

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي العلمي و البحث

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université MUSTAPHA Stambouli

Mascara



جامعة مصطفى اسطمبولي

معسكر

Faculté des sciences et technologies

Département de génie civil

Laboratoire des sciences et techniques de l'eau

THESE de DOCTORAT 3^{ème} Cycle

Filière : Génie Civil

Spécialité : Matériaux et Durabilité

Intitulée

Analyse du comportement des poutres en béton précontraint renforcées par des plaques en matériaux composites

Présentée par : M^{me} MEBSOUT Hanane

A soutenir Le 27/11/2025 à 09h00

Devant le jury :

Président	SENHADJI Yassine	Prof.	Université de Mascara
Examinateur	ZEMRI Cheikh	M.C.A	Université de Mascara
Examinateur	ELMEICHE Noureddine	Prof.	Université de Sidi Bel Abbes
Examinateur	MECHAB Ismail	Prof.	Université de Sidi Bel Abbes
Encadreur	KOUR Bagdad	Prof.	Université de Sidi Bel Abbes
Co-Encadreur	RAHAL Nacer	Prof.	Université de Mascara



Remerciements

Même si une thèse est finalement soumise par un individu, et que cet individu se voit attribuer les éloges du comité, la réalisation d'une thèse n'est jamais possible sans l'assistance de plusieurs individus.

Je tiens à exprimer ma gratitude tout particulièrement envers mes deux directeurs de thèse, M. Krour Baghdad et M. RahalNacer. Au début de ce travail, M. Krour Baghdad a été d'un grand soutien en me guidant dans la bonne direction pour assurer sa réussite.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes plus vifs remerciements à tous les membres du jury de ma thèse, pour l'honneur qu'ils me font en acceptant d'évaluer mon travail. Votre présence et votre participation témoignent de votre engagement envers la recherche et l'excellence académique, et je suis particulièrement honoré(e) de votre expertise

Je remercie vivement mes chers parents :Nour El Dinne, Houaria pour leur amour inconditionnel, leur soutien indéfectible et leurs sacrifices .

Je voudrais également remercier mon frère ,BRAHIM et mes sœurs :IMANE , SARA, NADIA et BESMA pour leur soutien indéfectible tout au long de ce parcours. Leur confiance en moi, leurs encouragements constants et leur présence dans les moments difficiles

Je tiens à remercier mon cher mari Abdelkader qui a su me soutenir, me supporter, m'encourager pendant toute la durée de ma thèse et à mes enfants, une partie de mon âme : Islem ,Ishak et Ghaith .

Pour finir, je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers mes parents bien-aimés, mes sœurs, mon frère ainsi que l'ensemble de ma famille et tous mes amis et collègues professionnels.

SOMMAIRE

Remerciements	1
SOMMAIRE	2
Liste des figures.....	4
Liste des tableaux	8
<u>ملخص</u>	10
Abstract.....	11
Résumé.....	12
Introduction générale	13

Chapitre I : Etat de l'art

I.1. Introduction	17
I.2. Le renforcement des structures en béton précontraint	17
I.3. Matériaux utilisés dans le renforcement	19
I.4. Techniques de renforcement des structures en béton précontraint	20
I.4.1. La Technique NSM (Near Surface Mounted).....	20
I.4.2. La technique EBR (Externally Bonded Reinforcement)	22
I.4.3. La technique de post-tension externe (External post-tensioning)	22
I.5. Dispositifs de précontrainte et d'ancrage.....	23
I.6. Modes de défaillance observés	26
I.7. Etudes expérimentales du renforcement par précontrainte	27
I.8. Modélisation par éléments finis.....	28
I.9. Contraintes d'interfaces	30
I.9.1. Approches analytiques	30
I.9.1.1. Modèle de Smith et Teng	30
I.9.1.2 Modèle de Tounsi et al	36
I.9.1.3 Modèle krour et al	44
I.9.1.4 Autres modèles analytiques des contraintes d'interfaces.....	53
I.9.2. Modèles éléments finis des contraintes d'interfaces.....	54
I.9.2.1. Modèle de L. Zhang et J.G. Teng	54
I.9.2.2. Modèle de krour et al	49
I.9.3. Etudes expérimentales	69
I.10. Conclusion.....	76

Chapitre II : Comportement des sections transversales renforcées par des plaques en matériaux composite précontraintes

II .1. Introduction.....	77
II .2. Efficacité du renforcement par plaque composite précontrainte.....	77
II.2.1. Distribution des contraintes normales à travers la section transversale	78
II.2.2. Résultats et discussions	80
II.3. Conclusion	84

Chapitre III : Comportements des interfaces béton-plaque d'une poutre en béton précontraint renforcée par une plaque composite précontraintes

III.1. Introduction	85
III.2. Modèle analytique proposé.....	85
III.2.1. Equation différentielle des contraintes d'interface de cisaillement	87
III.2.2. Equations différentielle des contraintes normales d'interfaces	91
III.2.3. Application des conditions aux limites et solutions approchées	93
III.3. Résultats et discussions	97
III.3.1. Effet de la précontraintes de la plaque sur les contraintes d'interface.....	98
III.3.2. Effet de l'orientation des fibres de la plaque CFRP	103
III.3. Conclusion	106
IV. Conclusion générale.....	108
V. Références bibliographique	110

Liste des figures

Liste des figures

Introduction

Figure (1) :	Renforcement des poutres en béton armé.....	13
Figure (2) :	Renforcement des planchers en béton armé.....	14
Figure (3) :	Renforcement des poteaux en béton armé.....	14
Figure (4) :	Phénomène de décollement dans les poutres.....	15

Chapitre I

Figure (I.1) :	Diagramme du processus de renforcement. (Muhammad Aslam [1]).....	18
Figure (I.2) :	Comportement contrainte-déformation des matériaux précontraints (Muhammad Aslam [1])	19
Figure (I.3) :	Comparaison de la déformation typique en fonction de la charge des poutres renforcées avec différents niveaux de précontrainte (P1, P2 et P3), poutres non précontraintes et non renforcées poutres (Muhammad Aslam [1]).....	19
Figure (I.4) :	Schéma de renforcement FRP précontraint monté en surface (NSM). (Muhammad Aslam [1])	21
Figure (I.5) :	Application de la méthode NSM utilisant une barre FRP précontraint pour le renforcement d'une poutre en béton armé (Muhammad Aslam [1])	21
Figure (I.6) :	Renforcement en PRF précontraint collé à l'extérieur (EB) (Muhammad Aslam [1]).....	22
Figure (I.7) :	Schéma et image du système d'ancre à conne en acier (a) parties de l'ancre Waterloo ; (b) l'ancre Waterloo assemblée, proposée par Al-Mayah et al. [4].....	24
Figure (I.8) :	Système de précontrainte et d'ancre proposé par Nordin et al. [5].....	24
Figure (I.9) :	Système de précontrainte inventé par Yang et al. [7]	24
Figure (I.10) :	Système de précontrainte disposé par Yang et al [7]	25
Figure (I.11) :	Systèmes de précontrainte pour post-tension externe CFRP et acier (barres). ..	25
Figure (I.12) :	Pont renforcé en situation réelle (Technique EPT) (Muhammad Aslam [1])..	25
Figure (I.13) :	Graphique montrant la charge maximale à différents niveaux de précontrainte dans NSM & EBR (bandes CFRP) (C.B : poutre de contrôle, S.B : poutre renforcée, P-20%, P-40%, P-60% : niveau de précontrainte à 20%, 40% et 60% (Muhammad Aslam [1])	26
Figure (I.14) :	Comportement des déviateurs et les effets du second ordre dans les câbles en post-tension externes (Muhammad Aslam [1]).....	28
Figure (I.15) :	Modèle 3D par Éléments Finis (Muhammad Aslam [1])	29

Liste des figures

Figure (I.16) :	Poutre renforcée par une plaque composite. (Smith et Teng [14])	31
Figure (I.17) :	Efforts agissant sur un élément infinitésimal de la poutre renforcée. (Smith et Teng [14])	31
Figure (I.18) :	Différents cas de chargement étudiés. (Smith et Teng [14]).....	33
Figure (I.19) :	Comparaison des contraintes d'interface d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibres de carbone (CFRP) avec une charge concentrée. (Smith et Teng [14]).	34
Figure (I.20) :	Comparaison des contraintes d'interface d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibres de carbone (CFRP) avec une charge uniformément répartie.	35
Figure (I.21) :	Poutre simplement appuyée symétriquement chargée. (Tounsi et al. [20])....	38
Figure (I.22) :	Contraintes tangentielles en variant la charge F. (Tounsi et al. [20])	40
Figure (I.23) :	Comparaison avec le modèle de Smith et Tang pour un renforcement en CFRP et un chargement uniformément réparti. (Tounsi et al. [20])	41
Figure (I.24) :	Comparaison avec le modèle de Smith et Tang pour un renforcement en CFRP et une charge concentrée au milieu. (Tounsi et al. [20])	42
Figure (I.25) :	Poutre simplement appuyée renforcée par une plaque en composite.(Krour at al [22]).	44
Figure (I.26) :	Variation de la fraction volumique des fibres V_f suivant l'épaisseur de la plaque (Krour at al [22])	46
Figure (I.27) :	Effet du coefficient n sur la variation de la fraction volumique V_f . (Krour at al [22])	48
Figure (I.28) :	Effet du coefficient n sur la variation du module élastique E . (Krour at al [22]).	49
Figure (I.29) :	Comparaison des contraintes d'interface sous chargement uniforme. (Krour at al [22])	51
Figure (I.30) :	Effet de la fraction volumique des fibres à l'extérieur sur les contraintes d'interface de cisaillement au bord ($n=1$). (Krour at al [22])	52
Figure (I.31) :	Effet de la fraction volumique des fibres à l'extérieur sur les contraintes d'interface normales au bord ($n=1$). (Krour at al [22]).....	52
Figure (I.32) :	Poutre renforcée par une plaque en acier. (L. Zhang et J.G. Teng [27]).....	54
Figure (I.33) :	Différents modèles étudiés. (L. Zhang et J.G. Teng [27])	55
Figure (I.34) :	Représentation du maillage au bord de la plaque. (L. Zhang et J.G. Teng [27]).	
	56

Liste des figures

Figure (I.35) :	Evolution des contraintes tangentielles (a) et normales (b) d'interface le long de la poutre en fonction de la taille des éléments. (L. Zhang et J.G. Teng [27])	57
Figure (I.36) :	Evolution des contraintes tangentielles d'interface près du bord de la plaque pour plusieurs modèles élément finis. (L. Zhang et J.G. Teng [27])	58
Figure (I.37) :	Evolution des contraintes normales d'interface près du bord de la plaque pour plusieurs modèles élément finis. (L. Zhang et J.G. Teng [27]).....	59
Figure (I.38) :	Comparaison des contraintes tangentielles d'interface avec différentes orientations de fibres. (Krour et al. [28])	61
Figure (I.39) :	Comparaison des contraintes normales d'interface avec différentes orientations de fibres. (Krour et al. [28])	62
Figure (I.40) :	Comparaison des contraintes tangentielles d'interface données par le modèle EF. (Krour et al. [28])	64
Figure (I.41) :	Comparaison des contraintes normales d'interface données par le modèle EF. (Krour et al. [28]).....	5
Figure (I.42) :	Gains réalisés en flèche et en contraintes de décollement (Krour et al. [28])..	67
Figure (I.43) :	Courbes force-déplacement pour différentes combinaison d'orientation des fibres.....	68
Figure (I.44) :	Essais de flexion 3 points sur une poutre renforcée par une plaque Acier. (Jones et al. [21])	Erreur ! Signet non défini. 69
Figure (I.45) :	Détails géométriques et ferraillage des poutres soumises à l'expérience. (Jones et al. [21]).....	70
Figure (I.46) :	Détails géométriques des poutres soumises à l'expérience. (Jones et al. [21])	71
Figure (I.47) :	Evolution de la force appliquée en fonction de la flèche pour chaque poutre. (Jones et al. [21])	72
Figure (I.48) :	Evolution des contraintes d'interface pour la poutre (F31). (Jones et al.[21])..	74
Figure (I.49) :	Evolution des contraintes d'interface pour la poutre (F32). (Jones et al. [21]).	75
Figure (I.50) :	Evolution des contraintes d'interface pour la poutre (F34). (Jones et al. [21]).	75

Chapitre II

Figure (II.1) :	Poutre en béton précontraint simplement supportée renforcée avec une plaque FRP collée.....	77
Figure (II.2) :	La forme de la section transversale.....	78
Figure (II.3) :	Propriétés géométriques de la poutre étudiée.	81
Figure (II.4) :	Loi de comportement de la plaque en CFRP.	82

Liste des figures

Figure (II.5) :	Variation des contraintes au fond	83
Figure (II.6) :	Variation des contraintes supérieures.	83

Chapitre III

Figure (III.1) :	Poutre en béton précontraint simplement appuyée renforcée par une plaque FRP collée.....	85
Figure (III.2) :	La forme de la section transversale.....	85
Figure (III.3) :	Forces dans l'élément infinitésimal d'une poutre renforcée par une plaque composite.....	86
Figure (III.4) :	Charge uniformément répartie.....	93
Figure (III.5) :	Charge ponctuelle.	94
Figure (III.6) :	Deux charges ponctuelles symétriques.	95
Figure (III.7) :	Section transversale de la poutre renforcée.	97
Figure (III.8) :	Contraintes de cisaillement d'interface pour charge uniformément répartie ...	98
Figure (III.9) :	Contraintes normales d'interface pour charge uniformément répartie	99
Figure (III.10) :	Contraintes de cisaillement d'interface pour charge concentrée au milieu.....	100
Figure (III.11) :	Contraintes normales d'interface pour charge concentrée au milieu	100
Figure (III.12) :	Contraintes de cisaillement d'interface pour deux charges concentrées symétrique au milieu.....	101
Figure (III.13) :	Contraintes normales d'interface pour deux charges concentrées symétrique au milieu	102
Figure (III.14) :	Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes de cisaillement d'interface (charge uniformément répartie)	103
Figure (III.15) :	Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes normales d'interface (charge uniformément répartie)	104
Figure (III.16) :	Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes de cisaillement d'interface (charge concentrée au milieu).....	104
Figure (III.17) :	Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes normales d'interface (charge concentrée au milieu).....	105
Figure (III.18) :	Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes de cisaillement d'interface (deux charge concentrée symétrique)	105
Figure (III.19) :	Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes normales d'interface (deux charge concentrée symétrique)	106

Liste des Tableau

Chapitre I

Tableau (I.1) :	Propriétés en traction unidirectionnelle des câbles de précontrainte (Comité ACI 215) (Muhammad Aslam [1]).....	18
Tableau (I.2) :	Propriétés en traction unidirectionnelle des câbles précontraints (CAN/CSA-S806-02) (Muhammad Aslam [1]).....	18
Tableau (I.3) :	Comparaison entre NSM, EBR et EPT (Muhammad Aslam [1])	23
Tableau (I.4) :	Paramètres géométriques et matériels. (Smith et Teng [14])	34
Tableau (I.5) :	Comparaison des contraintes d'interface maximales d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibres de carbone (CFRP) avec une charge concentrée.	35
Tableau (I.6) :	Comparaison des contraintes d'interface maximales d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibres de carbone (CFRP) avec une charge uniformément répartie.	36
Tableau (I.7) :	Paramètres géométriques et matériels. (Tounsi et al. [20])	38
Tableau (I.8) :	Comparaison des contraintes d'interface maximales dans une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibre de carbone (CFRP) avec une charge concentrée. (Tounsi et al. [20]).....	43
Tableau (I.9) :	Comparaison des contraintes d'interface maximales d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibre de carbone (CFRP) avec une charge uniformément répartie. (Tounsi et al. [20])	43
Tableau (I.10) :	Paramètres géométriques et matériels. (Krour at al [22]).....	50
Tableau (I.11) :	Propriétés matérielles de la structure hybride. (L. Zhang et J.G. Teng [27])	54
Tableau (I.12) :	Influence de la taille des éléments sur les contraintes d'interface. (L. Zhang et J.G. Teng [27])	56
Tableau (I.13) :	Paramètres géométriques de la poutre renforcée. (Krour et al. [28])	60
Tableau (I.14) :	Paramètres matériaux de la structure hybride. (Krour et al. [28])	60
Tableau (I.15) :	Orientations des fibres donnant les contraintes d'interface minimales. (Krour et al. [28])	61
Tableau (I.16) :	Contraintes d'interface en fonction des orientations des fibres. (Krour et al. [28]).	62
Tableau (I.17) :	Déplacements déterminés pour différentes combinaisons d'orientation de fibres. (Krour et al. [28])	66
Tableau (I.18) :	Evolution de la force appliquée en fonction de la flèche pour chaque poutre. (Jones et al. [21]).....	73
Tableau (I.19) :	Contraintes d'interface maximales pour chaque poutre. (Jones et al. [21])	76

Chapitre II

Tableau (II.1) : Caractéristiques géométriques de la section transversale.....	80
Tableau (II.2) : Propriétés géométriques et mécaniques des CFRP.	81
Tableau (II.3) : Contraintes normales à travers la section en béton en fonction de la force de précontrainte de la plaque en CFRP.....	84

Chapitre III

Tableau III.1. : Caractéristiques géométriques de la section transversale	97
Tableau III.2. : Contraintes d'interface de cisaillement et normales à l'extrémité de la plaque sous charge uniformément repartie.	99
Tableau (III.3) : Contraintes d'interface de cisaillement et normales à l'extrémité de la plaque sous une charge concentrée au milieu.....	101
Tableau (III.4) : Contraintes d'interface de cisaillement et normales à l'extrémité de la plaque sous deux charges concentrées symétriques	102

ملخص

يعد تعزيز العوارض الخرسانية المجهدة مسبقاً باستخدام صفائح مرکبة مجدهدة مسبقاً حلأً عالي الأداء ومبتكراً في مجال إعادة التأهيل الهيكلي. في هذه الأطروحة تم إثبات بشكل واضح أن استخدام الصفائح المرکبة المجهدة مسبقاً يقلل بشكل كبير من شدة إجهادات الشد في مقطع الخرسانة المجهدة مسبقاً. و على الرغم من فائدته فإن هذا النوع من التعزيزات يواجه مشكلة كبيرة الا و هي الانفصال بين التعزيز المركب والعنصر الخرساني. ومن ثم فإن دراسة إجهادات الواجهة ضرورية لفهم الآليات المسؤولة عن هذا الانفصال واقتراح حلول تقنية قابلة للتطبيق. تم إعداد نموذج تحليلي لتقييم هذه الإجهادات في العوارض المعرضة الانحناء، مع دمج تأثير الإجهاد المسبق المطبق بالإضافة إلى الشكل الهندسي للكابل من أجل تقدير إجهادات الواجهة بشكل صحيح والتي تبين في النهاية أنها عالية جداً، مما يفرض استخدام نظام تثبيت على حافة اللوحة المركبة.

كلمات المفتاحية: الخرسانة المجهدة مسبقاً، التسليح، الصفائح المرکبة، الواجهة، الانفصال، الانحناء.

Abstract

Reinforcing prestressed concrete beams with prestressed composite plates represents a powerful and innovative solution in the field of structural rehabilitation. This thesis clearly demonstrates that the use of prestressed composite plates significantly reduces the intensity of tensile stresses in the prestressed concrete cross section. However, this type of reinforcement, while beneficial, faces a major problem: debonding at the interface between the composite reinforcement and the concrete element. Therefore, the study of interface stresses is essential to understand the mechanisms responsible for this debonding and to propose viable technical solutions. An analytical model for evaluating these stresses in beams subjected to bending loads, integrating the effect of the applied prestressing as well as the cable geometry, is implemented to correctly estimate these interface stresses. These interfacial stresses ultimately prove to be very high, thus requiring the use of anchorage systems at the edge of the composite plates.

Keywords: prestressed concrete, reinforcement, composite plate, interface, debonding, bending.

Résumé

Le renforcement des poutres en béton précontraint par des plaques composites précontraintes constitue une solution performante et innovante dans le domaine de la réhabilitation des structures. Dans cette thèse il est clairement démontré que l'utilisation des plaques composite précontraintes réduit considérablement l'intensité des contraintes de tractions dans la section transversale de béton précontraint. Cependant, ce type de renforcement, bien que bénéfique, est confronté à une problématique majeure : le décollement à l'interface entre le renfort composite et l'élément en béton. L'étude des contraintes d'interface est donc essentielle pour comprendre les mécanismes responsables de ce décollement et proposer des solutions techniques viables. Un modèle analytique pour évaluer ces contraintes dans les poutres soumises à des sollicitations de flexion, avec intégration de l'effet de la précontrainte appliquée ainsi que la géométrie du câble est mise en place pour estimer correctement ces contraintes d'interfaces. Ces contraintes s'avèrent au final très élevées impliquant de ce fait l'utilisation d'un dispositif d'ancrage au bord des plaques composites.

Mots clés : béton précontraint, renforcement, plaque composite, interface, décollement, flexion.

Introduction Générale

Actuellement, l'Algérie est en pleine expansion, marquée par la construction de nouvelles infrastructures notamment routières et ferroviaire dont le coût est relativement élevé. Cette expansion s'ajoute au réseau déjà existant qui représente, pour sa part, une valeur historique ou un enjeu majeur. Par ailleurs, l'Algérie est localisée dans une région sismique active, ce qui expose ces constructions à un risque accru : le tremblement de terre de Boumerdes ainsi que ceux de Mascara et Ain Temouchent, survenus à des périodes assez rapprochées, en sont des illustrations frappantes.

Pour protéger le patrimoine existant et éviter la construction incessante de nouveaux édifices, il est souvent efficace de privilégier la réhabilitation des structures endommagées par leur vieillissement ou par un tremblement de terre, ou encore opter pour le renforcement des structures conçues pour supporter des charges plus importantes que celles prévues à l'origine.

Il existe de nombreuses méthodes de réhabilitation ou de renforcement reconnues à l'échelle mondiale. Parmi ces méthodes, l'utilisation d'un matériau composite avec des propriétés mécaniques remarquables collé sur les composants structurels d'une construction comme les colonnes, les poutres et autres comme le montrent les figures suivantes.



Figure (1) : Renforcement des poutres en béton armé.



Figure (2) : Renforcement des planchers en béton armé.



Figure (3) : Renforcement des poteaux en béton armé.

Grâce à leur rigidité et résistance supérieures, les matériaux composites offrent aux structures renforcées une meilleure performance face aux charges appliquées, tant en termes de résistance que de stabilité.

Cette méthode consiste à utiliser une résine pour appliquer le composite sur la surface de l'élément structural concerné, qu'il s'agisse de béton armé, de béton précontraint, d'acier ou encore de matériau mixte acier-béton.

La principale menace liée à cette méthode est le décollement, qui se produit essentiellement en raison du glissement entre la plaque composite et la structure renforcée. Cela entraîne des contraintes de cisaillement qui provoquent le détachement du renfort par rapport à la structure, comme l'illustre la figure 4.

Introduction Générale

Il est souvent observé que ce décollement survient soit au niveau des bords des plaques, soit là où les fissures se situent, zone où les forces de cisaillement sont considérables. D'où l'importance d'évaluer cette contrainte à l'avance pour éviter ce phénomène de décollement.

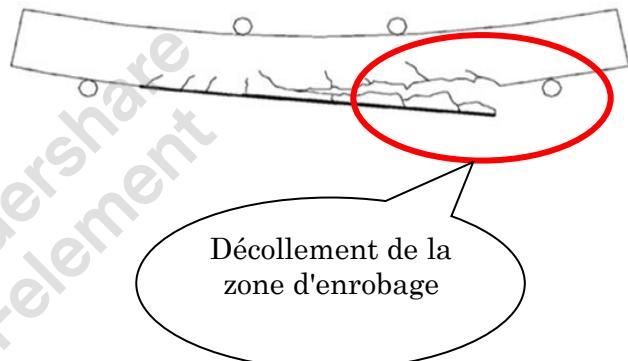
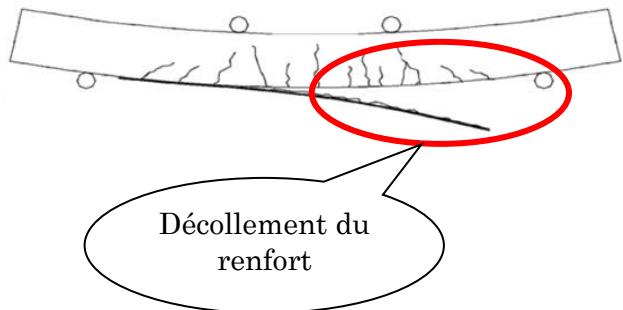


Figure (4) : Phénomène de décollement dans les poutres.

Cette thèse de doctorat s'intéresse plus particulièrement au renforcement des structures en béton précontraint rarement abordé par la littérature.

Dans un premier temps, une revue des travaux ayant abordé le sujet du renforcement des structures en béton ou béton précontraint est dressé dans le premier chapitre. On y trouve les approches analytiques, numériques et expérimentales ayant comme objectif de traiter le problème du renforcement tant sur le plan de son efficacité que sur le plan des interfaces.

Dans le deuxième chapitre, il est question de montrer l'efficacité du renforcement des poutres de pont précontraintes en utilisant une plaque en matériaux composites elle aussi précontrainte. Ainsi un modèle mathématique basé sur certaines hypothèses simples est proposé afin de calculer l'état de contrainte au niveau de la section transversale qui se voit atténuer grâce à la précontrainte de la plaque composite.

Le troisième chapitre sera consacré à l'étude des contraintes d'interfaces en proposant une modèle analytique qui tient compte à la fois de la précontrainte du câble, de sa géométrie ainsi que de la précontrainte de la plaque composite. Ce modèle conduit à proposer une approximation polynomiale des fluctuations aléatoire de la précontrainte dans l'espace et dans le temps afin d'aboutir à des

Introduction Générale

équations différentielles solvable analytiquement. Les résultats de ce modèle sont ainsi confrontés aux résultats d'autres travaux adaptés à une poutre en béton précontraint.

Enfin, une conclusion générale est dressée mettant en exergue les résultats, les observations et les perspectives de recherche en relation avec le sujet de cette thèse.



Chapitre I

Etat de l'Art

Etat de l'art

I.1. Introduction

Le sujet du renforcement des structures en béton armé ou précontraint a suscité et suscite toujours de l'intérêt dans la mesure ou la préservation du patrimoine est devenue une préoccupation majeure de ces dernières décennies car elle s'inscrit de façon directe ou indirecte dans le développement durable.

Du point de vue méthodologique, il est fondamentale de faire un tour d'horizon sur les principaux travaux ayant abordé le problème du renforcement sur le plan théorique, expérimental et numérique. Dans ce chapitre, il sera question de mettre la lumière sur les méthodes de renforcement et les problèmes y afférant notamment ceux liés aux contraintes d'interfaces.

I.2. Le renforcement des structures en béton précontraint

En parcourant la littérature disponible, nous avons constaté une rareté des travaux consacrés au renforcement des structures en béton précontraint. De ce fait nous allons nous contenter de détailler les travaux de Muhammad Aslam [1] qui constituent une revue des méthodes de renforcement en utilisant la précontrainte.

En effet, le renforcement par précontrainte, notamment à l'aide de câbles d'acier ou de polymères renforcés de fibres (FRP), s'est largement développé ces dernières décennies. L'acier, bien que traditionnellement utilisé pour le renforcement par post-tension, présente des limites en termes de résistance à la corrosion, de comportement en environnement agressif et de perte de performance due à la relaxation ou au fluage. Les câbles d'acier non protégés sont particulièrement vulnérables à la corrosion, ce qui justifie la recherche de matériaux alternatifs.

Parmi les méthodes émergentes, l'utilisation de polymères renforcés de fibres précontraints (FRP) a démontré un fort potentiel. Les FRP permettent une amélioration significative de la capacité portante et du comportement en service, avec des avantages tels que la légèreté, la résistance à la corrosion, et la facilité de mise en œuvre.

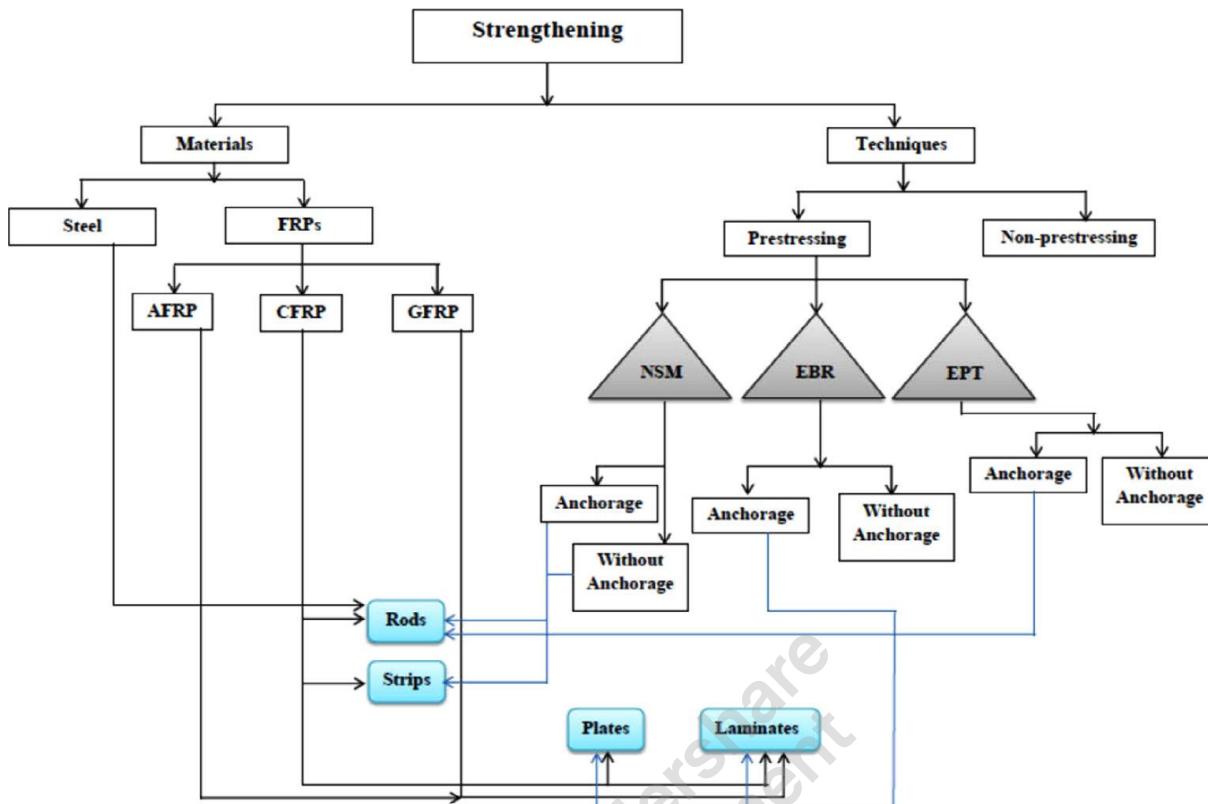


Figure (I.1) : Diagramme du processus de renforcement. (Muhammad Aslam [1])

Properties	Steel tendon	7 wire steel tendon	AFRP tendon	GFRP tendon	CFRP tendon
Tensile strength (MPa)	1400–1900	1725 grade 1 1860 grade 2	1200–2100	1400–1700	1650–2400
Density (lb/ft ³)	490	N.A.	75–90	75–130	90–100

Tableau (I.1) : Propriétés en traction unidirectionnelle des câbles de précontrainte (Comité ACI 215) (Muhammad Aslam [1])

Mechanical properties	Prestressing steel	AFRP tendon	GFRP tendon	CFRP tendon
Nominal yield stress (MPa)	1034–1396	N/A	N/A	N/A
Tensile strength (MPa)	1379–1862	1200–2068	1379–1724	1650–2410
Elastic modulus (GPa)	186–200	50–74	48–62	152–165
Density (kg/m ³)	7900	1250–1400	1250–2400	1500–1600

Tableau (I.2) : Propriétés en traction unidirectionnelle des câbles précontraints (CAN/CSA-S806-02) (Muhammad Aslam [1])

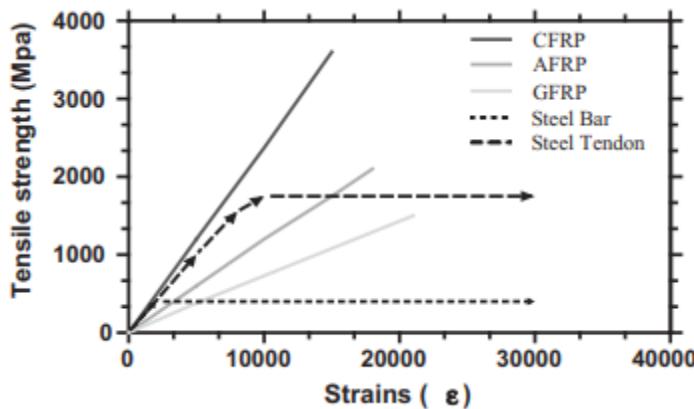


Figure (I.2) : Comportement contrainte-déformation des matériaux précontraints (Muhammad Aslam [1])

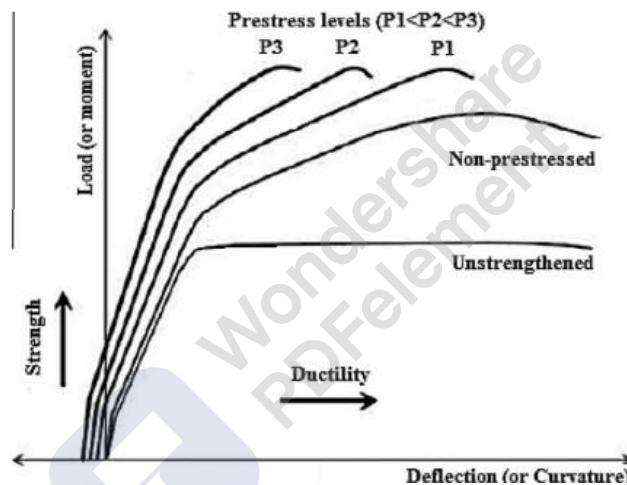


Figure (I.3) : Comparaison de la déformation typique en fonction de la charge des poutres renforcées avec différents niveaux de précontrainte (P1, P2 et P3), poutres non précontraintes et non renforcées poutres (Muhammad Aslam [1])

I.3. Matériaux utilisés dans le renforcement

Les principaux matériaux FRP utilisés en précontrainte sont :

➤ **CFRP (fibre de carbone)**

Très utilisés pour leur module d'élasticité élevé, leur résistance à la corrosion et leur durée de vie supérieure, les CFRP présentent toutefois une fragilité accrue en compression.

➤ **GFRP (fibre de verre)**

Moins coûteux, leur module est proche de celui du béton, mais leur résistance mécanique et leur ductilité sont plus faibles.

➤ **AFRP (fibre d'aramide)**

Bonne résistance à la fatigue, poids léger, mais vulnérables en milieux chimiques agressifs.

Cependant ces matériaux présentent quelques limites telles que :

- Faible allongement à la rupture (fragilité) ;
- Décollements précoces ;
- Sensibilité au fluage et à la relaxation ;
- Préférences selon l'exposition, l'environnement et la nature de la structure.

L'efficacité du renforcement des poutres en béton par bandes et plaques en polymères renforcés de fibres de carbone (CFRP) précontraints dépend fortement des méthodes d'ancrage et du niveau de précontrainte appliquée. Des études ont montré que certaines méthodes d'ancrage, notamment celles placées dans les zones à forte contrainte de cisaillement, ne réduisent ni la flèche ni la largeur des fissures de manière significative, suggérant une utilité limitée pour des poutres classiques, mais un potentiel pour des structures à grande portée comme les ponts.

I.4. Techniques de renforcement des structures en béton précontraint

Les techniques les plus répandues sont :

I.4.1. La Technique NSM (Near Surface Mounted)

Comme le montrent les figures (I.4) et (I.5), la technique de renforcement NSM (Near Surface Mounted), qui consiste à insérer des barres ou bandes FRP précontraintes dans des rainures remplies d'époxy sur la surface du béton, a démontré une amélioration notable des performances structurelles, notamment en termes de résistance à la fissuration, charge ultime et rigidité. En effet, Nordin et Täljsten [2] ont montré que l'utilisation de barres carrées CFRP précontraintes augmentait significativement les charges de fissuration, d'élasticité et de rupture. El-Hacha et Gaafar [3] ont constaté que l'augmentation du niveau de précontrainte dans les CFRP améliore la résistance ultime mais réduit la ductilité, en raison d'une diminution de la dissipation d'énergie et d'un taux élevé de renforcement en traction.

Les facteurs suivants doivent être pris en compte lors du renforcement des structures en béton armé en utilisant le système NSM :

- **Type de renforcement en FRP :** Le choix du matériau FRP avec une résistance à la traction et un module d'élasticité plus élevés tels que le CFRP au lieu du GFRP ou AFRP permettrait l'utilisation de FRP avec de plus petites et les sections transversales des rainures, ceci réduit le risques d'interférer avec le renforcement interne.
- **Dimension de la rainure :** La largeur de la rainure, la profondeur, la distance libre entre deux rainures adjacentes, et la distance nette entre une rainure et le bord de la poutre sont tous des

paramètres de construction pertinents qui peuvent affecter la performance de la liaison. La profondeur de la rainure est limitée par la profondeur de la zone d'enrobage du béton.

- **Remplisseur de rainure** : En termes de comportement structurel, c'est la propriété la plus pertinente. les propriétés mécaniques telles que les résistances au cisaillement et à la traction sont cruciales ; des matériaux comme un adhésif époxy ou un mortier de ciment peuvent être utilisés.

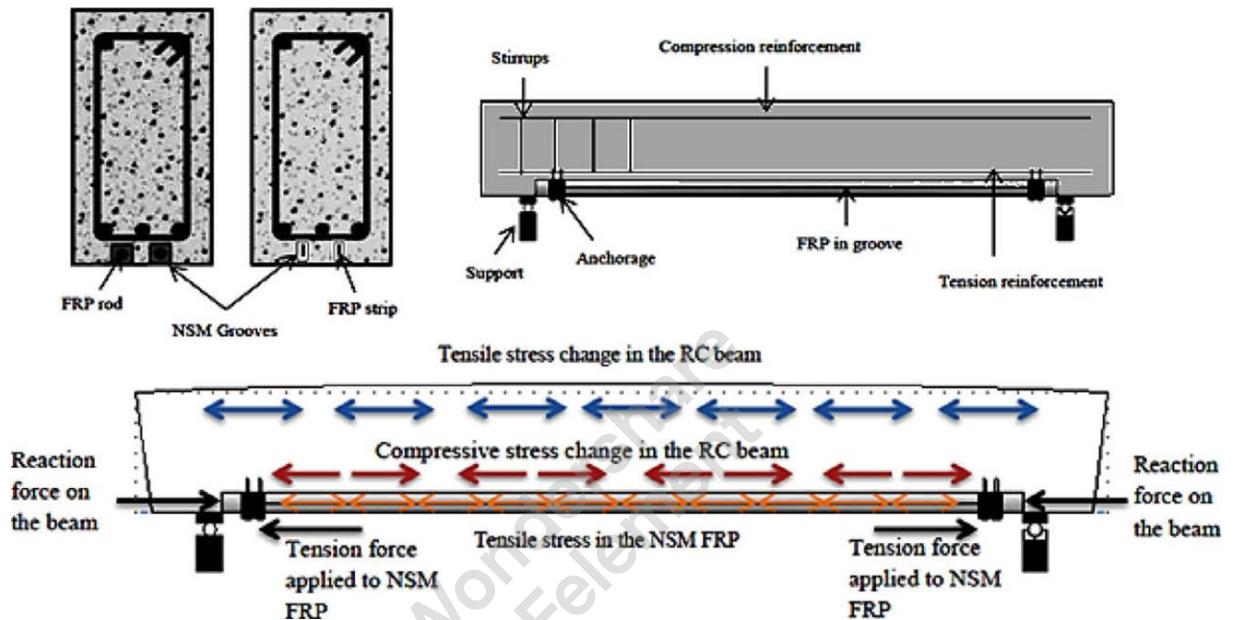


Figure (I.4) : Schéma de renforcement FRP précontraint monté en surface (NSM).
(Muhammad Aslam [1])

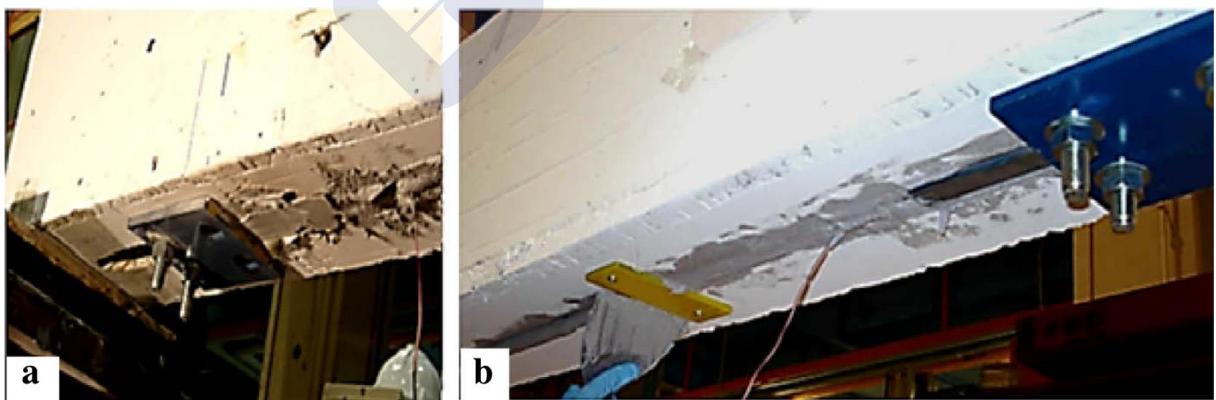


Figure (I.5) : Application de la méthode NSM utilisant une barre FRP précontraint pour le renforcement d'une poutre en béton armé (Muhammad Aslam [1])

I.4.2. La technique EBR (Externally Bonded Reinforcement)

C'est une méthode largement utilisée pour le renforcement structural des éléments en béton armé, notamment en flexion. Elle consiste à un collage externe de plaques ou de stratifiés en polymères renforcés de fibres (FRP) sur la surface tendue de la structure, à l'aide d'un adhésif époxy à haute performance comme illustré dans la figure (I.6). Cette méthode présente l'avantage d'une mise en œuvre relativement simple sur site, ce qui en fait une solution attractive pour les interventions de réhabilitation. Toutefois, l'un de ses principaux inconvénients réside dans la vulnérabilité au décollement prématûre des FRP, notamment en zone d'ancrage ou sous sollicitations dynamiques. Pour remédier à cette limitation, des systèmes d'ancrage mécaniques complémentaires peuvent être intégrés afin de garantir une meilleure transmission des efforts et d'améliorer l'efficacité globale du renforcement, en particulier dans les applications à haute exigence structurelle.

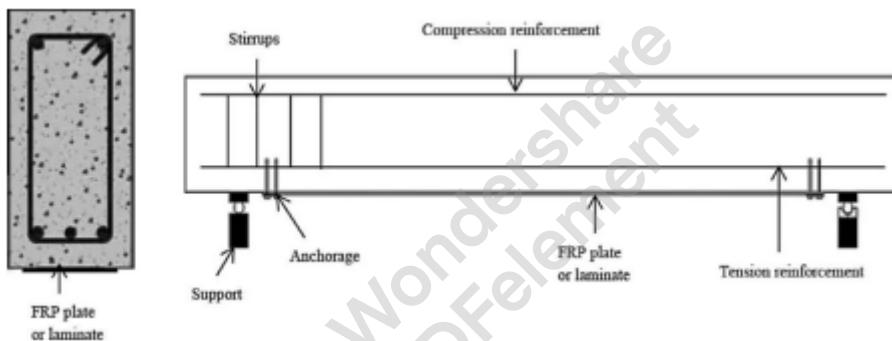


Figure (I.6) : Renforcement en PRF précontraint collé à l'extérieur (EB) (Muhammad Aslam [1])

I.4.3. La technique de post-tension externe (External post-tensioning)

C'est une méthode avancée de renforcement des structures en béton armé, utilise des câbles ou des bandes en polymères renforcés de fibres (FRP) soumis à une mise en tension contrôlée puis ancrés mécaniquement aux extrémités de l'élément structurel. Ce procédé, appliqué hors de la section en béton, permet de superposer un effort de compression aux zones tendues de la poutre, réduisant ainsi la largeur des fissures et améliore la performance en service. L'EPT se distingue par sa flexibilité de mise en œuvre, autorisant un réglage précis du niveau de précontrainte, une surveillance aisée des tendons durant la durée de vie de l'ouvrage, et une réutilisation ou remplacement facilité des dispositifs d'ancrage, notamment en cas d'évolution des besoins structurels ou de maintenance. Cette technique est particulièrement adaptée aux structures de grande portée, comme les ponts, ou aux éléments nécessitant un renforcement sans intervention intrusive dans le béton.

Critère	NSM	EBR	EPT
Mise en œuvre	Moyennement complexe	Simple	Complexé
Performance	Excellente	Bonne	Très bonne
Durabilité	Très bonne	Moyenne	Très bonne
Sensibilité au décollement	Faible	Élevée	Faible
Capacité de précontrainte ajustable	Moyenne	Faible	Élevée

Tableau (I.3) : Comparaison entre NSM, EBR et EPT (Muhammad Aslam [1])

Le tableau (I.3) présente une comparaison entre les trois méthodes de renforcement. En effet, la technique NSM se distingue par sa haute efficacité mécanique et sa protection intégrée contre les agressions. L'EBR est limitée par des risques de délamination. L'EPT est particulièrement adaptée aux grandes portées (ponts) grâce à son contrôle dynamique de la précontrainte.

I.5. Dispositifs de précontrainte et d'ancrage

Les systèmes d'ancrage et de précontrainte jouent un rôle fondamental dans l'efficacité du renforcement des structures en béton armé par matériaux composites FRP. Deux grandes catégories de dispositifs sont généralement utilisées. Les systèmes directs qui consistent à appliquer une tension contrôlée aux extrémités des renforts FRP à l'aide de vérins hydrauliques, puis à transférer cette précontrainte à la structure via des ancrages mécaniques tels que conne métalliques, pinces ou plaques boulonnées. À l'inverse, les systèmes de précontrainte indirecte impliquent une mise en tension préalable sur banc externe, suivie du collage du renfort précontraint à l'aide d'un adhésif époxy, la force étant transférée une fois l'adhésif durci. Parallèlement, des solutions innovantes telles que le Neoxe Prestressing System (NPS) combinent des ancrages mécaniques spécialisés avec des dispositifs de glissement ou de vissage permettant un ajustement fin et sécurisé de la précontrainte. Dans tous les cas, la qualité de l'ancrage reste déterminante pour garantir une transmission fiable des efforts, éviter les pertes de précontrainte et prévenir les défaillances prématuées du système de renforcement. Les figures ci-après illustrent quelques systèmes d'ancrage et des dispositifs de précontraintes.

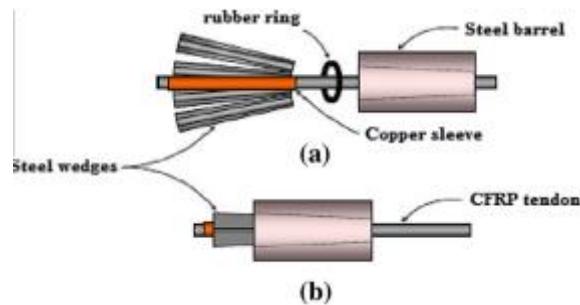


Figure (I.7) : Schéma et image du système d'ancrage à conne en acier (a) parties de l'ancre Waterloo ; (b) l'ancre Waterloo assemblée, proposée par Al-Mayah et al. [4]

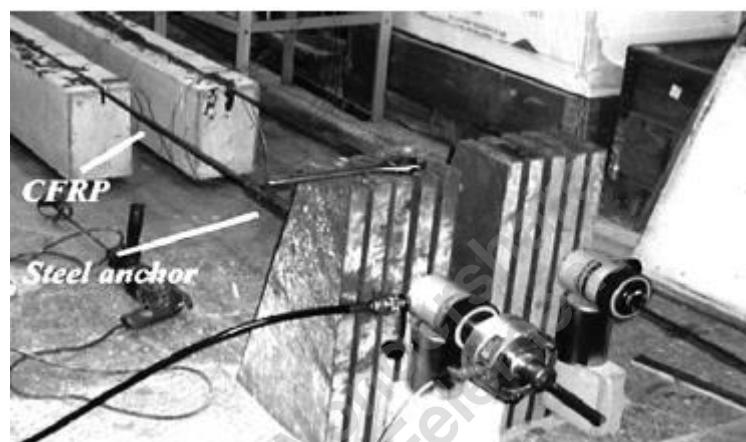


Figure (I.8) : Système de précontrainte et d'ancrage proposé par Nordin et al. [5].

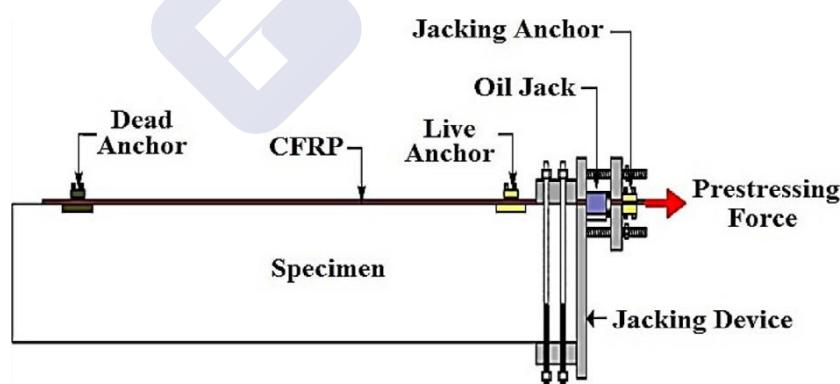


Figure (I.9): Système de précontrainte inventé par Yang et al. [7]

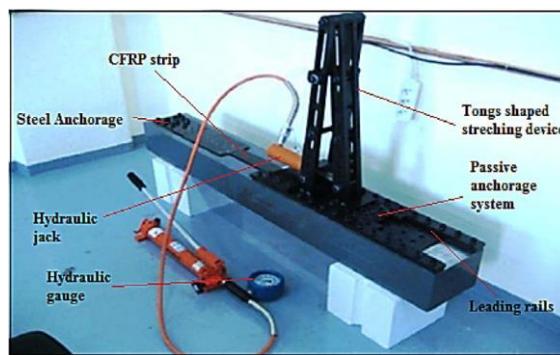


Figure (I.10) : Système de précontrainte disposé par Yang et al [7]

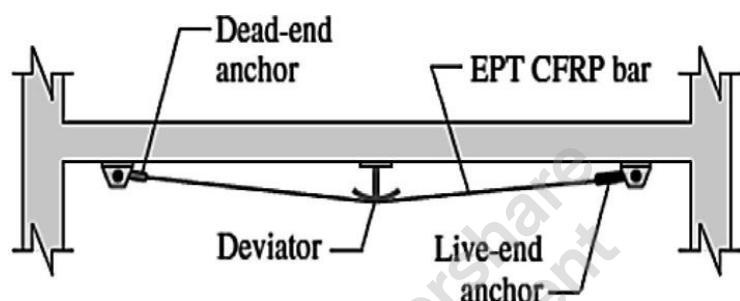


Figure (I.11) : Systèmes de précontrainte pour post-tension externe CFRP et acier (barres)
(Muhammad Aslam [1])



Figure (I.12) : Pont renforcé en situation réelle (Technique EPT)
(Muhammad Aslam [1])

I.6. Modes de défaillance observés

Les modes de défaillance associés aux techniques de renforcement par polymères renforcés de fibres (FRP) varient en fonction de la méthode employée et des conditions de mise en œuvre. Dans le cas du renforcement NSM (Near Surface Mounted), les principales défaillances relèvent de l'écrasement du béton, de la rupture du renfort FRP ou encore du décollement prématûre, souvent causé par une mauvaise adhérence à l'interface FRP-béton ou une préparation inadéquate des surfaces. Pour la technique EBR (Externally Bonded Reinforcement), les défaillances sont dominées par des ruptures fragiles du composite, des phénomènes de délamination, ainsi que des glissements ou ségrégations aux extrémités, particulièrement fréquents en l'absence de systèmes d'ancrage mécaniques complémentaires. Enfin, dans le cas du la post-tension externe (EPT), les ruptures localisées apparaissent généralement au niveau des points de déviation ou des zones d'ancrage, pouvant être aggravées par des effets de second ordre si les déviateurs ne sont pas correctement positionnés. L'identification précise de ces modes de défaillance est cruciale pour la conception fiable et durable des renforcements, et impose une vigilance accrue sur la qualité de l'installation, de l'ancrage et du contrôle des interfaces.

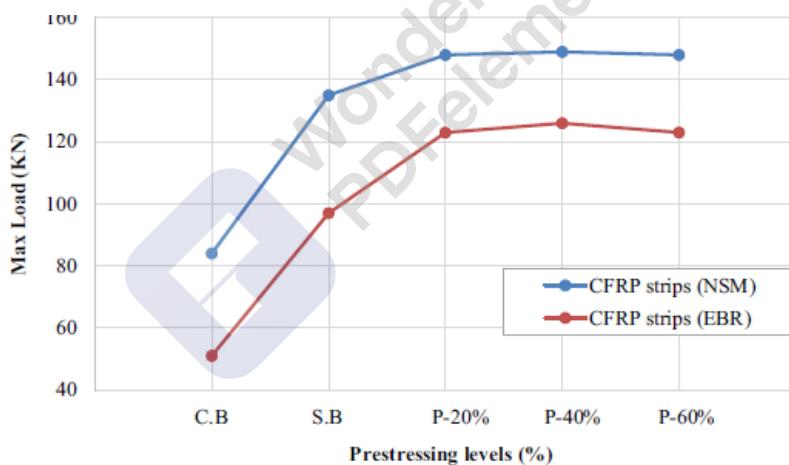


Figure (I.13) : Graphique montrant la charge maximale à différents niveaux de précontrainte dans NSM & EBR (bandes CFRP) (C.B : poutre de contrôle, S.B : poutre renforcée, P-20%, P-40%, P-60% : niveau de précontrainte à 20%, 40% et 60% (Muhammad Aslam [1]))

I.7. Etudes expérimentales du renforcement par précontrainte

Les résultats expérimentaux issus d'études sur des poutres en béton armé (RC) renforcées avec des bandes ou barres en CFRP précontraints ont mis en évidence des améliorations significatives de la capacité portante, atteignant jusqu'à 50 % d'augmentation par rapport aux poutres non renforcées. Ces renforcements conduisent également à une meilleure distribution des fissures, avec des ouvertures plus fines et réparties de manière plus homogène, ce qui améliore la durabilité et la performance à long terme de la structure. En particulier, les poutres renforcées par la technique NSM avec FRP précontraints présentent une réduction notable de la flèche ainsi qu'une rigidité accrue par rapport à celles renforcées par des FRP non précontraints, dits passifs. De plus, l'intégration de systèmes d'ancrage optimisés permet de mobiliser pleinement les capacités mécaniques des matériaux composites, limitant les pertes de précontrainte et prévenant les décollements ou ruptures prématurées. Ces résultats confirment l'intérêt croissant des systèmes de renforcement par CFRP précontraints, notamment dans les projets de réhabilitation et d'optimisation de structures existantes.

Kim et al. [8,9] Ont étudié le comportement en flexion de poutres renforcées par feuilles CFRP précontraintes, recommandant une précontrainte jusqu'à 20 % de la résistance ultime, à condition d'utiliser un ancrage fiable. Toutefois, une perte de précontrainte a été observée avec des systèmes non métalliques, ce qui a motivé le développement de modèles analytiques pour estimer le transfert de contrainte. Figeys et al. [10] ont conçu deux systèmes simplifiés d'ancrage, démontrant par des essais de traction la faisabilité d'un serrage efficace par collage et boulonnage. Woo et al.[11] ont prouvé que les plaques CFRP précontraintes augmentent la résistance à la fissuration, à la rupture, ainsi que la charge ultime et la service. Yang et al. [12] ont comparé l'efficacité de systèmes d'ancrage collé et non collé. Ils ont observé que le système collé permettait d'atteindre une résistance maximale à un niveau de précontrainte de 40 %, contre 60 % pour le système non collé. Toutefois, ils déconseillent de dépasser une précontrainte correspondant à 125 KN. Des résultats semblables ont été observés par Woo, Xue et al. [13], indiquant qu'un ancrage avec liaison époxy permet une résistance maximale à des niveaux de précontrainte modérés, favorisant ainsi des conceptions plus économiques. Des essais expérimentaux ont aussi montré que dans la technique EBR, les charges ultimes augmentaient de 85 KN (poutre non renforcée) à 120 KN (CFRP précontraint à 30 %). Par comparaison, la technique de post-tension externe (EPT) offrait des charges ultimes allant jusqu'à 82 KN. Les résultats montrent que les laminés CFRP sont particulièrement efficaces avec la technique NSM.

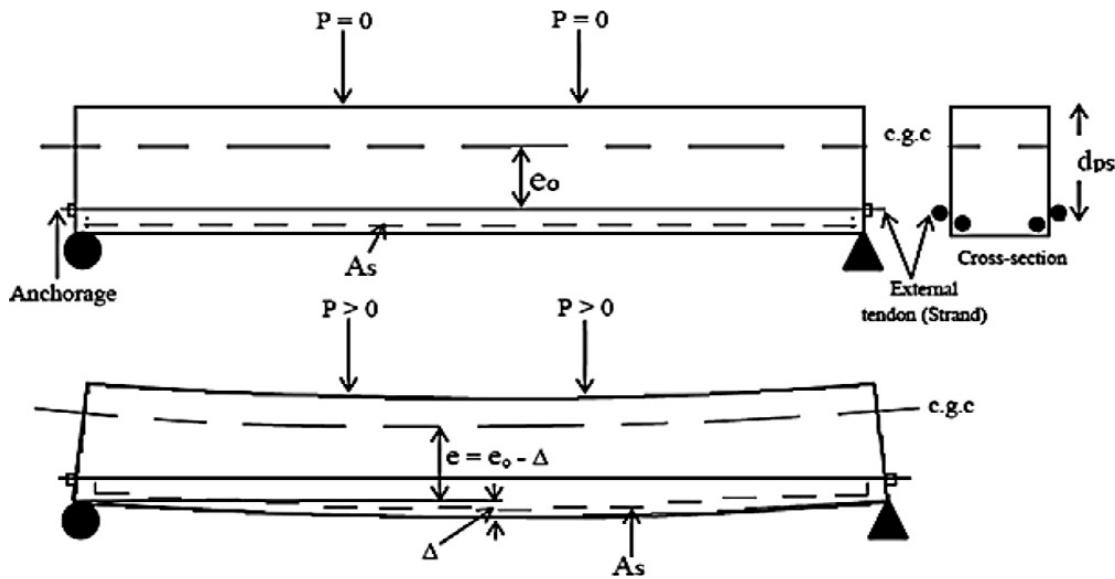


Figure (I.14) : Comportement des déviateurs et les effets du second ordre dans les câbles en post-tension externes (Muhammad Aslam [1])

I.8. Modélisation par éléments finis

La modélisation numérique par éléments finis (FEM) constitue aujourd’hui un outil incontournable pour l’analyse du comportement structurel des poutres en béton armé renforcées par CFRP précontraints. L’utilisation de modèles tridimensionnels non linéaires, notamment via des logiciels spécialisés comme ABAQUS, permet de prédire avec précision des phénomènes complexes tels que la rupture des matériaux, les glissements à l’interface, les décollements du renfort, ou encore les effets différés comme le fluage et la fissuration progressive du béton. Ces modèles permettent également de simuler le comportement en flexion des poutres renforcées, en prenant en compte les non-linéarités géométriques et matérielles ainsi que les conditions de chargement cyclique ou statique. Les validations expérimentales, notamment par essais en flexion à quatre points, ont montré une très bonne corrélation entre les résultats numériques et les observations réelles, ce qui atteste de la fiabilité des modèles FEM. Ces outils numériques jouent un rôle clé dans l’optimisation des systèmes d’ancrage et de précontrainte, permettant de concevoir des renforcements plus efficaces et sécuritaires, tout en réduisant les incertitudes liées aux essais physiques. La méthode des éléments finis s’impose ainsi comme un levier de conception avancée dans le domaine du renforcement des structures en béton par matériaux composites.

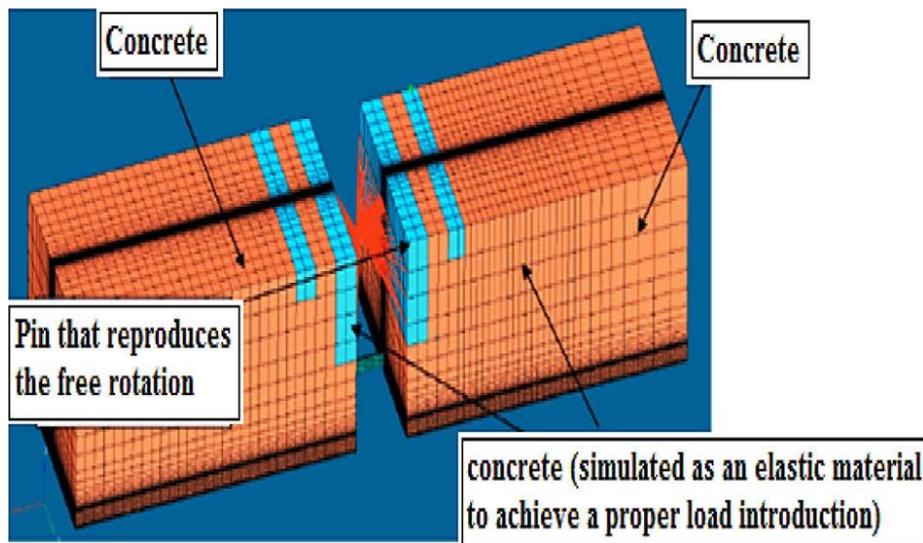


Figure (I.15) : Modèle 3D par Éléments Finis (Muhammad Aslam [1])

I.9. Contraintes d'interfaces

Dans ce qui précède, il a été montré que pour les techniques qui s'appuient sur le collage d'un élément externe comporte un risque majeur qui est le décollement dû à la forte concentration de contrainte à l'interface plaque-béton. De ce fait plusieurs études analytique et numérique ont été entreprises afin d'estimer correctement ces contraintes pour ensuite proposer les solutions adéquate. Dans ce qui suit une revue de quelques études ayant abordé ce sujet tant sur le plan analytique que numérique.

I.9.1. Approches analytiques

Plusieurs modèles analytiques sont proposés dans la littérature et chacun traite le problème d'un point de vue bien spécifique en se basant sur des hypothèses plus ou moins simples, ce qui conduit à des résultats différents notamment au bord de la plaque de renforcement. Dans ce qui suit, il est question de mettre la lumière sur des modèles analytiques en détaillant leurs hypothèses et en discutant leurs résultats.

I.9.1.1. Modèle de Smith et Teng [14]

Dans ce chapitre, nous avons choisi de détailler le modèle de Smith et Teng [14] en illustrant les différentes étapes de son élaboration. En effet ce modèle servira de base pour nos travaux de thèse dans la mesure où il repose sur des hypothèses simples que nous tenterons d'enrichir. En se basant sur les travaux de Roberts et Haji-Kazemi [15], Smith et Teng [14] proposèrent en 2001 un modèle analytique, permettant d'évaluer les contraintes tangentielles et normales qui se développent au niveau de l'interface poutre-renfort. Ce modèle résous le problème d'une poutre en flexion renforcée par une plaque en composite sous chargement uniformément réparti ou sous charges concentrées en s'appuyant sur les hypothèses suivantes :

- 1) Les matériaux sont considérés homogènes et élastiques.
- 2) Les déformations de la poutre et la plaque de renforcement sont dues au moment de flexion et aux efforts tranchants et normaux.
- 3) Les contraintes normales et tangentielles sont supposées être constantes suivant l'épaisseur de l'adhésif.
- 4) Les courbures des deux adhérents, poutre et plaque de renforcement, sont supposés être identiques.
- 5) Les termes de cisaillement le long des épaisseurs des adhérents sont négligés.

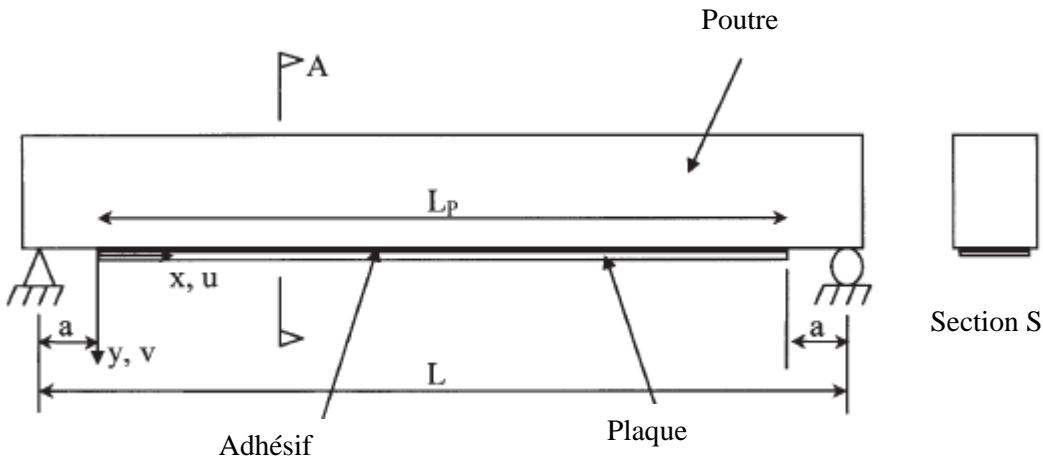


Figure (I.16) : Poutre renforcée par une plaque composite. (Smith et Teng [14])

A partir d'un élément infinitésimal, il est possible de définir toutes les forces agissantes sur cet élément

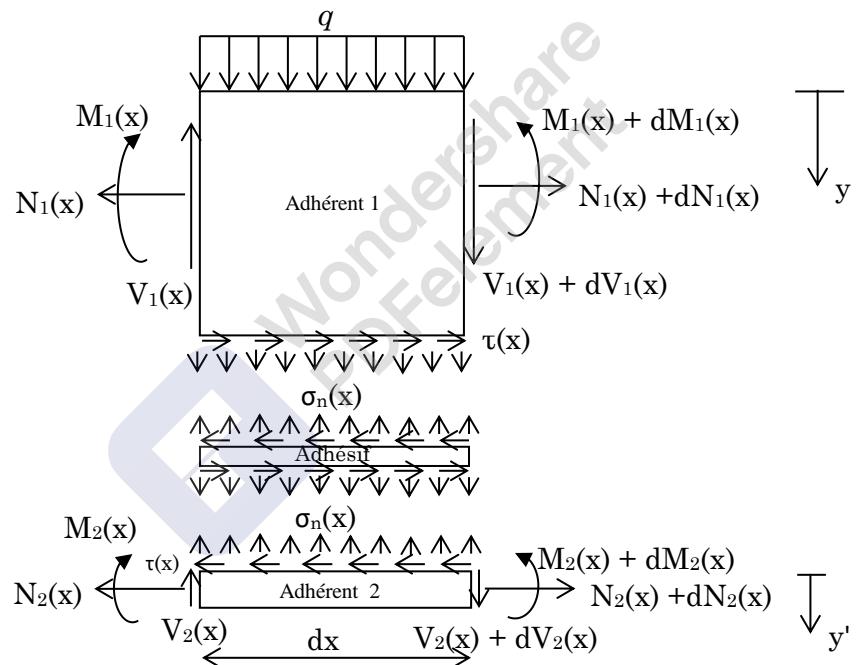


Figure (I.17) : Efforts agissant sur un élément infinitésimal de la poutre renforcée.
(Smith et Teng [14])

Dans la figure (I.17), l'adhérent 1 désigne la poutre et l'adhérent 2 désigne la plaque de renforcement. Dans ce qui suit, les indices 1 et 2 sont relatifs respectivement à la poutre et la plaque de renforcement. La traduction mathématique des hypothèses ci-dessus conduit aux équations d'équilibre en termes de contrainte de cisaillement et de contrainte normale d'arrachement suivantes

$$\begin{aligned} \frac{d^2\tau(x)}{dx^2} - \frac{G_a b_2}{t_a} \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 S_1} + \frac{1}{E_2 S_2} \right) \tau(x) \\ = -\frac{G_a}{t_a} \left(\frac{y_1 + y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) V_T(x) - \frac{G_a}{t_a} \frac{y_1}{G_1 \alpha S_1} \frac{dq}{dx} - \frac{G_a b_2}{\alpha t_a} \left(\frac{y_1}{G_1 A_1} - \frac{y_2}{G_2 A_2} \right) \frac{d\sigma(x)}{dx} \end{aligned} \quad (I.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4\sigma(x)}{dx^4} - \frac{E_a b_2}{\alpha t_a} \left(\frac{1}{G_1 S_1} + \frac{1}{G_2 S_2} \right) \frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} + \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) \sigma(x) = \\ -\frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{y_1}{E_1 I_1} - \frac{y_2}{E_2 I_2} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{E_a}{t_a E_1 I_1} q + \frac{E_a}{t_a G_1 \alpha S_1} \frac{d^2q}{dx^2} \end{aligned} \quad (I.2)$$

Les solutions générales des équations (I.1) et (I.2) sont donnée par :

$$\tau(x) = C_1 \cosh(\lambda x) + C_2 \sinh(\lambda x) + m_1 V_T(x) \quad (I.3)$$

Avec : $\lambda^2 = \frac{G_a b_2}{t_a} \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 S_1} + \frac{1}{E_2 S_2} \right)$ (I.4)

$$m_1 = \frac{G_a}{t_a} \left(\frac{y_1 + y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) \quad (I.5)$$

$$\begin{aligned} \sigma(x) = e^{-\beta x} [D_1 \cos(\beta x) + D_2 \sin(\beta x)] + e^{\beta x} [D_3 \cos(\beta x) + D_4 \sin(\beta x)] \\ - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \end{aligned} \quad (I.6)$$

Pour de grandes valeurs de x , il est supposé que la contrainte normale tend vers zéro, par conséquent $D_3 = D_4 = 0$. La solution générale devient alors :

$$\sigma(x) = e^{-\beta x} [D_1 \cos(\beta x) + D_2 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \quad (I.7)$$

Où : $\beta = \sqrt[4]{\frac{E_a b_2}{4t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right)}$ (I.8)

$$n_1 = \frac{y_1 E_2 I_2 - y_2 E_1 I_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \quad (I.9)$$

$$n_2 = \frac{E_2 I_2}{b_2(E_1 I_1 + E_2 I_2)} \quad (\text{I.10})$$

➤ Application des conditions aux limites

Après avoir déterminé la solution générale, une poutre en flexion simplement appuyée est étudiée en appliquant trois types de chargement, une charge uniformément répartie sur la longueur de la poutre, une charge concentrée à une distance aléatoire de l'appui et deux charges concentrées disposées symétriquement.

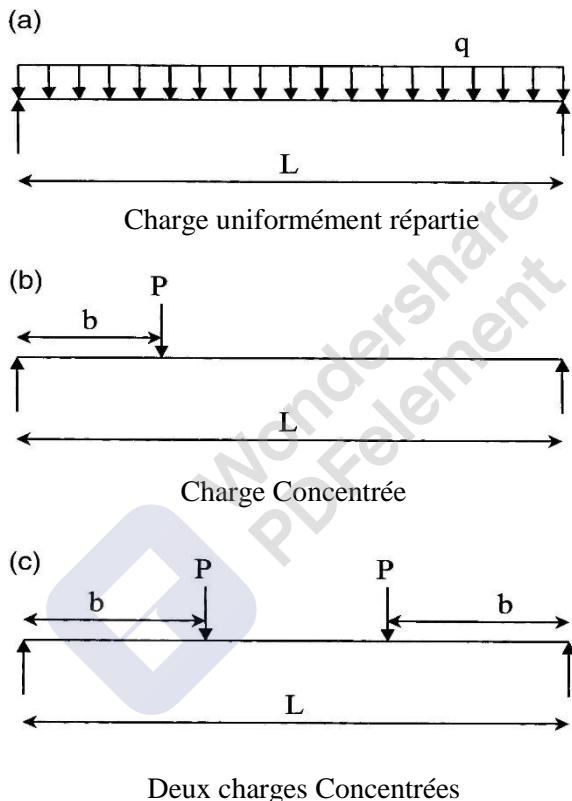


Figure (I.18) : Différents cas de chargement étudiés. (Smith et Teng [14])

➤ Résultats et discussions

Afin de mettre en évidence le modèle proposé plus haut, Smith et Teng [14] optèrent d'étudier plusieurs cas de renforcement sur des poutres en béton armé ou en aluminium. Nous nous intéressons plus particulièrement au renforcement de la poutre en béton armé par une plaque en fibres de verre (GFRP), fibres de carbone CFRP ou une plaque en acier.

La poutre est simplement appuyée et chargée uniformément ou subissant une charge concentrée au milieu. La longueur de la poutre est $L = 3000$ mm, la distance qui sépare l'appui et le bord de la plaque est $a = 300$ mm. La charge uniformément répartie est égale à 50 KN/m et la charge concentrée vaut 150 kN. Le reste des données est regroupé dans le tableau (I.4).

Adhérents	longueur L (mm)	largeur b (mm)	épaisseur t (mm)	E (GPa)	ν
Poutre B.A	$L=3000$	$b_1=200$	$t_1=300$	$E_1=30$	0.18
Adhésif	$L_a=2400$	$b_a=200$	$t_a = 2.0$	$E_a=2.0$	0.35
Plaque GFRP	$L_p=2400$	$b_2=200$	$t_2=4.0$	$E_2=50$	
Plaque CFRP	$L_p=2400$	$b_2=200$	$t_2=4.0$	$E_2=100$	
Plaque acier	$L_p=2400$	$b_2=200$	$t_2=4.0$	$E_2=200$	

Tableau (I.4) : Paramètres géométriques et matériels. (Smith et Teng [14])

Les figure (I.19) et (I.20) montre l'évolution des contraintes d'interface le long d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibres de carbone (CFRP) sous charge concentrée au milieu. Cette figure montre aussi la concordance du modèle de Smith et Teng [14] avec d'autres modèles ayant traité ce problème sous des hypothèses différentes de celles de Smith et Teng [14] et qui supposent principalement que les déformations dues au moment de flexion de la poutre et l'effort axial de la plaque de renforcement gouvernent la détermination des contraintes d'interface. Ces figures montrent clairement que le maximum des contraintes d'interface se situe au bord de la plaque de renforcement confirmant ainsi que le décollement se produit à cet endroit précis.

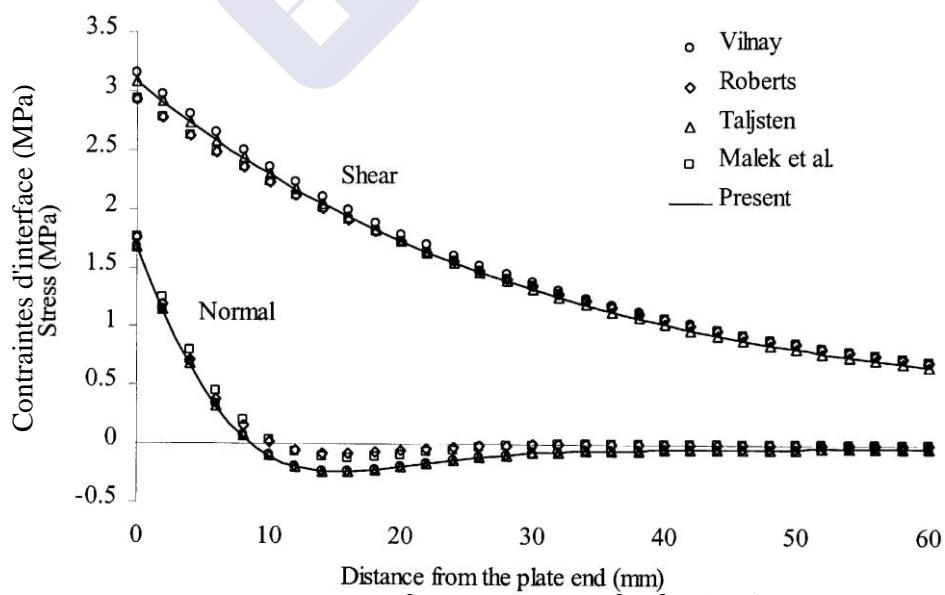


Figure (I.19) : Comparaison des contraintes d'interface d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibres de carbone (CFRP) avec une charge concentrée. (Smith et Teng [14])

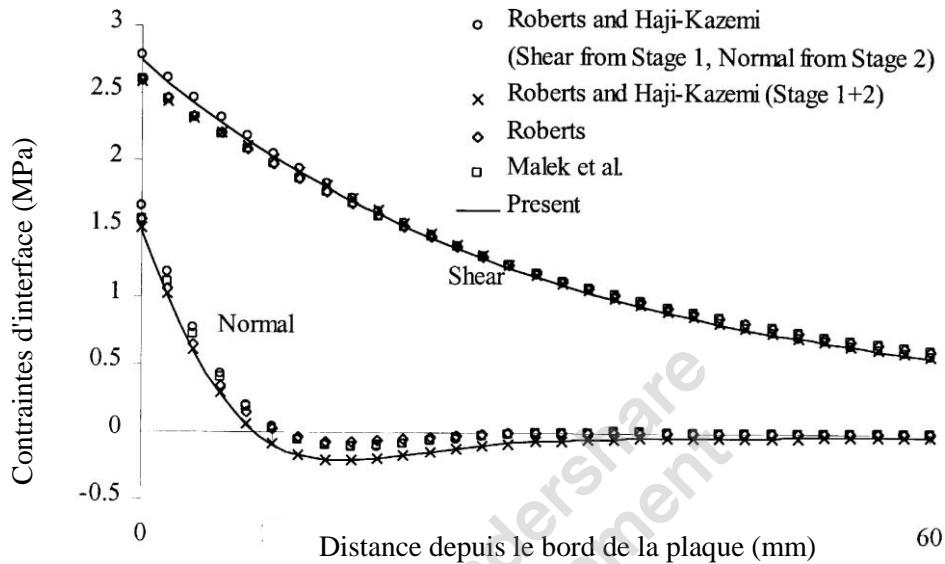


Figure (I.20) : Comparaison des contraintes d'interface d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibres de carbone (CFRP) avec une charge uniformément répartie.

Par conséquent les valeurs des contraintes d'interface au bord de la plaque de renforcement sont déterminantes et jouent un rôle important dans le dimensionnement des assemblages collés, d'où l'intérêt de résumer ces valeurs dans les tableaux (I.5) et (I.6) et ce, pour les différents modèles proposés dans la littérature et sous les deux types de chargement étudiés.

Modèles	Renforcement par plaque GFRP		Renforcement par plaque CFRP		Renforcement par plaque en acier	
	τ (MPa)	σ (MPa)	τ (MPa)	σ (MPa)	τ (MPa)	σ (MPa)
Vilnay [16]	2.240	1.381	3.152	1.669	4.350	1.967
Roberts TM [17]	2.179	1.553	2.925	1.761	3.725	1.899
Taljsten [18]	2.215	1.397	3.087	1.674	4.188	1.944
Malek et al. [19]	2.179	1.553	2.925	1.761	3.725	1.899
Smith et Teng [14]	2.214	1.396	3.083	1.671	4.176	1.938

Tableau (I.5) : Comparaison des contraintes d'interface maximales d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibres de carbone (CFRP) avec une charge concentrée.

Modèles	Renforcement par plaque GFRP		Renforcement par plaque CFRP		Renforcement par plaque en acier	
	τ (MPa)	σ (MPa)	τ (MPa)	σ (MPa)	τ (MPa)	σ (MPa)
Roberts et Haji-Kazemi (τ — Stage 1; σ — Stage 2) [15]	2.001	1.425	2.776	1.668	3.745	1.902
Roberts et Haji-Kazemi (Stage 1+2) [15]	1.813	1.256	2.591	1.500	3.567	1.733
Roberts [17]	1.945	1.386	2.604	1.567	3.302	1.683
Malek et al. [19]	1.943	1.384	2.597	1.563	3.287	1.675
Smith et Teng [14]	1.975	1.244	2.740	1.484	3.696	1.713

Tableau (I.6) : Comparaison des contraintes d'interface maximales d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibres de carbone (CFRP) avec une charge uniformément répartie.

I.9.1.2. Modèle de Tounsi et al [20]

Dans le souci d'améliorer le modèle de Smith et Teng [14], Tounsi et al. [20] introduisirent en 2006 une nouvelle hypothèse qui consiste à prendre en compte l'effet du cisaillement dans les adhérents appelé aussi effet Shear-lag, en considérant une répartition linéaire des contraintes de cisaillement à travers les sections transversales des adhérents. Cet effet a été négligé dans les travaux de Smith et Teng [14].

A partir de la nouvelle définition des déformations et en suivant la même démarche que celle suivie dans le modèle de Smith et Teng [14] on obtient les équations différentielles présentées dans les sous-sections suivantes.

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} - K_1 b_2 \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 S_1} + \frac{1}{E_2 S_2} \right) \tau(x) + K_1 \left(\frac{y_1 + y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) V_T(x) = 0 \quad (\text{I.11})$$

Où :

$$K_1 = \frac{1}{\left(\frac{t_a}{G_a} + \frac{t_1}{3G_1} + \frac{t_2}{3G_2} \right)} \quad (I.12)$$

En réécrivant l'équation différentielle des contraintes tangentielles de Smith et Tang [14], nous obtenons :

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} - K_1 b_2 \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 S_1} + \frac{1}{E_2 S_2} \right) \tau(x) + K_1 \left(\frac{y_1 + y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) V_T(x) = 0 \quad (I.13)$$

Où :

$$K_1 = \frac{G_a}{t_a} = \frac{1}{\frac{t_a}{G_a}} \quad (I.14)$$

Il apparaît clairement que l'équation (I.11) et l'équation (I.13) ne diffèrent que par le coefficient K_1 qui tient compte du cisaillement dans le modèle de Tounsi et al. [20].

L'équation différentielle des contraintes normales du modèle de Tounsi et al. [20] est exactement celle du modèle de Smith et Teng [14]. Toutefois la solution générale dépend de la solution de l'équation différentielle des contraintes tangentielles. Cette dépendance conduit à des contraintes normales d'interface différentes de celle de Smith et Teng [14].

$$\frac{d^4\sigma(x)}{dx^4} + \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) \sigma(x) + \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{y_1}{E_1 I_1} - \frac{y_2}{E_2 I_2} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{E_a}{t_a E_1 I_1} q = 0 \quad (I.15)$$

➤ Solutions générales

La solution générale de l'équation (I.11) est donnée par :

$$\tau(x) = C_1 \cosh(\lambda x) + C_2 \sinh(\lambda x) + m_1 V_T(x) \quad (I.16)$$

Avec :

$$\lambda^2 = K_1 b_2 \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 S_1} + \frac{1}{E_2 S_2} \right) \quad (I.17)$$

$$m_1 = \frac{K_1}{\lambda^2} \left(\frac{y_1 + y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) \quad (I.18)$$

La solution générale de l'équation (I.15) est donnée par :

$$\sigma(x) = e^{-\beta x} [D_1 \cos(\beta x) + D_2 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \quad (\text{I.19})$$

Où : $\beta = \sqrt{\frac{E_a b_2}{4t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right)}$ (I.20)

$$n_1 = \frac{y_1 E_2 I_2 - y_2 E_1 I_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \quad (\text{I.21})$$

$$n_2 = \frac{E_2 I_2}{b_2 (E_1 I_1 + E_2 I_2)} \quad (\text{I.22})$$

Les constantes d'intégration dépendent des conditions aux limites et ont les mêmes expressions que celles de Smith et Teng [14].

➤ Résultats et discussions

Dans le but de valider leur modèle, Tounsi et al. [20] comparèrent ces résultats avec ceux de Jones et al. [5] obtenus expérimentalement. Le cas traité est une poutre simplement appuyée et renforcée par une plaque en acier et soumise à deux charges concentrées disposées symétriquement.

Les propriétés géométriques et matérielles sont définies dans la figure (I.21) et le tableau (I.7) :

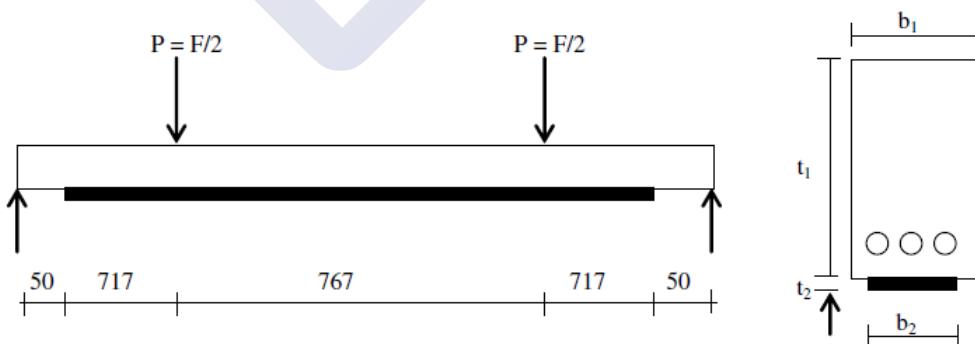


Figure (I.21) : Poutre simplement appuyée symétriquement chargée. (Tounsi et al. [20])

Adhérents	largeur <i>b</i> (mm)	épaisseur <i>t</i> (mm)	<i>E</i> (GPa)	<i>G</i> (GPa)
Poutre B.A	$b_1=155$	$t_1=225$	$E_1=31$	

Adhésif	$b_a=125$	$t_a = 1.5$	$E_a=2.8$	$G_a=1.08$
Plaque acier	$b_2=125$	$t_2=6.0$	$E_2=200$	

Tableau (I.7) : Paramètres géométriques et matériels. (Tounsi et al. [20])

Dans l'étude de Tounsi et al. [20], il a été question d'illustrer l'effet de la prise en compte du cisaillement sur les contraintes d'interface en faisant varier les valeurs des charges appliquées. La figure (I.22) montre l'évolution des contraintes tangentielles d'interface le long de la poutre tout en variant la charge appliquée. Le modèle de Tounsi et al. [20] concorde avec les résultats expérimentaux de Jones et al. [21] loin du bord de la plaque, la différence se fait ressentir à l'approche de la fin de la plaque où le modèle de Tounsi et al. [20] sous-estime considérablement les contraintes d'interface. En revanche l'écart observé au bord de la plaque diminue au fur et à mesure que la charge diminue.

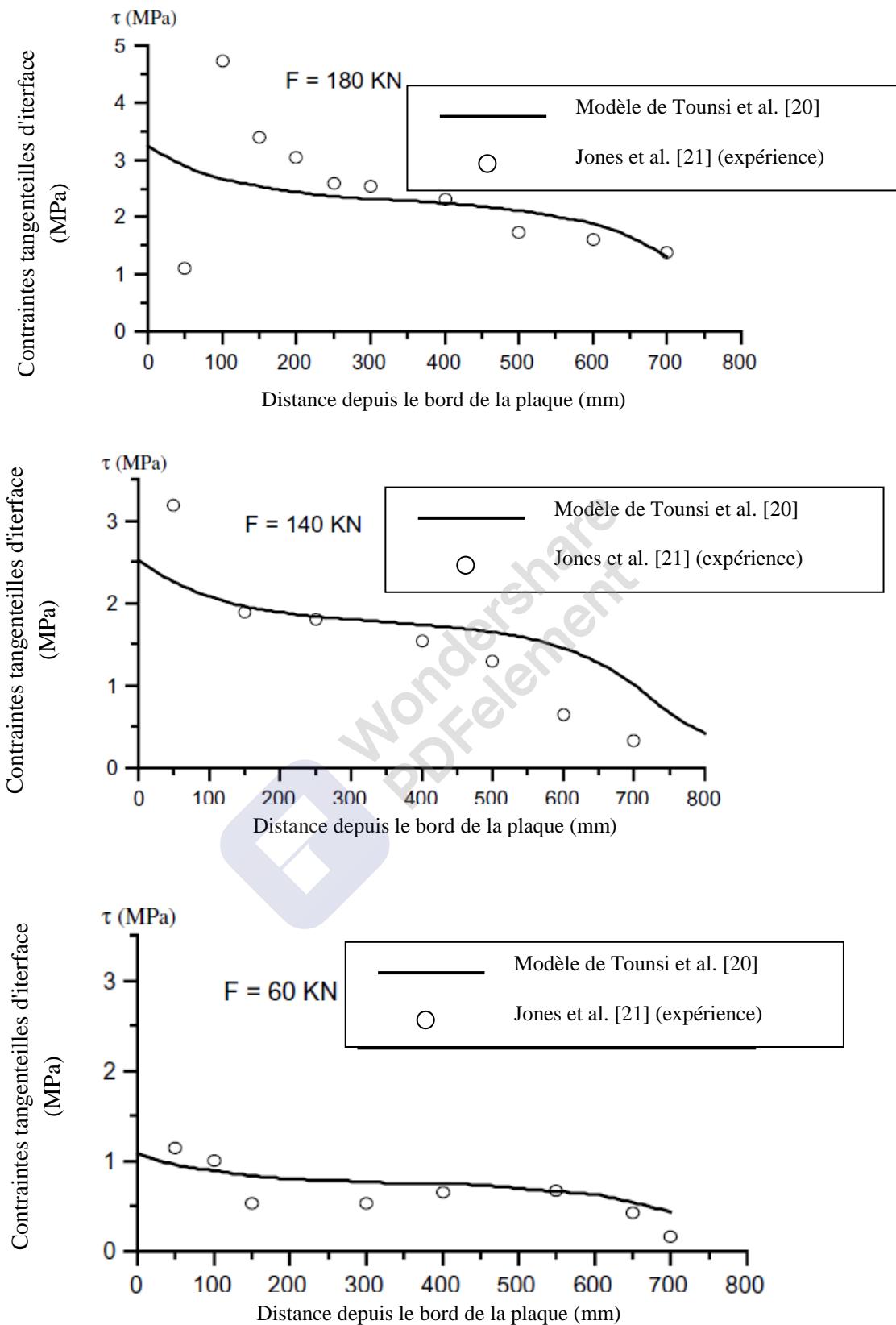


Figure (I.22) : Contraintes tangentielles en variant la charge F. (Tounsi et al. [20])

Par ailleurs, Tounsi et al. [20] reproduisirent les cas traités par Smith et Teng [14] en considérant les mêmes types de chargement et en conservant les mêmes propriétés matérielles et géométriques. Ceci a permis de faire une comparaison entre les deux modèles dont les résultats sont représentés dans les figures (I.23) et (I.24).

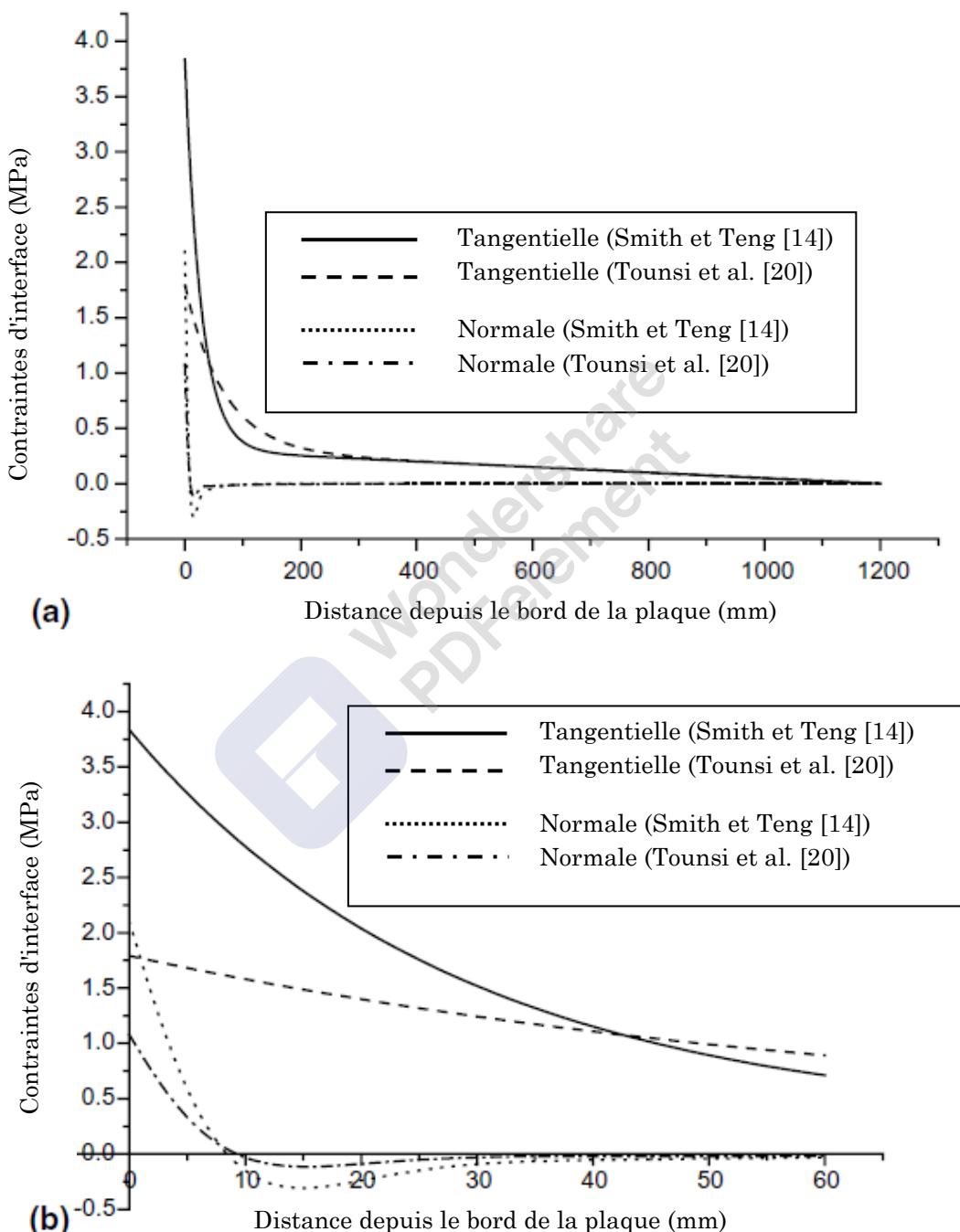


Figure (I.23) : Comparaison avec le modèle de Smith et Tang pour un renforcement en CFRP et un chargement uniformément réparti. (Tounsi et al. [20])

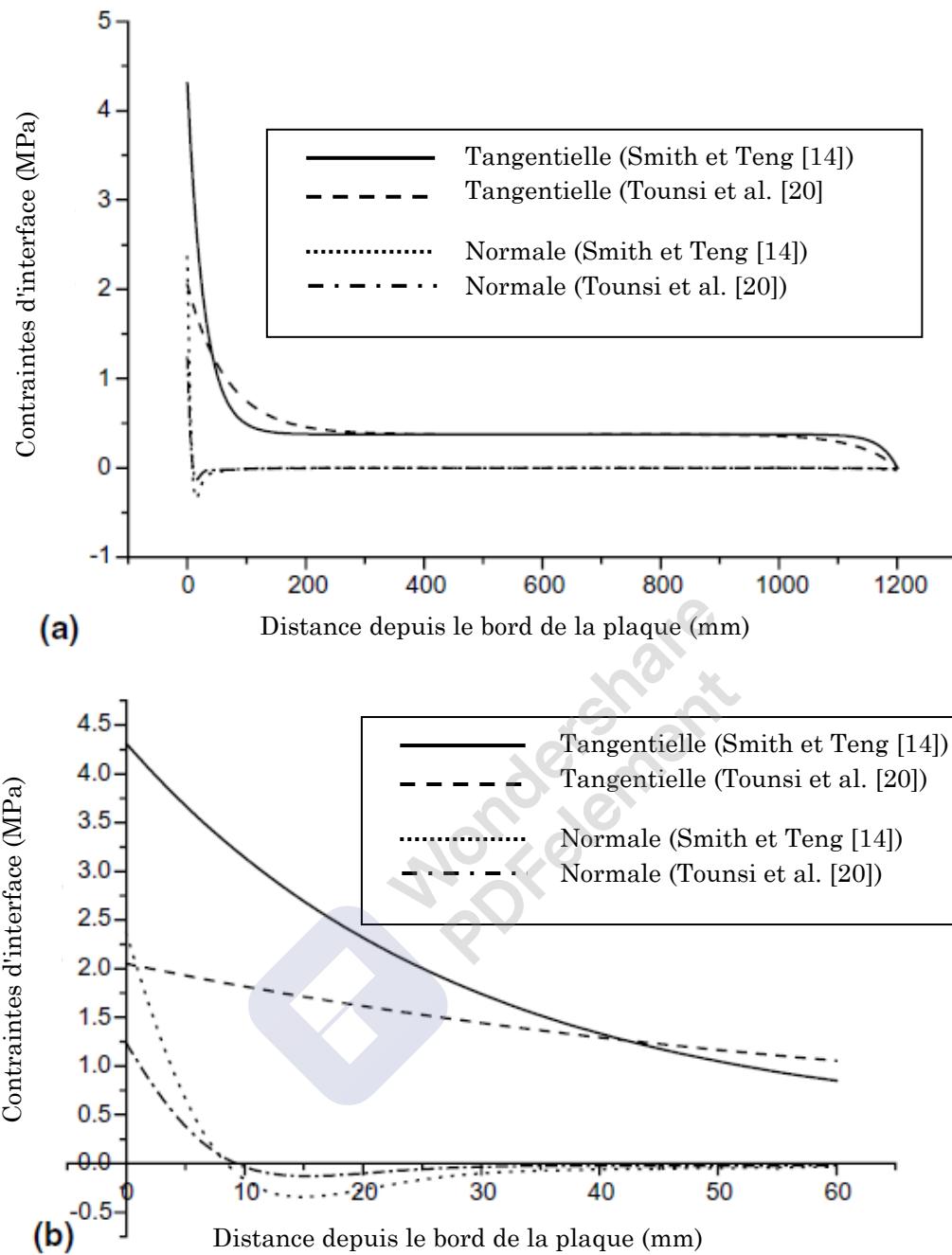


Figure (I.24) : Comparaison avec le modèle de Smith et Tang pour un renforcement en CFRP et une charge concentrée au milieu. (Tounsi et al. [20])

Les figures (I.23a) et (I.24a) montrent l'évolution des contraintes d'interface le long de la poutre et illustrent bien la concordance entre le modèle de Tounsi et al. [20] et le modèle de Smith et Teng [14] loin du bord. Afin de voir la différence entre les deux modèles, un agrandissement de la zone proche du bord est représentée dans les figures (I.23b) et (I.24b) où il apparaît clairement que le modèle de Tounsi et al. [20] sous-estime les contraintes d'interface par rapport au modèle de Smith et Teng [14].

Pour montrer encore plus la différence entre les deux modèles, les tableaux (I.8) et (I.9) regroupent les différents cas étudiés en spécifiant les valeurs des contraintes d'interface au bord de la plaque ; ces valeurs correspondent aux valeurs maximales.

Modèles	Renforcement par plaque GFRP		Renforcement par plaque CFRP		Renforcement par plaque en acier	
	τ (MPa)	σ (MPa)	τ (MPa)	σ (MPa)	τ (MPa)	σ (MPa)
Smith et Teng [14]	2.392	1.640	3.834	2.100	4.443	2.247
Tounsi et al. [20]	1.085	0.826	1.791	1.078	2.212	1.175

Tableau (I.8) : Comparaison des contraintes d'interface maximales dans une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibre de carbone (CFRP) avec une charge concentrée. (Tounsi et al. [20])

Modèles	Renforcement par plaque GFRP		Renforcement par plaque CFRP		Renforcement par plaque en acier	
	τ (MPa)	σ (MPa)	τ (MPa)	σ (MPa)	τ (MPa)	σ (MPa)
Smith et Teng [14]	2.677	1.837	4.310	2.364	5.003	2.533
Tounsi et al. [20]	1.228	0.935	2.051	1.234	2.438	1.350

Tableau (I.9) : Comparaison des contraintes d'interface maximales d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en fibre de carbone (CFRP) avec une charge uniformément répartie. (Tounsi et al. [20])

I.9.1.3. Modèle krour et al [22]

Krour et al [22] ont mis en évidence une nouvelle approche qui tient compte de l'effet de la courbure moyenne et de la nature du matériau de la plaque de renforcement. En effet, la plaque composite est considérée comme une plaque dont les propriétés matérielles varient suivant son épaisseur. Il s'agit de faire varier le module élastique de la plaque de renforcement en utilisant une loi de mélange adéquate faisant intervenir l'épaisseur de la plaque. Cette approche revient à définir le matériau composite comme un matériau à propriété graduées (FGM).

➤ Equation d'équilibre

Krour et al [22] considèrent une poutre en béton armé de longueur L renforcée par une plaque mince de longueur L_p qui peut être en polymère renforcé par des fibres de carbone ; l'ensemble est collé au moyen d'un adhésif. La poutre est simplement appuyée et subit une charge uniformément répartie $q(x)$, comme indiqué sur la figure (III.1).

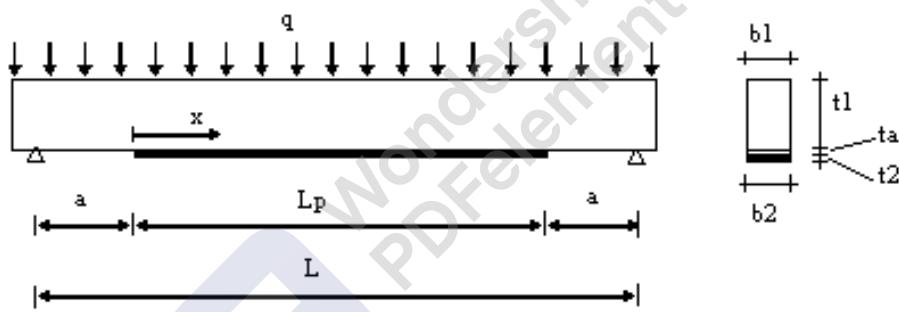


Figure (I.25) : Poutre simplement appuyée renforcée par une plaque en composite. (Krour et al [22])

Les hypothèses de calcul sont présentées ci-dessous.

- 1) Les matériaux béton et adhésif sont considérés homogènes et élastiques.
- 2) Les contraintes normales et tangentielles sont supposées être constantes suivant l'épaisseur de l'adhésif.
- 3) Aucune répartition des contraintes de cisaillement n'est considérée à travers les épaisseurs des adhérents (effet Shear-lag négligé).
- 4) La plaque de renforcement possède des propriétés graduées suivant son épaisseur.

A partir de ces hypothèses, Krour et al. [22] obtiennent pratiquement les mêmes équations d'équilibre que celle de Tounsi et al. [20]. Cependant, les propriétés du renfort ne sont plus constante mais varie selon l'épaisseur. En effet, la plaque de renforcement est supposée constituée de \bar{N} couches isotropes. Chaque couche est composée de fibres parallèles et orientées dans le sens longitudinal de la poutre.

L'ensemble de ces couches constitue la plaque de renforcement dont la distribution des fibres varie suivant son épaisseur.

Les constantes de l'ingénieur sont obtenues grâce à l'équation suivante :

$$(A_{11}, B_{11}, D_{11}) = \int_{-h/2}^{h/2} E(y)(1, y, y^2) dz \quad (\text{III.23})$$

Où h est l'épaisseur de la plaque de renforcement et b_2 sa largeur.

Cette configuration permet de mettre en place une loi de mélange exprimée en fonction de la fraction volumique des fibres V_f et de l'épaisseur de la plaque écrite sous forme adimensionnelle $\xi = \frac{2y}{h}$ et ayant pour origine le centre de la plaque. Selon Kuo et Shiau [23], la distribution des fibres suivant l'épaisseur de la plaque peut s'écrire comme suit :

$$V_f(\xi) = ((V_f)_{in} - (V_f)_{out})(1 - \xi^2)^n + (V_f)_{out} \quad (\text{III.24})$$

Où $(V_f)_{in}$ est la fraction volumique des fibres au centre de la plaque ($\xi = 0$). $(V_f)_{out}$ représente la fraction volumique des fibres aux extrémités de la plaque ($\xi = \pm 1$). Le coefficient n contrôle la variation de la fraction volumique des fibres. Il est clair que plus les fibres sont concentrées au centre de la plaque, plus la fraction volumique V_f est élevée. Cette tendance est illustrée dans les figures (I.26 (a) et (b)).

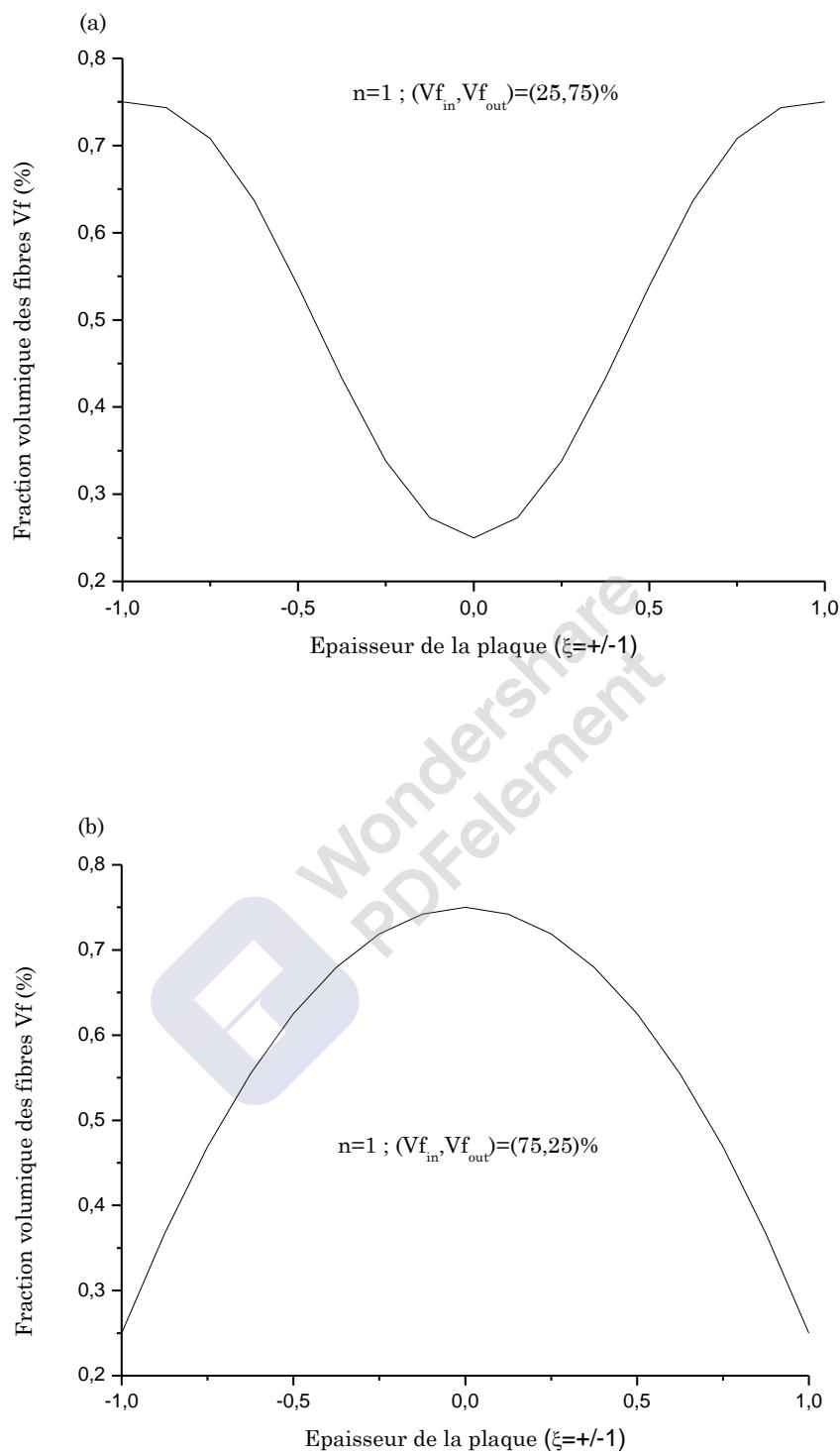


Figure (I.26) : Variation de la fraction volumique des fibres V_f suivant l'épaisseur de la plaque
(Kroud et al [22])

Les figures (I.27 (a) et (b)) montrent l'effet du coefficient n sur l'évolution de la fraction volumique des fibres V_f . Bien que le coefficient n n'ait aucune influence sur les valeurs extrêmes de la fraction volumique des fibres, celui-ci offre une meilleure distribution des fibres suivant l'épaisseur de la plaque au fur et à mesure qu'il prend des valeurs importantes. En effet, les courbes traçant la fraction volumique des fibres suivant l'épaisseur de la plaque et ayant comme coefficient $n=1$ sont très écartées et dispersées, par contre, les courbes ayant comme coefficient $n=3$ sont plus resserrées et offre une meilleure homogénéisation du matériau composite.

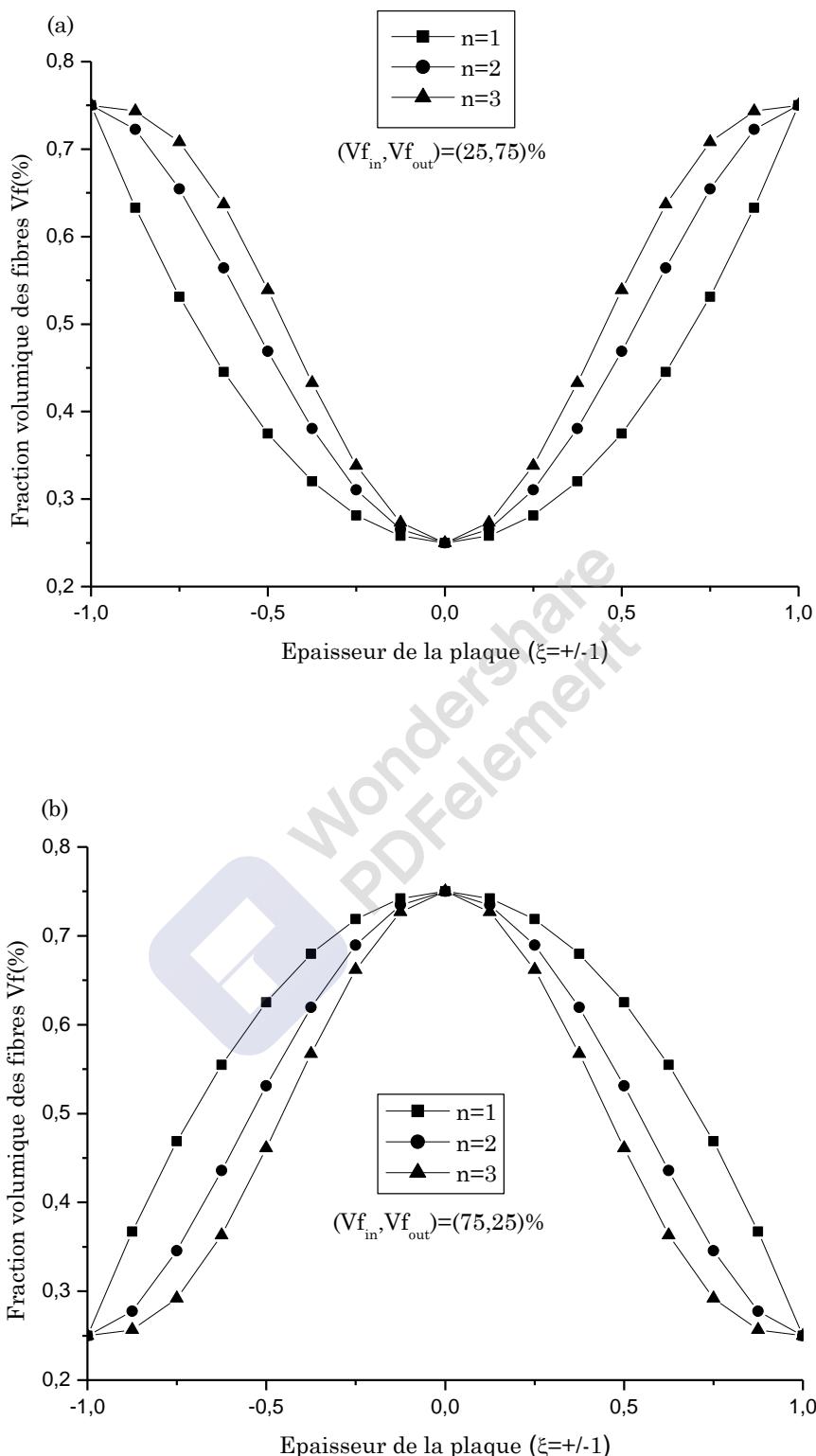


Figure (I.27) : Effet du coefficient n sur la variation de la fraction volumique V_f . (Kroud et al [22])

A partir de cette distribution des fibres suivant l'épaisseur de la plaque, le module élastique $E(\xi)$ du matériau composite dépend à son tour de ξ .

Le module élastique est ainsi défini suivant la loi de mélange ci-dessous :

$$E(\xi) = E_f V_f(\xi) + E_m (1 - V_f(\xi)) \quad (\text{I.25})$$

Dans les expressions ci-dessus les indices f et m sont utilisés pour exprimer respectivement fibres et matrice.

A titre d'exemple, nous montrons dans la figure (I.28) l'évolution du module élastique suivant l'épaisseur de la plaque tout en variant le coefficient n . Cette figure confirme la tendance observée dans les figures (I.27 (a) et (b)).

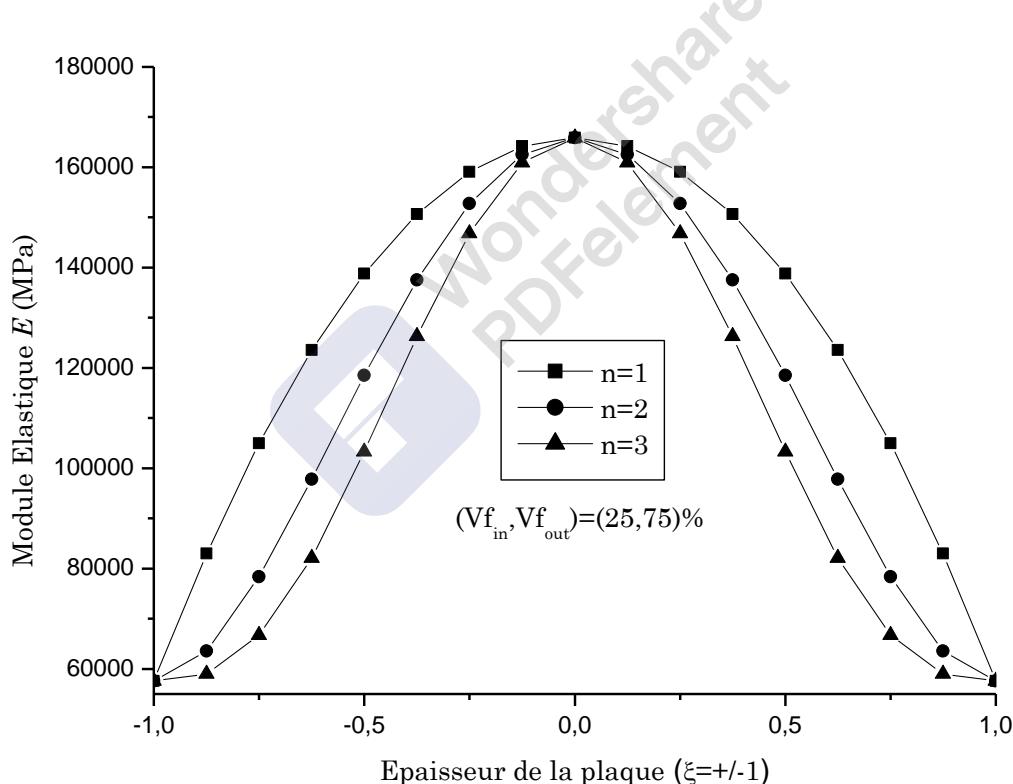


Figure (I.28) : Effet du coefficient n sur la variation du module élastique E . (Krour et al [22])

➤ Résultats et discussions

Afin de mettre en évidence la pertinence du modèle de Krour et al. [6] une poutre en béton armé renforcée par une plaque CFRP est considérée. La poutre est simplement appuyée et chargée uniformément, la longueur de la poutre est $L = 3000$ mm, la distance qui sépare l'appui et le bord de la plaque est $a = 300$ mm, et la charge uniformément répartie est égale à 50 kN/m. le reste des données est regroupé dans le tableau (III.10).

Adhérents	longueur L (mm)	largeur b (mm)	épaisseur t (mm)	E (GPa)	ν
Poutre B.A	$L=3000$	$b_1=200$	$t_1=300$	$E_1=30$	0.18
Adhésif	$L_a=2400$	$b_a=200$	$t_a=2$	$E_a=2$	0.35
plaque CFRP	$L_p=2400$	$b_2=200$	$t_2=4$	$E_f=275$ $E_m=3.445$	

Tableau (I.10) : Paramètres géométriques et matériels. (Krour et al [22])

En guise de vérification, le modèle de Krour et al [6] est comparé avec le modèle de Tounsi et al. [20]. En effet, le cas d'une variation de fibres avec un coefficient $n = 0$ donne $V_f(\xi) = (V_f)_n$. En prenant une fraction volumique $(V_f)_n = 70\%$ on se met dans les mêmes conditions que celles du modèle de Tounsi et al. [20] sachant que celui-ci considère la plaque de renforcement comme un matériau composite dont les propriétés matérielles sont déterminées par la théorie des stratifiés. La figure (I.29) montre clairement que le présent modèle coïncide très bien avec celui de Tounsi et al. [20].

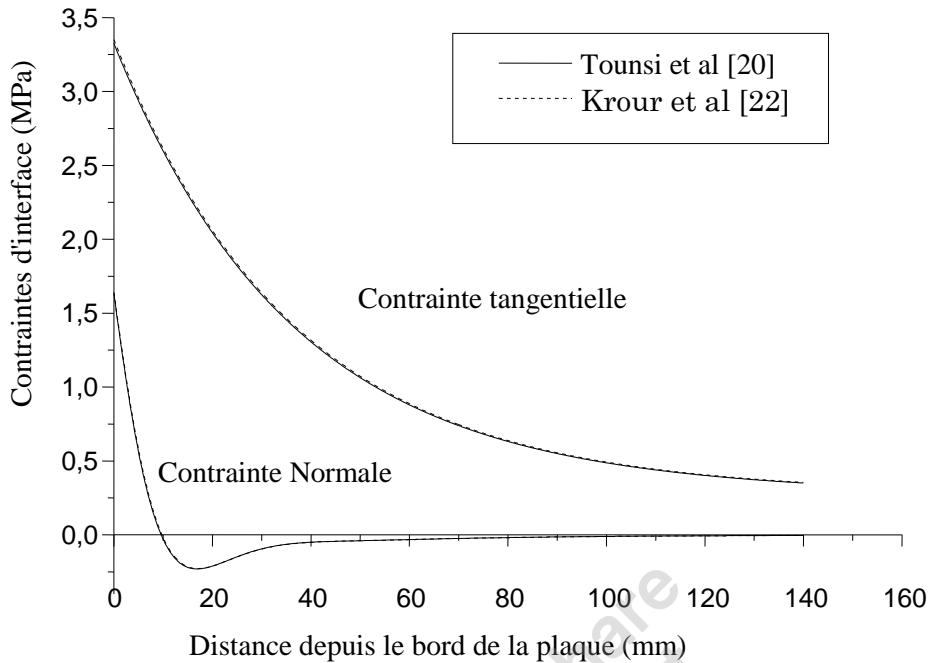


Figure (I.29) : Comparaison des contraintes d'interface sous chargement uniforme. (Krour et al [22])

➤ Influence des fractions volumiques

Les figures (I.30) et (I.31) montrent l'évolution des contraintes d'interface maximales calculées au bord de la plaque en fonction de la fraction volumique des fibres à l'intérieur de la plaque (V_f)_{in} et ce pour différentes fractions volumiques des fibres à l'extérieur (V_f)_{out} avec un coefficient de variation $n = 1$.

Il est clairement montré dans les figures (I.30) et (I.31) que la diminution de la fraction volumique des fibres à l'extérieur (V_f)_{out} diminue considérablement les contraintes d'interface. Ceci est dû essentiellement au fait que la diminution de la fraction volumique des fibres à l'extérieur (V_f)_{out} augmente la fraction volumique de la matrice à l'extérieur (V_m)_{out}; ceci revient à dire que l'épaisseur de l'adhésif augmente, ce qui conduit à une diminution des contraintes d'interface.

Ce résultat nous montre que pour réduire les contraintes d'interface responsables du décollement, il est recommandé d'utiliser un matériau composite à faible proportion de fibres à proximité de l'adhésif.

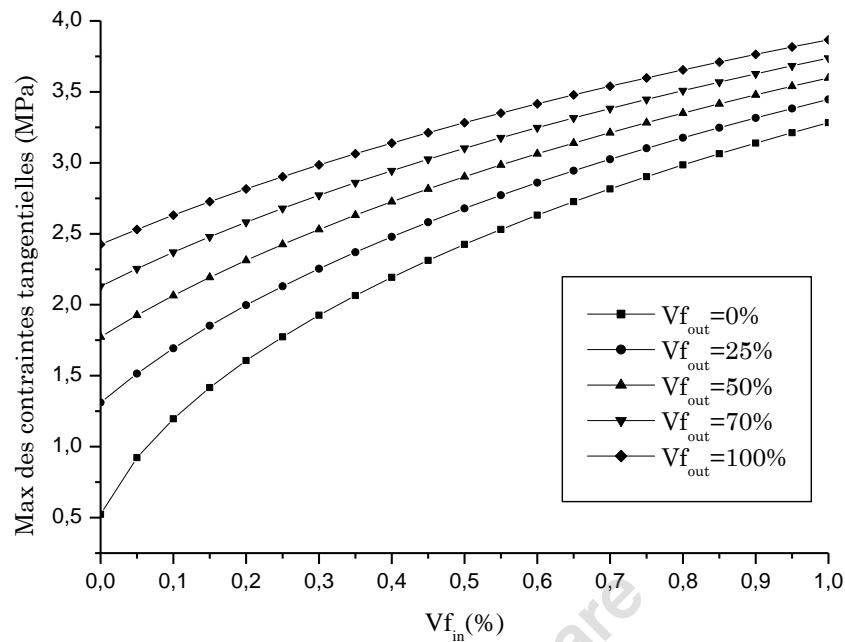


Figure (I.30) : Effet de la fraction volumique des fibres à l'extérieur sur les contraintes d'interface de cisaillement au bord ($n=1$). (Kroud et al [22])

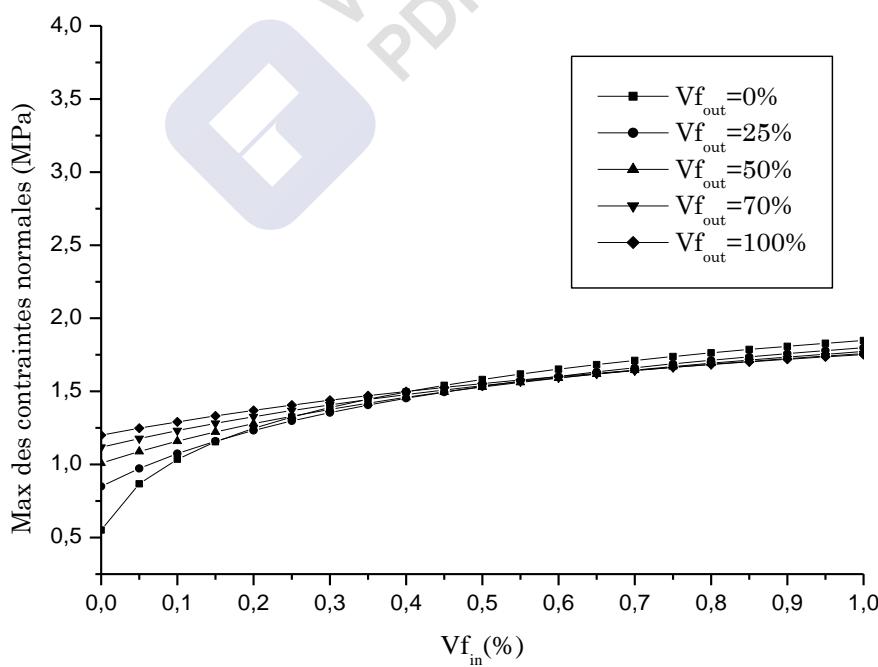


Figure (I.31) : Effet de la fraction volumique des fibres à l'extérieur sur les contraintes d'interface normales au bord ($n=1$). (Kroud et al [22])

De la même façon, il apparaît clairement que l'augmentation de la fraction volumique des fibres à l'intérieur (V_f)_{in} augmente les contraintes d'interface. Toutefois, la figure (I.31) montre que pour une fraction volumique à l'intérieur (V_f)_{in} supérieur à 30%, la fraction volumique à l'extérieur (V_f)_{out} a un effet négligeable sur la contrainte normale d'interface.

I.9.1.4. Autres modèles analytiques des contraintes d'interfaces

Dans ce qui précède, nous avons mis l'accent sur les modèles analytiques ayant amorcé le calcul des contraintes d'interfaces et qui serviront pour nos travaux de thèse. Toutefois il existe plusieurs travaux dans la littérature qui ont traité le problème de décollement sous d'autres points de vue.

En effet, Hong Yuan [24] fit une étude explicative du phénomène de décollement sur une poutre soumise à de la traction en proposant des modèles linéaires et non linéaires pour déterminer les distances et les forces critiques à partir desquelles le décollement commence à se produire, passant de l'ouverture de la fissure au niveau de l'adhésif jusqu'à la rupture complète.

En utilisant un modèle linéaire Hong Yuan, Jialai Wang [25] traita, en 2006, le problème des poutres fissurées réparées par des plaques composites. Cette étude mit l'accent sur le problème de la réhabilitation des ouvrages fissurés tout en estimant les contraintes tangentielles et normales au niveau de l'interface.

En 2006, Tounsi et Benyoucef [26] introduisirent l'effet de la température et celui du fluage sur le modèle de Smith et Teng [14] tout en appliquant la théorie des stratifiés sur la plaque composite. Cette étude avait pour objet de mettre en évidence l'évolution des contraintes tangentielles et normales dans les structures vieillies.

Enfin, tous ces travaux se sont intéressés essentiellement à l'évaluation des contraintes d'interface mais ils ont aussi mis le point sur l'influence de plusieurs paramètres tels que l'épaisseur de l'adhésif, l'épaisseur de la plaque ainsi que sa géométrie, l'épaisseur de la poutre et les caractéristiques matérielles des adhérents et de l'adhésif.

I.9.2. Modèles éléments finis des contraintes d'interfaces

En parallèle des modèles analytique, plusieurs études basées sur une analyse par éléments finis ont été entreprises dans le but de calculer les contraintes d'interface ou de les comparer avec les modèles analytiques. Ces mêmes études se sont intéressées aussi à l'influence du type et de la taille des éléments finis sur les contraintes d'interface. Dans ce qui suit, quelques travaux de modélisation par élément finis d'un problème de renforcement d'une poutre par plaque en matériaux composite seront mis en lumière

I.9.2.1. Modèle de L. Zhang et J.G. Teng [27]

Dans un premier temps, nous nous intéressons de près aux travaux de L. Zhang et J.G. Teng [27] dans la mesure où cette étude propose une modélisation par élément finis du problème du renforcement en utilisant le logiciel Abaqus. En effet, l'exemple traité dans les travaux de L. Zhang et J.G. Teng [27] est celui d'une poutre en béton armé en flexion, simplement appuyée et chargée uniformément. Le renforcement de cette poutre est fait au moyen d'une plaque en acier comme le montre la figure (I.32). Le tableau (I.11) regroupe les propriétés des matériaux utilisés.

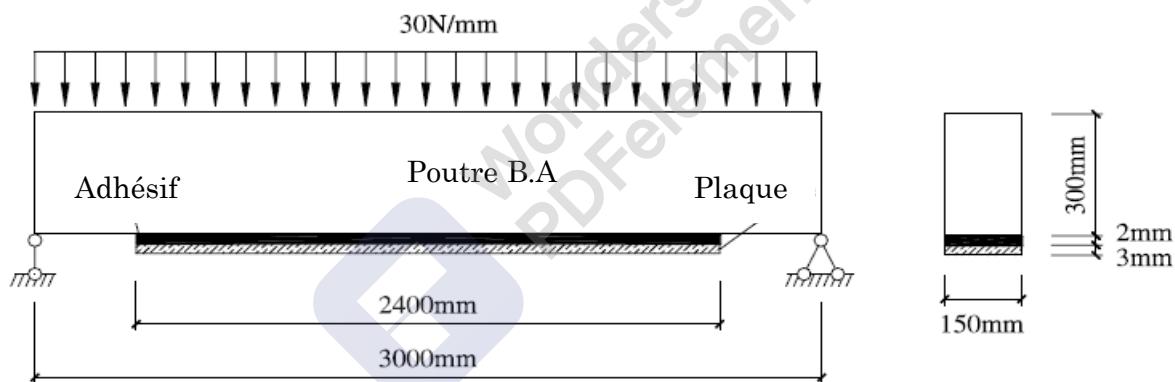


Figure (I.32) : Poutre renforcée par une plaque en acier. (L. Zhang et J.G. Teng [27])

Adhérents	Module élastique E (MPa)	Coefficient de poisson ν
Poutre B.A	30 000	0.18
Adhésif	3 000	0.35
Plaque acier	200 000	0.30

Tableau (I.11) : Propriétés matérielles de la structure hybride. (L. Zhang et J.G. Teng [27])

L'étude menée par L. Zhang et J.G. Teng [27] s'est intéressée à l'élaboration de plusieurs modèles élément finis en jouant sur la combinaison des modèles en 2D avec des modèles poutre ou treillis comme le montre la figure (I.33).

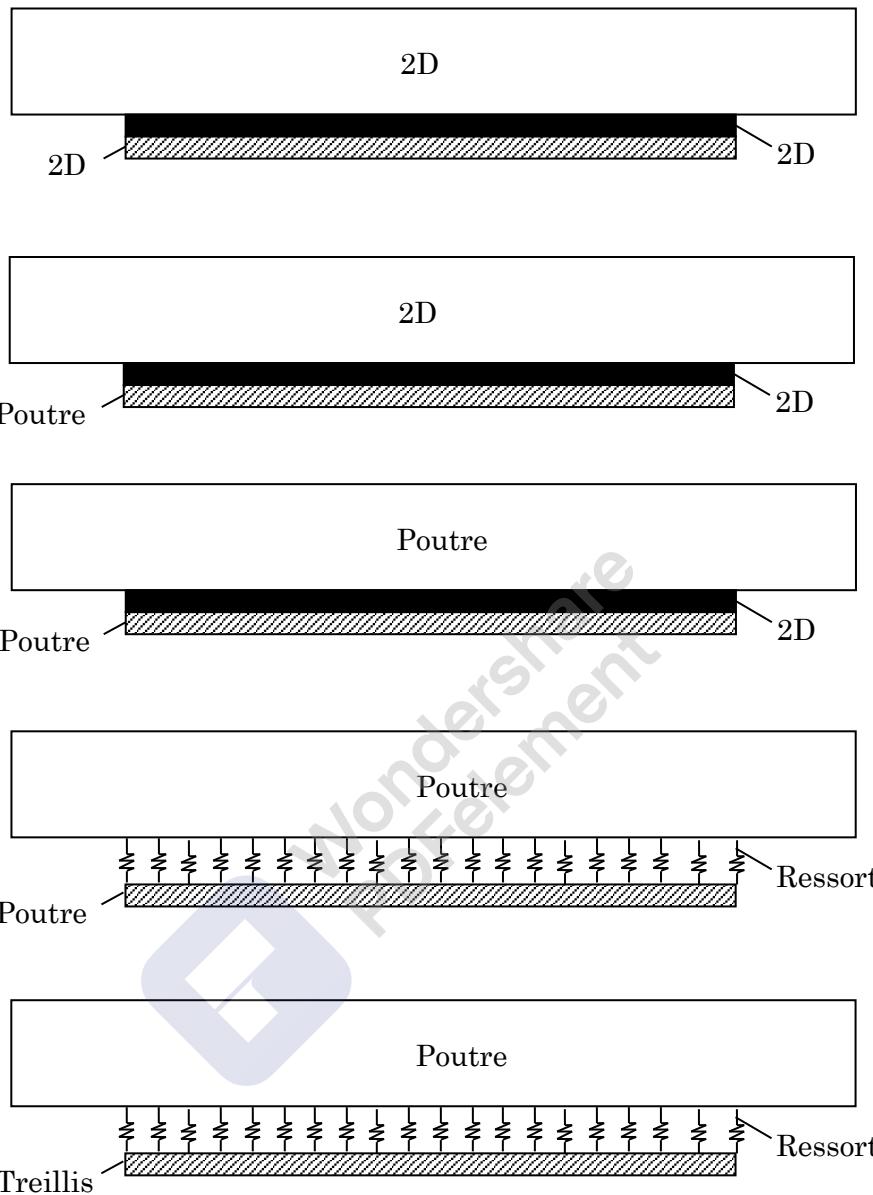


Figure (I.33) : Différents modèles étudiés. (L. Zhang et J.G. Teng [27])

Le maillage des différents adhérents a aussi fait l'objet d'une étude de sensibilité de façon à définir la bonne taille des éléments à adopter pour obtenir le résultat le plus précis possible. Bien qu'il n'y a pas de règle à imposer pour traiter ce genre de problèmes, il est préférable d'affiner le maillage aux bords de la plaque pour obtenir une meilleure estimation des contraintes d'interface comme illustré dans la figure (I.34). En effet le tableau (I.12) montre l'influence de la taille des éléments sur un modèle en poutre-treillis-poutre.

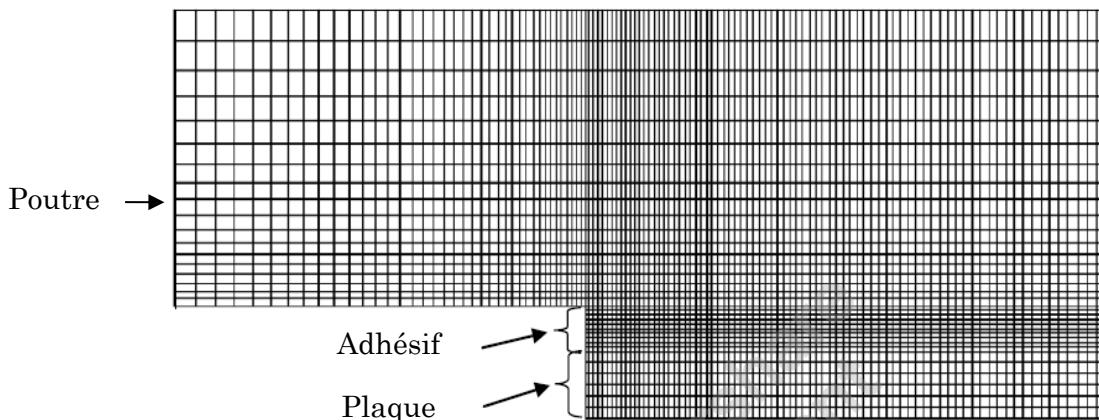


Figure (I.34) : Représentation du maillage au bord de la plaque. (L. Zhang et J.G. Teng [27])

Taille de l'élément (mm)	Contrainte tangentielle (MPa)	Contrainte Normale (MPa)
4	3.083	1.278
2	3.074	1.413
1	3.070	1.452
0.5	3.069	1.462

Tableau (I.12) : Influence de la taille des éléments sur les contraintes d'interface.
(L. Zhang et J.G. Teng [27])

Les figures (I.35) et (I.36) montrent l'évolution des contraintes d'interface en fonction de la taille des éléments où il apparaît clairement que son influence se fait ressentir près du bord de la plaque d'où l'intérêt de faire très attention au maillage dans cette zone.

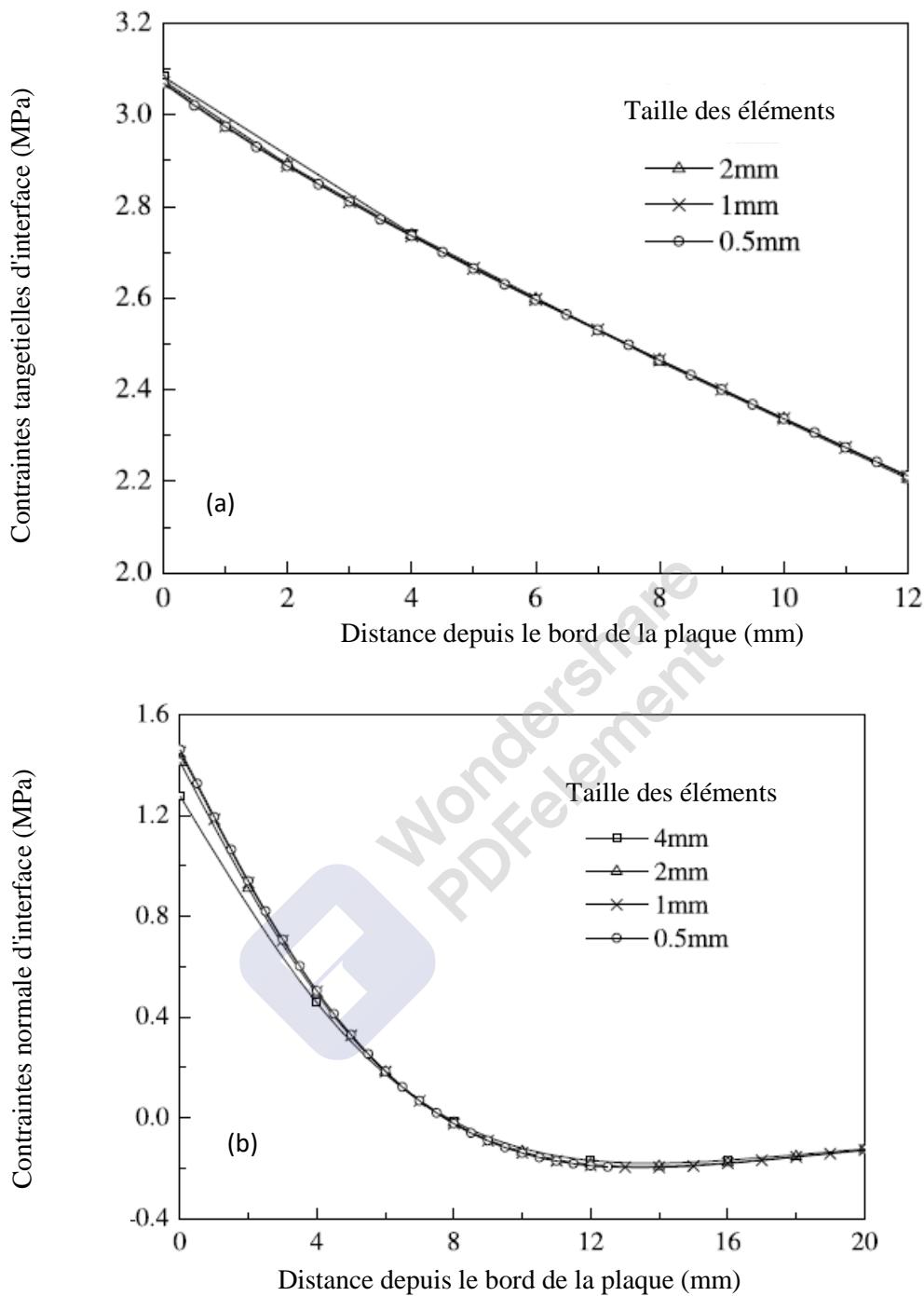


Figure (I.35) : Evolution des contraintes tangentielles (a) et normales (b) d'interface le long de la poutre en fonction de la taille des éléments. (L. Zhang et J.G. Teng [27])

L'étude de L. Zhang et J.G. Teng [27] a l'avantage de mettre en évidence des résultats au niveau des interfaces béton-adhésif (A-B) et plaque-adhésif (P-A) lorsqu'au moins un des adhérents est modélisé en 2D, chose inexistante dans les modèles analytiques. De plus, il apparaît clairement dans les figures (I.36) et (I.37) que les contraintes maximales dans le modèle élément finis sont le plus souvent atteintes à une distance du bord de la plaque, leurs valeurs sont comparables à celles des modèles analytiques notamment au milieu de l'adhésif (M-A), sauf dans le cas des contraintes normales au niveau des interfaces (A-B) et (P-A) où une investigation approfondie est nécessaire. Il est à signaler que par souci de simplicité l'auteur a utilisé des abréviations pour désigner les types des modèles pour chaque adhérent (dans l'ordre poutre-adhésif-plaque) : modèle en deux dimensions (2D) ; modèle poutre (B) ; modèle treillis (T).

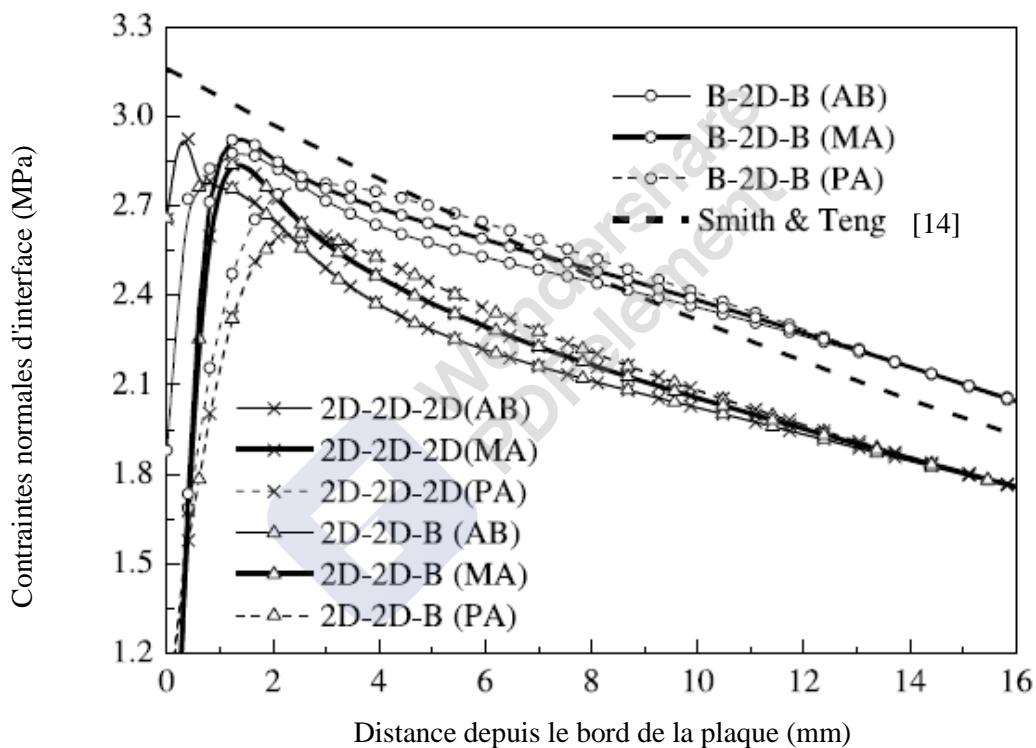


Figure (I.36) : Evolution des contraintes tangentielles d'interface près du bord de la plaque pour plusieurs modèles élément finis. (L. Zhang et J.G. Teng [27])

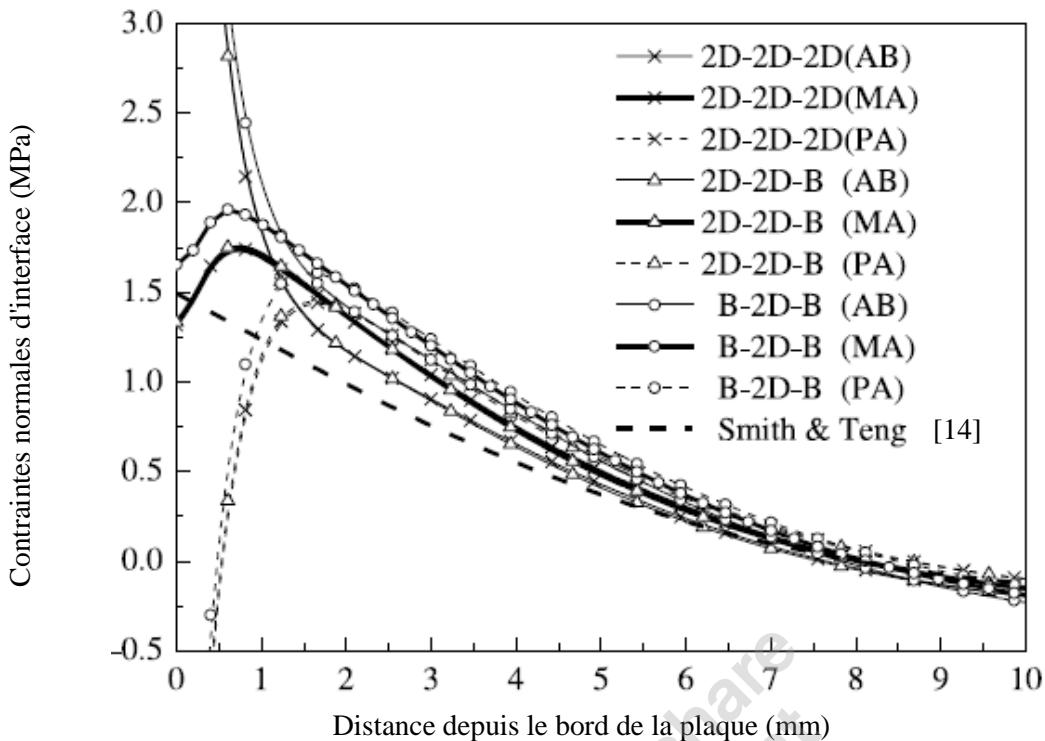


Figure (I.37) : Evolution des contraintes normales d'interface près du bord de la plaque pour plusieurs modèles élément finis. (L. Zhang et J.G. Teng [27])

Bien que plusieurs auteurs aient proposé des modélisations par élément finis pour traiter différents types de problèmes liés au renforcement, il n'en reste pas moins que les travaux de L. Zhang et J.G. Teng [27] constituent une synthèse des autres travaux existants dans la littérature.

I.9.2.2. Modèle de krour et al [28]

Afin de vérifier les résultats du modèle basé sur la théorie des stratifiés, Krour et al. [28] ont mis au point un modèle élément fini sur Abaqus. Il s'agit d'un modèle qui prend en compte l'orientation des fibres dans chaque couche de la plaque de renforcement. De plus, le modèle éléments finis permettra d'évaluer la qualité du renforcement notamment pour le cas où les contraintes d'interfaces sont les plus faibles. En effet, en imposant un déplacement au milieu de la poutre, il est possible, par le biais d'une modélisation non-linéaire du matériau béton, de calculer la force maximale que peut supporter la structure hybride en flexion trois points.

En combinant les deux approches, recherche de minimisation des contraintes d'interface et recherche de la qualité de renforcement, il a été possible de trouver la meilleure combinaison d'orientation des fibres permettant à la fois un bon renforcement et un minimum de risque de décollement.

➤ Résultats et discussions

L'exemple traité dans le travail de Krour et al. [28] est celui utilisé dans les travaux de Tounsi et al. [20] et ce, dans le but de valider les résultats de cette étude. Il s'agit d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en composite de seize couches disposées symétriquement. Les tableaux (I.13) et (I.14) résument les caractéristiques géométriques et matérielles.

Adhérents	longueur L (mm)	largeur b (mm)	épaisseur t (mm)
Poutre B.A	$L=3000$	$b_1=200$	$t_1=300$
Adhésif	$L_a=2400$	$b_a=200$	$t_a=4$
plaque CFRP	$L_p=2400$	$b_2=200$	$t_2=4$

Tableau (I.13) : Paramètres géométriques de la poutre renforcée. (Krour et al. [28])

Adhérents	Module élastique (MPa)	Coefficient de poisson	Module de cisaillement (MPa)
Poutre en Béton	30 000	0.18	
Adhésif	3 000	0.35	
Plaque Composite (CFRP) en 16 plis	E_{11}	E_{22}	$\nu_{12}= 0.28$
	140 000	10 000	
			$G_{12} = 5\ 000$

Tableau (I.14) : Paramètres matériaux de la structure hybride. (Krour et al. [28])

Le tableau (I.13) montre les orientations des fibres par couche obtenues sur la base d'un modèle analytique après un processus de minimisation des contraintes d'interface. A cause de la symétrie, seules les orientations des huit premières couches sont présentées. Il apparaît clairement que les angles θ donnant le minimum des contraintes d'interface se rapprochent de la valeur de $(\pi/2)$. Le fait que les angles θ minimisant les deux contraintes d'interface sont quasiment égaux, cela implique qu'il n'y a qu'une seule disposition des fibres donnant le minimum de ces contraintes : cette disposition correspond à une orientation des fibres à 90° .

Dans un souci de vérification sont calculées les contraintes d'interface en fixant tous les angles θ à la valeur $(\pi/2)$, il en ressort que les valeurs des contraintes d'interface sont très proches des valeurs estimées

par la minimisation. Cette tendance est aussi confirmée dans les figures (I.38) et (I.39) montrant l'évolution des contraintes d'interface le long de la poutre.

Contraintes d'interface	Orientation des couches								
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8	$[(90)_{16}]_s$
θ rad	1.5707	1.5707	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	$\pi/2$
τ_{\max} (MPa)	0.7694								0.7694
θ	1.6669	1.5732	1.5731	1.5729	1.5729	1.5726	1.5724	1.5723	$\pi/2$
σ_{\max} (MPa)	0.6389								0.6384
θ	1.5709	1.5710	1.5709	1.5709	1.5709	1.5706	1.5708	1.5708	$\pi/2$
$\Sigma(\tau_{\max}, \sigma_{\max})$ (MPa)	1.4083								1.4078

Tableau (I.15) : Orientations des fibres donnant les contraintes d'interface minimales.

(Krour et al. [28])

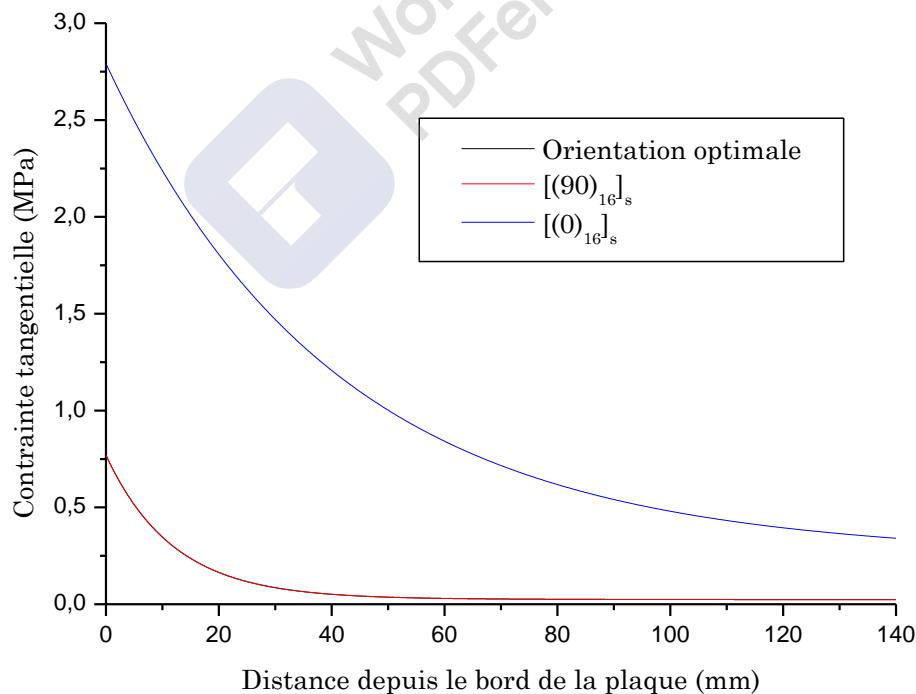


Figure (I.38) : Comparaison des contraintes tangentielles d'interface avec différentes orientations de fibres. (Krour et al. [28])

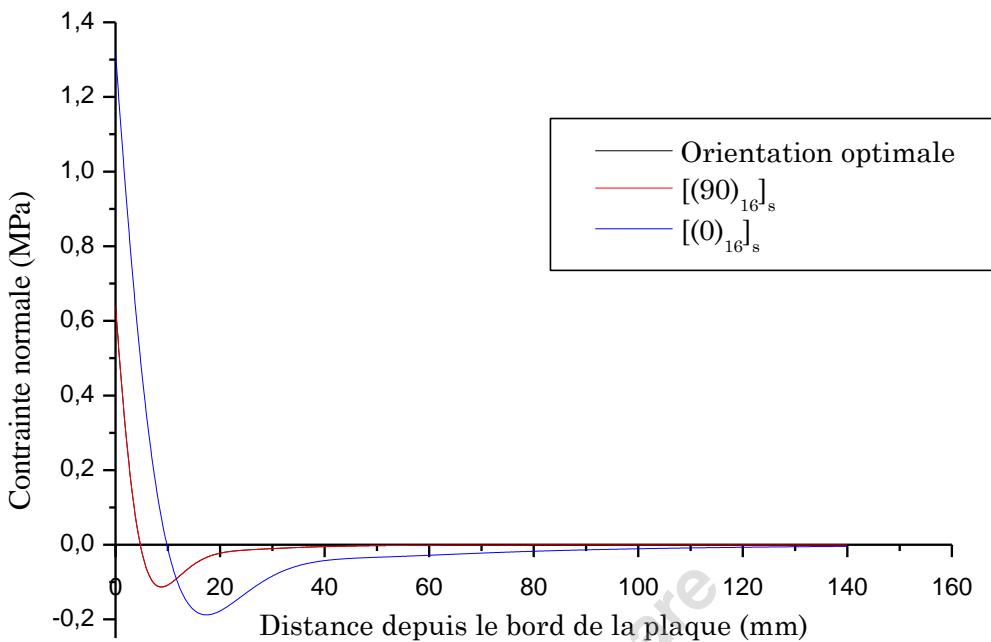


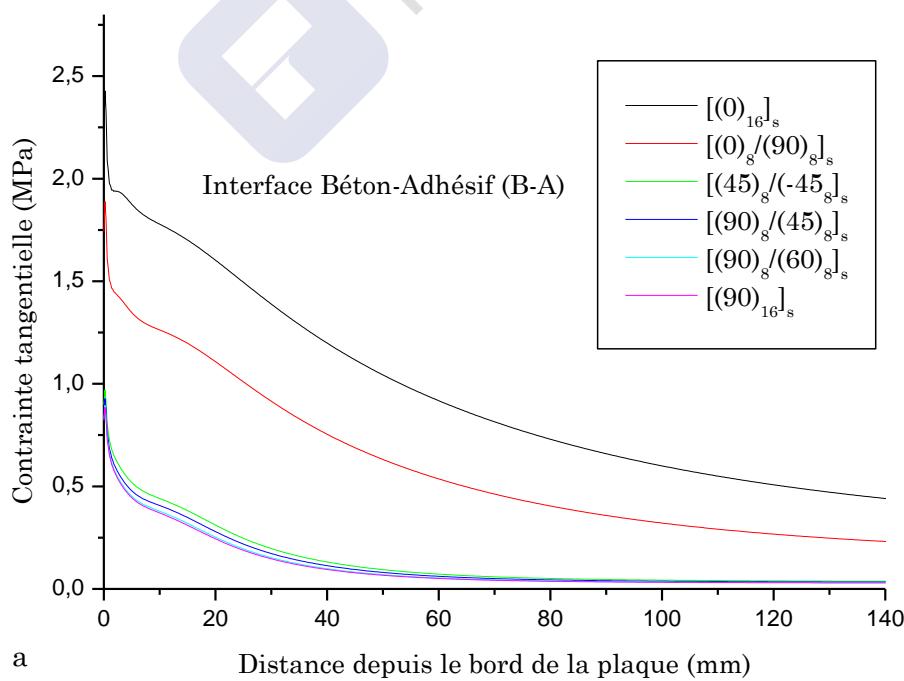
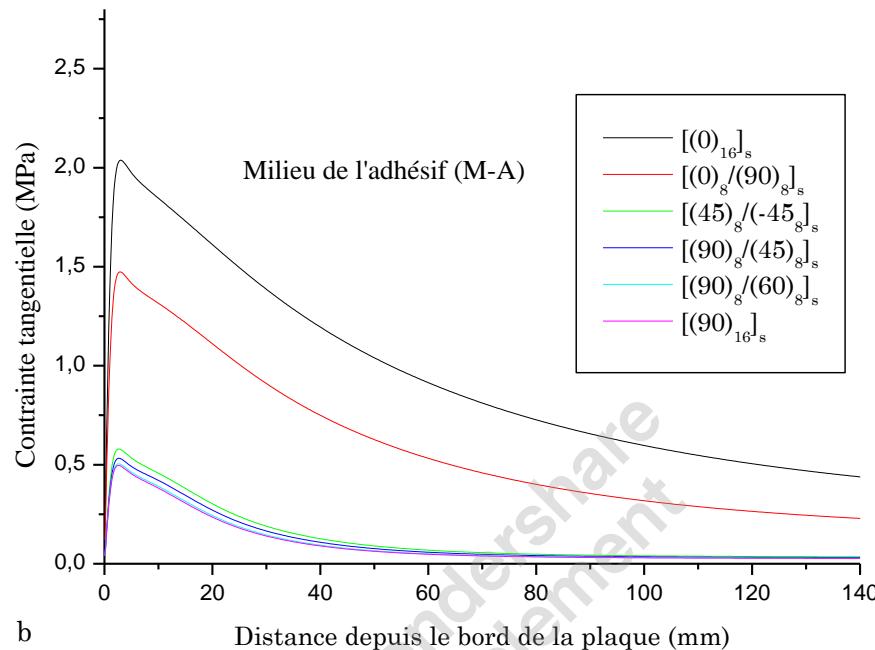
Figure (I.39) : Comparaison des contraintes normales d'interface avec différentes orientations de fibres. (Kroud et al. [28])

Le modèle éléments finis converge vers un résultat identique à celui du modèle analytique. Le tableau (I.16) donne les valeurs des contraintes maximales obtenues aux interfaces béton-adhésif (B-A), plaque-adhésif (P-A) et au milieu de l'adhésif pour différentes combinaisons d'orientations des fibres. Le minimum des contraintes d'interface est obtenu lorsque les fibres sont orientées à 90°.

Orientations des couches	Charge uniformément répartie (50kN/m)					
	τ (MPa)			σ (MPa)		
	A-B	M-A	P-A	A-B	M-A	P-A
[0]16s	2.427	2.038	1.99	9.313	1.64	-2.295
[90]8/(45)8s	0.927	0.532	0.468	3.072	0.534	-0.35
6[(45)8/(-45)8]s	0.969	0.579	0.51	3.42	0.555	0.43
[90]8/(60)8s	0.894	0.504	0.437	2.92	0.497	-0.352
[90]8/(0)8s	1.888	1.469	1.423	7.08	1.287	-1.52
[90]16s	0.885	0.496	0.429	2.88	0.486	-0.389

Tableau (I.16) : Contraintes d'interface en fonction des orientations des fibres. (Kroud et al. [28])

Les figures (I.40) et (I.41) tracent l'évolution des contraintes d'interface le long de la poutre pour différentes combinaisons d'orientations des fibres et montrent que disposer les fibres à 90° par rapport à l'axe longitudinal de la plaque constitue bien un minimum en termes de contraintes d'interface.



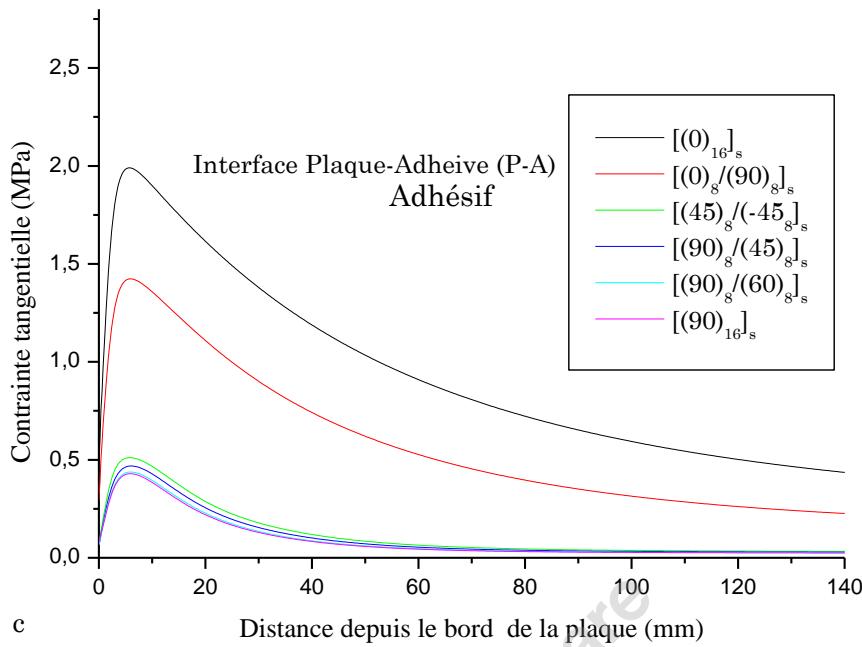
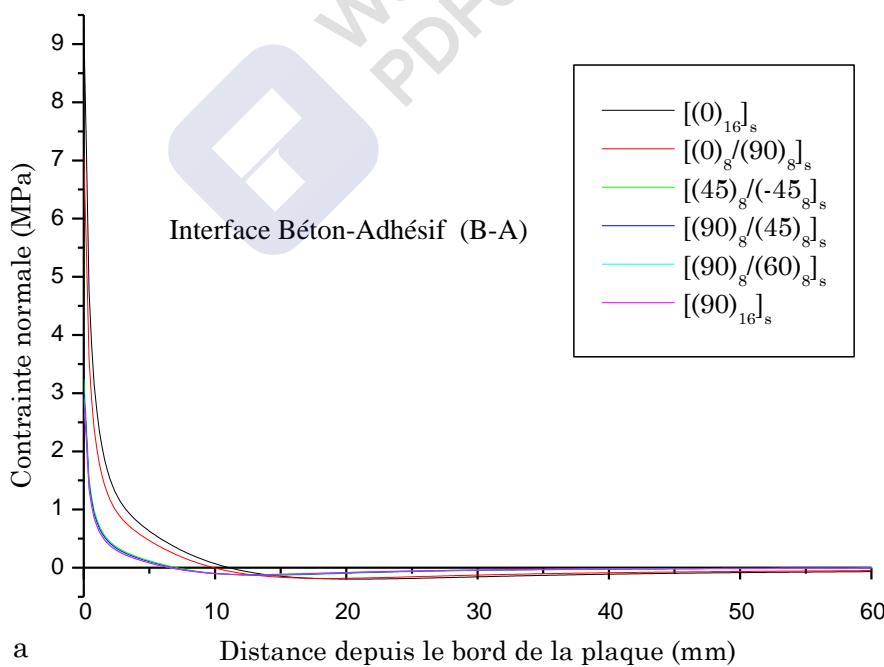


Figure (I.40) : Comparaison des contraintes tangentielles d'interface données par le modèle EF.
(Krour et al. [28])



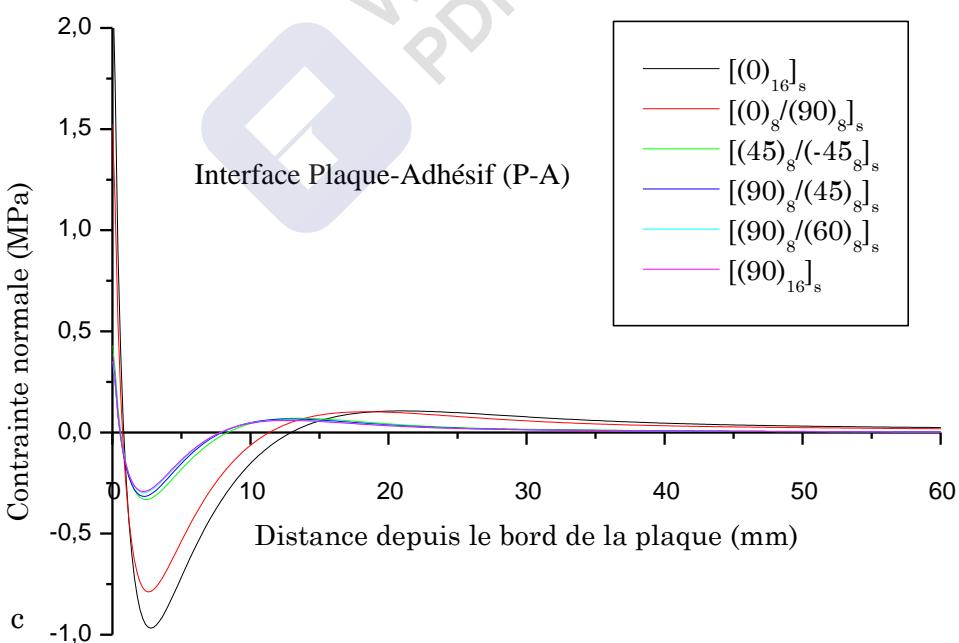
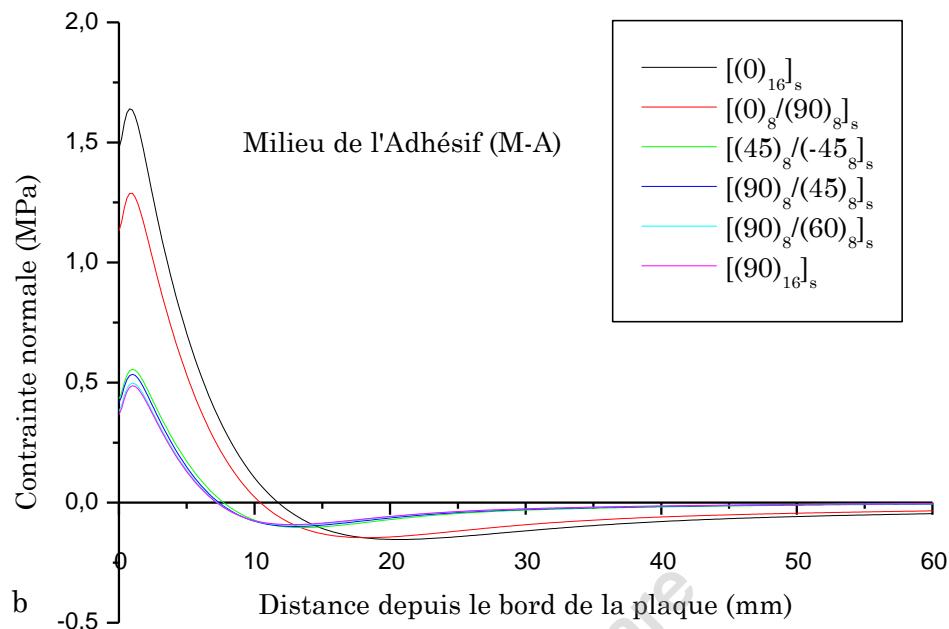


Figure (1.41) : Comparaison des contraintes normales d'interface données par le modèle EF.

(Kroud et al. [28])

Au-delà de l'estimation des contraintes d'interface, les travaux de Krour et al [28] ont été étendues à l'étude de la capacité portante du renforcement dans la mesure où l'orientation des fibres dans le sens du module élastique le plus faible suscite des interrogations sur l'efficacité du renforcement. De ce fait une étude éléments finis est menée en mesurant les déplacements au milieu de la structure et au bord de la plaque sous charge uniforme en comparant les différentes combinaisons d'orientation des fibres avec une poutre de référence sans renfort. Cette approche correspond à une vérification à l'état limite de service. Les résultats sont regroupés dans le tableau (I.17).

Orientations des couches	Charge uniformément répartie (50kN/m)	
	Flèche (mm)	
	Bord	Milieu de la poutre
Poutre de référence (sans renfort)	1.4909	4.2186
$[(0)_{16}]_s$	1.3070	3.600
$[(90)_8/(45)_8]_s$	1.4690	4.1453
$[(45)_8/(-45)_8]_s$	1.4665	4.1367
$[(90)_8/(60)_8]_s$	1.4710	4.1518
$[(90)_8/(0)_8]_s$	1.3798	3.8457
$[(90)_{16}]_s$	1.4715	4.1537

Tableau (I.17) : Déplacements déterminés pour différentes combinaisons d'orientation de fibres.
(Krour et al. [28])

Il ressort de la mesure des déplacements que l'orientation des fibres à 90° ne constitue pas une bonne solution vis-à-vis de la qualité du renforcement même si le risque de décollement est atténué. Par ailleurs l'orientation des fibres à 0° degrés donne la meilleure qualité de renforcement mais avec un risque élevé de décollement. Toutefois une solution intermédiaire se dégage de cette étude, elle consiste à croiser les fibres perpendiculairement les unes aux autres. En effet la figure (I.42) montre que le composite $[(90)_8/(0)_8]_s$ permet un gain en contrainte de décollement avoisinant les 25% et un profit en déplacement de 8% qui assez proche du gain réalisé avec un composite $[(0)_{16}]_s$.

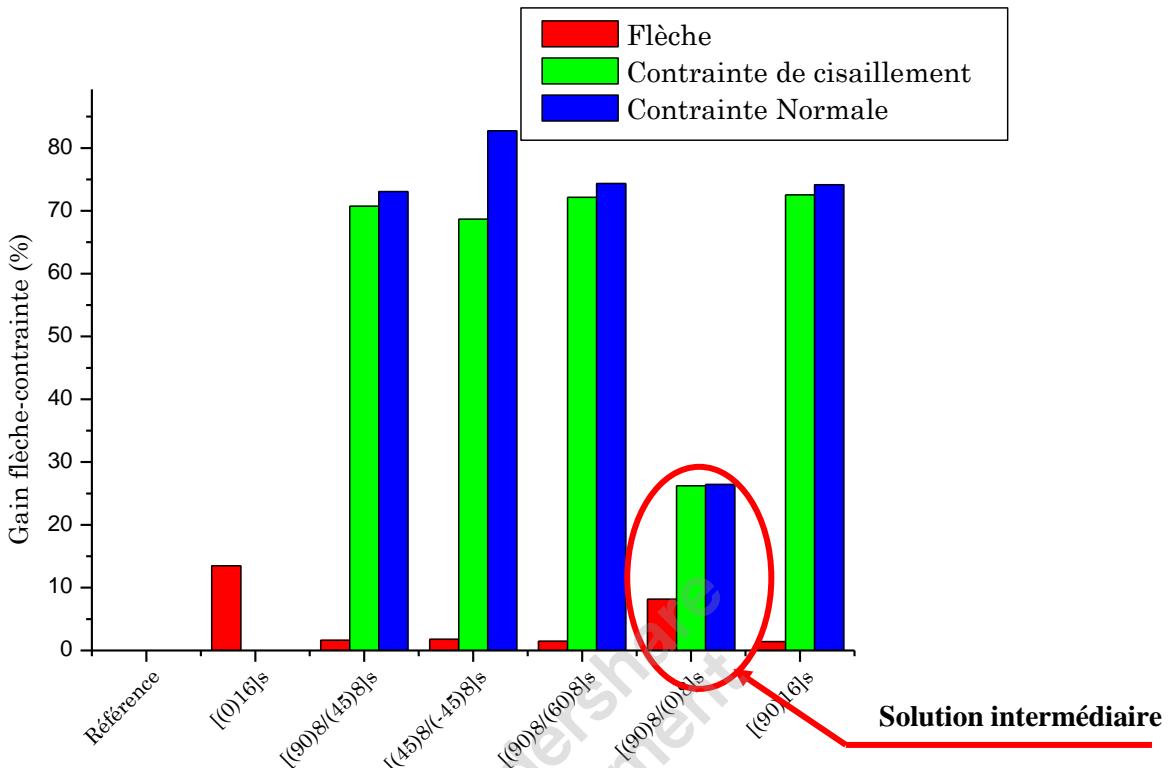


Figure (I.42) : Gains réalisés en flèche et en contraintes de décollement (Krour et al. [28])

Krour et al [28] pousse le raisonnement jusqu'à l'état limite ultime. Le but est de vérifier l'apport du renfort en termes de capacité portante. Il s'agit d'étudier une poutre en béton armé soumise à la flexion trois points avec déplacement imposé et modélisée par la méthode des éléments finis en comparant l'apport du renfort avec différentes orientations de fibres avec une poutre de référence sans renfort. Le comportement du matériau béton est défini complètement en utilisant les courbes contrainte-déformation en traction et en compression décrites dans le CEB-FIP 1990 [29]. Par ailleurs le comportement de l'adhésif et celui de la plaque composite sont considérés comme élastiques. Le déplacement imposé est choisi de façon à permettre au béton d'atteindre sa limite de rupture.

En traçant la courbe force-déplacement, la figure (I.43) fait apparaître trois grandes familles de courbe. La courbe de la poutre de référence, celle de la poutre renforcée par un composite $[(0)_{16}]_s$ et celle avec un composite $[(90)_{16}]_s$. Ces trois courbes constituent des bornes inférieure et supérieure pour la capacité portante.

En effet, la poutre de référence donne la force ultime d'une poutre en béton armé sans renforcement. La plus grande force ultime est obtenue par l'utilisation d'un renforcement en composite $[(0)_{16}]_s$; le composite $[(90)_{16}]_s$ conduit au renforcement le moins efficace en terme de capacité portante. La figure (I.44) montre aussi que les autres combinaisons sont comprises entre ces bornes. Sans doute, la plus intéressante de ces courbes est celle d'un renforcement avec un composite $[(90)_8/(0)_8]_s$ qui manifestement apporte deux avantages majeurs, le premier est un force ultime très proche de celle obtenue avec un composite $[(0)_{16}]_s$, le second est la faiblesse des contraintes de décollement. Ce constat, fait du composite $[(90)_8/(0)_8]_s$ une solution conciliant l'aspect résistance et l'aspect bonne tenue du collage. Toutefois le recours à cette solution dépend aussi des performances recherchées en termes de renforcement et des caractéristiques des matériaux utilisés notamment l'adhésif.

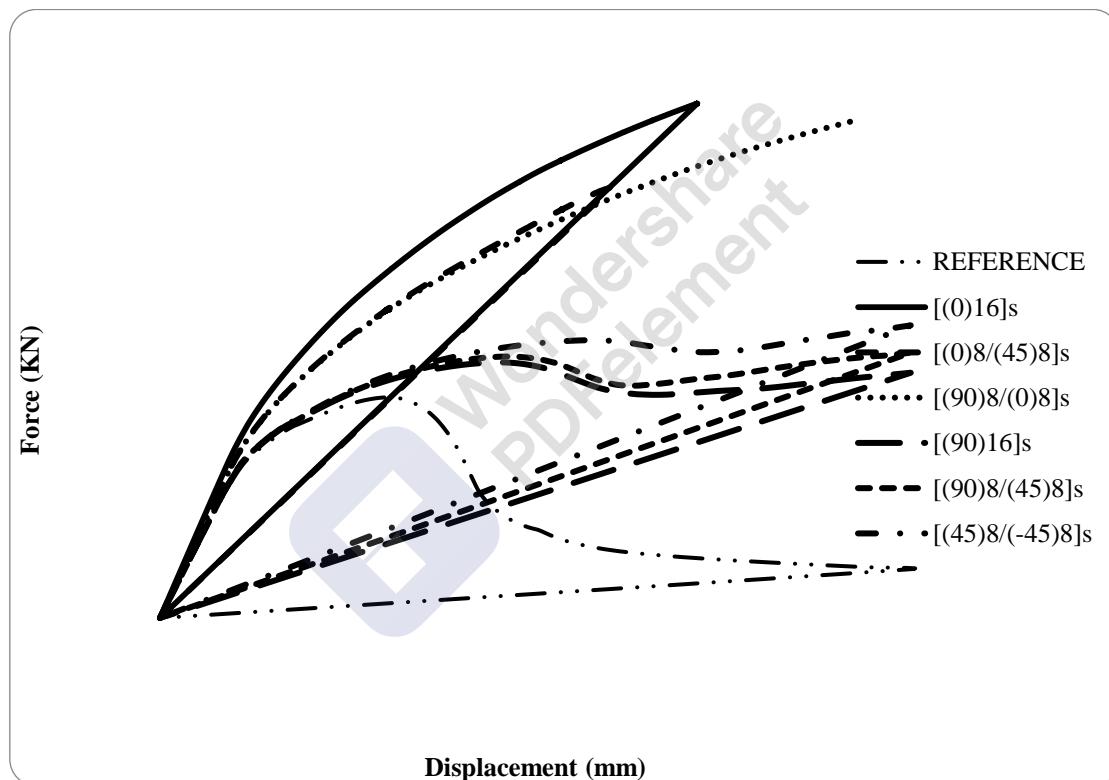


Figure (I.43) : Courbes force-déplacement pour différentes combinaison d'orientation des fibres.
(Krour et al. [28])

I.9.3. Etudes expérimentales

Bien que l'aspect expérimental du renforcement soit pris en compte par plusieurs chercheurs, nous avons choisi dans cette partie de détailler les expériences de Jones et al. [21] en raison de leur intérêt. En effet, la plupart des expériences menées en laboratoire se sont intéressées au renforcement du point de vue de la performance sans pour autant se soucier du calcul des contraintes d'interfaces. Jones et al. [21] ont proposé une étude expérimentale dans laquelle sont mesurés à la fois les contraintes d'interfaces, les déplacements, les déformations et les contraintes agissant sur chaque adhérent. Par ailleurs un comparatif avec la théorie a été aussi établi.

➤ Détails de l'expérience

L'expérience réalisée par Jones et al. [21] concernait une série de sept poutres en béton armé renforcées par des plaques en acier collées au moyen d'une colle époxy. Les poutres sont toutes soumises à la flexion trois points comme le montre la figure (I.44). Les détails géométriques ainsi que les ferraillages de ces poutres sont représentés dans la figure (I.45)

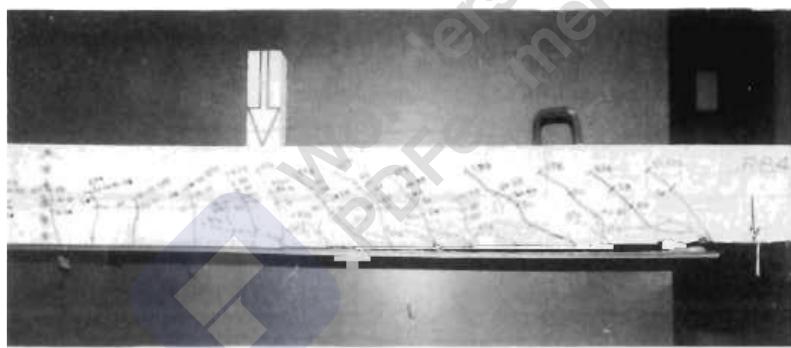


Figure (I.44) : Essais de flexion 3 points sur une poutre renforcée par une plaque Acier.
(Jones et al. [21])

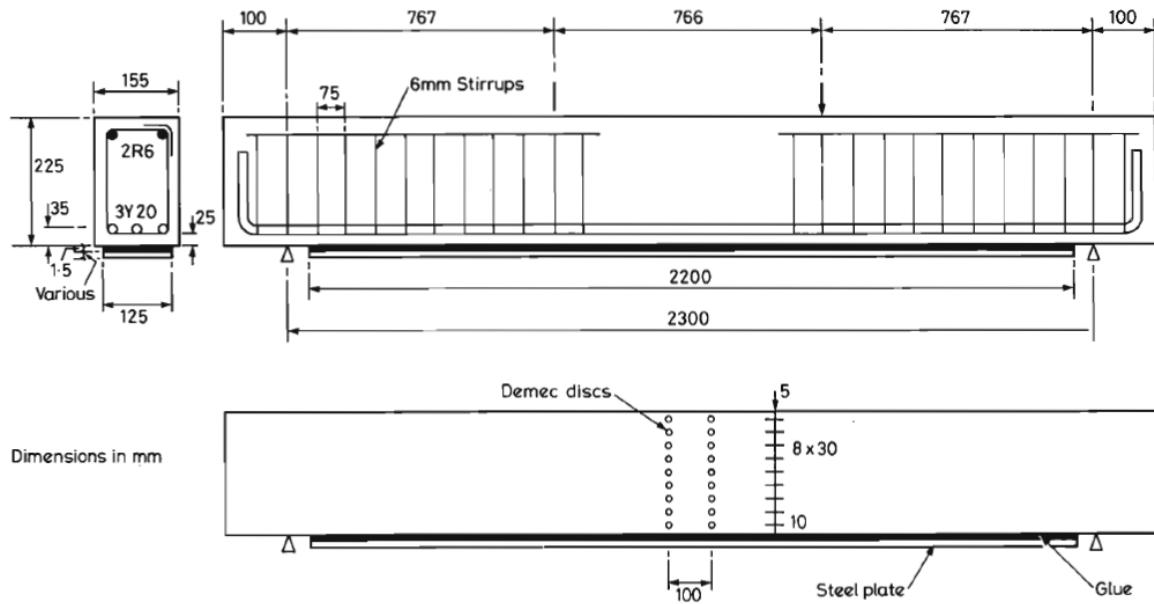


Figure (I.45) : Détails géométriques et ferraillage des poutres soumises à l'expérience.
(Jones et al. [21])

La figure (I.46) montre les différents types de renforcement étudiés par cette expérience. En effet, Jones et al. [21] ont préparé sept poutres renforcées par des plaques en acier, en variant la disposition du renfort comme suit :

- Poutre 1 (F31) :** une seule plaque de 6mm d'épaisseur
- Poutre 2 (F32) :** deux plaques de 3mm d'épaisseur
- Poutre 3 (F33) :** une seule plaque de 6mm d'épaisseur avec chanfrein de 2 mm d'épaisseur au bord
- Poutre 4 (F34) :** une seule plaque de 6mm d'épaisseur avec boulons au bord
- Poutre 5 (F35) :** deux plaques de 3mm d'épaisseur avec boulons au bord de chacune
- Poutre 6 (F36) :** une seule plaque de 6mm d'épaisseur avec ancrage au bord
- Poutre 7 (F37) :** une seule plaque de 6mm d'épaisseur avec ancrage au bord différent de la poutre 6 (F36).

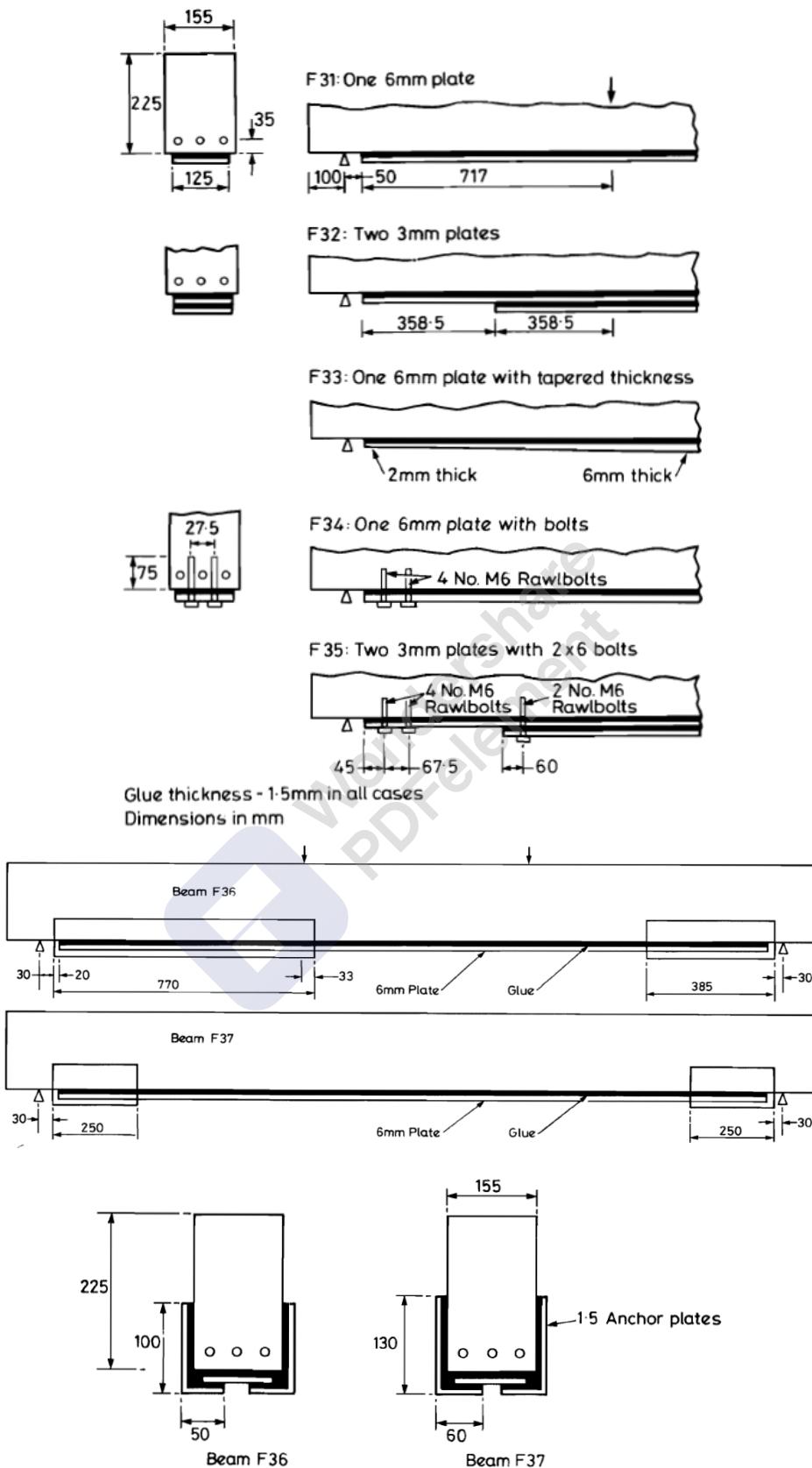


Figure (I.46) : Détails géométriques des poutres soumises à l'expérience. (Jones et al. [21])

➤ Résultats de l'expérience

Bien que les travaux de Jones et al. [21] présentent plusieurs résultats importants, nous nous sommes intéressés plus particulièrement aux capacités portantes des structures hybrides ainsi qu'aux contraintes d'interfaces de chaque poutre. La figure (I.47) présente l'évolution de la force appliquée en fonction de la flèche et ce pour chaque type de renforcement ainsi que dans le cas d'une poutre non renforcée. Par ailleurs le modèle théorique est aussi présent dans la figure en guise de comparaison. Il ressort de cette étude que la force augmente au fur et à mesure que la flèche augmente jusqu'à une certaine limite qui est la force ultime de la structure atteinte soit par décollement du renfort soit par rupture du béton ou plastification de l'acier.

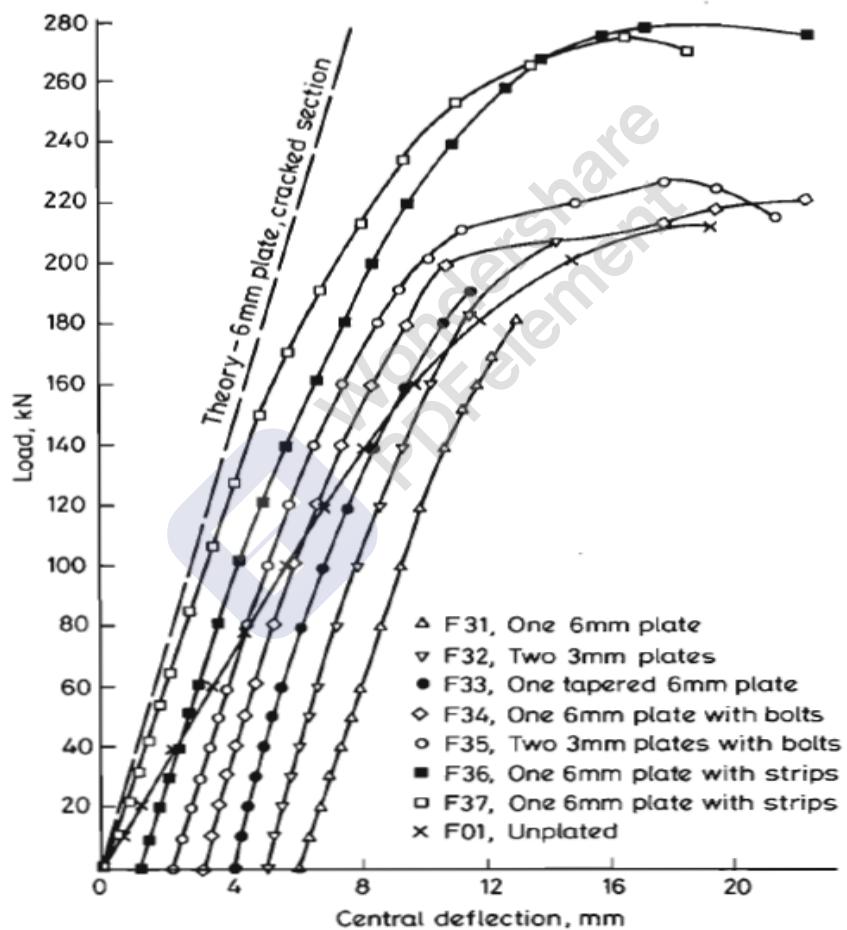


Figure (I.47) : Evolution de la force appliquée en fonction de la flèche pour chaque poutre.
(Jones et al. [21])

Le tableau (I.18) présente les forces ultimes pour chaque poutre ainsi que le mode de rupture observé.

Poutre	Force ultime (KN)	Gain/F31 (%)	Gain/poutre non renforcée (%)	Mode de rupture
F31	182	–	-13.3	Décollement de la plaque
F32	208	14.3	-1.0	Décollement de la plaque
F33	191	4.9	-9.1	Décollement de la plaque
F34	221	24.4	+5.2	Décollement de la plaque suivi de la rupture du béton
F35	227	24.7	+8.1	Décollement de la plaque suivi de la rupture du béton
F36	285	56.6	+35.8	Plastification de la plaque et rupture du béton
F37	283	55.5	+34.8	Plastification de la plaque et rupture du béton

Tableau (I.18) : Evolution de la force appliquée en fonction de la flèche pour chaque poutre.
(Jones et al. [21])

Ce tableau montre que lorsque le bord n'est pas traité comme dans le cas des poutres F31 à F33, le mode de rupture observé est le décollement contrairement aux poutres F34 à F37 qui développe une force ultime plus importante et un mode de rupture lié à l'atteinte des limites des matériaux acier et béton. Nous observons ainsi que le traitement du bord joue un rôle important dans le mode de rupture ainsi que dans la force ultime que peut reprendre la structure. En effet nous remarquons une nette progression de la force ultime de la poutre F32 par rapport à la poutre F31 même si les épaisseurs des plaques sont identiques à l'exception de la poutre F32 qui est renforcée par deux plaques de 3mm de longueurs différentes, ce qui réduit l'épaisseur du renfort à l'approche du bord. Le même constat est fait pour la poutre chanfreinée au bord.

L'utilisation de boulons ou de plaques fixant le renfort au bord pour les poutres F34 à F37 réduit le risque de décollement jusqu'à l'éliminer quasiment pour les poutres F36 et F37. Par conséquent de tels dispositifs au bord sont conseillés pour éviter le mode de rupture par décollement de plaque de renforcement.

En utilisant les déformations mesurées au niveau de la colle et en considérant la différence des forces agissantes sur la plaque entre les sections successives, Jones et al. [21] ont calculé les contraintes d'interface expérimentales en s'appuyant sur la théorie de l'élasticité.

Les figures (I.48), (I.49) et (I.50) montrent l'évolution des contraintes d'interface pour les poutres (F31), (F32) et (F33). Il apparaît que le modèle théorique sous-estime les contraintes d'interface et que le maximum est atteint à une distance très proche du bord de la plaque.

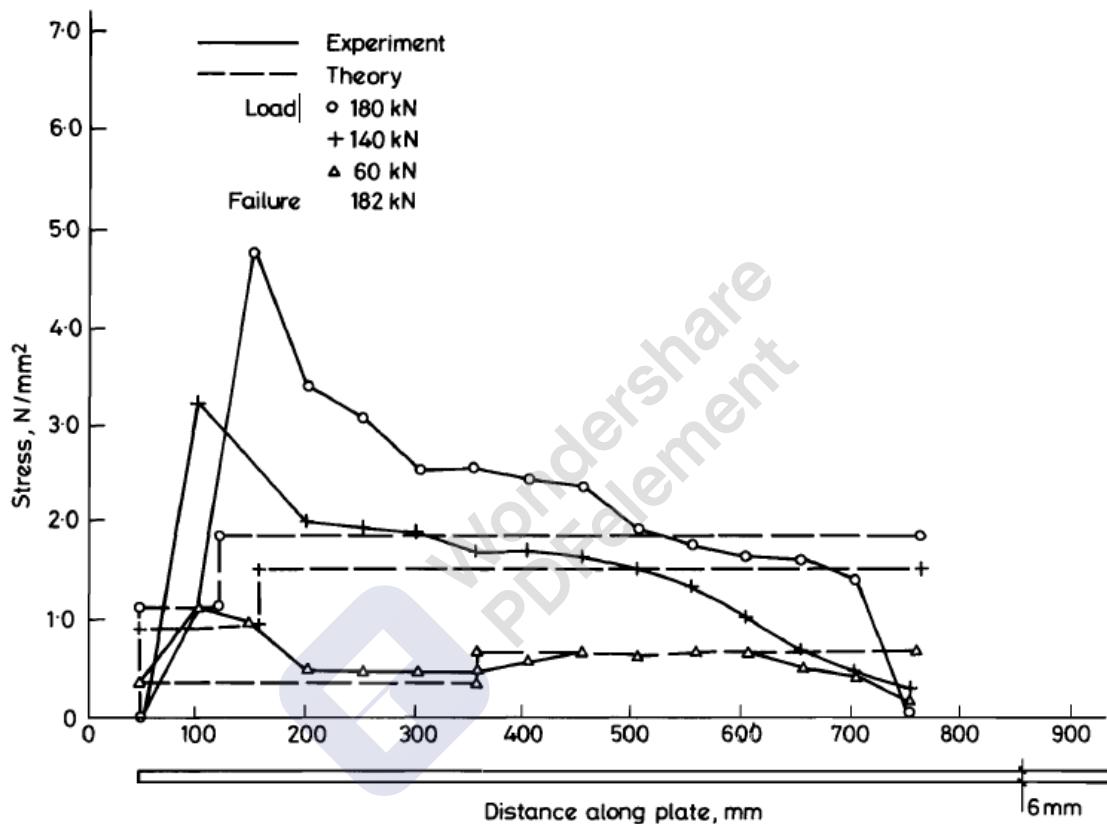


Figure (I.48) : Evolution des contraintes d'interface pour la poutre (F31). (Jones et al. [21])

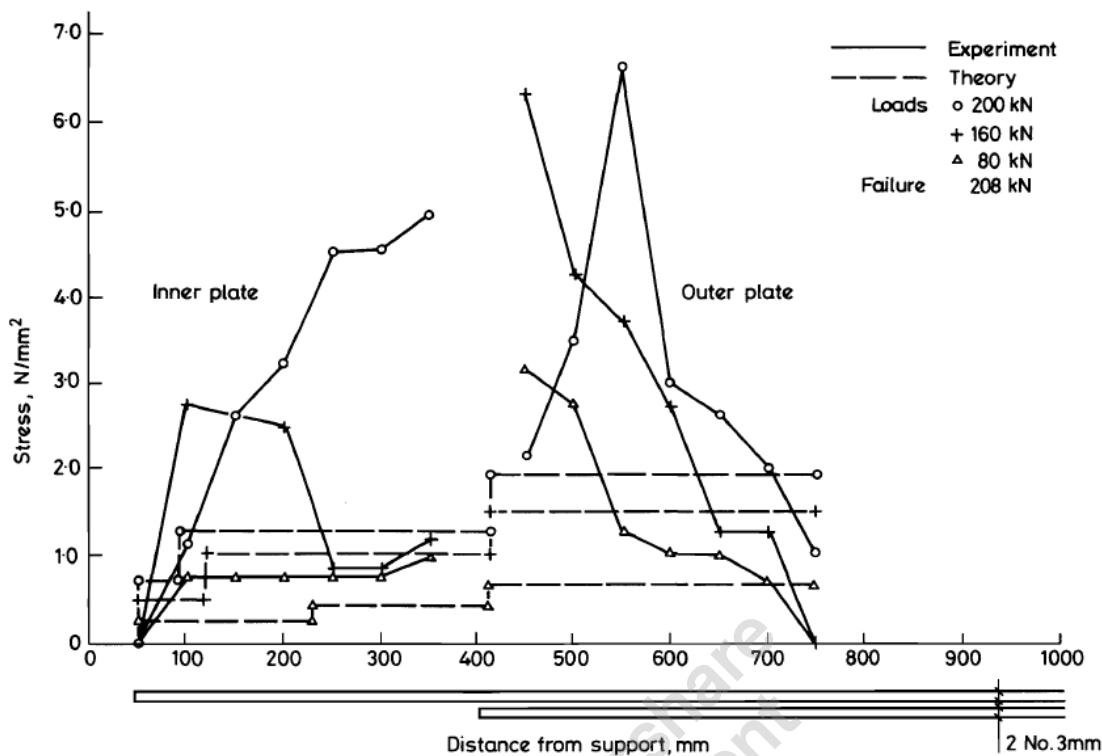


Figure (I.49) : Evolution des contraintes d'interface pour la poutre (F32). (Jones et al. [21])

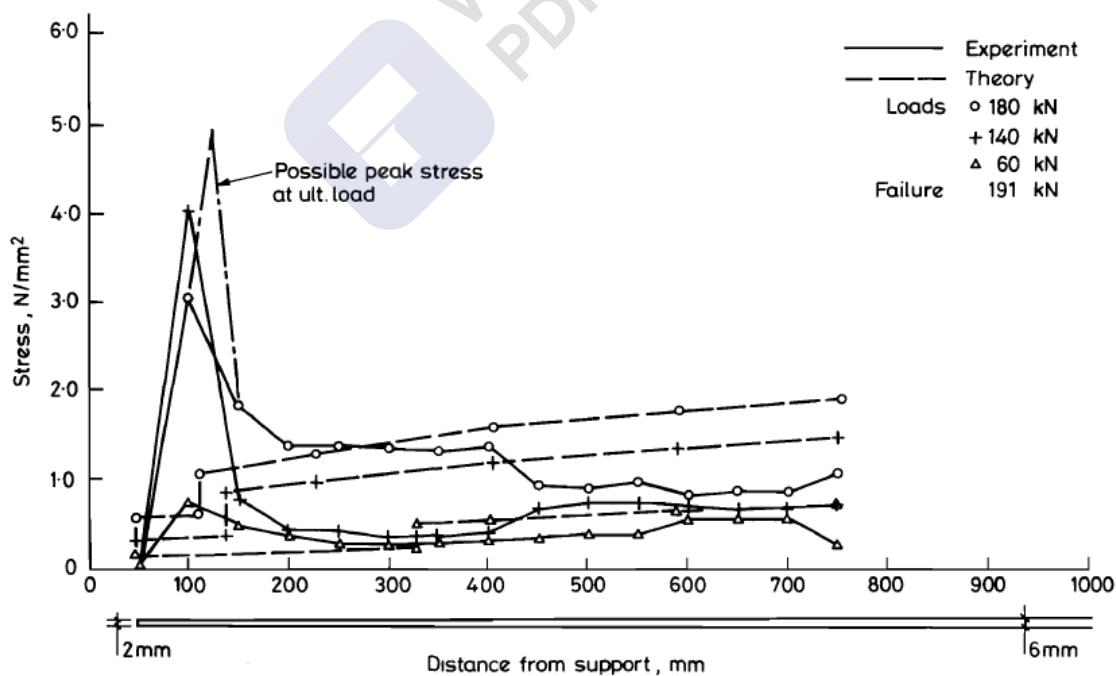


Figure (I.50) : Evolution des contraintes d'interface pour la poutre (F34). (Jones et al. [21])

Le tableau (I.19) présente une comparaison des contraintes d'interface entre le modèle théorique et l'expérience confirmant ainsi la tendance observée sur les courbes présentées plus haut.

Contraintes d'interface maximales (N/mm ²)			
Poutre	Expérience	Théorie	expérience/théorie (%)
F31	5.01	2.44	2.06
F32	4.95	1.61	3.07
F33	4.22	1.03	4.10
F34	4.82	2.96	1.63
F35	4.90	1.75	2.80

Tableau (I.19) : Contraintes d'interface maximales pour chaque poutre. (Jones et al. [21])

I.10. Conclusion

Dans ce chapitre, il était question de mettre en évidence quelques travaux de la littérature, ayant traité le problème du renforcement des structures en béton armé avec prise en compte de l'aspect des interfaces. Cette étude bibliographique nous a permis de nous situer vis-à-vis de ces recherches et nous a servi de point de départ pour nos travaux. En effet, les modèles théoriques déjà proposés reposent sur certaines hypothèses que nous allons essayer d'enrichir un peu plus afin d'apporter notre contribution dans le domaine notamment au sujet des structures en béton précontraint rarement abordé dans la littérature. Le chapitre suivant sera consacré à l'étude de l'efficacité du renforcement d'une poutre en béton précontraint en utilisant une plaque précontrainte en matériaux composite FRP



Chapitre II

**Comportement des sections
transversales renforcées par des plaques
en matériaux composite précontraintes**

II .1. Introduction

Afin de vérifier l'efficacité ou non du renforcement d'une poutre en béton précontraint renforcée par une plaque FRP précontrainte, ce chapitre sera consacré à la mise en place d'un modèle analytique basé sur l'homogénéisation de la section transversale en tenant compte de l'impact de la forme des câbles et de toutes les pertes de précontrainte instantanées et différées. Ce modèle permettra de connaître la répartition des contraintes normales à travers la section transversale

II .2. Efficacité du renforcement par plaque composite précontrainte

L'étude est consacrée à l'analyse des contraintes normales à travers une section transversale d'une poutre en béton précontraint renforcée par une plaque FRP elle-même précontrainte. Comme toute modélisation mathématique, notre modèle se base sur les hypothèses suivantes :

- Le béton, l'adhésif et les matériaux FRP se comportent de manière élastique et linéaire.
- Aucun glissement n'est autorisé à l'interface de la liaison (c'est-à-dire qu'il y a une liaison parfaite à l'interface adhésif-béton et à l'interface adhésif-plaque).
- Les déformations du béton et de la plaque en FRP sont dues aux moments de flexion et aux forces axiales.

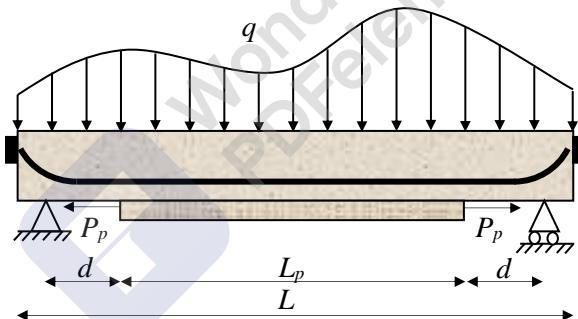


Figure (II.1) : Poutre en béton précontraint simplement supportée renforcée avec une plaque FRP collée.

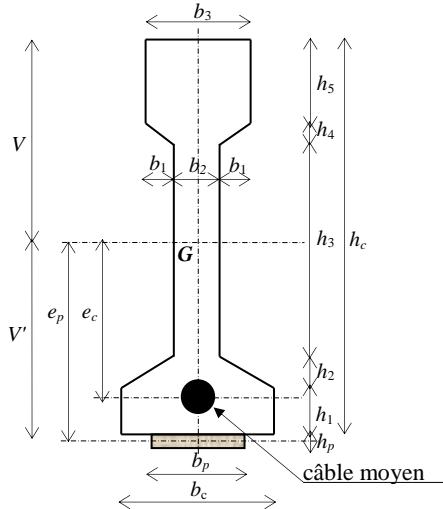


Figure (II.2) : La forme de la section transversale

II.2.1. Distribution des contraintes normales à travers la section transversale

Une nouvelle section composite béton-plaques est créée lorsque la plaque composite est appliquée au béton, en se basant sur les hypothèses mentionnées ci-dessus, en particulier la deuxième, cette section transversale peut être convertie en une section homogène en béton afin de calculer les contraintes normales. En conséquence, nous obtenons les relations suivantes :

$$A_{eq} = A_c + nA_p \quad (\text{II.1})$$

$$I_{eq} = I_c + nI_p \quad (\text{II.2})$$

$$n = \frac{E_c}{E_p} \quad (\text{II.3})$$

Avec :

A_c : Surface de la section en béton.

A_p : Surface de la section de la plaque composite.

A_{eq} : Aire de la section de béton homogène.

I_c : Moment d'inertie quadratique de la section en béton.

I_p : Moment d'inertie quadratique de la section de la plaque composite.

I_{eq} : Moment d'inertie quadratique de la section homogène en béton.

n : Coefficient d'équivalence béton-composite.

E_c : Module d'élasticité du béton.

E_p : Module d'élasticité de la plaque en FRP

La contrainte normale à travers la section transversale homogène est essentiellement causée par le moment de flexion externe, la contrainte de compression due à l'effort de précontrainte causée les aciers actifs et la précontrainte de la plaque FRP, les moments résultants des excentricités des aciers de précontrainte ainsi que celle de la plaques FRP.

Il convient de noter que la plaque composite est précontrainte en utilisant une tension qui, une fois connectée au béton, se transforme en compression.

Il est important de souligner que dans cette étude, toutes les pertes de tension sur une période de temps infinie sont prises en compte avant de déterminer la valeur de la force de précontrainte transmise à la poutre en béton via le câble. Ces pertes de précontrainte sont calculées conformément à l'Eurocode 2 [30].

Donc, nous pouvons écrire :

$$\sigma(y) = \frac{M_q(x)}{I_{eq}} y + \left(\frac{P_c(x, \infty) + P_p}{A_{eq}} \right) + \left(\frac{P_c(x, \infty)e_c(x) + P_p e_p}{I_{eq}} \right) y \quad (\text{II.4})$$

Lorsqu'une poutre en béton précontraint n'est pas renforcée, l'équation (II.4) devient :

$$\sigma(y) = \frac{M_q(x)}{I_c} y + \frac{P_c(x, \infty)}{A_c} + \frac{P_c(x, \infty)e_c(x)}{I_c} y \quad (\text{II.5})$$

Lorsqu'il n'y a pas de renforcement en plaque composite précontraint dans une poutre en béton précontraint, l'équation (II.4) devient :

$$\sigma(y) = \frac{M_q(x)}{I_{eq}} y + \frac{P_c(x, \infty)}{A_{eq}} + \frac{P_c(x, \infty)e_c(x)}{I_{eq}} y \quad (\text{III.6})$$

Où :

y : est l'ordonnée à laquelle la contrainte normale est calculée par rapport au centre de gravité de la section homogène

$M_q(x)$: est le moment de flexion appliqué à la poutre en béton précontraint en raison de la charge externe.

$P_c(x, \infty)$: est un effort de précontrainte dû à l'acier pré-tendu ou post-tendu qui dépend de la portée de la poutre et est calculé sur une période de temps infinie.

P_p : est un effort de précontraintes dû à une plaque FRP précontrainte.

$e_c(x)$: est l'excentricité de l'effort de précontrainte due à la plaque en FRP précontrainte par rapport au centre de gravité de la section homogène en béton.

e_p : est l'excentricité de l'effort de précontrainte due à la plaque en FRP précontraint par rapport au centre de gravité de la section homogène en béton.

En conséquence, l'équation suivante doit être utilisée pour calculer la nouvelle position du centre de gravité de la section transversale homogène :

$$y_G = \frac{\sum_{i=1}^2 y_i A_i}{\sum_{i=1}^2 A_i} = \frac{A_c V + n A_p \left(h_c + \frac{h_p}{2} \right)}{A_{eq}} \quad (\text{II.7})$$

Où

h_c : est la hauteur de la section en béton.

h_p : est la hauteur de la section de la plaque composite en FRP.

Il est désormais, possible de déterminer la distribution des contraintes normales à travers la section transversale en béton homogène en utilisant les équations (II.1) à (II.7).

II.2.2. Résultats et discussions

Examinons une poutre en béton précontraint simplement appuyée et renforcée par une plaque en CFRP ayant les caractéristiques géométriques résumées dans le tableau (II.1) et la figure (II.5). La poutre est uniformément chargée.

h (mm)	h_1 (mm)	h_2 (mm)	h_3 (mm)	h_4 (mm)	h_5 (mm)	h_p (mm)	e (mm)
1300	270	150	700	100	80	1.2	476
b_1 (mm)	b_2 (mm)	b_3 (mm)	b_4 (mm)	b_p (mm)	V (mm)	V' (mm)	e_p (mm)
500	150	100	350	150	674	626	627.2

Tableau (II.1) : Caractéristiques géométriques de la section transversale.

La résistance à la compression du béton $f_{c28}=35\text{MPa}$, le module élastique de la plaque CFRP $E_p=165\text{GPa}$ et pour exprimer les propriétés mécaniques du béton en fonction du temps, nous adoptons le modèle proposé par le CEB-FIP [29] avec un module instantané $E_c(28)=35\text{GPa}$. De plus, la forme du câble le long de la poutre est également prise en compte.

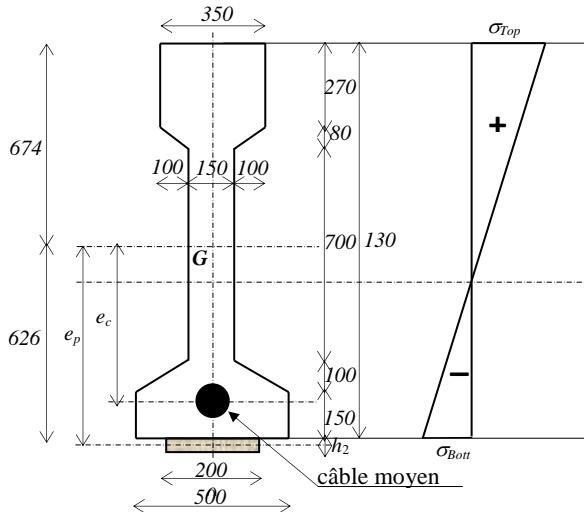


Figure (II.3) : Propriétés géométriques de la poutre étudiée.

En raison de la charge transversale uniformément répartie, un moment de flexion se produit dans chaque section le long de la poutre en béton. Une force de compression $P(\infty)$, équivalente à 19T15 avec pertes considérées après la manifestation de toutes les pertes de précontrainte instantanées et différées.

La poutre est au départ dimensionnée en classe II conformément à l'Eurocode 2 [30] comme le montrent bien les figures (II.6) et (II.7) étant donné que la contrainte de traction est inférieure à f_{t28} , soit 2.7 MPa, et que la contrainte de compression est inférieure à $0.6f_{c28}$, soit 21 MPa. Pour illustrer de manière appropriée l'efficacité du renforcement à l'aide d'une plaque CFRP précontrainte, la poutre en béton précontraint sans renforcement est utilisée comme poutre de référence.

Appliquer une plaque en CFRP non précontrainte à la partie inférieure de la poutre en béton est la prochaine étape. La deuxième étape consiste à appliquer une plaque en CFRP précontrainte Par conséquent, après le renforcement sans précontrainte.

Le but est d'évaluer la distribution des contraintes à travers les sections transversales de la poutre en béton précontraint.

Le renforcement est réalisé en utilisant une plaque CFRP industrielle disponible appelée Sika® CarboDur®, S1512 / 240 *, dont les propriétés sont tirées de la notice technique de Sika® Carbodur® Lamelles [31] et indiqué dans le tableau (II.2).

Épaisseur (mm)	Largeur (mm)	Résistance à la traction (MPa)	Déformation de rupture (%)	Module d'élasticité (GPa)	Densité	Pourcentage du volume de fibres
1.2	150mm	3100	1.80%	165	1.60	> 68%.

Tableau (II.2) : Propriétés géométriques et mécaniques des CFRP.

Pour produire un effet de précontrainte dans la poutre en béton précontraint, une force de pré-tension est appliquée à la plaque en CFRP. La plaque en CFRP se comporte de manière élastique jusqu'à la rupture, comme le montre la figure (II.5). Cependant, la plaque en CFRP est précontrainte dans cette étude à moins de 50 % de sa résistance ultime.

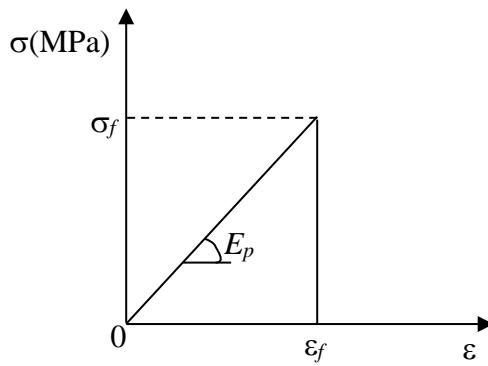
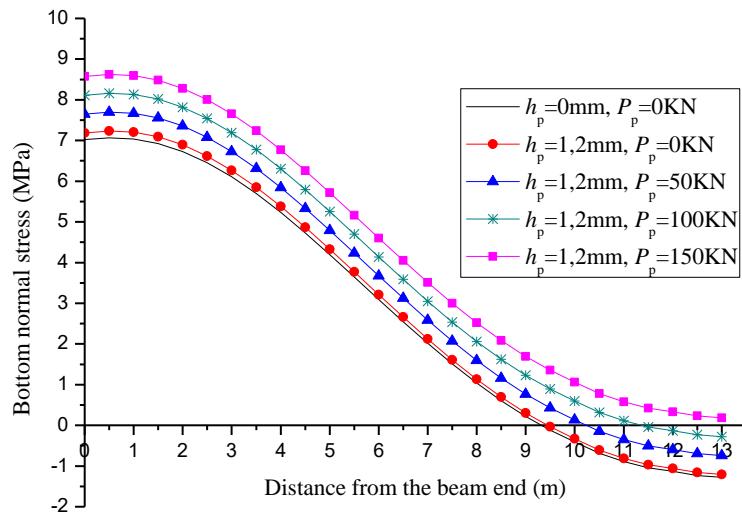
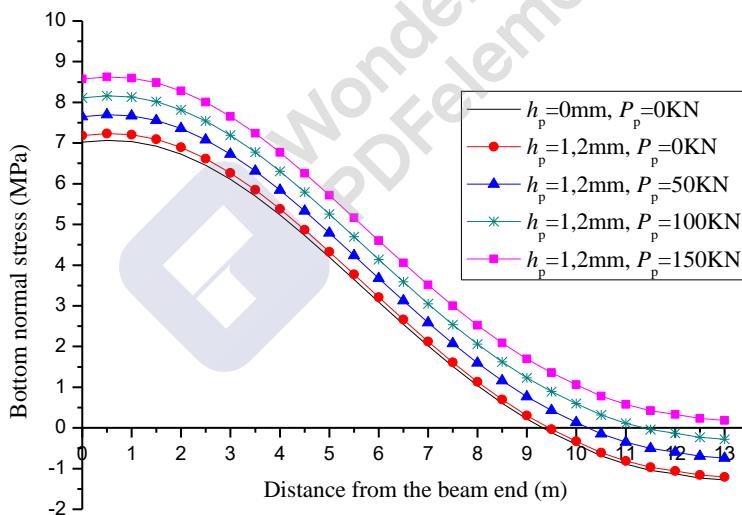


Figure (II.4) : Loi de comportement de la plaque en CFRP.

Les figures (II.6) et (II.7) démontrent que la classe de la section reste inchangée lorsque la plaque en CFRP est utilisée sans précontrainte. Pour éliminer toute la contrainte de traction dans la section transversale, il est toutefois nécessaire d'utiliser une plaque très épaisse dont la réalisation est impossible. Il est également démontré que l'utilisation de la plaque en CFRP précontraint par une force de 50KN change la classe de la section située à $x=10m$ qui était en traction. Cependant, les sections situées après $x=10m$ restent toujours sous traction. Par conséquent, nous devons augmenter la force de précontrainte de la plaque pour éliminer la contrainte de traction dans les sections restantes. Il est clairement montré dans les figures (II.6) et (II.7) ainsi que le tableau (II.3) que la classe des sections ($x= 10m$) et ($x=12 m$) est modifiée par l'utilisation de la plaque CFRP précontrainte par une force de 100 KN, laissant seulement la section ($x=13 m$) en traction. Lorsque la plaque CFRP est précontrainte par une force de 150 KN, toutes les contraintes de traction sont éliminées et seules des contraintes de compression sont appliquées aux sections en béton. Ainsi, les sections en béton précontraint sont désormais classées comme classe I selon l'Eurocode 2 [30], les sections transversales en béton précontraint ne subissent que des contraintes de compression inférieures à la résistance à la compression du béton de $0,6 f_{c28}$, ce qui équivaut à 21 MPa. De ce fait, le risque de fissuration mécanique est éliminé.

**Figure (II.5) :** Variation des contraintes au fond.**Figure (II.6) :** Variation des contraintes supérieures.

Longueur de portée (m)	0	2	4	6	8	10	12	13
h_p (mm)=0 mm, $P_p=0$ KN (Poutre de référence)								
σ_{Top} (MPa)	7,02	6,78	7,09	8,05	9,30	10,48	11,19	11,30
σ_{Bott} (MPa)	7,02	6,73	5,23	3,09	1,04	-0,41	-1,13	-1,28
h_p (mm)=1.2 mm, $P_p=0$ KN								
σ_{Top} (MPa)	6,93	6,69	7,01	7,97	9,22	10,39	11,10	11,20
σ_{Bott} (MPa)	7,19	6,89	5,38	3,21	1,13	-0,33	-1,06	-1,21
h_p (mm)=1.2 mm, $P_p=50$ KN								
σ_{Top} (MPa)	6,75	6,52	6,83	7,79	9,04	10,21	10,92	11,03
σ_{Bott} (MPa)	7,65	7,36	5,84	3,68	1,60	0,14	-0,59	-0,74
h_p (mm)=1.2 mm, $P_p=100$ KN								
σ_{Top} (MPa)	6,57	6,34	6,65	7,62	8,87	10,03	10,74	10,85
σ_{Bott} (MPa)	8,11	7,82	6,30	4,14	2,06	0,60	-0,13	-0,28
h_p (mm)=1.2 mm, $P_p=150$ KN								
σ_{Top} (MPa)	6,39	6,16	6,47	7,44	8,69	9,86	10,57	10,67
σ_{Bott} (MPa)	8,58	8,28	6,77	4,60	2,52	1,06	0,33	0,18

Tableau (II.3) : Contraintes normales à travers la section en béton en fonction de la force de précontrainte de la plaque en CFRP.

II.3. Conclusion

Dans ce chapitre, l'efficacité de l'utilisation de plaques en polymère renforcé de fibres (FRP) précontraintes pour le renforcement des constructions existantes est clairement démontrée. Le modèle utilisé est un modèle simple qui prend en compte la forme géométrique du câble le long de la poutre. La contrainte de traction du béton est réduite par la plaque en FRP précontrainte qui sert de précontrainte externe. En effet, il a été montré que la classe de dimensionnement peut être complètement changée et le risque de fissuration par traction peut être éliminé grâce à cette technique.

Cependant, il a été établi dans plusieurs travaux antérieurs que cette technique peut entraîner un niveau de concentration de contraintes à l'interface béton-plaque, ce qui peut compromettre l'efficacité du renforcement en cas de décollement.

Par conséquent, il convient de consacrer le chapitre suivant à l'étude des contraintes d'interfaces en essayant de proposer un modèle permettant de déterminer leur intensité avec plus de précision et en tenant compte de la spécificité du problème traité.



Chapitre III

**Comportements des interfaces
béton-plaque d'une poutre en béton
précontraint renforcée par une plaque
composite précontraintes**

III.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, il a été clairement démontré l'efficacité du renforcement d'une poutre en béton précontraint par une plaque CFRP précontrainte. Cependant, des recherches antérieures ont montré qu'une forte concentration de contraintes à l'interface entre la plaque composite et le béton peut compromettre ce type de renforcement et provoquer le décollement de la plaque composite. De ce fait, ce chapitre sera consacré à l'évaluation des contraintes d'interfaces en proposant un modèle analytique simple prenant en compte la précontrainte dans la poutre en béton ainsi celle de la plaques de renforcement.

III.2. Modèle analytique proposé

Pour estimer ces contraintes d'interface, un modèle analytique basé sur la compatibilité des déformations est développé dans ce chapitre. Par souci de précision, ce modèle tient compte de forme du câble de précontrainte ainsi que des pertes de tension instantanées et différée.

Considérons une poutre précontrainte simplement appuyée représentée dans la figure (III.1) et la figure (III.2).

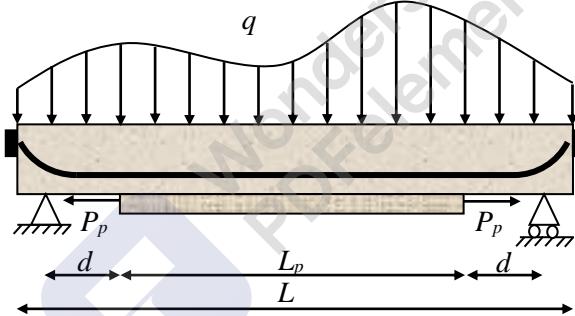


Figure (III.1) : Poutre en béton précontraint simplement appuyée renforcée par une plaque FRP collée.

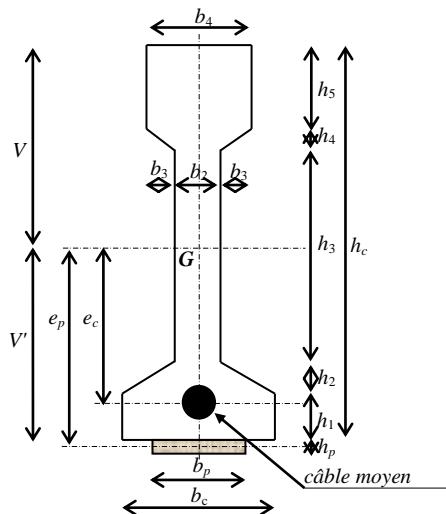


Figure (III.2) : La forme de la section transversale

La figure (III.3) montre un segment différentiel, ou dx , de la poutre renforcée, avec toutes les forces et les contraintes indiquées par leurs signes correspondants.

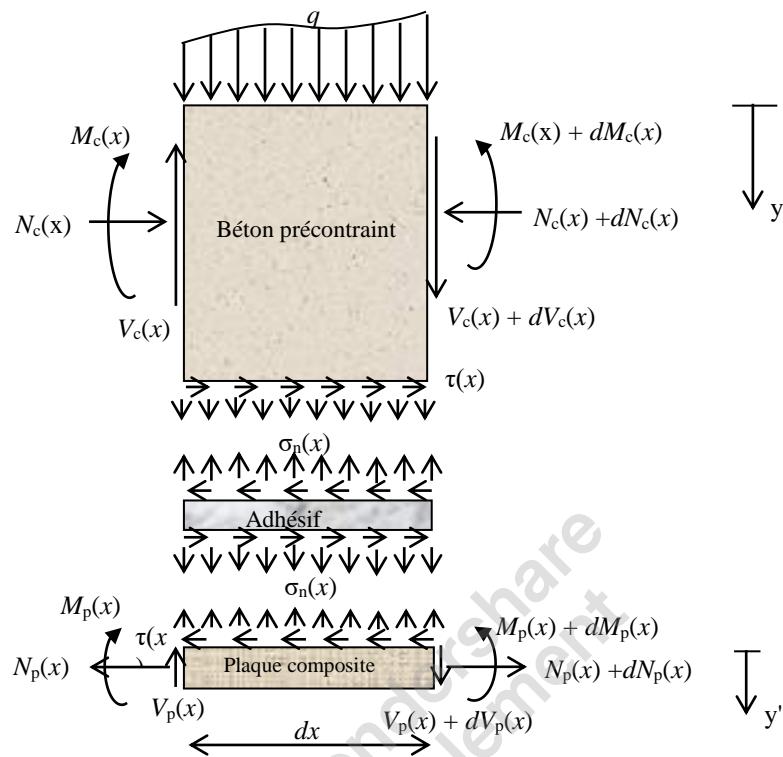


Figure (III.3) : Forces dans l'élément infinitésimal d'une poutre renforcée par une plaque composite.

Les contraintes de cisaillement et les contraintes normales d'interface sont représentées par les symboles $\tau(x)$ et $\sigma(x)$, respectivement.

Le modèle proposé repose sur les hypothèses énumérées ci-dessous :

1. Les matériaux en béton, en adhésif et en FRP se comportent de manière élastique et linéaire.
2. Aucun glissement n'est autorisé à l'interface de la liaison (c'est-à-dire qu'il y a une liaison parfaite à l'interface adhésif-béton et à l'interface adhésif-plaque).
3. Les contraintes dans la couche adhésive ne changent pas avec l'épaisseur.
4. Les déformations des adhérents 1 et 2 sont dues aux moments de flexion et aux forces axiales.

III.2.1. Equation différentielle des contraintes d'interface de cisaillement

La déformation de cisaillement dans la couche adhésive est exprimée comme suit :

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \approx \frac{u_p(x) - u_c(x)}{h_a} \quad (\text{III.1})$$

Par conséquent, la contrainte de cisaillement dans la couche adhésive est donnée par :

$$\tau(x) = G_a \left[\frac{u_p(x) - u_c(x)}{h_a} \right] \quad (\text{III.2})$$

Où G_a , h_a , u_p , u_c indiquent, dans cet ordre, le module de cisaillement, l'épaisseur de la couche adhésive, le déplacement horizontal au sommet de la plaque FRP collée extérieurement, et le déplacement horizontal de la poutre en béton précontraint. La contrainte de cisaillement en termes de déformation mécanique de la plaque FRP $\varepsilon_p(x)$ et du béton $\varepsilon_c(x)$ peut être obtenue en différentiant l'équation (III.2) par rapport à x .

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = G_a \left[\frac{\varepsilon_p(x) - \varepsilon_c(x)}{h_a} \right] \quad (\text{III.3})$$

La déformation de la poutre en béton précontraint est donnée par :

$$\varepsilon_c(x) = \frac{du_c(x)}{dx} = \frac{y_c}{E_c I_c} M_c(x) - \frac{1}{E_c A_c} N_c(x), \quad (\text{III.4})$$

Où E_c est le module d'élasticité, M_c le moment de flexion, N_c la force axiale et y_c la distance entre la face inférieure de la poutre en béton précontraint et son centre de gravité. Le moment de flexion $M_c(x)$ résulte de la charge externe et de la force de précontrainte appliquée avec une excentricité par rapport au centre de gravité de la poutre en béton précontraint. De ce fait, le moment de flexion $M_c(x)$ peut être écrit comme suit :

$$M_c(x) = M_q(x) + M_{Pc}(x) + M_{Pp}(x) \quad (\text{III.5})$$

Où $M_{pc}(x)$ est le moment de flexion dû à la force de précontrainte qui peut être écrit comme suit

$$M_{pc}(x) = P_c(x, \infty) \times e_c(x) \quad (\text{III.6})$$

$M_{Pp}(x)$ est le moment induit par la précontrainte de la plaque est excentricité par rapport au centre de gravité de la poutre en béton.

Dans ce modèle, la théorie des stratifiés proposée par Herakovich [32] est utilisée pour mettre en lumière l'influence de la direction des fibres sur le comportement de la plaque composite. Cette théorie, lorsqu'elle est mise en application sur une plaque composite symétrique, donne les valeurs de la courbure k_x et la déformation du plan médian ε_x^0 suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_x^0 = A'_{11} N_x \frac{1}{b_2} \\ k_x = D'_{11} M_x \frac{1}{b_2} \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

Où :

$[A'] = [A]^{-1}$ est l'inverse de la matrice d'extension $[A]$; $[D'] = [D]^{-1}$ est l'inverse de la matrice de flexion $[D]$; et b_2 est la largeur de la plaque FRP.

Les termes des matrices $[A]$ et $[D]$ sont écrits comme suit :

$$\begin{cases} A_{mn} = \sum_{j=1}^N \bar{Q}_{mn} (h_j - h_{j-1}) \\ D_{mn} = \sum_{j=1}^N \bar{Q}_{mn} (h_j^3 - h_{j-1}^3) \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Où :

$$\begin{cases} \bar{Q}_{11} = \left[\frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \right] \cos^4(\theta_j) + \left[\frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \right] \sin^4(\theta_j) + 2 \left[\frac{\nu_{12}E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} + 2G_{12} \right] \cos^2(\theta_j) \sin^2(\theta_j), \\ \bar{Q}_{22} = \left[\frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \right] \sin^4(\theta_j) + \left[\frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \right] \cos^4(\theta_j) + 2 \left[\frac{\nu_{12}E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} + 2G_{12} \right] \cos^2(\theta_j) \sin^2(\theta_j), \\ \bar{Q}_{12} = \frac{\nu_{12}E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \left[\cos^4(\theta_j) + \sin^4(\theta_j) \right] + \left[\frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} + \frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} - 4G_{12} \right] \cos^2(\theta_j) \sin^2(\theta_j) \\ \bar{Q}_{33} = G_{12}, \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

Où j est le numéro de la couche.

h ; \bar{Q} et θ_j sont respectivement l'épaisseur, le tenseur élastique de Hooke et l'orientation des fibres de chaque couche.

En utilisant la théorie classique des stratifiés de Herakovich [32], la déformation au sommet de la plaque CFRP est donnée par :

$$\varepsilon_p(x) = \frac{du_p(x)}{dx} = \varepsilon_x^0 - \frac{h_p}{2} k_x \quad (\text{III.10})$$

En substituant l'équation (III.7) dans (III.10), on obtient l'équation suivante :

$$\varepsilon_p(x) = A'_{11} \frac{N_p(x)}{b_p} - D'_{11} \frac{h_p}{2b_p} M_p(x) \quad (\text{III.11})$$

L'équilibre des forces horizontales donne :

$$\frac{dN_c(x)}{dx} = \frac{dN_p(x)}{dx} = b_p \tau(x) \quad (\text{III.12})$$

D'où :

$$N_c(x) = N_p(x) = b_p \int_0^x \tau(x) dx \quad (\text{III.13})$$

À partir de la deuxième hypothèse ci-dessous (liaison parfaite), nous pouvons écrire l'égalité entre les courbures des deux adhérents :

$$\frac{d^2 w_p(x)}{dx^2} = \frac{d^2 w_c(x)}{dx^2} \quad (\text{III.14})$$

La relation entre les moments dans les deux adhérents peut s'écrire comme suit :

$$M_c(x) = \Psi M_p(x) \quad (\text{III.15})$$

Avec :

$$\Psi = -\frac{E_c I_c D'_{11}}{b_p} \quad (\text{III.16})$$

L'équilibre des moments donne :

$$M_T(x) = M_c(x) + M_p(x) + N(x) \left[y_c + h_a + \frac{h_p}{2} \right] \quad (\text{III.17})$$

Où $M_T(x)$ est le moment total appliqué.

Dans le cas d'une poutre en béton précontraint, le moment de flexion est donné par :

$$M_c(x) = M_q(x) + M_{Pc}(x) + M_{Pp}(x) \quad (\text{III.18})$$

$$M_c(x) = M_q(x) + P_c(x, \infty) \times e_c(x) + P_p \left(y_c + h_a + \frac{h_p}{2} \right) \quad (\text{III.19})$$

En fonction du moment total appliqué et de la contrainte de cisaillement d'interface, les moments de flexion dans chaque adhérent sont exprimés comme suit :

$$M_c(x) = -\frac{\Psi}{\Psi+1} \left[b_p \int_0^x \tau(x) (y_c + \frac{h_p}{2} + h_a) dx \right] + \frac{\Psi}{\Psi+1} M_T(x) \quad (\text{III.20})$$

$$M_p(x) = -\frac{1}{\Psi+1} \left[b_p \int_0^x \tau(x) (y_c + \frac{h_p}{2} + h_a) dx \right] + \frac{1}{\Psi+1} M_T(x) \quad (\text{III.21})$$

La première dérivée du moment de flexion dans chaque adhérent donne :

$$\frac{dM_c(x)}{dx} = \frac{\Psi}{\Psi+1} \left[V_T(x) - b_p \tau(x) \left(y_c + \frac{h_p}{2} + h_a \right) \right] \quad (\text{III.22})$$

$$\frac{dM_p(x)}{dx} = \frac{1}{\Psi+1} \left[V_T(x) - b_p \tau(x) \left(y_c + \frac{h_p}{2} + h_a \right) \right] \quad (\text{III.23})$$

En substituant les équations (III.4) et (III.11) dans l'équation (III.3) et en différenciant l'équation résultante une fois, on obtient :

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} = \frac{G_a}{h_a} \left(\frac{A'_{11}}{b_p} \frac{dN_p(x)}{dx} - D'_{11} \frac{h_p}{2b_p} \frac{dM_p(x)}{dx} \right) + \frac{G_a}{h_a} \left(\frac{1}{E_c A_c} \frac{dN_c(x)}{dx} - \frac{y_c}{E_c I_c} \frac{dM_c(x)}{dx} \right) \quad (\text{III.24})$$

En substituant les équations. (III.22), (III.23) et (III.12) dans l'équation (III.24), on obtient l'équation différentielle régissant la contrainte de cisaillement d'interface suivante :

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} + \frac{G_a}{t_a} \left(\frac{\left(y_c + \frac{h_p}{2} \right)}{E_c I_c D'_{11} + b_p} D'_{11} \right) V_T(x) - \frac{G_a}{t_a} A'_{11} - \frac{G_a}{t_a} \left(\frac{b_p}{E_c A_c} + \frac{\left(y_c + \frac{h_p}{2} \right) \left(y_c + h_a + \frac{h_p}{2} \right)}{E_c I_c D'_{11} + b_p} b_2 D'_{11} \right) \tau(x) = 0 \quad (\text{III.25})$$

$$V_T(x) = \frac{dM_T(x)}{dx} = \frac{dM_q(x)}{dx} + \frac{dM_{cp}(x)}{dx} + \frac{dM_{Pp}(x)}{dx} \quad (\text{III.26})$$

L'équation (III.26) exprime l'effort tranchant en fonction des moments de flexion. Cependant et en raison des pertes de force de précontrainte ayant des fluctuations aléatoires dépendant de plusieurs paramètres et de l'excentricité variable du câble moyen le long de la poutre, le moment de flexion induit de la poutre en béton n'est pas représenté par une fonction bien définie. il peut-être approché par une fonction polynomiale de quatrième degré.

$$M_{cp}(x) = P_1 x^4 + P_2 x^3 + P_3 x^2 + P_4 x + P_5 \quad (\text{III.27})$$

De ce fait, l'effort de cisaillement induit par ce moment s'écrit comme suit :

$$V_{cp}(x) = \frac{dM_{cp}(x)}{dx} = 4P_1 x^3 + 3P_2 x^2 + 2P_3 x + P_4 \quad (\text{III.28})$$

Les coefficients P_i sont déterminés en ajustant la fluctuation des pertes instantanées et différées et sont spécifiques à chaque cas étudié.

Ainsi, les solutions générales présentées ci-dessous sont limitées à des charges qui sont soit concentrées, soit uniformément réparties, ou les deux. Pour de telles types de charge $d^2V_q(x) / dx^2 = 0$.

La solution générale de l'équation (III.25) est donnée par :

$$\tau(x) = C_1 \cosh(\alpha x) + C_2 \sinh(\alpha x) + \beta V_c(x) + \frac{\beta}{\alpha^2} \frac{d^2 V_c(x)}{dx^2} \quad (\text{III.29})$$

Où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha^2 = \frac{G_a}{h_a} \left(A'_{11} + \frac{b_p}{E_c A_c} + \frac{\left(y_c + \frac{h_p}{2} \right) \left(y_c + h_a + \frac{h_p}{2} \right)}{E_c I_c D'_{11} + b_p} b_p D'_{11} \right) \\ \beta = \frac{G_a}{h_a} \left(\frac{\left(y_c + \frac{h_p}{2} \right)}{E_c I_c D'_{11} + b_p} D'_{11} \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.30})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_c(x) = V_q(x) + V_{cp}(x) + V_{P_0}(x) \\ \frac{d^2 V_c(x)}{dx^2} = \frac{d^2 V_{cp}(x)}{dx^2} = 24P_1 x + 6P_2 \end{array} \right. \quad (\text{III.31})$$

C_1 et C_2 sont des coefficients déterminés à partir des conditions aux limites.

III.2.2. Equation différentielle des contraintes normales d'interfaces

La déformation dans la couche adhésive peut être donnée par :

$$\varepsilon_y = \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} \approx \frac{w_p(x) - w_c(x)}{h_a} \quad (\text{III.32})$$

Où $w_c(x)$ et $w_p(x)$ sont les déplacements verticaux de la poutre en béton précontraint et de la plaque en CFRP respectivement.

La contrainte normale dans la couche adhésive s'exprime comme suit :

$$\sigma_n(x) = \frac{E_a}{h_a} [w_p(x) - w_c(x)] \quad (\text{III.33})$$

Différenciant l'équation (III.33) deux fois donne :

$$\frac{d^2 \sigma_n(x)}{dx^2} = \frac{E_a}{h_a} \left[\frac{d^2 w_p(x)}{dx^2} - \frac{d^2 w_c(x)}{dx^2} \right] \quad (\text{III.34})$$

La relation moment-courbure pour les deux adhérents est exprimée comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 w_c(x)}{dx^2} = -\frac{M_c(x)}{E_c I_c} \\ \frac{d^2 w_p(x)}{dx^2} = -\frac{D'_{11} M_p(x)}{b_p} \end{array} \right. \quad (\text{III.35})$$

L'équilibre des moments de la poutre en béton précontraint et de la plaque en CFRP donne :

- Poutre en béton précontraint :

$$\begin{cases} \frac{dM_c(x)}{dx} = V_c(x) - b_p y_c \tau(x) \\ \frac{dV_c(x)}{dx} = -b_p \sigma_n(x) - q \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

- Plaque-CFRP :

$$\begin{cases} \frac{dM_p(x)}{dx} = V_p(x) - b_p \frac{t_p}{2} \tau(x) \\ \frac{dV_p(x)}{dx} = b_p \sigma_n(x) \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

En utilisant les équations d'équilibre ci-dessus, les équations différentielles régissant la déflexion de chaque adhérent sont données par :

- Poutre en béton précontraint :

$$\frac{d^4 w_c(x)}{dx^4} = \frac{1}{E_c I_c} b_p \sigma_n(x) + \frac{y_c}{E_c I_c} b_p \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q}{E_c I_c} \quad (\text{III.38})$$

- Plaque-CFRP :

$$\frac{d^4 w_p(x)}{dx^4} = -D'_{11} \sigma_n(x) + D'_{11} \frac{h_p}{2} \frac{d\tau(x)}{dx} \quad (\text{III.39})$$

En substituant les équations (III.38), (III.23) et (III.39) dans la quatrième dérivée de la contrainte normale d'interface donnée par l'équation (III.33), on obtient l'équation différentielle régissant la contrainte normale d'interface suivante :

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} + \frac{E_a}{h_a} \left(D'_{11} + \frac{b_p}{E_c I_c} \right) \sigma_n(x) - \frac{E_a}{h_a} \left(D'_{11} \frac{h_p}{2} - \frac{y_c b_p}{E_c I_c} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q E_a}{E_c I_c} = 0 \quad (\text{II.40})$$

La solution générale de l'équation (III.40), qui est une équation différentielle du quatrième ordre, peut être donnée par :

$$\sigma(x) = e^{-\gamma x} [C_3 \cos(\gamma x) + C_4 \sin(\gamma x)] + e^{\gamma x} [C_5 \cos(\gamma x) + C_6 \sin(\gamma x)] - \eta_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - \eta_2 q \quad (\text{III.41})$$

Pour de grandes valeurs de x , la contrainte normale d'interface est supposée être nulle, de ce fait les coefficients $C_5 = C_6 = 0$.

L'équation générale devient :

$$\sigma_n(x) = e^{-\gamma x} \left[C_3 \cos(\gamma x) + C_4 \sin(\gamma x) \right] - \eta_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - \eta_2 q \quad (\text{III.42})$$

Où :

$$\begin{cases} \gamma = \sqrt{\frac{E_a}{4h_a} \left(D'_{11} + \frac{b_p}{E_c I_c} \right)} \\ \eta_1 = \frac{y_c b_p - E_c I_c D'_{11} \left(\frac{h_p}{2} \right)}{E_c I_c D'_{11} + b_p} \\ \eta_2 = \frac{1}{E_c I_c D'_{11} + b_p} \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

Les coefficients C_3 et C_4 sont déterminés par les conditions aux limites.

III.2.3. Application des conditions aux limites et solutions approchées

Les conditions aux limites suivantes sont donc considérées :

$$\begin{cases} N_c(0) = P(d, t) \\ N_p(0) = P_p \\ M_p(0) = 0 \\ \tau(L_p / 2) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.44})$$

Ces conditions aux limites donnent la contrainte de cisaillement d'interface décrite par Smith & Teng[14] et écrite comme suit :

➤ Charge uniformément répartie

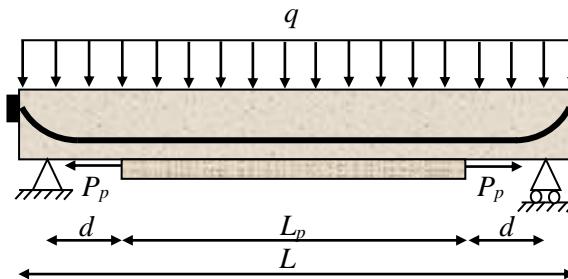


Figure (III.4) : Charge uniformément répartie.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_2 = \frac{G_a}{\alpha t_a} \left(\frac{A'_1}{b_p} P_p + \frac{1}{E_c A_c} P(d) - \frac{y_c}{E_c I_c} M_c(d) \right) - \frac{\beta}{\alpha} \frac{dV_c(d)}{dx} - \frac{\beta}{\alpha^3} \frac{d^3 V_c(d)}{dx^2} \\ M_c(d) = (L-d) \frac{qd}{2} + P_p \left((y_c + h_a + \frac{h_p}{2}) \right) + P_1 d^4 + P_2 d^3 + P_3 d^2 + P_4 d + P_5 \\ \frac{dV_c(d)}{dx} = \frac{dV_{cp}(d)}{dx^2} = 12P_1 d^2 + 6P_2 d + 2P_3 \\ \frac{d^3 V_c(d)}{dx^2} = \frac{d^3 V_{cp}(d)}{dx^2} = 24P_1 \\ C_1 = -C_2 \end{array} \right. \quad (\text{III.45})$$

➤ Charge ponctuelle

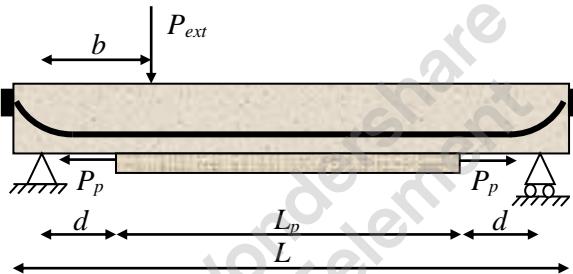


Figure (III.5) : Charge ponctuelle.

Pour un tel type de chargement, deux cas sont possibles : le premier considère que le bord gauche de la plaque est situé à gauche du point d'application de la charge $d < b$, et le second considère que le bord gauche de la plaque est placé à droite du point d'application de la charge $d > b$.

En se basant sur la solution générale de l'équation (III.42), en appliquant les mêmes conditions aux limites que pour la charge uniformément répartie, nous obtenons :

Pour $d < b$:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_2 = \frac{G_a}{\alpha t_a} \left(\frac{A'_{11}}{b_p} P_p + \frac{1}{E_c A_c} P(d) - \frac{y_c}{E_c I_c} M_c(d) \right) - \frac{\beta}{\alpha} \frac{dV_c(d)}{dx} - \frac{\beta}{\alpha^3} \frac{d^3 V_c(d)}{dx^2} \\ M_c(d) = P_{ext} d \left(1 - \frac{b}{L} \right) + P_1 d^4 + P_2 d^3 + P_3 d^2 + P_4 d + P_5 \\ \frac{dV_c(d)}{dx} = \frac{dV_{cp}(d)}{dx^2} = 12P_1 d^2 + 6P_2 d + 2P_3 \\ \frac{d^3 V_c(d)}{dx^2} = \frac{d^3 V_{cp}(d)}{dx^2} = 24P_1 \\ C_1 = -C_2 \end{array} \right. \quad (\text{III.46})$$

Pour $d > b$:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_2 = \frac{G_a}{\alpha t_a} \left(\frac{A'_{11}}{b_p} P_p + \frac{1}{E_c A_c} P(d) - \frac{y_c}{E_c I_c} M_c(d) \right) - \frac{\beta}{\alpha} \frac{dV_c(d)}{dx} - \frac{\beta}{\alpha^3} \frac{d^3 V_c(d)}{dx^2} \\ M_c(d) = P_{ext} d \left(1 - \frac{b}{L} \right) + P_p \left((y_c + h_a + \frac{h_p}{2}) \right) + P_1 d^4 + P_2 d^3 + P_3 d^2 + P_4 d + P_5 \\ \frac{dV_c(d)}{dx} = \frac{dV_{cp}(d)}{dx^2} = 12P_1 d^2 + 6P_2 d + 2P_3 \\ \frac{d^3 V_c(d)}{dx^2} = \frac{d^3 V_{cp}(d)}{dx^2} = 24P_1 \\ C_1 = -C_2 \end{array} \right. \quad (\text{III.47})$$

➤ Deux charges ponctuelles symétriques

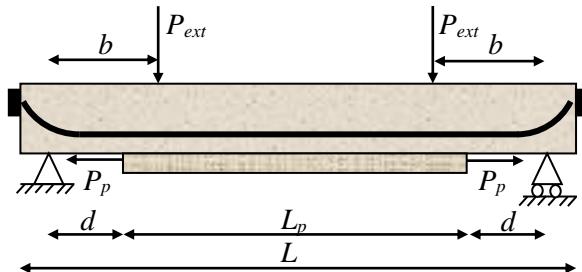


Figure (III.6) : Deux charges ponctuelles symétriques.

De la même manière que pour la charge concentrée unique, il est possible d'obtenir l'expression de la contrainte tangentielle à l'interface pour deux charges concentrées, en tenant compte de la symétrie. L'expression de la contrainte tangentielle est donnée par :

$d < b$:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_2 = \frac{G_a}{\alpha t_a} \left(\frac{A'_{11}}{b_p} P_p + \frac{1}{E_c A_c} P(d) - \frac{y_c}{E_c I_c} M_c(d) \right) - \frac{\beta}{\alpha} \frac{dV_c(d)}{dx} - \frac{\beta}{\alpha^3} \frac{d^3 V_c(d)}{dx^2} \\ M_c(d) = P_{ext} d + P_1 d^4 + P_2 d^3 + P_3 d^2 + P_4 d + P_5 \\ \frac{dV_c(d)}{dx} = \frac{dV_{cp}(d)}{dx^2} = 12P_1 d^2 + 6P_2 d + 2P_3 \\ \frac{d^3 V_c(d)}{dx^2} = \frac{d^3 V_{cp}(d)}{dx^2} = 24P_1 \\ C_1 = -C_2 \end{array} \right. \quad (\text{III.48})$$

$d > b$:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_2 = \frac{G_a}{\alpha t_a} \left(\frac{A'_{11}}{b_p} P_p + \frac{1}{E_c A_c} P(d) - \frac{y_c}{E_c I_c} M_c(d) \right) - \frac{\beta}{\alpha} \frac{dV_c(d)}{dx} - \frac{\beta}{\alpha^3} \frac{d^3 V_c(d)}{dx^2} \\ M_c(d) = P_{ext} d + P_p \left((y_c + h_a + \frac{h_p}{2}) \right) + P_1 d^4 + P_2 d^3 + P_3 d^2 + P_4 d + P_5 \\ \frac{dV_c(d)}{dx} = \frac{dV_{cp}(d)}{dx^2} = 12P_1 d^2 + 6P_2 d + 2P_3 \\ \frac{d^3 V_c(d)}{dx^2} = \frac{d^3 V_{cp}(d)}{dx^2} = 24P_1 \\ C_1 = -C_2 \end{array} \right. \quad (\text{III.49})$$

Les constantes C_3 and C_4 sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_3 = \frac{E_a}{2\gamma^3 t_a E_c I_c} [V_T(0) + \gamma M_T(0)] - \frac{\eta_3}{2\gamma^3} \tau(0) + \frac{\eta_1}{2\gamma^3} \left(\frac{d^4 \tau(0)}{dx^4} + \gamma \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \right) \\ C_4 = \frac{E_a}{2\gamma^2 t_a E_c I_c} M_T(0) - \frac{\eta_1}{2\gamma^2} \frac{d^3 \tau(0)}{dx^3} \\ \eta_3 = \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{y_c}{E_c A_c} - \frac{D'_{11} t_2}{2b_2} \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.50})$$

Les expressions des constantes C_3 et C_4 sont laissées en termes de moment de flexion $M_T(0)$ et de force de cisaillement $V_T(0)$ à l'extrémité de la plaque de renforcement. Les constantes C_3 et C_4 exprimées dans l'équation (III.50) peuvent être utilisée pour calculer la contrainte normale de l'adhésif pour les trois scénarios de charge.

III.3. Résultats et discussions

Dans ce qui suit une étude d'une poutre de pont précontrainte est menée sur la base du modèle précédent pour examiner les problèmes pratiques potentiels qui pourraient survenir en appliquant des technologies de renforcement à des structures déjà existantes. L'objectif principal est de démontrer l'existence de niveaux élevés de contraintes d'interface conduisant à une désolidarisation précoce de la plaque de renforcement, en particulier à son extrémité.

Pour ces raisons, un cas réel est examiné. Une poutre de pont simplement supportée ayant une portée libre de 26 mètres est considérée. Les données utilisées dans cette étude sont résumées dans le tableau (III.1) et la figure (III.12). Le stratifié a une largeur constante de 200 mm et une longueur de 24,6 m, avec une distance de 0,7 m par rapport à l'appui de la poutre. Les valeurs maximales de la contrainte de cisaillement et de la contrainte normale d'interface dépendent de plusieurs facteurs. La force de précontrainte et l'orientation des fibres dans les différentes couches de stratifié sont les deux facteurs les plus cruciaux pour le renforcement des poutres.

h_c (mm)	h_1 (mm)	h_2 (mm)	h_3 (mm)	h_4 (mm)	h_5 (mm)	h_p (mm)	e_c (mm)
1300	270	150	700	100	80	1.2	476
b_c (mm)	b_2 (mm)	b_3 (mm)	b_4 (mm)	b_p (mm)	V (mm)	V' (mm)	e_p (mm)
500	150	100	350	200	674	626	627.1

Tableau III.1. : Caractéristiques géométriques de la section transversale

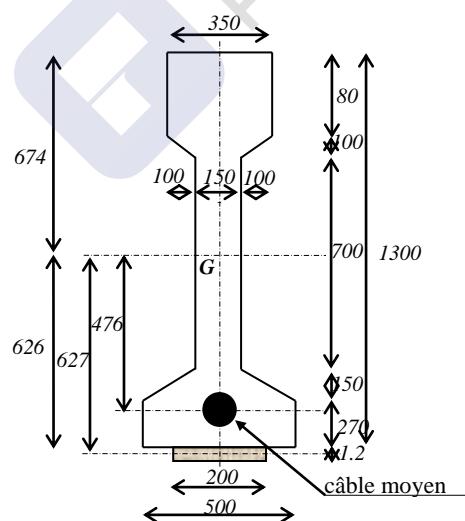


Figure (III.7) : Section transversale de la poutre renforcée.

III.3.1. Effet de la précontraintes de la plaque sur les contraintes d'interface

Trois exemples de problèmes sont pris en considération. Le premier problème concerne une poutre simplement appuyée et soumise à une charge uniformément répartie, tandis que le deuxième problème concerne une charge ponctuelle et le troisième problème concerne deux charges ponctuelles symétriques.

La charge uniformément répartie est prise égale à 100 KN/m, la charge ponctuelle est de 500 KN et les deux charges ponctuelles symétriques sont prise égale à 250 KN chacune. Quatre valeurs de précontrainte de la plaque composite (CFRP) P_p sont considérées dans cette étude (0, 50, 100 et 150 KN). Pour tous les trois problèmes, une plaque composite unidirectionnelle est utilisée et le module élastique instantané du béton est pris en compte.

À titre de comparaison, nous considérons les travaux de Benachour et al. [33], qui traite du problème des contraintes d'interface pour une poutre en béton armé. Cela nous permettra de distinguer l'effet du câble de précontrainte sur les contraintes d'interfaces.

➤ Cas de la charge uniformément répartie

La variation de la contrainte normale et de cisaillement d'interface pour la poutre en béton précontraint renforcée avec une plaque en CFRP précontrainte sous charge uniformément répartie est illustrée dans les figures (III.8) et (III.19). Les valeurs numériques à l'extrémité de la plaque sont résumées dans le tableau (III.2).

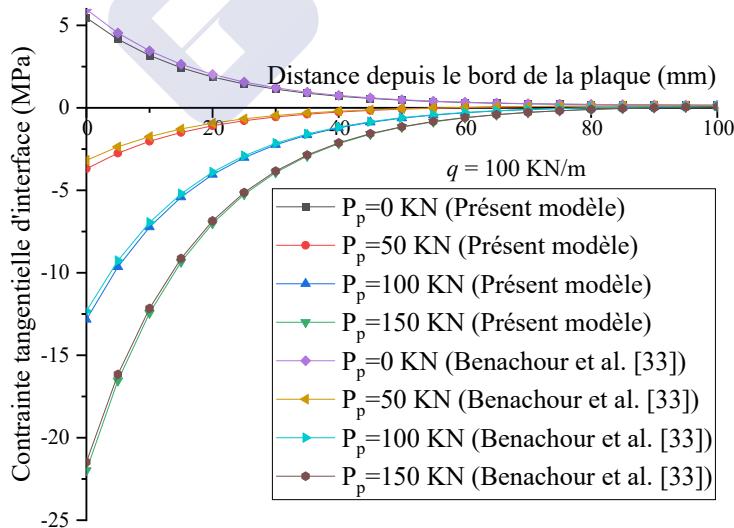


Figure (III.8) : Contraintes de cisaillement d'interface pour charge uniformément répartie

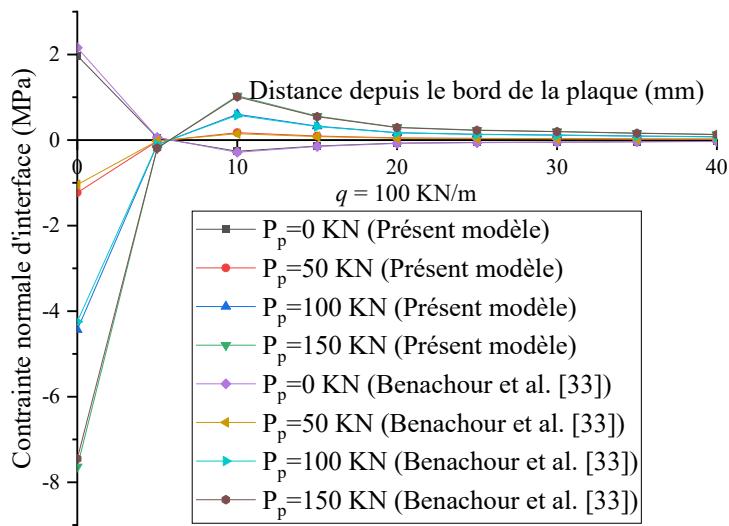


Figure (III.9) : Contraintes normales d'interface pour charge uniformément répartie

P_p (KN)	$\tau(0)$ (Mpa)		$\sigma(0)$ (Mpa)	
	Poutre en béton	Poutre en béton précontraint	Poutre en béton	Poutre en béton précontraint
0	5,965	5,456	2,158	1,971
50	-3,180	-3,689	-1,044	-1,231
100	-12,326	-12,835	-4,247	-4,435
150	-21,472	-21,981	-7,450	-7,638

Tableau III.2. : Contraintes d'interface de cisaillement et normales à l'extrémité de la plaque sous charge uniformément repartie.

➤ Cas de la charge ponctuelle

La fluctuation des contraintes d'interface dues à une charge concentrée au milieu est représentée dans les figures(III.10) et (III.11). Les valeurs aux bords sont rapportées dans le tableau (III.3).

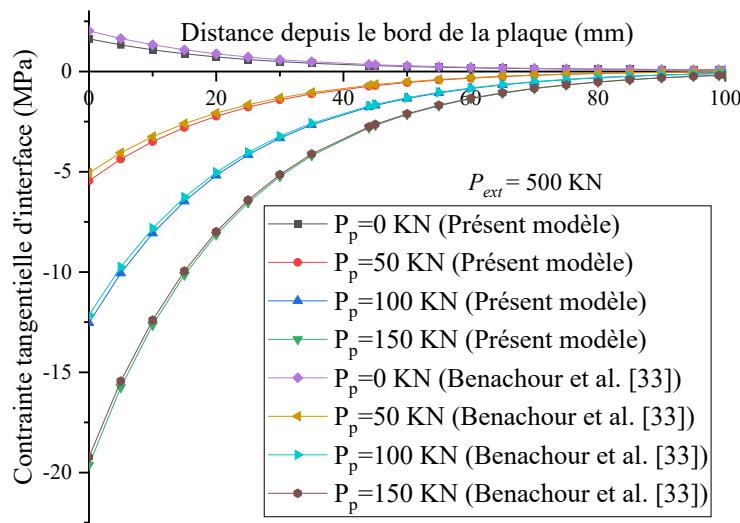


Figure (III.10) : Contraintes de cisaillement d'interface pour charge concentrée au milieu

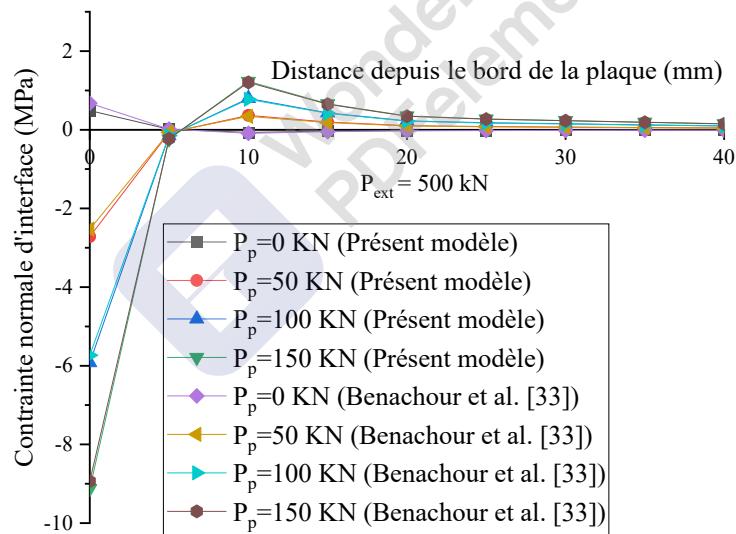


Figure (III.11) : Contraintes normales d'interface pour charge concentrée au milieu

P_p (KN)	$\tau(0)$ (Mpa)		$\sigma(0)$ (Mpa)	
	Poutre en béton	Poutre en béton précontraint	Poutre en béton	Poutre en béton précontraint
0	2,024	1,630	0,674	0,486
50	-5,059	-5,453	-2,528	-2,716
100	-12,143	-12,538	-5,732	-5,919
150	-12,143	-19,622	-8,935	-9,122

Tableau (III.3) : Contraintes d'interface de cisaillement et normales à l'extrémité de la plaque sous une charge concentrée au milieu.

➤ Cas de deux charges symétrique

Les figures (III.12) et (III.13) montrent la variation des contraintes d'interfaces d'une poutre chargée par deux charges concentrées disposé symétriquement. Le tableau (III.4) résume les valeurs maximales au bord de la plaque.

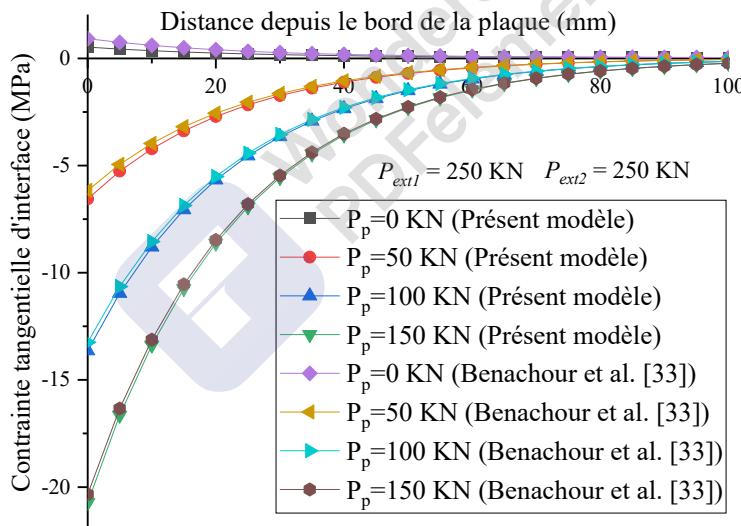


Figure (III.12) : Contraintes de cisaillement d'interface pour deux charges concentrées symétriques au milieu

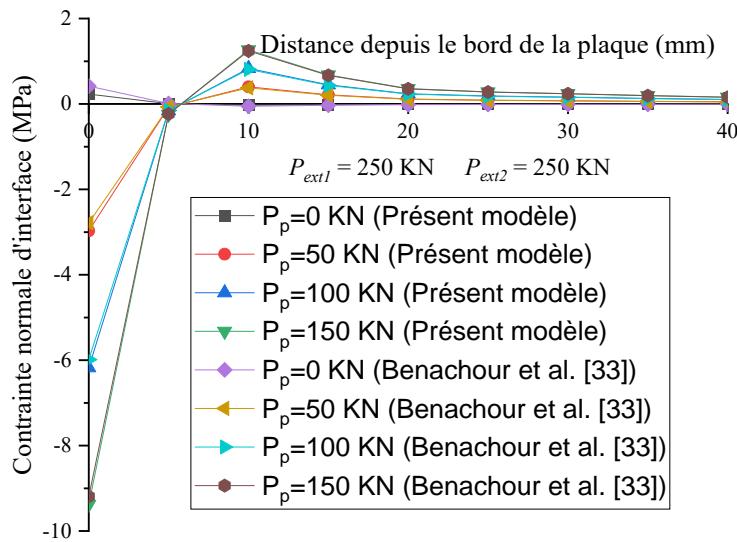


Figure (III.13) : Contraintes normales d'interface pour deux charges concentrées symétriques au milieu

P_p (KN)	τ(0) (Mpa)		σ(0) (Mpa)	
	Poutre en béton	Poutre en béton précontraint	Poutre en béton	Poutre en béton précontraint
0	0,920	0,526	0,418	0,231
50	-6,164	-6,558	-2,784	-2,971
100	-13,248	-13,642	-5,987	-6,175
150	-20,332	-20,727	-9,190	-9,378

Tableau (III.4) : Contraintes d'interface de cisaillement et normales à l'extrémité de la plaque sous deux charges concentrées symétriques

Comme on peut le voir dans les figures et les tableaux précédents, les plus fortes contraintes d'interface se produisent aux extrémités des plaques collées et commencent à diminuer à environ 20 mm des extrémités. Des concentrations de contraintes significatives sont également observées à proximité de l'extrémité de la plaque lorsque la valeur de la force de précontrainte P_p augmenté. Contrairement à une poutre en béton armé, une légère réduction des contraintes d'interface est observée pour les poutres précontraintes par un câble.

III.3.2. Effet de l'orientation des fibres de la plaque CFRP

Le module effectif de la plaque composite varie lorsqu'une plaque en polymère renforcé de fibres avec diverses orientations est utilisée. Les fibres orientées dans la direction de la poutre augmenteraient le module de la plaque, tandis que les fibres orientées perpendiculairement à la direction de la poutre diminueraient significativement le module de la plaque. Les effets des diverses orientations des fibres sur les contraintes d'interface mesurées dans la direction longitudinale de la poutre sont représentés dans les figures (III.14) à (III.19).

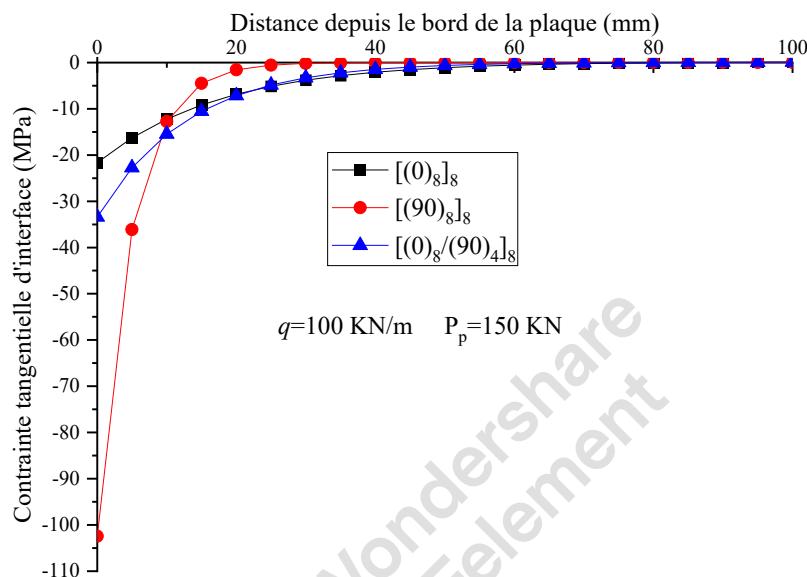


Figure (III.14) : Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes de cisaillement d'interface (charge uniformément répartie)

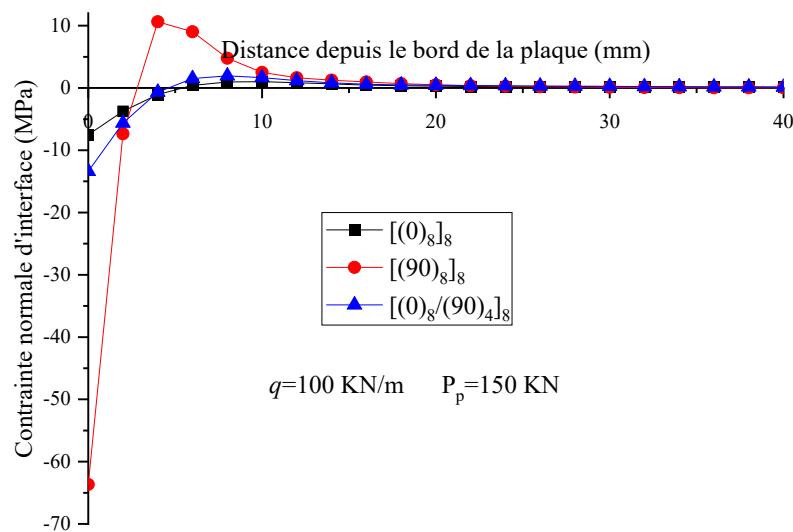


Figure (III.15) : Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes normales d'interface (charge uniformément répartie)

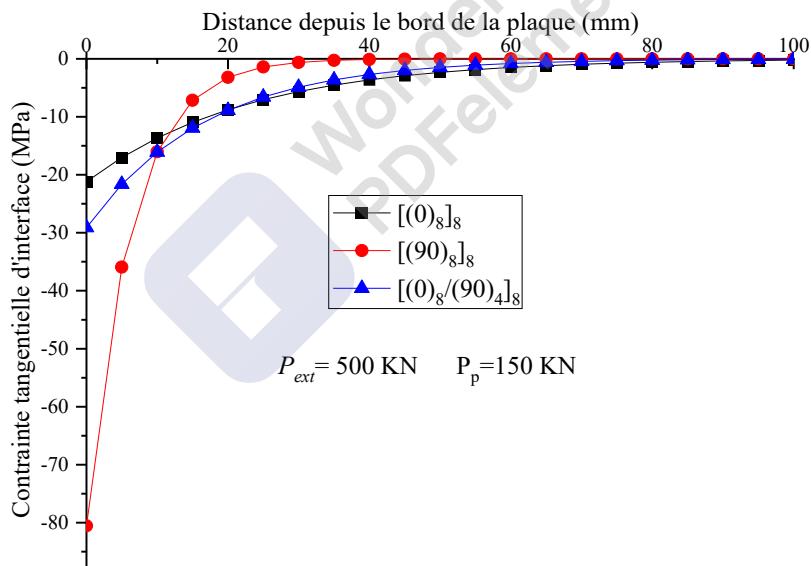


Figure (III.16) : Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes de cisaillement d'interface (charge concentrée au milieu)

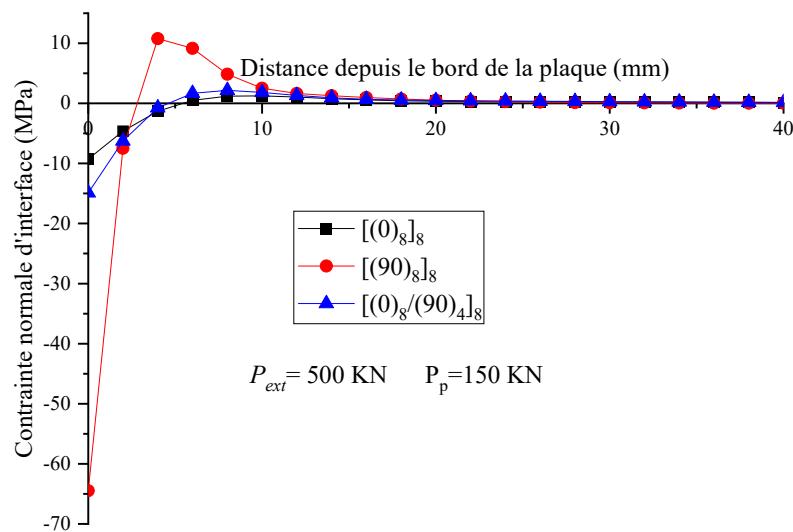


Figure (III.17) : Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes normales d'interface (charge concentrée au milieu)

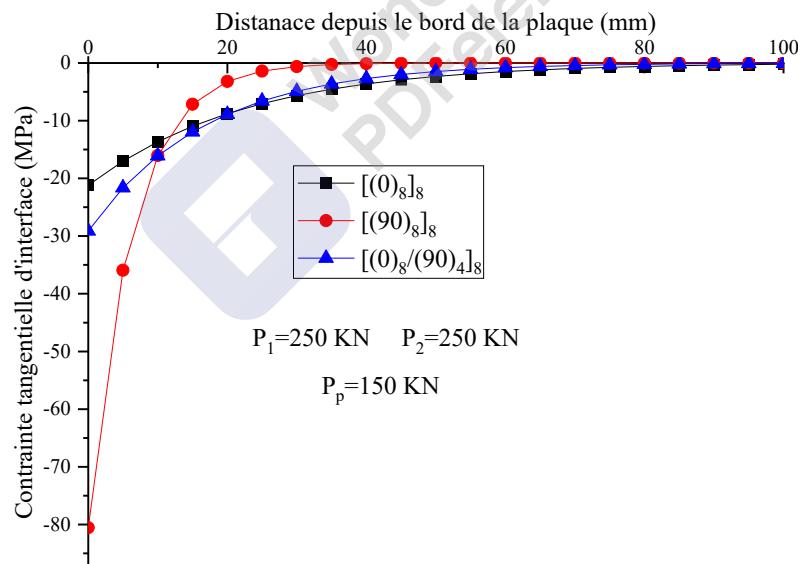


Figure (III.18) : Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes de cisaillement d'interface (deux charge concentrée symétrique)

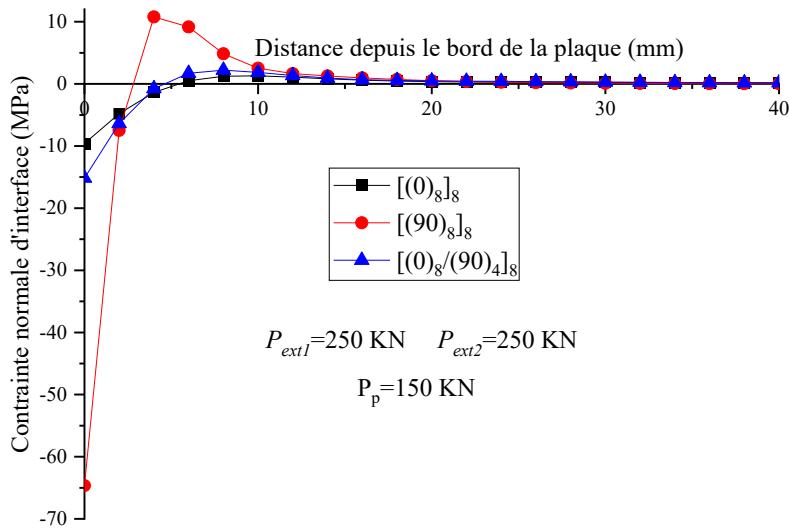


Figure (III.19) : Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes normales d'interface (deux charge concentrée symétrique)

La plaque FRP avec des fibres alignées perpendiculairement à l'axe de la poutre présente les plus hautes contraintes d'interface, comme le montrent les figures ci-dessus. Cela contraste avec les résultats de Krour et al. [28], qui ont montré par une étude numérique que la plaque en CFRP avec des fibres alignées perpendiculairement à l'axe de la poutre présente les plus faibles contraintes d'interfaces. Il est également important de noter qu'avec une plaque de CFRP précontrainte, Benahour et al. [33] et Benali et al. [34] sont parvenus à la même conclusion que la présente étude.

III.3. Conclusion

Dans ce chapitre un nouveau modèle analytique est proposé pour déterminer les contraintes d'interface d'une poutre en béton précontraint renforcée par des plaques en polymère renforcé de fibres (FRP) précontraintes. Le modèle prend en compte la forme géométrique du câble tout au long de la poutre ainsi que les pertes instantanées et différées exprimées en termes de fonction polynomiale.

Le modèle révèle les principales conclusions suivantes.

- Une légère diminution des contraintes d'interface est observée pour les poutres en béton précontraint.
- La précontrainte de la plaque en FRP augmente considérablement les contraintes d'interfaces, en particulier aux bords de la plaque.

- La précontrainte de la plaque composite élimine l'effet de l'orientation des fibres et maintient le niveau de contrainte d'interfaces le plus bas pour une orientation des fibres dans la direction longitudinale de la poutre, permettant une utilisation efficace du composite en raison de sa plus grande rigidité. Cependant le niveau des contraintes d'interfaces reste très élevé par rapport aux propriétés mécaniques des adhésives utilisés comme moyen de collage du renfort. Cela suggère l'utilisation d'un dispositif d'ancrage de la plaque de renforcement notamment aux extrémités permettant une fixation correcte.

Conclusions Générales

L'emploi des matériaux composites pour renforcer les poutres en béton armé représente une méthode qui se révèle séduisante, étant donné que la grande rigidité du matériau composite favorise un comportement meilleur des structures hybrides face à des charges excessives. Également, grâce à sa légèreté, il offre une facilité d'exécution en comparaison avec les méthodes traditionnelles de renforcement. Bien que ce type de renforcement offre des bénéfices considérables, il n'est pas sans risque car le décollement de la plaque de renforcement représente un inconvénient inévitable de cette méthode.

En effet, il a été établi dans cette thèse de doctorat que l'utilisation des plaques composite précontraintes comme moyen de renforcement améliore considérablement le comportement de la section transversale de la poutre en béton précontraint. Il a été démontré que la plaque précontrainte agit comme une précontrainte externe et réduit considérablement le niveau de la traction dans la section transversale éliminant de ce fait le risque de fissuration.

Cependant, il a été démontré aussi que ce genre de renforcement n'est pas sans risque, car la présence de contrainte d'interfaces avec un niveau très élevé compromet l'efficacité du renforcement et provoque un décollement. Le modèle analytique proposé a permis de quantifier ces contraintes d'interfaces et a montré leur niveau très élevé. De ce fait un dispositif d'ancrage est plus que nécessaire pour garantir l'efficacité du renforcement.

Enfin, cette recherche apporte une contribution à l'approche du problème de décollement dans les structures hybrides, en mettant l'accent sur les poutres en béton précontraint renforcées par des plaques composites.

Plusieurs travaux sont prévus comme perspectives. En effet, il serait judicieux d'appliquer les solutions suggérées dans les modèles proposés en réalisant des tests en laboratoire. Ces tests permettront à la fois de valider ces modèles et d'évaluer les performances des structures renforcées.

Afin d'ajouter davantage de richesse aux modèles d'analyse existants, on pourrait envisager d'intégrer la détérioration du béton en prenant en compte la modification des caractéristiques mécaniques du béton due à cette détérioration, ce qui a un impact sur la qualité du renforcement ainsi que sur les contraintes d'interfaces. En réalité, cette vision nous conduit directement au problème de la restauration des structures abîmées ou vieillies, que ce soit par dégradation de leurs caractéristiques mécaniques ou par apparition de fissures.

Enfin, dans cette thèse, l'accent a été mis sur l'examen du problème du décollement uniquement en condition de chargement statique, ce qui a limité notre portée de recherche. Sous un autre angle, nous essaierons d'examiner ce problème de renforcement dans son ensemble et dans le cadre d'une charge

Conclusions générales

dynamique comme dans le cas d'un séisme en mettant en place des modèles pour évaluer les propriétés de la structure hybride et analyser leur comportement en vibration tout en observant de près l'aspect du décollement.



Références Bibliographiques

- [1] ASLAM, Muhammad, SHAHIGH, Payam, JUMAAT, Mohd Zamin, et al. Strengthening of RC beams using prestressed fiber reinforced polymers—A review. *Construction and Building Materials*, 2015, vol. 82, p. 235-256.
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.02.051>.
- [2] Nordin H, Taljsten B, Carolin A. Concrete beams strengthened with prestressed near surface mounted reinforcement (NSMR). *Proceedings of the international conference on FRP composites in civil engineering. CICE-2001*, Hong Kong; 2001. p. 1067–75.
- [3] EL-HACHA, Raafat et GAAFAR, Mohamed. Flexural strengthening of reinforced concrete beams using prestressed, near-surface-mounted CFRP bars. *PCI journal*, 2011, vol. 56, no 4.
<https://doi.org/10.15554/pcij.09012011.134.151>.
- [4] AL-MAYAH, A., SOUDKI, K., et PLUMTREE, A. Gripping behaviour of a range of CFRP prestressing rods for the design of a novel anchor. In : *7th International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Reinforced Concrete*. 2005. p. 230-13.
- [5] NORDIN, Håkan et TÄLJSTEN, Björn. Concrete beams strengthened with prestressed near surface mounted CFRP. *Journal of composites for construction*, 2006, vol. 10, no 1, p. 60-68
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2006\)10:1\(60\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2006)10:1(60))
- [6] NORDIN, Håkan. *Fibre reinforced polymers in civil engineering: flexural strengthening of concrete structures with prestressed near surface mounted CFRP rods*. 2003. Thèse de doctorat. Luleå tekniska universitet.
<https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?dswid=-429&pid=diva2%3A990566>
- [7] YANG, Dong-Suk, PARK, Sun-Kyu, et NEALE, Kenneth W. Flexural behaviour of reinforced concrete beams strengthened with prestressed carbon composites. *Composite Structures*, 2009, vol. 88, no 4, p. 497-508.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2008.05.016>
- [8] Kim YJ, Shi C, Green MF. Ductility and cracking behavior of prestressed concrete beams strengthened with prestressed CFRP sheets. *J Compos Constr* 2008;12(3):274–83.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2008\)12:3\(274\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2008)12:3(274))
- [9] KIM, Yail J., SHI, Chen, et GREEN, Mark F. Ductility and cracking behavior of prestressed concrete beams strengthened with prestressed CFRP sheets. *Journal of composites for construction*, 2008, vol. 12, no 3, p. 274-283.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2008\)12:1\(3\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2008)12:1(3))

References bibliographique

- [10] FIGEYS, Wine, VERSTRYNGE, Els, BROSENS, Kris, *et al.* Feasibility of a novel system to prestress externally bonded reinforcement. *Materials and structures*, 2011, vol. 44, p. 1655-1669.
<https://link.springer.com/article/10.1617/s11527-011-9725-x>
- [11] WOO, Sang-Kyun, KIM, Jang-Ho Jay, BYUN, Keun-Joo, *et al.* Bond-slip parameter determination procedure of RC flexure member strengthened with prestressed CFRP plates. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 2013, vol. 17, p. 179-191.
<https://link.springer.com/article/10.1007/s12205-013-1592-2>
- [12] YANG, Dong-Suk, PARK, Sun-Kyu, et NEALE, Kenneth W. Flexural behaviour of reinforced concrete beams strengthened with prestressed carbon composites. *Composite Structures*, 2009, vol. 88, no 4, p. 497-508.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2008.05.016>
- [13] WOO, Sang-Kyun, NAM, Jin-Won, KIM, Jang-Ho Jay, *et al.* Suggestion of flexural capacity evaluation and prediction of prestressed CFRP strengthened design. *Engineering Structures*, 2008, vol. 30, no 12, p. 3751-3763.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.06.013>
- [14] SMITH, Scott T. et TENG, J. G. Interfacial stresses in plated beams. *Engineering structures*, 2001, vol. 23, no 7, p. 857-871.
[https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(00\)00090-0](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(00)00090-0)
- [15] ROBERTS, T. M. et HAJIKAZEMI, H. Theoretical study of the behaviour of reinforced concrete beams strengthened by externally bonded steel plates. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 1989, vol. 87, no 1, p. 39-55.
<https://doi.org/10.1680/iicep.1989.1452>
- [16] VILNAY, O. The analysis of reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates. *International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete*, 1988, vol. 10, no 2, p. 73-78.
[https://doi.org/10.1016/0262-5075\(88\)90033-4](https://doi.org/10.1016/0262-5075(88)90033-4)
- [17] ROBERTS, T. M. Approximate analysis of shear and normal stress concentrations in the adhesive layer of plated RC beams. *Structural (The) engineer. Part A: the journal of the Institution of Structural Engineers-monthly*, 1989, vol. 67, no 12, p. 229-233.
<http://pascal-francis.inist.fr/vibad/index.php?action=getRecordDetail&idt=6686207>

References bibliographique

- [18] TÄLJSTEN, Björn. Strengthening of beams by plate bonding. *Journal of materials in civil engineering*, 1997, vol. 9, no 4, p. 206-212.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0899-1561\(1997\)9:4\(206\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0899-1561(1997)9:4(206))
- [19] MALEK, Amir M., SAADATMANESH, Hamid, et EHSANI, Mohammad R. Prediction of failure load of R/C beams strengthened with FRP plate due to stress concentration at the plate end. *Structural Journal*, 1998, vol. 95, no 2, p. 142-152.
<https://www.concrete.org/publications/internationalconcreteabstractsportal.aspx?m=details&ID=534&m=details&ID=534>
- [20] ABDELOUAHED, Tounsi. Improved theoretical solution for interfacial stresses in concrete beams strengthened with FRP plate. *International Journal of solids and Structures*, 2006, vol. 43, no 14-15, p. 4154-4174.
<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.03.074>
- [21] JONES, R., SWAMY, R. N., et CHARIF, Abdelhamid. Plate separation and anchorage of reinforced concrete beams strengthened by epoxy-bonded steel plates. *Structural Engineer*, 1988, vol. 66, no 5.
<http://worldcat.org/issn/14665123>
- [22] KROUR, Baghdad, TOUNSI, Abdeloauhed, et MEFTAH, Sid Ahmed. A New Approach for Adhesive Stress Analysis of a Beam Bonded with Composite Plate Having Variable Fiber Spacing. *Composite Interfaces*, 2011, vol. 18, no 2, p. 135-149.
<https://doi.org/10.1163/092764411X567413>
- [23] KUO, Shih-Yao et SHIAU, Le-Chung. Buckling and vibration of composite laminated plates with variable fiber spacing. *Composite Structures*, 2009, vol. 90, no 2, p. 196-200.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.02.013>
- [24] YUAN, Hong, WU, Zhishen, et YOSHIZAWA, Hiroyuki. Theoretical solutions on interfacial stress transfer of externally bonded steel/composite laminates. *Doboku Gakkai Ronbunshu*, 2001, vol. 2001, no 675, p. 27-39.
https://doi.org/10.2208/jscej.2001.675_27
- [25] WANG, Jialai. Cohesive zone model of FRP-concrete interface debonding under mixed-mode loading. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, vol. 44, no 20, p. 6551-6568.
<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.02.042>

References bibliographique

- [26] BENYOUCEF, S., TOUNSI, A., MEFTAH, S. A., *et al.* Approximate analysis of the interfacial stress concentrations in FRP–RC hybrid beams. *Composite Interfaces*, 2006, vol. 13, no 7, p. 561-571.
<https://doi.org/10.1163/156855406778440758>
- [27] ZHANG, L. et TENG, J. G. Finite element prediction of interfacial stresses in structural members bonded with a thin plate. *Engineering structures*, 2010, vol. 32, no 2, p. 459-471.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.10.008>
- [28] KROUR, Baghdad, BERNARD, Fabrice, et TOUNSI, Abdelouahed. Fibers orientation optimization for concrete beam strengthened with a CFRP bonded plate: A coupled analytical–numerical investigation. *Engineering structures*, 2013, vol. 56, p. 218-227.
[https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.05.008.](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.05.008)
- [29] CEB-FIP Model code 1990, Design code, Thomas Telford services, 1998.
- [30] LE DELLIQU, Patrick. *Béton précontraint aux Eurocodes*. Presses Universitaires Lyon, 2003.
- [31] Notice technique, Edition juillet 2009, Numéro 9.14, Version n° 137.2009, Sika® Carbodur® Lamelles.
- [32] HERAKOVICH, Carl T. Mechanics of fibrous composites. USA: Wiley, 1998.
- [33] BENACHOUR, A., BENYOUCEF, S., TOUNSI, A., *et al.* Interfacial stress analysis of steel beams reinforced with bonded prestressed FRP plate. *Engineering Structures*, 2008, vol. 30, no 11, p. 3305-3315.
[https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.05.007.](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.05.007)
- [34] BENALI, Khaled, KROUR, Baghdad, BENATTA, Mohamed Atif, *et al.* Investigation of dynamic behavior of prestressed FRP plate intended for strengthening prestressed RC beam. *Engineering Structures*, 2023, vol. 280, p. 115690.
[https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.115690.](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.115690)