = 04 um$.

المطلوب :

- 1- حدد عبارة دالة التكلفة الكلية لهذه المؤسسة بدلالة حجم إنتاجها، ثم نفس الشيء
- 2- حدد كمية الإنتاج التي تحقق أقصى ربح كلي ممكن مع ثبات جميع الأسعار واحسب مقدار الربح الكلي حينئذ :

التمرين الثالث :

لنفرض أن هناك مشروعاً إنتاجياً معيناً يزاول نشاطه الصناعي الذي يجعله يتحمل تكاليف إنتاج متزايدة بتزايد حجم الإنتاج المخرجات (سلعة معينة) وذلك وفقاً للبيانات الرقمية الواردة في الجدول التالي:

Q_x	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
CT	70	220	320	390	440	470	490	560	640	738	850

المطلوب :

- 01- إعطاء ملاحظاتك الأولية حول البيانات الواردة في هذا الجدول ،
- 02- تحديد قيم تكاليف الإنتاج التالية ($Cm, CM, CVM, CFM, CVT, CFT$)
- 03- التمثيل البياني لمنحنيات التكاليف (CT, CVT, CFT) في نفس المعلم المتعامد ، مع إعطاء تعليق على المنحنيات الثلاثة ،

- 04- التمثيل البياني لمنحنيات التكاليف (Cm, CM, CFM CVM) في معلم متعامد آخر، مع إعطاء تعليق على المنحنيات الأربعة ;
تقديم استنتاجاتك من خلال ما يبيده التمثيل البياني للمنحنيات السابقة : 05-

التمرين الرابع:

تنتج مؤسسة افتراضية سلعة معينة باستخدام عاملين من عوامل الإنتاج هما العمل L ورأس المال K، حيث لا يمكنها في الفترة القصيرة تغيير كمية عامل رأس المال، لذا فإن كمية منتوجها ستتغير وفقا لتغير عنصر العمل كما هو موضح في الجدول أدناه :

كمية العمل L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
كمية الإنتاج Q	00	10	24	39	52	61	66	68	6

- فإذا علمت أن التكلفة الإجمالية لرأس المال الذي تستخدمه هذه المؤسسة هو 42 ون، وتكلفة الوحدة الواحدة من العمل 12 ون

المطلوب :

- 01- احسب قيم الإنتاجية الحدي للعمل PmL ، والإنتاجية المتوسطة للعمل PML
02- استنتج قيم التكاليف الممكن حسابها: (CT, CF, CV, CFMO, CVMO, CMO, CMA)
03- مثل بيانيا وفي نفس المعلم المتعامد منحنيات التكاليف (Cm, CM, CVM) ومنحنيي الإنتاجيتين ; PML, PmL
04- ذكر ملاحظاتك واستنتاجاتك من خلال التمثيل البياني للمنحنيات الخمسة السابقة .

التمرين الخامس :

لتكن دالة تكاليف الإنتاج الكلية الخاصة بمؤسسة معينة على الشكل التالي :

$$CT = 1.5Q^3 - 7.5Q^2 + 15Q + 15$$

المطلوب :

- 01- التعليق على عبارة دالة التكلفة الكلية،
02- استنتاج عبارة دوال التكلفة المتوسطة التكلفة المتغيرة المتوسطة التكلفة الثابتة المتوسطة والتكلفة الحدية ،
03- استنتاج صيغة دالة العرض في الأجل القصير لهذه المؤسسة مع فرضية ثبات سعر البيع الحدودي لتتوجها،

التمرين السادس :

إذا ما نظرنا إلى الصيغة: $CT = 0.5Q^3 - 4Q^2 + 16Q$ على أنها عبارة دالة التكاليف الكلية لمؤسسة إنتاجية معينة.

المطلوب:

- 01- التعليق على عبارة دالة التكاليف الكلية مع ذكر أهم أوجه الاختلاف بين هذه العبارة وعبارة دالة التكاليف الكلية للتمرين الخامس،

- استنتاج صيغ دوال مختلف تكاليف الإنتاج الممكن إيجادها من خلال هاته
العبرة لدالة التكاليف الكلية،

التمرين السابع :

إذا كانت صيغة دالة التكاليف الحدية الخاصة بمشروع معين هي: $Cm = 15Q^2 - 30Q + 25$ ومقدار التكاليف الثابت الكلية 55 ون .

المطلوب :

- 01- إيجاد صيغ مختلف دوال التكاليف الممكن استنتاجها :
02- إيجاد نقطة تقاطع منحنىي التكلفة الحدية والتكلفة المتغيرة المتوسطة جبريا وليس بيانيا:

التمرين الثامن:

تنتج مؤسسة صناعية سلعة معينة وفق المعطيات التالية: مبلغ التكاليف الثابتة الكلية :
ون ، مقدار التكاليف المتغيرة لتصنيع ما مقداره (وحدة من هذه السلعة : 52000
السعر الحدودي لبيع هذه السلعة: $CVT = 0.05Q^2 - 30Q$
مع افتراض أن المنتج رشيد و عقلاني و ثبات حجم هذا المخزون من $P = 180 + Q \cdot 0.05$ السلعة كل ما ينتج يباع (وثبات العوامل الأخرى.

المطلوب :

01. تعيين عبارات دوال كل من: التكلفة الكلية CT ، التكلفة المتوسطة للوحدة الواحدة ،
التكلفة الحدية Cm ، الإيراد الكلي CMRT ،
02. استنتاج دالة الربح الكلي لهذه المؤسسة π_T ،
03. التمثيل البياني في نفس المعلم المتعامد الدوال التكلفة الكلية و الإيراد الكلي و
الربح الكلي لهذه المؤسسة مع التعليق عليها،
04. تحديد موضع تحقيق هذه المؤسسة لأرباحها الكلية (جبريا و بيانيا)،
05. تحديد موضع تعظيم هذه المؤسسة لأرباحها الكلية جبريا(و بيانيا) ، مع حساب
قيمة الربح الكلي القصوى حينئذ،
06. استنتاج عبارة دالة العرض الخاصة بهذه المؤسسة حين يتم فرض تثبيت سعر
البيع الحدودي لمنتوجها،
07. تعيين عبارة دالة العرض لهذه المؤسسة إذا ما انخفضت التكاليف المتغيرة الكلية
للنصف و بقاء الأمور الأخرى على حالها على حالها :
08. تعيين عبارة دالة العرض لهذه المؤسسة إذا ما انخفضت التكاليف الثابتة الكلية
للنصف و بقاء الأمور الأخرى على حالها على حالها :

التمرين التاسع:

نفترض أن الجدول التالي يتضمن بيانات اقتصادية وتقنية مهمة عن منشأتين إنتاجيتين
افتراضيتين متنافستين في سوق معين حيث ينتجان سلعة متجانسة من نفس النوع
بمواصفات متماثلة تماما(، ويتحملان نفس تكاليف نقل و عرض وتوزيع وتسويق مبيعاتهما .

المؤسستان	صيغة دالة إنتاج المؤسسة	الأسعار الوحدية العوامل الإنتاج	مبلغ التكاليف الثابتة الكلية
المؤسسة الأولى F1	$Q_x + 10l^{\frac{1}{4}}k^{\frac{1}{4}}$	PK=02um PL=08um	CFT= 42 um
المؤسسة الثانية F2	$Q_x + 5l^{\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{2}}$	PK=18um PL=02um	CFT= 42um

المطلوب :

01 تحديد حجم الإنتاج الذي يجعل كلا المؤسسات بنفس القدرة التنافسية في هذه السوق - 02 استنتاج المجال الذي تكون فيه كل مؤسسة في موقف قوة في هذه السوق مقارنة بالمؤسسة الأخرى

03 تحديد صيغتي العرض بالنسبة لهاتين المؤسساتين ، مع التعليق على الصيغتين - 04 المقارنة فيما بين هاتين المؤسساتين فيما يتعلق بحجم الإنتاج الواجب الوصول إليه حتى تسترجع مبلغ تكاليف الإنتاج الكلية

الحلول النموذجية :**حل التمرين الأول :**

استنتاج الصيغة الرياضية لدالة التكلفة الكلية في الأجل القصير لهذه المؤسسة - 1 بدلالة كمية الإنتاج:

أ - يمكن استنتاج هذه الصيغة بطريقة مضاعف لاغرونج :

نقوم بتشكيل نموذج تعظيم دالة الإنتاج كما يلي:

$$\mathcal{L} = 10 L^{\frac{1}{3}} K^{\frac{1}{3}} + \lambda (CT - 8L - 2K - 50) \rightarrow \max$$

وبحل هذا النموذج (حل شروط الدرجة الأولى فقط نجد:

الشروط الضرورية شروط الدرجة الأولى) FO.C)

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 \Rightarrow \left(\frac{10}{3}\right) l^{-\frac{2}{3}} k^{\frac{1}{3}} - 8\lambda = 0 \dots\dots\dots (1) \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 0 \Rightarrow \left(\frac{10}{3}\right) l^{\frac{1}{3}} k^{-\frac{2}{3}} - 2\lambda = 0 \dots\dots\dots (2) \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow CT - 8L - 2K - 50 = 0 \dots\dots\dots (3) \end{cases}$$

من المعادلتين الأولى والثانية نجد:

$$(1), (2): \lambda = \lambda \Rightarrow \frac{\left(\frac{10}{3}\right) l^{-\frac{2}{3}} k^{\frac{1}{3}}}{8} = \frac{\left(\frac{10}{3}\right) l^{\frac{1}{3}} k^{-\frac{2}{3}}}{2} \Rightarrow \frac{\left(\frac{10}{3}\right) k^{\frac{1}{3}}}{8 l^{\frac{2}{3}}} = \frac{\left(\frac{10}{3}\right) l^{\frac{1}{3}}}{2 k^{\frac{2}{3}}} \\ \Rightarrow K = 4L \dots\dots\dots (4)$$

من المعادلتين الثالثة والرابعة نجد:

$$(3), (4) \Rightarrow CT - 8L - 2(4L) - 50 = 0 \\ \Rightarrow CT = 16L + 50 \dots\dots\dots (5)$$

وبالتعويض عن K بما يساويها من المعادلة (4) في عبارة دالة الإنتاج نجد:

$$Q = 10 l^{\frac{1}{3}} (4L)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow Q = 10 (4)^{\frac{1}{3}} l^{\frac{2}{3}} \Rightarrow \\ L = \frac{Q^{\frac{3}{2}}}{63} \dots\dots\dots (6)$$

وبالتعويض عن L بما يساويها من المعادلة (6) في المعادلة (5) نجد:

وهي صيغة دالة التكاليف الكلية

ب - كما يمكن إيجاد الصيغة الرياضية لدالة التكاليف بدلالة حجم الإنتاج من خلال تطبيق شرطي توازن المنتج:

نحن نعلم أن:

$$Q = f(K, L) \rightarrow \max; s. c. CT = c \\ \Rightarrow \begin{cases} \frac{PmL}{PL} = \frac{Pmk}{Pk} \dots\dots\dots (1) \\ CT = LPL + KPK + CFT \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

ومنه نجد:

$$\frac{PmL}{PL} = \frac{Pmk}{Pk} \Rightarrow \frac{\left(\frac{10}{3}\right) l^{\frac{2}{3}} k^{\frac{1}{3}}}{8} = \frac{\left(\frac{10}{3}\right) l^{\frac{1}{3}} k^{-\frac{2}{3}}}{2} \Rightarrow \frac{\left(\frac{10}{3}\right) k^{\frac{1}{3}}}{8 l^{\frac{2}{3}}} = \frac{\left(\frac{10}{3}\right) l^{\frac{1}{3}}}{2 k^{\frac{2}{3}}} \Rightarrow 2k = 8L \\ \Rightarrow K = 4L \dots\dots (3)$$

وبالتعويض عن قيمة من المعادلة (3) في المعادلة (2) نجد:

$$(2), (3): CT = LPL + KPK + CFT \Rightarrow CT = 8L + 2K + 50 \Rightarrow CT = 8L + 2(4L) + 50$$

$$\Rightarrow CT = 16L + 50 \quad (4)$$

وبالتعويض عن قيمة K من المعادلة (3) عبارة دالة الإنتاج نجد:

$$(2), (3): CT = LPL + KPK + CFT \Rightarrow CT = 8L + 2K + 50 \Rightarrow CT = 8L + 2(4L) + 50$$

$$\Rightarrow CT = 16L + 50 \quad (4)$$

2- استنتاج عبارتي دالتي التكلفة المتوسطة والحدية في الأجل الإنتاجي القصير لهذه المؤسسة:

بتطبيق قانوني التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية على صيغة دالة التكلفة الكلية المحسوبة نجد:

$$CM = \frac{CT}{Q} \Rightarrow CM = \frac{0.25Q^{\frac{3}{2}} + 50}{Q} \Rightarrow CM = 0.25Q^{\frac{1}{2}} + \frac{50}{Q}$$

$$Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q} \Rightarrow Cm = 0.375Q^{\frac{1}{2}}$$

حل التمرين الثاني :

تحديد عبارة دوال التكلفة الكلية، المتوسطة والحدية بدلالة حجم الإنتاج 1-

نستخرج أولاً معادلة مسار التوسع لهذه المؤسسة، ويكون ذلك بالاستعانة بالعلاقة الأولى الشرط توازن المنتج :

$$\frac{PmL}{PL} = \frac{Pmk}{Pk} \Rightarrow \frac{\left(\frac{1}{2}\right)l^{-\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{3}}}{1} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)l^{\frac{1}{2}}k^{-\frac{2}{3}}}{1} \Rightarrow \frac{\left(\frac{1}{2}\right)k^{\frac{1}{3}}}{l^{\frac{1}{2}}} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)l^{\frac{1}{2}}}{k^{\frac{2}{3}}} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)k = \left(\frac{1}{3}\right)L \Rightarrow$$

$$3K = 2L$$

$$\Rightarrow K = \left(\frac{2}{3}\right)L \quad (1)$$

$$CT = LPL + KPK + CFT$$

$$\Rightarrow CT = L + K + 4 \quad (2)$$

$$(1), (2)$$

$$\Rightarrow CT = L + \left(\frac{2}{3}\right)L + 4 \Rightarrow CT = \left(\frac{5}{3}\right)L + 4 \quad (3)$$

وبالتعويض عن K بما يساويه من المعادلة (1) في عبارة دالة الإنتاج (المعطاة في نص التمرين) نجد:

$$(1), (Q) \Rightarrow Q = L^{\frac{1}{2}} \left(\left(\frac{2}{3} \right) L \right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow Q = 0.874 L^{\frac{5}{6}}$$

$$\Rightarrow L = \left(\frac{Q}{0.874} \right)^{\frac{6}{5}} \dots \dots \dots (4)$$

دالة التكاليف الكلية

$$(3), (4) \Rightarrow CT = \left(\frac{5}{3} \right) \left(\frac{Q}{0.874} \right)^{\frac{6}{5}} + 4 \Rightarrow CT = 1.96 Q^{\frac{6}{5}} + 4$$

وانطلاقاً من هذه الصيغة لدالة التكاليف الكلية يمكننا إيجاد صيغتي دالتي التكلفة المتوسطة و التكلفة الحدية كما يلي:

دالة التكاليف المتوسطة:

دالة التكاليف الحدية

: تحديد كمية الإنتاج التي تحقق للمؤسسة أقصى ربح كلي مع ثبات جميع الأسعار -2-

$$\pi T = RT - CT \Rightarrow \pi T = (P \times Q) - CT \Rightarrow \pi T = 6Q - 1.96 Q^{\frac{6}{5}} - 4$$

الشرط اللازم: هو أن يكون الربح الحدي مساوياً للصفر، أي المشتقة الأولى لدالة الربح الكلي مساوية للصفر

$$\frac{\delta \pi T}{\delta Q} = 0 \Leftrightarrow 6 - 2.35 Q^{\frac{1}{5}} = 0 \Rightarrow 2.35 Q^{\frac{1}{5}} = 6 \Rightarrow Q = \left(\frac{6}{2.35} \right)^5$$

$$\Rightarrow Q = 108.5u$$

الشرط الكافي : هو أن تكون المشتقة الثانية لدالة الربح الكلي سالبة ، أي

ومنه فإن الشرط الثاني لتعظيم دالة الربح الكلي محقق

$$\frac{\delta^2 \pi T}{\delta Q^2} = -0.47 Q^{\frac{-4}{5}} = -0.11 < 0$$

ومنه الكمية 108.5 وحدة تقابل ربها أعظمية قدره :

$$\pi T_{max} = 6 \times (108.5) - 1.96 \times (108.5)^{\frac{6}{5}} - 4$$

$$\Rightarrow \pi T_{max} = 104um.$$

حل التمرين الثالث:

: من خلال البيانات الواردة في الجدول نلاحظ 1-

تكاليف الإنتاج الكلية متزايدة بتزايد حجم المخرجات؛ ✓
يتحمل المشروع تكاليف كلية ثابتة تقدر ب 70 ون ، وهي التكاليف التي لا ترتبط ✓
بحجم الإنتاج (Q=0).

2- تحديد قيم تكاليف الإنتاج (Cm, CM, CFM, CVM, CVT, CFT)

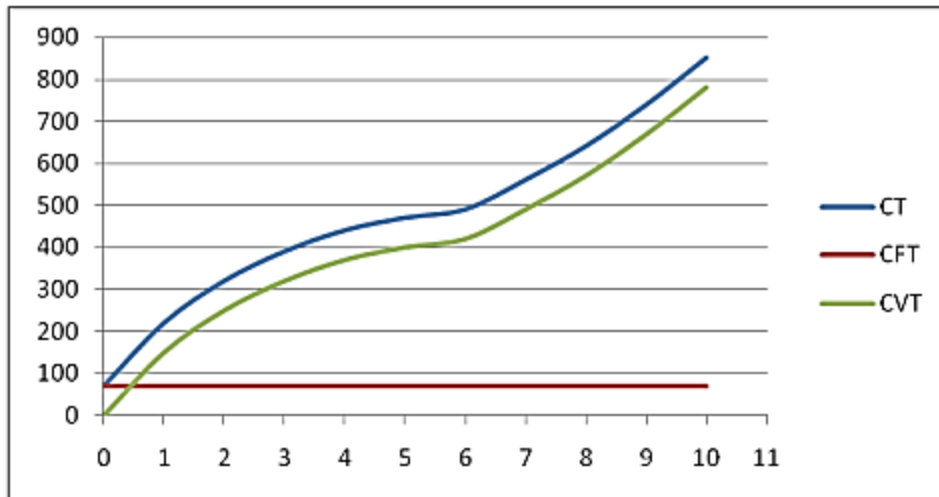
يمكن حساب مختلف تكاليف الإنتاج من خلال الجدول المعطى في نص التمرين وذلك بتطبيق العلاقات التالية :

$$Cm = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} ; CM = \frac{CT}{Q} ; CFM = \frac{CFT}{Q} ; CVM = \frac{CVT}{Q}$$

$$CVT = CT - CFT ; Q = 0 \Leftrightarrow CT = CFT = 70um$$

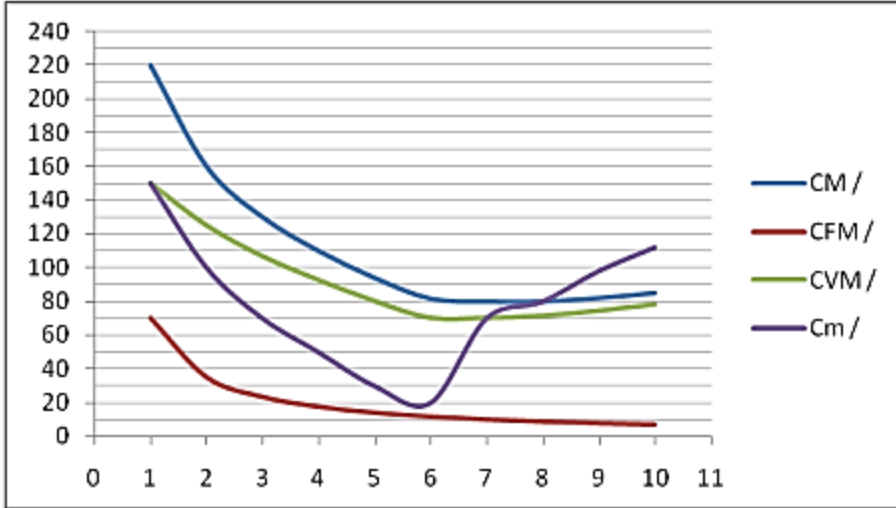
Q	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
CT	70	220	320	390	440	470	490	560	640	738	850
CFT	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
CVT	0	150	250	320	370	420	420	490	570	668	780
CM	-	220	160	130	110	94	81.66	80	80	82	85
CFM	-	70	35	23.33	17.5	14	11.66	10	8.75	7.77	7
CVM	-	150	125	106.66	92.5	80	70	70	71.25	74.22	78
Cm	-	150	100	70	50	30	20	70	80	98	112

- التمثيل البياني لمنحنيات التكاليف (CT,CVT,CFT) في نفس المعلم المتعامد 3:



التعليق على المنحنيات :

- ✓ منحنى التكاليف الكلية ينطلق من النقطة $(Q=0, CT=70)$ ويكون متصاعداً وأعلى المنحنيين الآخرين باستمرار،
 - ✓ منحنى التكاليف المتغيرة الكلية يبدأ من نقطة الأصل ويكون متصاعداً باستمرار وبنفس وتيرة منحنى التكاليف الكلية ولكنه يقع دوماً أسفل منه وبمسافة عمودية تعادل قيمة التكاليف الثابتة الكلية $CFT=70$.
 - ✓ يتصاعد منحنى CT و CVT بتزايد حجم الإنتاج، لأن زيادة حجم الإنتاج يتطلب في الحصول على المزيد من المواد الأولية و عناصر الإنتاج ما يعني الزيادة في تكاليف الإنتاج المتغيرة.
 - ✓ تتزايد التكاليف الكلية بنفس مقدار الزيادة في التكاليف المتغيرة الكلية.
 - ✓ منحنى التكاليف الثابتة الكلية يأخذ شكل خط مستقيم موازي لمحور كميات الإنتاج (المحور الأفقي) لأنها مستقلة عن حجم الإنتاج وتبقى قيمتها ثابتة دوماً في الأجل القصير حتى وإن كان حجم الإنتاج معدوماً $Q=0$.
- التمثيل البياني لمنحنيات التكاليف (Cm, CM, CFM, CVM) في نفس المعلم 4- المتعامد :



التعليق على المنحنيات :

- ✓ يكون منحنى CFM دائم الانحدار لأن زيادة الإنتاج يسمح بتوزيع CFT على عدد متزايد من وحدات الإنتاج
- ✓ ينحدر منحنى التكلفة الحدية Cm في البداية حتى يبلغ ذروته الدنيا ثم يصبح متصاعداً، أي أن شكل منحنى Cm يشبه حرف U ، وبما أن التكلفة الحدية هي مشتقة التكلفة الكلية فإن هذه الأخيرة تتزايد بمعدل متناقص عند تناقص التكلفة الحدية ، وتمر من نقطة الانعطاف عندما تبلغ التكلفة الحدية نهايتها الصغرى وبعد ذلك تتزايد بمعدل متزايد لأن التكلفة الحدية متزايدة.
- ✓ يقطع منحنى التكلفة الحدية منحنى متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة في ذروتيهما الدنيا، وطالما كانت التكلفة الحدية أقل من متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة، فإن زيادة الإنتاج تؤدي إلى تناقص متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة، في حين ترتفع متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة إذا كان منحنى التكلفة الحدية أعلى من متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة الكلية المتغيرة.

الاستنتاجات : من التمثيل البياني للمنحنيات السابقة تستنتج ما يلي : 5-

- ✓ عندما يكون $Q=0$ فإن $CT=CFT$
- ✓ التكاليف الثابتة الكلية مستقلة عن حجم الإنتاج والتكاليف الكلية المتغيرة تتغير بتغير حجم الإنتاج .
- ✓ منحنى CT و CMT لهما نفس الميل .
- ✓ يقطع منحنى التكلفة الحدية منحنى التكلفة المتوسطة والتكلفة المتغيرة المتوسطة في ذروتيهما الدنيا.
- ✓ يصل منحنى التكلفة الحدية لذروته الدنيا قبل وصول منحنى التكلفة المتوسطة والتكلفة المتغيرة المتوسطة لذروتيهما الدنيا.

حل التمرين الرابع :

1- ملأ الجدول :

نحن نعلم أن الإنتاج الحدي للعمل يساوي: ، والإنتاج المتوسط للعمل يساوي: ومن معطيات التمرين لدينا : $CF=42um$ وبالتالي يمكن حساب بقية تكاليف الإنتاج من خلال

العلاقات التالية :

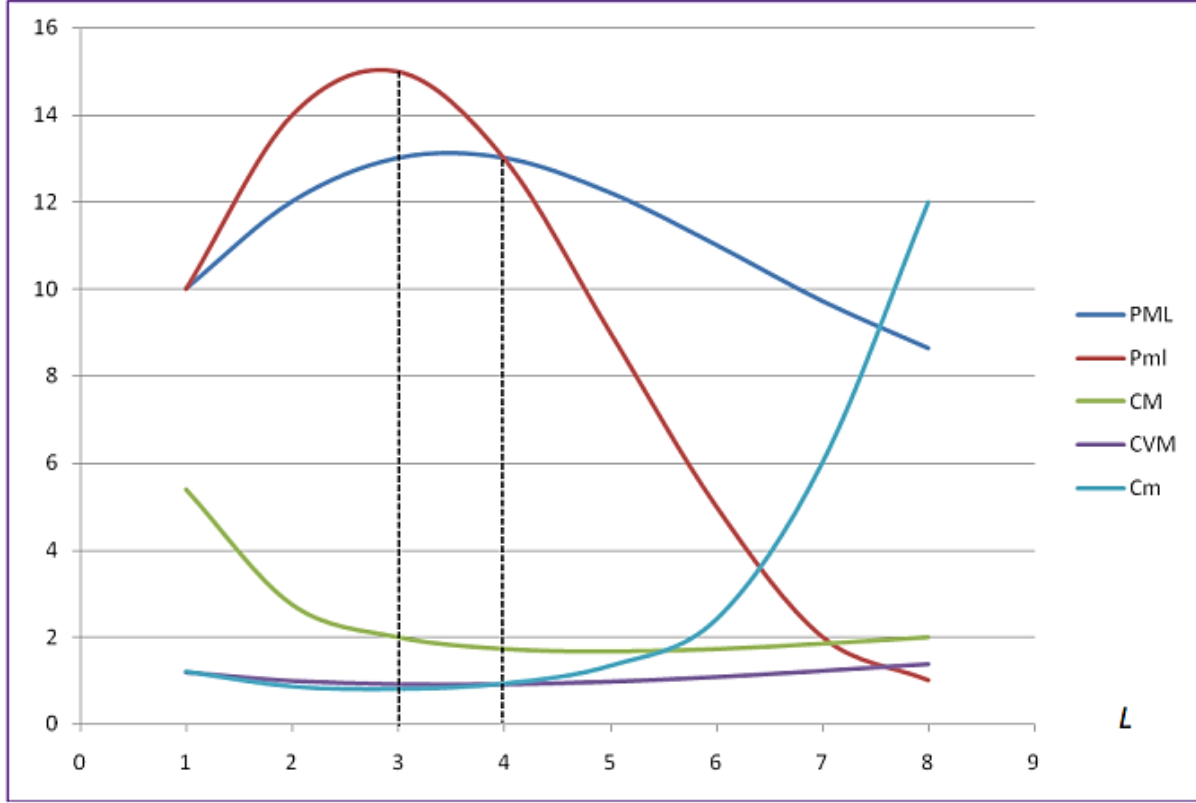
$$CVT = L \times PL; CT = CF + CV$$

$$CM = \frac{CT}{Q}; CVM = \frac{CVT}{Q}; CFM = \frac{CFT}{Q}; Cm = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$$

العمل L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q	00	10	24	39	52	61	66	68	69
PmL	-	10	14	15	13	9	5	2	1
PML	-	10	12	13	13	12,2	11	9,71	8,625
CFT	42	42	42	42	42	42	42	42	42
CVT	0	12	24	36	48	60	72	84	96
CT	42	54	66	78	90	102	114	126	138
CFM	-	4,2	1,75	1,076	0,807	0,688	0,636	0,617	0,608
CVM	-	1,2	1	0,923	0,923	0,983	1,091	1,235	1,391
CM	-	5,4	2,75	2	1,730	1,672	1,727	1,852	2
Cm	-	1,2	0,857	0,8	0,923	1,333	2,4	6	12

التمثيل البياني للمنحنيات PML, Pml, CM, CVM, Cm في نفس المعلم 1- المتعامد :

PML, Pml, CM, CVM, Cm



التعليق على المنحنيات :

- ✓ يكون منحنى الإنتاجية المتوسطة للعمل PML متصاعدا في البداية حتى يبلغ أقصاه ثم يبدأ بعدها بالانخفاض، ونفس الشيء بالنسبة لمنحنى الإنتاجية الحدية للعمل Pml؛
- ✓ نلاحظ أن منحنى التكاليف المتغيرة المتوسطة CVM و منحنى التكاليف الحدية كلاهما يكون منحدرًا في البداية حتى يبلغان ذروتها الدنيا، ثم يبدأ كل Cm منهما في الارتفاع تدريجياً؛
- ✓ نلاحظ وجود علاقة عكسية بين منحنى التكلفة المتغيرة المتوسطة CVM ومنحنى الإنتاجية المتوسطة للعمل PML، حيث يتوافق تصاعد منحنى PML مع انحدار منحنى CVM، وحين يصل منحنى PML لذروته القصوى يكون منحنى CVM قد وصل لذروته الدنيا، ثم بعد ذلك يبدأ منحنى PML في الانحدار وحينها يبدأ منحنى CVM في التصاعد؛
- ✓ نلاحظ وجود علاقة عكسية بين منحنى التكلفة الحدية Cm و منحنى الإنتاجية الحدية للعمل Pml، حيث كلما كان منحنى Pml متصاعداً كلما كان منحنى Cm منحدرًا، وحين يصل منحنى Pml لذروته القصوى يكون منحنى Cm قد وصل

لأدنى نقطة فيه، أما حين يكون منحنى Pml نازلا يكون منحنى Cm صاعدا؛

✓ نلاحظ أن منحنى الإنتاجية الحدية للعمل Pml يقطع منحنى الإنتاجية المتوسطة للعمل PML في الذروة القصوى لهذا الأخير، في حين يقطع منحنى التكاليف الحدية Cm منحنى التكاليف المتغيرة المتوسطة CVM في الذروة الدنيا لهذا الأخير، عند نفس مستوى الإنتاج، ويتحقق ذلك عندما تكون $Q=52u$.

حل التمرين الخامس :

CVT و CFT دالة التكاليف الكلية في الفترة القصيرة لأنها تحتوي على - 01

CM التكلفة المتوسطة - 02

$$CM = \frac{CT}{Q} = \frac{1.5Q^3 - 7.5Q^2 + 15Q + 15}{Q}$$

$$CM = 1.5Q^2 - 7.5Q + 15 + \frac{15}{Q}$$

- التكلفة المتغيرة المتوسطة CVM

$$CVM = \frac{CVT}{Q} = \frac{1.5Q^3 - 7.5Q^2 + 15Q}{Q}$$

$$CVM = 1.5Q^2 - 7.5Q + 15$$

$$CFM = \frac{CFT}{Q} = \frac{15}{Q} \quad \text{التكلفة الثابتة المتوسطة :}$$

$$CM = CVM + CFM \quad \text{إذن :}$$

التكلفة الحدية :

3- إيجاد دالة عرض المؤسسة: يتم استخلاص دالة عرض المنتج من الشرط الأول لتعظيم دالة الربح الكلي :

$$\frac{\delta \pi}{\delta Q} = 0 \Leftrightarrow P_q = C_m .$$

$$P_q = 4.5Q^2 - 15Q + 15$$

وهي صيغة الدالة العكسية لدالة عرض المؤسسة سعر البيع تابع للكمية المعروضة. وحتى يكون هناك عرض لابد من أن يكون سعر البيع يساوي أو أكبر من القيمة الأدنى للتكلفة المتغيرة المتوسطة، وعليه يجب تحديد حجم الإنتاج عند القيمة الدنيا للتكلفة المتغيرة المتوسطة :

$$\text{Min } CVM \Rightarrow \frac{\delta CVM}{\delta Q} = 0 \Rightarrow 3Q - 7.5 = 0 \Rightarrow Q = 2.5 u$$

$$\Rightarrow CVM(Q=2.5) = 5.265 um$$

وهذا يعني أنه لن يكون هناك عرض إلا إذا كان سعر بيع المنتج أكبر أو يساوي 5.265 ون .

حل التمرين السادس:

$$CT = 0.5Q^3 - 4Q^2 + 16Q \quad \text{لدينا}$$

- الدالة في الفترة الطويلة لعدم وجود التكاليف الثابتة وبالتالي : $CTLT=CV$ 1-
 استنتاج صيغ مختلف دوال تكاليف الإنتاج الممكن حسابها من عبارة دالة التكاليف 2-
 الكلية :

التكلفة المتوسطة CM

$$CM = CVM = \frac{CT}{Q} = \frac{0.5Q^3 - 4Q^2 + 16Q}{Q}$$

$$CM = CVM = 0.5Q^2 - 4Q + 16$$

التكلفة الحدية Cm ✓

$$Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q} = 1.5Q^2 - 8Q + 16$$

حل التمرين السابع :

1- ايجاد صيغ مختلف دوال تكاليف الإنتاج في الأجل القصير الممكن استنتاجها -

$$Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q} \Rightarrow CT = \int Cm dQ + c$$

$$\Rightarrow CT = \int (15Q^2 - 30Q + 25) dQ + CFT$$

$$\Rightarrow CT = 5Q^3 - 15Q^2 + 25Q + 55 \quad \text{دالة التكاليف الكلية}$$

$$CT = CVT + CFT \Rightarrow CVT = CT - CFT$$

$$\Rightarrow CVT = 5Q^3 - 15Q^2 + 25Q + 55 - 55.$$

$$\Rightarrow CVT = 5Q^3 - 15Q^2 + 25Q \quad \text{دالة التكاليف المتغيرة الكلية}$$

$$CM = \frac{CT}{Q} = \frac{CVT + CFT}{Q} \Rightarrow CM = \frac{5Q^3 - 15Q^2 + 25Q + 55}{Q}$$

$$CM = CVM + CFM = 5Q^2 - 15Q + 25 + \frac{55}{Q}$$

دالة التكاليف المتوسطة

$$CVM = 5Q^2 - 15Q + 25.$$

دالة التكاليف المتغيرة المتوسطة

$$CFM = \frac{55}{Q}.$$

دالة التكاليف الثابتة المتوسطة

: تعيين نقطة تقاطع منحنيي التكلفة الحدية والتكلفة المتغيرة المتوسطة جبريا -2

$$\begin{aligned} \Rightarrow C_m = CVM &\Rightarrow 15Q^2 - 30Q + 25 = 5Q^2 - 15Q + 25 \\ \Rightarrow 10Q^2 - 15Q &= 0 \Rightarrow Q(10Q - 15) = 0 \Rightarrow Q = 0 \text{ أو } Q = 1,5 \\ \Rightarrow C_m(Q=1,5) &= CVM(Q=1,5) = 13,75 \text{ um.} \\ \Rightarrow C_m = CVM &\Rightarrow \text{Min} CVM \Rightarrow \frac{\delta CVM}{\delta Q} = 0 \Rightarrow 10Q - 15 = 0 \\ \Rightarrow Q = 1,5 &\Rightarrow C_m = CVM = 13,75 \text{ um.} \end{aligned}$$

حل التمرين الثامن: 13:

1- إيجاد دوال التكلفة الكلية CT ، التكلفة المتوسطة CM ، التكلفة الحدية Cm ، الإيراد الكلي RT

$$\begin{aligned} CT &= C_{VT} + C_{FT} \Rightarrow CT = 0.05Q^2 - 30Q + 52000 \\ CM &= \frac{CT}{Q} \Rightarrow CM = 0.05Q - 30 + \frac{52000}{Q} \\ C_m &= \frac{\delta CT}{\delta Q} \Rightarrow C_m = 0.1Q - 30. \\ RT &= P \times Q \Rightarrow RT = (-0.05Q + 180) \times Q \\ \Rightarrow RT &= -0.05Q^2 + 180Q. \end{aligned}$$

: استنتاج صيغة دالة الربح الكلي لهذه المؤسسة -2

$$\begin{aligned} \pi T &= RT - CT \Rightarrow \\ \pi T &= -0.05Q^2 + 180Q - (0.05Q^2 - 30Q + 52000) \\ \pi T &= -0.1Q^2 + 210Q - 52000. \end{aligned}$$

التمثيل البياني لدوال التكلفة الكلية الإيراد الكلي والربح الكلي: -3

أ- دراسة تغيرات دالتي التكلفة الكلية و الإيراد الكلي :

بالنسبة لدالة التكاليف الكلية: $CT = 0.05Q^2 - 30Q + 52000$

حتى تكون الصيغة المقترحة في هذا التمرين كدالة تكاليف كلية مقبولة من الناحية الاقتصادية يجب أن تكون معرفة ومستمرة على مجال الكميات الذي يجعل هذه الدالة موجبة ومتزايدة دوماً ويجعل أدنى قيمة للتكلفة الكلية مساوية للتكلفة الثابتة الكلية وهذا ما يتوافق مع الكمية غير المعدومة وغير السالبة التي تجعل قيمة التكلفة المتغيرة الكلية معدومة $0 =$ وهي الكمية التي تقدر بـ 600 وحدة بطبيعة الحال مع استبعاد $Q = 0$ ، ومنه فإن هذه CVT الدالة يجب أن تكون معرفة على مجال الكميات: $[600, +\infty]$

النهايات : $\lim_{Q=600} CT = CFT = 52000$ ؛

$$\lim_{Q \rightarrow +\infty} CT = \lim_{Q \rightarrow +\infty} 0.05Q^2 = \infty +$$

القيمة الدنيا:

$$CT = CFT \Rightarrow CVT = 0 \Rightarrow 0.05Q^2 - 30Q = 0 \Rightarrow Q=600u$$

ومنه فإن أدنى قيمة منطقية للتكلفة الكلية هي مقدار التكلفة الثابتة الكلية (52000 و) ويكون ذلك حين يبلغ حجم الإنتاج 600 وحدة:

نحدد صيغة دالة التكلفة الحدية Cm فنجد : $0.1Q - 30 = Cm$ ونلاحظ أنها تكون مستمرة وموجبة دوماً في مجال تعريف دالة التكاليف الكلية وهذا ما يعني أن دالة التكاليف الكلية تكون متزايدة دوماً في مجال تعريفها:

جدول التغيرات لدالة التكلفة الكلية:

Q	600				$+\infty$
Cm	30	+	+	+	+
CT	52000				

بالنسبة لدالة الإيراد الكلي :

$$RT = -0.05Q^2 + 180Q$$

نبحث عن قيم Q غير السالبة (الكميات السالبة ليس لها معنى اقتصادي) والتي يجب أن تجعل دالة الإيراد الكلي غير سالبة أيضاً الإيراد السالب ليس لها معنى اقتصادي (، وعليه تكون دالة الإيراد الكلي معرفة اقتصادياً لما Q تنتمي إلى المجال $[0, 3600]$)

$$RT = 0 \quad ; \quad RT = 0 \quad \text{القيمتان الطرفيتان (الصغريان) : } Q=0 \quad Q=3600$$

$$\frac{\delta RT}{\delta Q} = 0 \quad \text{القيمة العظمى للإيراد الكلي :}$$

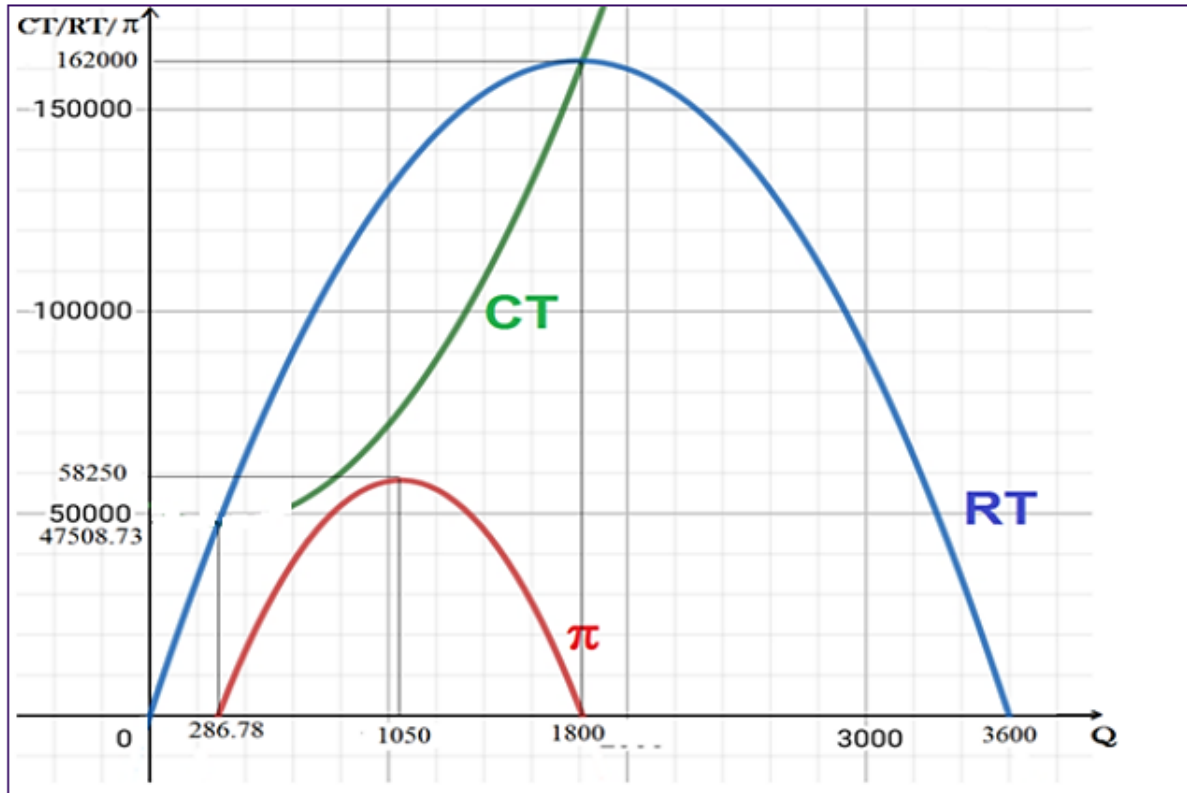
$$\Rightarrow Rm=0 \Rightarrow -0.1Q + 180 = 0 \Rightarrow Q=1800u$$

أما بالنسبة للشرط الكافي لتعظيم دالة الإيراد الكلي فنجد: وهو ما يعني تحقق الشرطين اللازم والكافي لتعظيم الإيراد الكلي، أي أن الإيراد الكلي الأعظمي يتحقق عند مستوى إنتاج يعادل 1800 وحدة إنتاج. ومنه: $RT_{\max} = 162000u$

جدول تغيرات الإيراد الكلي :

Q	0		1800		3600
Rm	180	+	0	-	-180
RT	0		162000		0

التمثيل البياني لمنحنيات التكلفة الكلية والإيراد الكلي والربح الكلي:



4- تحديد موضع تحقيق هذه المؤسسة لأرباحها : تبدأ المؤسسة بتحقيق الأرباح عند عتبة المردودية، أي عند تساوي الإيراد الكلي مع التكلفة الكلية $\pi = 0$

$$\checkmark RT=CT \Rightarrow -0.05Q^2 + 180Q = 0.05Q^2 - 30Q + 52000$$

$$\Rightarrow Q_1 = 286,78 \text{ و } Q_2 = 1800$$

$$\pi = 0 \Rightarrow -0.1Q^2 + 210Q - 52000 = 0.$$

$$Q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$Q_1 = 286,78 \text{ u}$$

$$Q_2 = 1800 \text{ u}$$

ابتداءً من 286,78 وحدة تحقق المؤسسة أرباح كما هو ملاحظ من الشكل أعلاه ، حيث بعدها يعلو منحني الإيراد الكلي منحني التكلفة الكلية

: تعيين حجم الانتاج الذي يعظم الربح الكلي للمؤسسة -5

الشرط اللازم : أن يكون الربح الحدي معدوما أي أن تكون المشتقة الأولى لدالة الربح الكلي مساوية للصفر :

$$\frac{\delta \pi}{\delta Q} = 0 \Leftrightarrow -0.2Q + 210 = 0 \Rightarrow Q = 1050u$$

الشرط الكافي : أن تكون المشتقة الثانية لدالة الربح الكلي سالبة .

ومنه فإن الشرط الكافي محقق

ومنه فإن الكمية 1050 تحقق ربحا أعظميا قدره 58250 وحدة نقدية :

$$\Pi T \max = -0.1(1050)^2 + 210(1050) - 52000 \Rightarrow \Pi T \max = 58250 \text{ um}$$

استنتاج دالة عرض المؤسسة مع افتراض ثبات سعر البيع الوحدوي لمنتوجها: 1-

$$Cm = P \Rightarrow P = 0,1Q - 30 \Rightarrow Q_s = 300 + 10P$$

تعيين دالة عرض المؤسسة مع افتراض انخفاض التكاليف المتغيرة الكلية للنصف مع-2 بقاء الأمور الأخرى على حالها :

$$CVT = 0,025Q^2 - 15Q \Rightarrow CT = 0,025Q^2 - 15Q + 52000$$

$$P = Cm \Rightarrow P = 0,05Q - 15 \Rightarrow Q_s = 300 + 20P$$

تعيين دالة عرض المؤسسة مع افتراض انخفاض التكاليف الثابتة الكلية للنصف مع بقاء-3 الأمور الأخرى على حالها :

$$CFT = 26000 \Rightarrow CT = 0,05Q^2 - 30Q + 26000$$

$$P = Cm \Rightarrow P = 0,1Q - 30 \Rightarrow Q_s = 300 + 10P$$

حل التمرين التاسع 14:

: تعيين حجم الانتاج الذي يعظم الربح الكلي للمؤسسة -1

نتجه البيانات المعطاة في نص التمرين للإشارة إلى أن التكلفة الكلية للإنتاج هي العنصر الوحيد الذي يحدد القوة التنافسية للمؤسستين في هذه السوق، وعلى هذا الأساس يكون الحل كما يلي:

تعيين عبارتي دالتي التكاليف الكلية بالنسبة للمؤسستين : 1-

لدينا من المعطيات:

$$CFT = 42 \text{ um} \text{ و } PK \ 02 \text{ um} \text{ و } PL = 08 \text{ um} \text{ و } Q_x = 10L^{1/4} \ K^{1/4}$$

وبنفس طريقة حل التمرين الأول والثاني ، نجد أن عبارة دالة التكاليف الكلية للمؤسسة الأولى

$$42 + CT1 = (2/25) Q^2 \text{ هي}$$

ولدينا أيضا من المعطيات:

$$CFT = 42 \text{ um} \text{ و } PK = 18 \text{um}, PL = 02 \text{ um} \quad Qx = 5L^{1/2} K^{1/2}$$

وبنفس الطريقة تجد أن عبارة دالة التكاليف الكلية للمؤسسة الثانية هي من الشكل:

$$CT_2 = (12/5) Q + 42$$

تعيين حجم الإنتاج الذي يجعل للمؤسستين نفس القوة السوقية: 2-

$$\begin{aligned} CT_1 = CT_2 &\Rightarrow CM_1 = CM_2 \Rightarrow ((2/25)Q^2 + 42)/Q = ((12/5)Q + 42)/Q \\ &\Rightarrow (2/25)Q + (42/Q) = (12/5) + (42/Q) \\ &\Rightarrow (2/25)Q = (12/5) \Rightarrow Q = (12/5)/(2/25) \\ &\Rightarrow Q = (12/5) \cdot (25/2) \Rightarrow Q = (300/10) \Rightarrow Q = 30 \text{ u} \end{aligned}$$

وللتأكد تجد أنه عندما تكون $Q = 30 \text{ u}$ تكون $C_1 = C_2 = 114 \text{um}$ وعندها تكون:

$$CM_1 = CM_2 = 3.8 \text{um}$$

تعيين مجال قوة كل مؤسسة في هذه السوق مقارنة بالآخرى 1-

تكون المؤسسة صاحبة التكلفة الكلية والمتوسطة الأقل هي صاحبة الموقف الأقوى مقارنة بالمؤسسة الأخرى في هذا السوق، وعلى هذا الأساس تكون الحسابات كما يلي:

$$\begin{aligned} CT_1 > CT_2 &\Rightarrow CM_1 > CM_2 \Rightarrow ((2/25)Q^2 + 42)/Q > ((12/5)Q + 42)/Q \\ &\Rightarrow (2/25)Q + (42/Q) > (12/5) + (42/Q) \\ &\Rightarrow (2/25)Q > (12/5) \Rightarrow Q > (12/5)/(2/25) \\ &\Rightarrow Q > (12/5) \cdot (25/2) \Rightarrow Q > (300/10) \\ &\Rightarrow Q > 30 \text{ u} \end{aligned}$$

وعلى هذا الأساس نستنتج أن حجم الإنتاج الموجب و الأكبر تماما من 30 وحدة يجعل المؤسسة الثانية في موقف قوة مقارنة بالمؤسسة الأولى، أما حجم الإنتاج الموجب والأقل تماما من 30 وحدة يجعل المؤسسة الأولى في موقف قوة مقارنة بالثانية.

مثال توضيحي:

على سبيل المثال: عندما تكون $Q = 31 \text{ u}$ تكون $CT_1 = 118.88 \text{um}$ و $CT_2 = 116.4 \text{um}$ وعندها تكون $CM_1 = 3.8348 \text{um}$ و $CM_2 = 3.7548 \text{um}$ وهذا يعني أن المؤسسة الثانية في موقف قوة مقارنة بالمؤسسة الأخرى.

أما عندما تكون $Q = 29 \text{ u}$ تكون $CT_1 = 109.28 \text{um}$ و $CT_2 = 111.6 \text{um}$ وهذا يعني أن المؤسسة الأولى في موقف قوة مقارنة بالمؤسسة الثانية.

3- تحديد صيغتي دالتي عرض المؤسسات

يتم تحديد صيغة دالتي عرض المؤسسات في ظل فرضية ثبات سعر السلعة باستخدام شرط توازن المنتج أو المؤسسة في ظروف المنافسة التامة والكاملة:

من خلال عبارتي دالتي التكلفة الكلية تجد $CM_2 = 12/5$, $CM_1 = (4/25)Q$ وبتطبيق شرط توازن المؤسسة نجد:

$$Cm_1 = P \Rightarrow 4/25 Q = P \Rightarrow Q = (25/4)P$$

وهي دالة عرض المؤسسة الأولى

$$Cm_2 = P \Rightarrow P = 12/5$$

وهي دالة عرض المؤسسة الثانية

معناها أن المؤسسة الأولى تكون كميتها المعروضة تابعة بشكل طردي لتغيرات السعر بينما المؤسسة الثانية فإنها قادرة أن تعرض أي كمية مطلوبة عند سعر يقدر بـ 2.4 وحدة نقدية.

المقارنة فيما بين المؤسسات فيما يتعلق بإمكانية استرداد التكاليف الكلية -4-

لقد رأينا في إجابة السؤال الأول أنه عندما يكون حجم الإنتاج يعادل 30 و بالنسبة لكل مؤسسة (60) وحدة في المجموع (فإن ذلك يعني تساوي قيمتي التكاليف المتوسطة للمؤسسات عند مستوى 114 ون وهذا يعني أنهما يكونان حينها في نفس المكانة بالنظر إلى سعر بيع المنتج وإلى عتبة المردودية التي سوف تتحقق حينما يكون السعر 3.8 ون، أما حجم الإنتاج الأقل من 30 بالنسبة لكل مؤسسة أقل من 60 وحدة في المجموع (يجعل المؤسسة الأولى في موضع أفضل من المؤسسة الثانية من حيث قابلية استرداد مجموع التكاليف الكلية ويحدث العكس حين يرتفع حجم الإنتاج فوق 30 وبالنسبة لكل مؤسسة أكثر من 60 وحدة بالنسبة للسوق ككل.

قائمة المراجع

1. أبو حمد، رضا صاحب الخطوط الكبرى في الاقتصاد الوضعي دار مجدلاوي للنشر والتوزيع، عمان، 2006.
2. حسين مجيد خليل مبادئ علم الاقتصاد دار زهران للنشر والتوزيع، عمان 2012.
3. عبد الوهاب، أمين : فريد بشير الاقتصاد الجزئي، مكتبة المتنبي، 2011.
4. عفاف، سعيد عبد الجبار: حسين مجيد علي مقدمة في التحليل الاقتصادي الجزئي دار وائل للطباعة والنشر. عمان 1997
5. علي جوادي الاقتصاد الجزئي تحليل نظري وتطبيقي الجزء الأول دار النشر الجديد، الجزائر، 2020.
6. عمار، عماري تطبيقات محلولة في الاقتصاد الجزئي، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، 2002
7. عمر، صخري مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2001.
8. كامل علاوي : الزبيدي الفتلاوي الاقتصاد الجزئي، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان، 2010.
9. محمد، سحنون محاضرات في التحليل الاقتصادي الجزئي منشورات جامعة قسنطينة، الجزائر 2001.
10. محمد فرحي التحليل الاقتصادي الجزئي دار أسامة للنشر والتوزيع، الجزائر 2007.
11. معاذ الشرفاوي الجزائري الاقتصاد الجزئي، منشورات الجامعة الافتراضية السورية سورية 2020.
12. د.بلخضر ناصيرة محاضرات و تمرين محلولة في مقياس الاقتصاد الجزئي 1 جامعة عبد الرحمن ابن خلدون ، تيارت 2023.
13. Aurelio, Mattei. Manuel de micro-économie, Librairie Droz SA, Genève, 2000.
14. Clotilde, Champeyrache. Introduction générale à l'économie, 2" édition, Ellipses Edition, Paris, 2019.
15. Hal R, Varian. Introduction à la microéconomie, 8" édition, Edition De boeck, Pris, 2016.
16. Murat, Yildizoglu. Introduction à la microéconomie, Libre Edition, Université Paul Cézanne, Marseille, 2009.