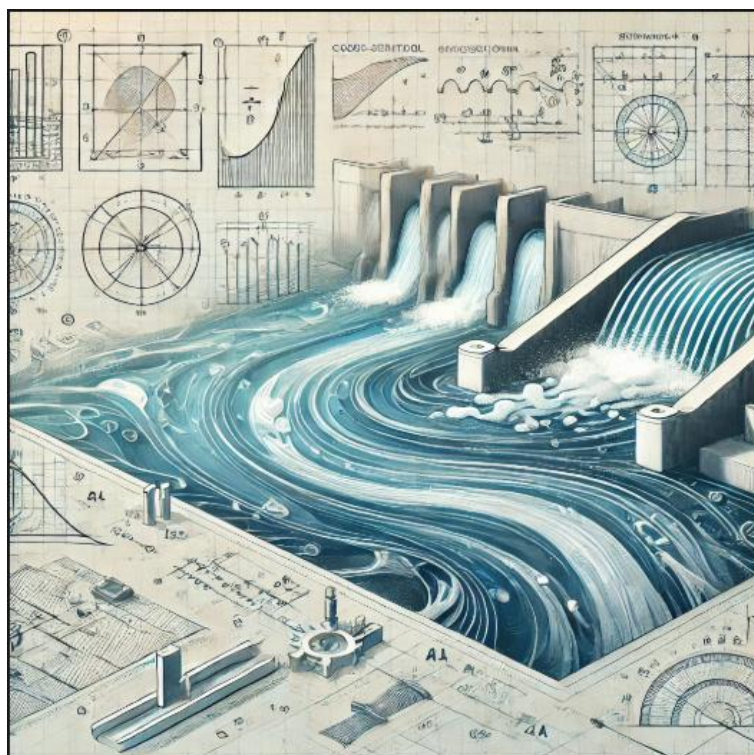


République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Mustapha Stambouli de Mascara  
Faculté des Sciences et Technologie  
Département d'Hydraulique



# LES ECOULEMENTS A SURFACE LIBRE

## *Cours et Exercices*



Dr. Laouni BENADELA

## AVANT-PROPOS

---

L'hydraulique fluviale constitue une discipline essentielle dans le domaine de l'ingénierie hydraulique, traitant des écoulements à surface libre et de leurs applications dans l'aménagement des cours d'eau, l'irrigation, l'assainissement et la conception des ouvrages hydrauliques. La maîtrise de ces écoulements est fondamentale pour la gestion et l'exploitation des ressources en eau, la prévention des crues et l'optimisation des infrastructures hydrauliques.

Ce cours, destiné aux étudiants de première année master, s'inscrit dans la continuité des enseignements d'hydraulique générale et de mécanique des fluides suivis en licence. Son objectif est d'approfondir la compréhension des phénomènes physiques qui régissent les écoulements en canal ouvert, d'établir les équations fondamentales qui les décrivent et de proposer des méthodes analytiques et numériques pour leur résolution. À travers une approche théorique et appliquée, les étudiants seront amenés à développer des compétences leur permettant d'analyser et de concevoir des systèmes hydrauliques adaptés aux réalités de terrain.

Le contenu du cours est structuré en plusieurs chapitres progressifs. Après un rappel des principes fondamentaux de l'hydraulique générale, l'étude du régime uniforme permettra d'introduire les formules empiriques et analytiques régissant l'écoulement dans les canaux et rivières naturelles. Ensuite, le régime permanent varié sera abordé, mettant en lumière l'influence des variations de profondeur et de vitesse sur le comportement des écoulements. L'étude des mouvements graduellement variés, notamment à travers les courbes de remous, permettra de comprendre l'évolution des lignes d'eau dans différentes configurations topographiques et hydrauliques. Le phénomène du ressaut hydraulique, caractéristique des mouvements brusquement variés, fera également l'objet d'une analyse détaillée. Enfin, le cours se conclura par une exploration des écoulements singuliers et des régimes spécifiques, élargissant ainsi la compréhension des dynamiques complexes des écoulements en canal ouvert.

À l'issue de cet enseignement, les étudiants seront en mesure de modéliser, analyser et résoudre des problèmes d'écoulement à surface libre en appliquant les outils théoriques et méthodologiques appropriés. Cette formation constitue une base solide pour des spécialisations ultérieures dans divers domaines de l'ingénierie hydraulique et de la gestion des ressources en eau.

# Table des Matières

---

Table des matières  
Liste des Figures  
Liste des Tableaux

## CHAPITRE I

### *Généralités sur les écoulements à surface libre*

I.1 Introduction .....	01
I.2. Le Système d'Unités SI.....	01
I.3 Définitions .....	02
I.3.1 Fluide parfait.....	03
I.3.2 Fluide incompressible .....	03
I.3.3 Fluide compressible.....	03
I.4 Paramètres hydrauliques.....	04
I.4.1 Masse volumique .....	04
I.4.2 Poids Spécifique .....	04
I.4.3 Densité .....	04
I.4.4 Viscosité .....	04
I.4.4.1 Viscosité dynamique .....	05
I.4.4.2 Viscosité cinématique.....	06
I.4.5 Débit .....	06
I.5 Les écoulements à surface libre.....	07
I.5.1 Notion de canal.....	07
I.5.1.1 Les canaux naturels.....	07
I.5.1.2 Les canaux artificiels.....	07
I.6 Géométrie des canaux.....	08
I.6.1 La Section transversale.....	08

I.6.2 La surface mouillée (A).....	08
I.6.3 Le périmètre mouillé (P).....	08
I.6.4 Le rayon hydraulique ( $R_h$ ).....	08
I.6.5 La profondeur d'eau (y).....	09
I.6.6 La largeur au miroir (T).....	09
I.6.7 La profondeur hydraulique (D).....	09
I.6.8 La pente de fond du canal ( $S_0$ ).....	09
I.6.9 Canal prismatique.....	09
I.7 Types d'écoulement.....	11
Exercices.....	12

## CHAPITRE II

### *Régime permanent uniforme*

II.1 Introduction.....	16
II.2 Formule général de l'écoulement.....	17
II.2.1 Définitions et hypothèses de l'écoulement uniforme.....	17
II.3 Équation d'écoulement .....	17
II.3.1 Répartition de vitesse .....	17
II.4 Equation de Manning.....	19
II.4.1 Notions de rugosité .....	20
II.5 Sections composées ou hétérogènes .....	20
II.5.1 Section composée .....	20
II.5.2 Canaux composites.....	21
II.5.3 Sections hétérogènes.....	21
II.6 Calcul de l'écoulement uniforme .....	21
II.6.1 Calcul du débit.....	21
II.7 Calcul de la profondeur normale.....	22
II.8 Profil de débit maximal ou forme de section la plus avantageuse.....	25



II.8.1 Forme trapézoïdale .....	25
II.8.2 Forme rectangulaire .....	25
II.8.3 Section demi-circulaire .....	25
II.9 Répartition de pression.....	25
II.10 Régime d'écoulements.....	26
II.11 Conclusion .....	26
Exercices.....	27

### CHAPITRE III

#### *Régime permanent varié*

III.1 Introduction.....	30
III.2 Equation d'énergie .....	30
III.3 Energie spécifique.....	31
III.4 Calcul de la profondeur critique.....	34
III.5 Equations de Saint-Venant.....	36
III.5.1 Équation de continuité .....	36
III.5.2 Equation d'énergie ou de quantité de mouvement .....	36
Exercices.....	37

### CHAPITRE IV

#### *Mouvement graduellement varié*

IV.1 Généralités et hypothèses .....	39
IV.1.1 Hypothèses principales.....	39
IV.2 Equation différentielle du mouvement graduellement varié.....	39
IV.2.1 Équation de la surface libre.....	39
IV.2.2 Canaux à pente faible .....	43

a) Branche M1.....	43
b) Branche M2.....	43
c) Branche M3 .....	43
IV.2.3 Canaux à pente forte.....	44
a) Branche S1.....	44
b) Branche S2.....	44
c) Branche S3 .....	44
IV.2.4 Canaux à pente critique.....	44
a) Branche C1.....	44
b) Branche C3.....	45
IV.2.5 Canaux horizontaux.....	45
IV.2.6 Canaux à contre-pente.....	45
Exercices.....	49

## **CHAPITRE V**

### *Mouvement brusquement varié (le ressaut hydraulique)*

V.1 Définition .....	51
V.1.1 Caractéristiques du ressaut hydraulique.....	51
V.2 Ressaut hydraulique classique.....	51
V.3 Classification du ressaut.....	51
V.3.1 Classification selon la forme.....	51
V.3.2 Classification selon l'intensité.....	52
V.4 Profondeurs conjuguées.....	52

V.5 Formule de Lagrange.....	53
V.6 Célérité de l'onde et vitesse critique.....	53
V.7 Typologie du ressaut.....	55
V.8 Calcul des hauteurs conjuguées et la longueur d'un ressaut.....	55
V.8.1 Pertes de charge dans un ressaut.....	56
V.9 Rendement du ressaut.....	57
V.10 Positionnement du ressaut.....	57
V.11 Applications du ressaut hydraulique.....	58
Exercices.....	59

## CHAPITRE VI

### *Application à l'étude d'autres régimes variés*

VI.1 Écoulement par-dessus des déversoirs.....	61
VI.1.1 Définition.....	61
VI.2 Classification des déversoirs.....	61
VI.2.1 Selon la forme de l'échancrure.....	61
VI.2.2 Selon le profil de la crête.....	63
VI.2.2.1 Déversoir à crête mince (ou à paroi mince).....	63
VI.2.2.1.1 Théorie de l'écoulement sur un déversoir rectangulaire à mince paroi.....	63
VI.2.2.1.2 Déversoir rectangulaire en mince paroi sans contraction latérale (Déversoir de Bazin)	64
VI.2.2.1.3 Déversoir rectangulaire avec contraction latérale.....	65
a) Formule de la S.I.A (Société des Ingénieurs et Architectes Suisse, 1926).....	66

b) Formule de Hégly (1921).....	66
VI.2.2.1.4 Théorie de l'écoulement sur déversoir triangulaire à mince paroi.....	66
VI.2.2.1.5 Déversoir trapézoïdal (Déversoir Cipolletti).....	68
VI.2.2.1.6 Déversoir circulaire.....	68
VI.2.2.2 Déversoirs à seuil normale.....	70
VI.2.2.3 Déversoir à large crête (à seuil épais).....	70
VI.3 Selon les conditions d'écoulement.....	70
VI.4 Selon l'usage hydraulique.....	71
VI.5 Écoulements noyés et dénoyés.....	71
VI.5.1 Définitions.....	71
VI.5.2 Critères de classification.....	71
VI.6 Singularité de la section transversale.....	72
VI.6.1 Définition.....	72
VI.2.2 Conséquences hydrauliques.....	72
VI.7 Singularité du profil longitudinal.....	72
VI.7.1 Définition.....	72
VI.7.2 Conséquences sur le régime d'écoulement.....	73
VI.8 Conclusion.....	73
Exercices.....	74

# Liste Des Figures

<i>Fig I.1</i>	Viscosité du fluide dans une section .....	05
<i>Fig I.2</i>	Types de canaux .....	07
<i>Fig I.3</i>	Représentation de termes géographiques usuels .....	08
<i>Fig I.4</i>	Eléments géométriques de la section .....	09
<i>Fig I.5</i>	Schéma des écoulements permanents, uniformes et variés .....	11
<i>Fig II.1</i>	Répartition des vitesses.....	18
<i>Fig II.2</i>	Section mouillée.....	18
<i>Fig II.3</i>	Section à rugosité composée .....	21
<i>Fig II.4</i>	Section à rugosité composée de plusieurs sous-sections .....	22
<i>Fig II.5</i>	Détermination de la profondeur normale des canaux de section rectangulaire et trapézoïdale .....	23
<i>Fig II.6</i>	Détermination de la profondeur normale des canaux de section circulaire .....	24
<i>Fig II.7</i>	Répartition des pressions .....	25
<i>Fig III.1</i>	Hauteurs de charge pour les écoulements à surface libre .....	31
<i>Fig III.2</i>	Courbe d'énergie spécifique, $E_s=f(y)$ , pour $Q=Cte$ .....	32
<i>Fig III.3</i>	Courbe des débit, $Q=f(y)$ , pour $E_s=Cte$ .....	33
<i>Fig III.4</i>	Détermination de la profondeur critique pour un canal circulaire .....	35
<i>Fig III.5</i>	Détermination de la profondeur critique pour un canal trapézoïdal .....	36
<i>Fig IV.1</i>	Ecoulement non permanant graduellement varié.....	40
<i>Fig IV.2</i>	Types de pentes des canaux .....	42
<i>Fig IV.3</i>	Quelques exemples d'écoulement .....	48
<i>Fig V.1</i>	Ressaut hydraulique .....	52
<i>Fig V.2</i>	<b>D</b> étermination des caractéristiques du ressaut .....	54
<i>Fig V.3</i>	Typologie des ressauts suivant le nombre de Froude amont (Chow 1959).....	55
<i>Fig V.4</i>	Positionnement du ressaut. ....	57

<i>Fig VI.1</i>	Schéma illustratif d'un déversoir .....	61
<i>Fig VI.2</i>	Types des déversoirs selon la forme de l'échancrure .....	62
<i>Fig VI.3</i>	Déversoir en mince paroi.....	63
<i>Fig VI.4</i>	Déversoir rectangulaire en mince paroi sans contraction latérale .....	64
<i>Fig VI.5</i>	Déversoir rectangulaire en mince paroi avec contraction latérale .....	65
<i>Fig VI.6</i>	Déversoir triangulaire en mince paroi.....	67
<i>Fig VI.7</i>	Déversoir trapézoïdal .....	68
<i>Fig VI.8</i>	Déversoir trapézoïdal .....	69
<i>Fig VI.9</i>	Déversoir à seuil normale .....	70
<i>Fig VI.10</i>	Déversoir à seuil épais .....	70
<i>Fig VI.11</i>	Schéma comparatif d'un déversoir en régime libre et en régime noyé.....	72

# Liste Des Tableaux

<i>Tab I.1</i>	Système d'Unités .....	02
<i>Tab I.2</i>	Système d'Unités des différentes caractéristiques .....	03
<i>Tab I.3</i>	Masse volumique .....	04
<i>Tab. I.4</i>	Viscosité dynamique de l'eau.....	05
<i>Tab I.5</i>	Eléments géométriques pour différentes sections de canaux .....	10
<i>Tab II.1</i>	Valeurs de $\alpha$ et $\beta$ .....	19
<i>Tab II.7</i>	Valeurs estimées pour le coefficient de Manning en fonction de la nature des parois	20
<i>Tab IV.1</i>	Classification des courbes de la ligne d'eau en fonction de Fr.....	41
<i>Tab IV.2</i>	Classification des courbes de la ligne d'eau en fonction des Pentes.....	46
<i>Tab VI.1</i>	Classification des déversoirs triangulaires en sections partiellement ou totalement contractées (Bos, 1989)	67

# ***CHAPITRE I***

*Généralités sur les écoulements à surface libre*



## Section 1 : Rappel de quelques notions d'hydraulique générale

### I.1 INTRODUCTION

L'hydraulique fluviale repose sur les principes fondamentaux de la mécanique des fluides, une discipline qui étudie le comportement des fluides (liquides et gaz) sous l'effet des forces et des contraintes. Cette science constitue la base de l'analyse et du dimensionnement des systèmes hydrauliques, qu'il s'agisse de conduites forcées, de canaux à surface libre ou de cours d'eau naturels. La mécanique des fluides se divise traditionnellement en deux grandes branches :

- **L'hydrostatique**, qui s'intéresse aux fluides au repos et aux phénomènes liés à la pression, comme la poussée d'Archimède et l'équilibre des masses d'eau dans les réservoirs et les bassins.
- **La dynamique des fluides**, qui analyse les écoulements en mouvement et les forces qui les gouvernent, notamment par l'application des théorèmes fondamentaux de Bernoulli et d'Euler.

L'hydraulique, qui est une application pratique de la mécanique des fluides, s'intéresse plus particulièrement à l'écoulement des liquides, en mettant l'accent sur les phénomènes propres aux rivières, canaux et ouvrages hydrauliques. Elle englobe plusieurs sous-domaines, tels que l'hydrodynamique des cours d'eau, la gestion des infrastructures hydrauliques et la modélisation des écoulements naturels et artificiels.

L'évolution des technologies a également conduit au développement de la **mécanique des fluides numérique** (Computational Fluid Dynamics – CFD), qui permet de simuler les écoulements en résolvant numériquement les équations fondamentales grâce à des outils informatiques avancés. Ces simulations sont aujourd'hui indispensables pour l'étude des écoulements complexes en hydraulique fluviale, notamment dans le cadre de la gestion des crues, de l'érosion des berges et de la conception des aménagements hydrauliques.

L'objectif de ce premier chapitre est de rappeler les principes essentiels de l'hydraulique générale afin de fournir une base solide pour l'étude détaillée des écoulements à surface libre abordée dans les chapitres suivants.

### I.2 Le Système d'Unités SI

En mécanique des fluides, le système d'unités SI (‘‘ *Système International* ’’) comporte 3 unités primaires à partir desquelles toutes les autres quantités peuvent être décrites :

Tableau I.1 Système d'Unités

Grandeur de Base	Nom de L'Unité	Symbole	Dimension
Longueur	Mètre	<i>m</i>	<i>L</i>
Masse	Kilogramme	<i>kg</i>	<i>M</i>
Temps	Seconde	<i>s</i>	<i>T</i>

Le tableau suivant résume les unités **SI** des différentes caractéristiques utilisées en mécanique des fluides :

**Tableau I.2** Système d'Unités des différentes caractéristiques

Caractéristique	Unité SI	Dimension
Vitesse	$m/s$ , $m.s^{-1}$	$LT^{-1}$
Accélération	$m/s^2$ , $m.s^{-2}$	$LT^{-2}$
Force	$Kg.m/s^2$ , $N$ (Newton) , $kg.m.s^{-2}$	$MLT^{-2}$
Energie	$Kg.m^2/s^2$ , $N.m$ , $J$ (Joule) , $kg.m^2.s^{-2}$	$ML^2T^{-2}$
Puissance	$Kg.m^2/s^3$ , $N.m/s$ , $W$ (Watt) , $kg.m^2.s^{-3}$	$ML^2T^{-3}$
Pression	$Kg/m.s^2$ , $N/m^2$ , $Pa$ (Pascal) , $kg.m^{-1}.s^{-2}$	$ML^{-1}T^{-2}$
Masse Spécifique	$Kg/m^3$ , $kg.m^{-3}$	$ML^{-3}$
Poids Spécifique	$Kg/m^2.s^2$ , $N/m^3$ , $kg.m^{-2}.s^{-2}$	$ML^{-2}T^{-2}$
Viscosité	$Kg/m.s$ , $N.s/m^2$ , $kg.m^{-1}.s^{-1}$	$ML^{-1}T^{-1}$

### I.3 DEFINITIONS

Un fluide est une substance constituée d'un très grand nombre de particules élémentaires libres de se mouvoir les unes par rapport aux autres. Il se caractérise par son absence de rigidité et sa capacité à se déformer continuellement sous l'effet des forces qui lui sont appliquées, ce qui lui permet de s'écouler et d'épouser la forme du récipient qui le contient. La faible cohésion entre ses particules explique son comportement distinct des solides, comme on peut l'observer avec les métaux en fusion, qui adoptent une forme spécifique lors du moulage.

En mécanique des fluides, un fluide est assimilé à un **milieu continu**, c'est-à-dire qu'il est supposé constitué de manière homogène à toute échelle d'observation macroscopique. Même pour un très petit volume de fluide, ce dernier contient un nombre de molécules suffisamment grand pour être traité comme un milieu uniforme. Par exemple, une gouttelette de brouillard, bien que minuscule à notre échelle, reste immense à l'échelle moléculaire et peut donc être modélisée comme un continuum.

Les fluides se divisent généralement en deux grandes catégories : **les liquides et les gaz**. Cette distinction repose sur leur compressibilité et leur capacité à occuper un volume défini ou non. Par ailleurs, les fluides peuvent être classés en fonction de leur comportement visqueux :

- **Les fluides newtoniens**, tels que l'eau, l'air et la plupart des gaz, dont la viscosité demeure constante (ou ne varie qu'en fonction de la température).
- **Les fluides non newtoniens**, comme le sang, les gels, les boues ou les émulsions, dont la viscosité dépend de la contrainte appliquée et du taux de déformation.

Dans le cadre de ce rappel, l'étude sera restreinte aux **fluides newtoniens**, qui constituent la base des modèles classiques en hydraulique.

### **I.3.1 Fluide parfait**

En mécanique des fluides, un **fluide** est dit **parfait** s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de viscosité et de conduction thermique. Le mouvement du fluide est donc adiabatique, décrit par les équations d'Euler.

### **I.3.2 Fluide incompressible**

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

### **I.3.3 Fluide compressible**

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles.

## I.4 Paramètres hydrauliques

### I.4.1 Masse volumique

La masse volumique ( $\rho$ ) d'un corps est le rapport entre la masse ( $M$ ) et le volume occupé ( $Vol$ ) :

$$\rho = \frac{M}{Vol} \text{ (Kg/m}^3\text{)} \quad (I.1)$$

Tableau I.3 Masse volumique.

Fluide	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Type de fluide
<b>Benzène</b>	0,880. 10 <sup>3</sup>	<b>Incompressible</b>
<b>Chloroforme</b>	1,489. 10 <sup>3</sup>	
<b>Eau</b>	10 <sup>3</sup>	
<b>Huile d'olive</b>	0,918. 10 <sup>3</sup>	
<b>Mercure</b>	13,546. 10 <sup>3</sup>	
<b>Air</b>	0,001205. 10 <sup>3</sup>	<b>compressible</b>
<b>Hydrogène</b>	0,000085. 10 <sup>3</sup>	
<b>Méthane</b>	0,000717. 10 <sup>3</sup>	

### 1.4.2 Poids Spécifique

$$\gamma = \rho \cdot g \text{ (N/m}^3\text{)} \quad (I.2)$$

$\rho$  : masse volumique du fluide

$g$  : accélération de la pesanteur en (m/s<sup>2</sup>)

### I.4.3 Densité

$$d = \frac{\text{masse volumique du fluide}}{\text{masse volumique d'un fluide de référence}} = \frac{\rho}{\rho_{ref}} \quad (I.3)$$

Dans le cas des liquides on prendra l'eau comme fluide de référence. Dans le cas des gaz on prendra l'air comme fluide de référence.

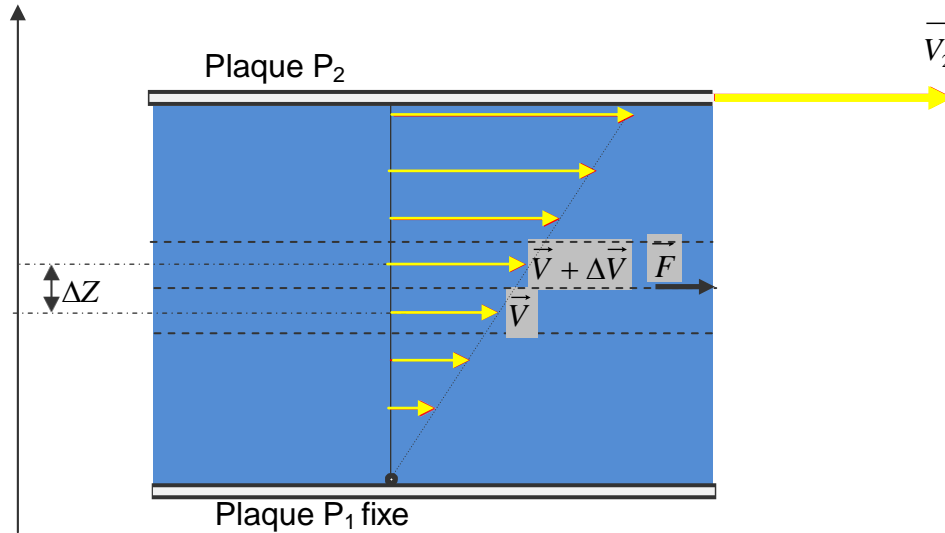
### I.4.4 Viscosité

C'est une grandeur qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement. Elle peut être mesurée par un viscosimètre à chute de bille, dans lequel on mesure le temps écoulé pour la chute d'une bille dans le fluide. Elle peut également être mesurée par

un récipient dont le fond comporte un orifice de taille standardisée. La vitesse à laquelle le fluide s'écoule par cet orifice permet de déterminer la viscosité du fluide.

La viscosité est déterminée par la capacité d'entraînement que possède une couche en mouvement sur les autres couches adjacentes.

Par exemple, si on considère un fluide visqueux placé entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$ , tel que la plaque  $P_1$  est fixe et la plaque  $P_2$  est animée d'une vitesse  $V_2$ .



**Figure I.1** Viscosité du fluide dans une section.

Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement, la courbe lieu des extrémités de ces vecteurs représente le profil de vitesse. Le mouvement du fluide peut être considéré comme résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres. La vitesse de chaque couche est une fonction de la distance  $Z$ . On distingue la viscosité dynamique et la viscosité cinématique.

#### **I.4.4.1 Viscosité dynamique**

La viscosité dynamique ( $\mu$  en Pa.s) exprime le degré de cohésion entre les particules d'un fluide pour résister à l'écoulement,

**Tableau I.4** Viscosité dynamique de l'eau.

Fluide	(Pa.s)
eau (0 °C)	$1,787 \cdot 10^{-3}$
eau (20 °C)	$1,002 \cdot 10^{-3}$
eau (100 °C)	$0,2818 \cdot 10^{-3}$

**I.4.4.2 Viscosité cinématique**

La viscosité cinématique ( $\nu$ ) est le rapport de la viscosité dynamique ( $\mu$ ) à la masse volumique ( $\rho$ ) :

$$\nu = \mu / \rho \quad (\text{I.4})$$

Pour l'eau on utilise la formule empirique suivante (T en °C) :

$$\nu = \frac{0.0178}{1 + 0.0337 \cdot T + 0.000221 \cdot T^2} \text{ (Stokes)} \quad (1 \text{ Stokes} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s})$$

**I.4.5 Débit**

Le débit ( $Q$ ) est la quantité d'eau qui traverse une section perpendiculaire à l'axe du canal par unité de temps.

$$Q = \frac{Vol}{t} = \frac{\text{Volume (m}^3\text{)}}{\text{temps (s)}} \quad (\text{I.5})$$

## Section 2 : Les écoulements à surface libre

**I.5 Les écoulements à surface libre** : sont les écoulements qui s'écoulent sous l'effet de la gravité en étant en contact partiel avec un contenant (canal) et avec l'air dont la pression est généralement à surface libre.

### I.5.1 Notion de canal

Un **canal** est un conduit naturel ou artificiel où l'eau s'écoule. La compréhension de la géométrie et des caractéristiques des canaux est fondamentale pour l'analyse des écoulements fluviaux.

**I.5.1.1 Les canaux naturels** : i.e. les cours d'eau qui existent naturellement sur (ou sous) terre, tels que les ruisselets, torrents, rivières, fleuves et estuaires ;

**I.5.1.2 Les canaux artificiels** : i.e. les cours d'eau réalisés par l'homme sur (ou sous) terre tels que : les canaux découverts construits au ras du sol (canaux de navigation, d'adduction et d'évacuation, d'irrigation et de drainage) ou les canaux couverts dans lesquels les liquides ne remplissent pas toute la section (tunnels hydrauliques, aqueducs, drains, égouts).

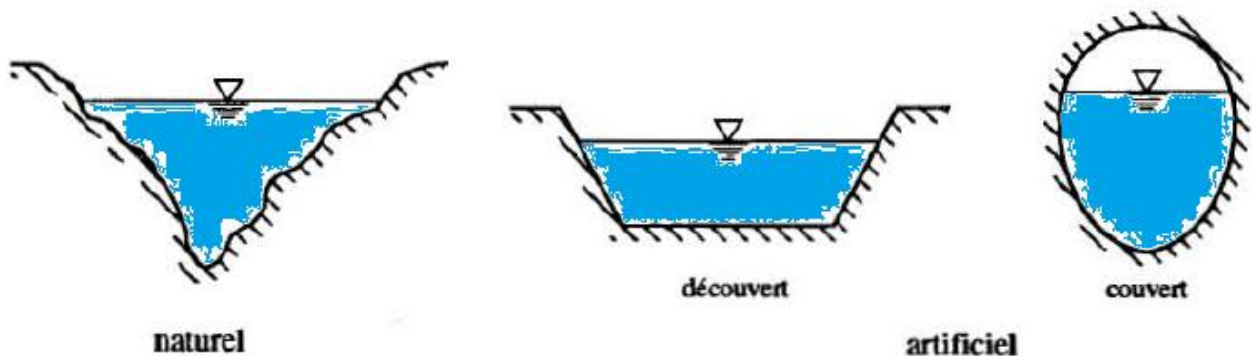


Figure I.2 Types de canaux.

**Lit** : désigne tout l'espace occupé, en permanence ou temporairement, par un cours d'eau.

**Lit mineur** : lit du cours d'eau en écoulement normal.

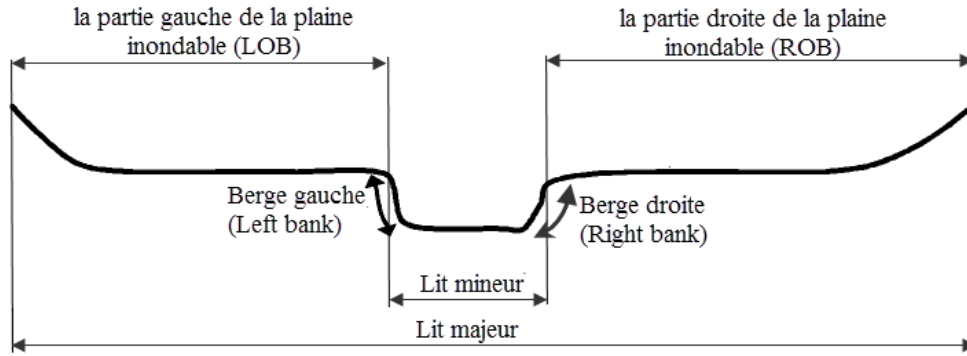
**Lit majeur** : lit qu'occupe le cours d'eau lors des crues, incluant les zones inondées.

**Plaine d'inondation** : zone de terrain inondée hors du chenal du cours d'eau lorsque le cours d'eau est en crue.

**La berge** : La berge est le talus incliné qui sépare le lit mineur et le lit majeur

La berge gauche et la berge droite d'un cours d'eau sont identifiées par un observateur se déplaçant dans le sens de l'écoulement de l'eau, de l'amont vers l'aval.

L'amont (vers la montagne) est la partie la plus élevée du cours d'eau du point de vue de l'observateur et l'aval (vers la vallée) est la partie la plus basse.



**Figure I.3** Représentation de termes géographiques usuels

## I.6 Géométrie des canaux

Les éléments géométriques d'un canal sont essentiels pour déterminer les caractéristiques de l'écoulement dans ce dernier. Les principaux paramètres utilisés pour décrire l'écoulement dans un canal sont abordés dans cette section.

### I.6.1 La Section transversale

La section transversale d'un canal est la section plane normale à la direction de l'écoulement. Permet de calculer les volumes d'eau écoulés, la distribution de la vitesse, etc.

### I.6.2 La surface mouillée ( $A$ )

La surface mouillée,  $A$  ( $m^2$ ), est la portion de la section occupée par le fluide dans la section du canal. Elle joue un rôle dans la détermination du débit et de la rugosité du canal.

### I.6.3 Le périmètre mouillé ( $P$ )

Le périmètre mouillé,  $P(m)$ , est formé par la longueur de la ligne de contact entre la surface mouillée et les parois de la section (la largeur de la surface libre n'entre pas en compte). Plus le périmètre mouillé est grand, plus la résistance au flux est importante.

### I.6.4 Le rayon hydraulique ( $R_h$ )

Le rayon hydraulique est défini comme le rapport entre la surface mouillée ( $A$ ) et le périmètre mouillé ( $P$ ). Il permet de caractériser la capacité d'un écoulement à transporter de l'énergie et des sédiments. Il est utilisé pour déterminer la vitesse d'écoulement et la rugosité du canal. Le rayon hydraulique est donné par :

$$R_h = A/P \quad (I.6)$$



*I.6.5 La profondeur d'eau ( $y$ )*

La profondeur d'eau,  $y$  (m), est la hauteur d'eau au-dessus du point le plus bas de la section perpendiculaire à l'écoulement.

*I.6.6 La largeur au miroir ( $T$ )*

La largeur superficielle ou largeur au miroir,  $T$  (m), est la largeur du canal au niveau de la surface libre. Elle permet de déterminer la configuration générale de l'écoulement dans un canal.

*I.6.7 La profondeur hydraulique ( $D$ )*

La profondeur hydraulique est la hauteur moyenne de l'eau dans un canal. Elle est cruciale pour la détermination du débit. Elle influence directement la vitesse d'écoulement et les pertes de charge. Elle est donnée par :

$$D = A/T \quad (\text{I.7})$$

*I.6.8 La pente de fond du canal ( $S_0$ )*

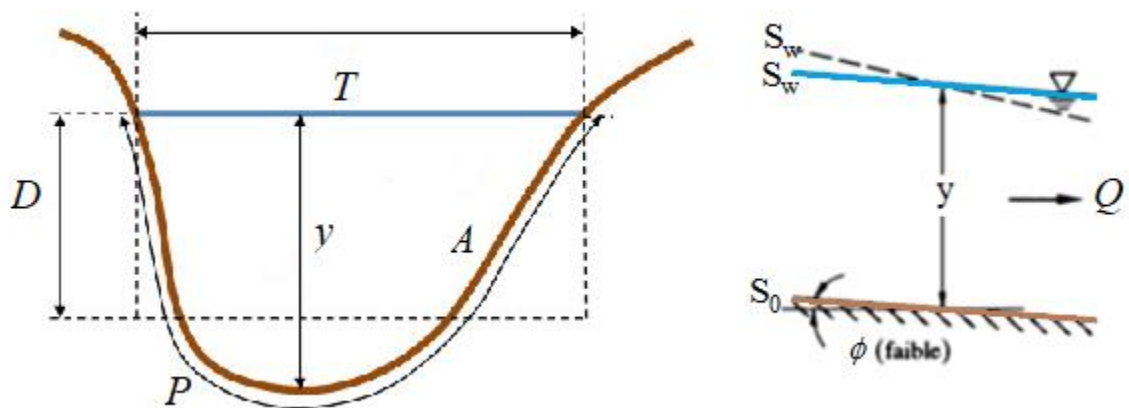
La pente de fond du canal,  $S_0$ , est la tangente de l'angle d'inclinaison du lit par rapport à l'horizontale :

$$S_0 = \tan \phi \cong \sin \phi \quad (\text{I.8})$$

La pente piézométrique ou pente de la surface libre est notée  $S_w$ .

*I.6.9 Canal prismatique*

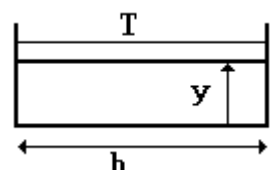
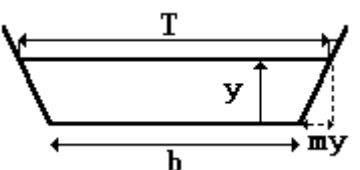
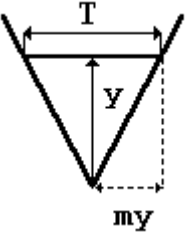
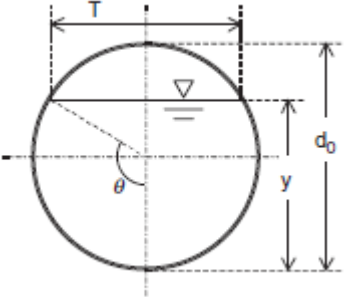
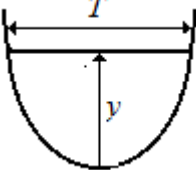
Un canal est dit prismatique si sa section ne change pas et si également sa pente longitudinale et la rugosité de ses parois (berges et lit) restent constantes. La hauteur d'eau peut varier d'une section à une autre



**Figure I.4** Eléments géométriques de la section.

Le tableau I.5 donne les formules des éléments géométriques.

**Tableau I.5** Eléments géométriques pour différentes sections de canaux.

	Surface mouillée, $A$	Périmètre mouillé, $P$	Rayon hydraulique, $R_h$	Largeur au miroir, $T$	Profondeur hydraulique, $D$
 Rectangle	$by$	$b + 2y$	$\frac{by}{b + 2y}$	$b$	$y$
 Trapèze	$(b + my) y$	$b + 2y\sqrt{1 + m^2}$	$\frac{(b + my)y}{b + 2y\sqrt{1 + m^2}}$	$b + 2my$	$\frac{(b + my)y}{b + 2my}$
 Triangle	$my^2$	$2y\sqrt{1 + m^2}$	$\frac{my}{2\sqrt{1 + m^2}}$	$2my$	$\frac{1}{2} y$
 Cercle	$\frac{1}{8} (2\theta - \sin 2\theta) d_0^2$ $\theta = \pi - \arccos \left[ \frac{(y - d_0 / 2)}{(d_0 / 2)} \right]$	$\theta d_0$	$\frac{1}{4} \left( 1 - \frac{\sin 2\theta}{2\theta} \right) d_0$ Ou $\frac{d_0 \sin(\theta)}{2\sqrt{y(d_0 - y)}}$	$\frac{d_0 \sin(\theta)}{2\sqrt{y(d_0 - y)}}$ Ou $\left[ \frac{2\theta - \sin 2\theta}{\sin \theta} \right] \frac{d_0}{8}$	
 Parabole	$\frac{2}{3} yb$	$b + \frac{8y^2}{3b}$	$\frac{2b^2 y}{3b^2 + 8y^2}$	$\frac{3}{2} \frac{A}{y}$	$\frac{2}{3} y$

## I.7 Types d'écoulement

- Le mouvement est permanent si les paramètres caractérisant l'écoulement restent invariables dans le temps en grandeur et en direction ( $Q=C^{te}$ ). Le mouvement est non permanent dans le cas contraire ( $Q \neq C^{te}$ ).
- Le mouvement est uniforme si les paramètres caractérisant l'écoulement restent invariables dans les diverses sections du canal. La ligne de la pente de fond est donc parallèle à la ligne de la surface libre ( $S_0=S_w$ ). Le mouvement est non uniforme ou varié dans le cas contraire ( $S_0 \neq S_w$ ).
- Un mouvement varié peut être accéléré ou décéléré suivant que la vitesse croît ou décroît dans le sens du mouvement.
- Lorsque le mouvement est graduellement varié, les paramètres caractérisant l'écoulement, ne changent que très lentement d'une section à l'autre.
- Lorsque le mouvement est rapidement varié, les paramètres caractérisant l'écoulement, changent brusquement, parfois avec des discontinuités.
- Si un débit est ajouté ou prélevé du système, l'écoulement varié qui en résulte est nommé spatialement varié.

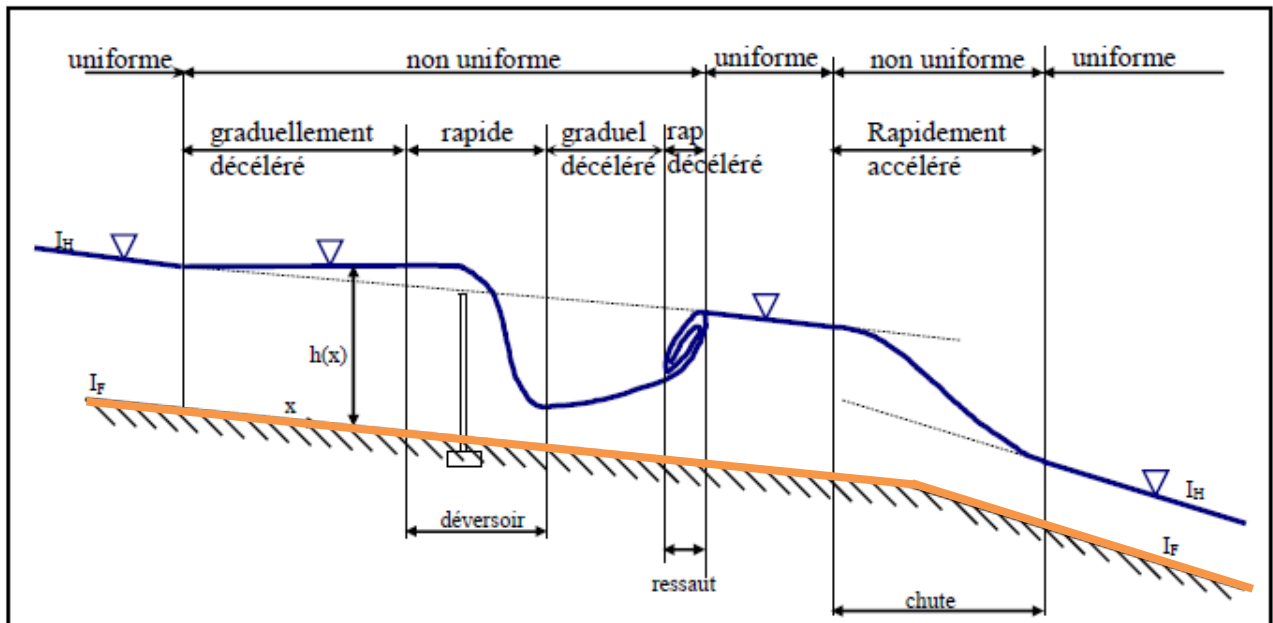


Figure I.5 Schéma des écoulements permanents, uniformes et variés.

## Exercices

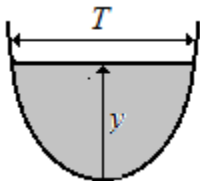
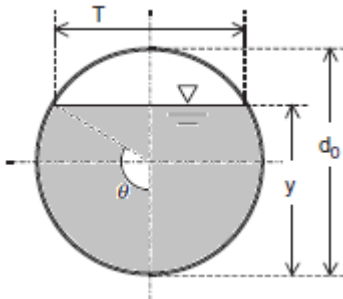
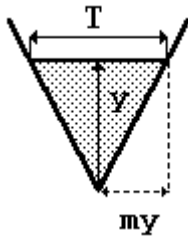
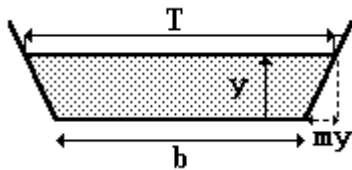
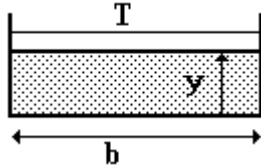
### Exercices 1 (*Questions de cours et de compréhension*)

1. Définissez l'hydraulique fluviale.
2. Quels sont les deux grands domaines de la mécanique des fluides ? Donnez un exemple pour chacun.
3. Qu'est-ce que l'hydrostatique étudie ?
4. Quels théorèmes fondamentaux sont utilisés en dynamique des fluides ?
5. À quoi sert la mécanique des fluides numérique (CFD) ?
6. Expliquez pourquoi la distinction entre hydrostatique et dynamique des fluides est essentielle pour l'ingénieur hydraulicien.
7. Discutez de l'apport de la CFD à l'hydraulique fluviale moderne. Donnez deux exemples concrets d'application.
8. En quoi l'hydraulique peut-elle être considérée comme une discipline à la fois théorique et appliquée ?
9. Qu'est-ce qu'un écoulement à surface libre ?
10. Qu'est-ce qu'un canal, et pourquoi sa compréhension est-elle importante en hydraulique fluviale ?
11. Donnez deux exemples de canaux naturels et deux exemples de canaux artificiels.
12. Quelle est la différence entre un lit mineur et un lit majeur ?
13. Comment distingue-t-on la berge gauche et la berge droite d'un cours d'eau ?
14. Définissez les termes suivants : section transversale, surface mouillée, périmètre mouillé.
15. Expliquez pourquoi un grand périmètre mouillé augmente la résistance à l'écoulement.
16. Comparez les rôles du rayon hydraulique et de la profondeur hydraulique dans l'analyse des écoulements.
17. Pourquoi distingue-t-on la pente du fond du canal ( $S_0$ ) et la pente de la ligne d'eau ( $S_w$ ) ? Donnez un exemple d'application.
18. Qu'est-ce qu'un écoulement permanent ? Donnez un exemple.
19. Comment reconnaît-on un écoulement non permanent ?
20. Qu'est-ce qu'un écoulement uniforme ? Quelle est la condition entre  $S_0$  et  $S_t$  dans ce cas ?
21. Qu'est-ce qu'un écoulement non uniforme ou varié ?
22. Quelle est la différence entre un écoulement graduellement varié et rapidement varié ?
23. Que signifie un écoulement spatialement varié ? Donnez un exemple concret.
24. Expliquez pourquoi un écoulement dans un canal à pente variable ne peut pas être uniforme.

25. Décrivez un exemple concret d'écoulement rapidement varié dans un ouvrage hydraulique.
26. Quels phénomènes peuvent provoquer un écoulement spatialement varié dans un canal d'irrigation?

### Exercices 2

Déterminer la Surface mouillée (A), le Périmètre mouillé (P), le Rayon hydraulique ( $R_h$ ), la Largeur au miroir (T) et la Profondeur hydraulique (D) des sections suivantes :



### Exercice 3

Complétez le tableau suivant :

Type d'écoulement	Variation dans le temps ?	Variation dans l'espace ?	Exemple typique
Permanent			
Non permanent			
Uniforme			
Non uniforme			
Graduellement varié			
Rapidement varié			
Spatialement varié			

### Exercice 4

Un canal a une surface mouillée de  $6 \text{ m}^2$  et un périmètre mouillé de 4 m. Calculez le rayon hydraulique.

### Exercice 5

Un canal a une surface mouillée de  $8 \text{ m}^2$  et une largeur au miroir de 4 m. Déterminez la profondeur hydraulique.

### Exercice 6

Un canal a une section triangulaire symétrique dont les talus font un angle de  $45^\circ$  (une pente  $m=1$ ) avec l'horizontale. La profondeur d'eau est de 1,2 m.

1. Calculez la surface mouillée A.
2. Calculez le périmètre mouillé P.
3. Déduisez le rayon hydraulique  $R_h$ .

### Exercice 7

Un canal trapézoïdal a une largeur de fond  $B = 3 \text{ m}$ , la pente des talus  $m=2$ , et une profondeur d'eau de 1,5 m.

1. Calculez la largeur au miroir T.
2. Calculez la surface mouillée A.
3. Calculez le périmètre mouillé P et le rayon hydraulique  $R_h$ .

### **Exercice 8**

Un canal circulaire (conduite) a un diamètre de 2 m. Il est rempli jusqu'à une profondeur de 1 m.

*Hypothèse* : on considère que l'arc correspond à un demi-cercle pour simplifier.

1. Calculez la surface mouillée  $A$ .
2. Calculez le périmètre mouillé  $P$ .
3. Déduisez le rayon hydraulique  $R_h$ .

# ***CHAPITRE II***

*Régime permanent uniforme*



## Chapitre 2 : Régime permanent uniforme

### II.1 INTRODUCTION

Les écoulements à surface libre se rencontrent fréquemment dans de nombreux systèmes hydrauliques naturels et artificiels, tels que les rivières, les canaux d'irrigation, les conduites à ciel ouvert ou encore les canaux de drainage. Ils se caractérisent par la présence d'une interface libre entre l'eau et l'air, soumise à la pression atmosphérique. Ces écoulements peuvent être classés selon leur variabilité temporelle et spatiale en quatre catégories principales : **permanents ou non permanents** (selon qu'ils varient ou non au cours du temps) et **uniformes ou non uniformes** (selon que leurs caractéristiques varient ou non le long du cours d'eau).

Parmi ces types d'écoulements, l'**écoulement permanent uniforme** constitue le cas le plus simple et le plus fondamental. Il sert de référence pour l'analyse et la compréhension des phénomènes d'écoulement à surface libre. Ce type d'écoulement se rencontre typiquement dans des canaux artificiels à pente constante, tels que ceux utilisés pour l'irrigation, où le régime d'écoulement est stable et régulier.

Un écoulement est dit **permanent uniforme** lorsqu'il satisfait simultanément les deux conditions suivantes :

1. **Écoulement permanent** : L'écoulement ne varie pas au cours du temps. Mathématiquement, cela se traduit par l'annulation de la dérivée temporelle des grandeurs hydrauliques. En particulier, le débit reste constant le long du cours d'eau :

$$\partial Q / \partial t = 0 \quad (\text{II.1})$$

2. **Écoulement uniforme** : Les caractéristiques de l'écoulement sont constantes le long de la direction de l'écoulement. Ainsi, la profondeur d'eau ( $y$ ), la surface mouillée ( $A$ ), le périmètre mouillé ( $P$ ), et la vitesse moyenne ( $V$ ) ne varient pas spatialement :

$$\partial y / \partial x = 0, \partial A / \partial x = 0, \partial P / \partial x = 0, \partial V / \partial x = \partial (Q/A) / \partial x = 0 \quad (\text{II.2})$$

Dans un tel écoulement, la pente de la ligne d'énergie, la ligne d'eau (surface libre) et la ligne de fond de canal sont **parallèles**. Cette configuration simplifiée permet l'application directe de formules empiriques telles que la formule de Manning ou de Chezy pour estimer la vitesse et le débit de l'écoulement.

Ce chapitre explore en détail les caractéristiques de l'écoulement permanent uniforme, les hypothèses sous-jacentes, ainsi que les méthodes de calcul associées. L'étude de ce type d'écoulement constitue une étape cruciale avant l'analyse d'écoulements plus complexes comme les régimes non uniformes ou non permanents.

## II.2 Formule général de l'écoulement

### II.2.1 Définitions et hypothèses de l'écoulement uniforme

L'écoulement uniforme repose sur plusieurs hypothèses et définitions importantes :

- **Hypothèses :**
  - La pente du canal est constante.
  - La section du canal est également uniforme.
  - La rugosité du canal est constante (par exemple, la même rugosité tout au long du canal).
  - L'écoulement est laminaire ou semi-laminaire (pas de turbulence excessive).
  - La vitesse du fluide est fonction uniquement de la profondeur et de la pente.
- **Définitions :**
  - **Débit ( $Q$ ) :** Il s'agit du volume d'eau qui traverse une section du canal par unité de temps.
  - **Profondeur normale ( $y_n$ ) :** C'est la profondeur d'un écoulement uniforme dans un canal de forme régulière.
  - **Vitesse moyenne ( $V_{\text{moy}}$ ) :** La vitesse moyenne de l'eau dans la section du canal.

Ces hypothèses permettent de modéliser l'écoulement à l'aide de l'équation de Manning ou de Chezy, utilisées pour les calculs de débit dans des canaux avec un écoulement uniforme.

## II.3 Équation d'écoulement

L'équation d'écoulement est fondamentale pour décrire l'écoulement uniforme dans un canal. Elle est généralement basée sur l'équilibre entre la force de gravité, qui fait avancer l'eau, et les forces de résistance dues à la rugosité du canal.

### II.3.1 Répartition de vitesse

En raison du frottement du liquide sur les parois et de la présence de la surface libre, les vitesses ne sont pas réparties uniformément dans la section transversale d'un canal.

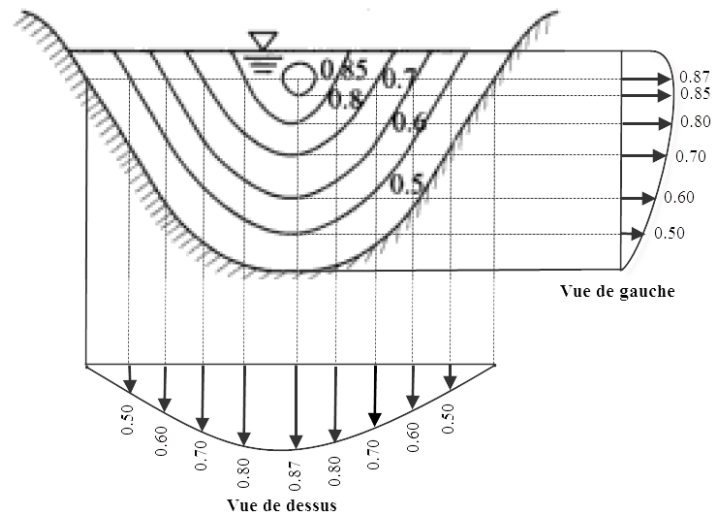


Figure II.1 Répartition des vitesses.

–La vitesse moyenne est :

$$V = \int_A v dA \quad (\text{II.3})$$

$dA$  désignant un élément de surface ( $A = \int_A dA$ ).

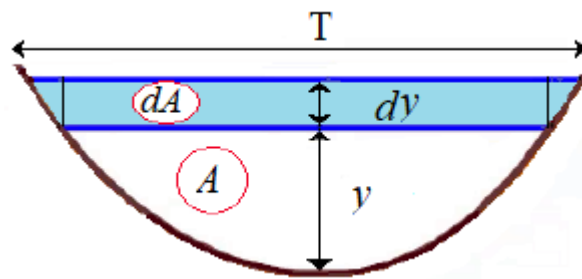


Figure II.2 Section mouillée

–Le débit peut être exprimé par :

$$Q = \int_A v dA = VA \quad (\text{II.4})$$

–L'énergie cinétique :

$$E_c = \int_A \frac{\rho}{2} v^3 dA = \alpha \frac{\rho}{2} V^3 A \quad (\text{Joule}) \quad (\text{II.5})$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\int_A v^3 dA}{V^3 A} \quad (\text{II.6})$$

$\alpha$  : est un coefficient de correction (coefficient cinétique ou coefficient de Coriolis) qui tient compte de la non uniformité de la vitesse dans une section donnée.

L'énergie cinétique, écrite en quantité homogène à une longueur :  $E_c = V^2/2g$

La quantité de mouvement est également influencée par la répartition non-uniforme

La quantité de mouvement :

$$M = \int_A \rho v^2 dA = \beta \rho V^2 A \quad (\text{II.7})$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{\int v^2 dA}{V^2 A} \quad (\text{II.8})$$

$\beta$  étant un coefficient de quantité de mouvement (coefficient de Boussinesq).

**Tableau II.1** Valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ .

Nature du canal	$\alpha$		$\beta$	
	Gamme	moyenne	Gamme	moyenne
Canaux naturels et torrents	1.15-1.50	1.30	1.05-1.17	1.10
Vallée et plaine inondable	1.50-2.00	1.75	1.17-1.33	1.25

Dans un canal, l'écoulement est considéré comme uniforme et permanent lorsque  $y$ ,  $A$ ,  $Q$ ,  $S_0$ , ... restent invariables le long de l'écoulement ainsi que dans le temps.  $S_0 \equiv S_w \equiv S_f$ .

L'équation de continuité écrite ainsi :

$$\frac{dQ}{dx} = 0 \quad (\text{II.9})$$

Entre deux sections, on a :

$$Q = V_1 A_1 = V_2 S_2 \quad (\text{II.10})$$

En hydrodynamique, on définit ;

–La tension due aux forces de frottement qui agissent sur la surface (parois) :

$$\tau_0 = \gamma R_h S_0 \quad (\text{II.11})$$

–La vitesse de frottement :

$$v_* = \sqrt{\tau_0 / \rho} = \sqrt{g R_h S_0} \quad (\text{II.12})$$

–En régime uniforme la profondeur d'eau,  $y$ , est définie comme étant la *profondeur normale*,  $y = y_n$ .

## II.4 Equation de Manning

La vitesse moyenne est calculée par l'équation de Manning suivante :

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad (\text{II.13})$$

$n$  [ $\text{m}^{-1/3}\text{s}$ ] est le coefficient de Manning (voir Tableau 2.1).

### II.4.1 Notions de rugosité

La **rugosité** est un facteur clé dans la détermination de la résistance à l'écoulement dans un canal. Elle dépend de la nature du matériau qui constitue le lit du canal et des parois, ainsi que de la forme géométrique de la section du canal.

- **Définition** : La rugosité désigne la résistance au mouvement de l'eau due aux irrégularités de la surface du canal.
- **Facteurs influençant la rugosité** : La rugosité varie en fonction de la texture du lit (sable, gravier, roche), de la présence d'obstacles comme des végétaux ou des structures, et de la géométrie de la section transversale du canal.
- **Coefficient de Manning** : Le coefficient  $n$  est utilisé pour exprimer la rugosité. Il est spécifique à chaque type de canal et peut être déterminé expérimentalement ou à partir de tables.

**Tableau II.2** Valeurs estimées pour le coefficient de Manning en fonction de la nature des parois.

Nature des parois	Coefficient de Manning $n$ (s/m <sup>1/3</sup> )
Béton lisse	0.011 à 0.013
Béton brut	0.013 à 0.016
Canal en terre, non enherbé	0.017
Canal en terre, enherbé	0.02
Rivière de plaine, sans végétation arbustive	0.025 à 0.029
Rivière de plaine, large, végétation peu dense	0.033
Rivière à berges étroites très végétalisées	0.067 à 0.1
Lit majeur en prairie	0.033 à 0.05
Lit majeur en taillis	0.067 à 0.1
Lit majeur urbanisé	0.067 à 0.1
Lit majeur en forêt	0.15

### II.5 Sections composées ou hétérogènes

Les **sections composées** et **hétérogènes** concernent des canaux dont la géométrie n'est pas uniforme, mais plutôt composée de plusieurs parties ou de formes irrégulières.

#### II.5.1 Section composée

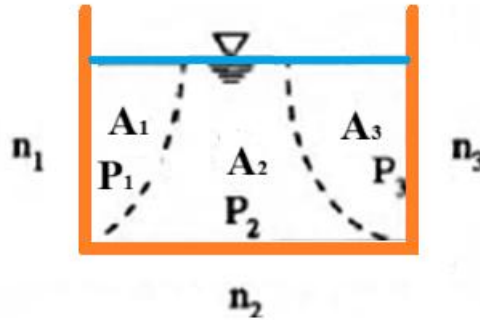
Une section composée est constituée de plusieurs parties distinctes, par exemple un canal avec un fond plat et des bords inclinés. Cela permet de modéliser des sections qui n'ont pas une seule forme géométrique, comme les canaux de drainage, les rivières modifiées ou les canaux d'irrigation.

- **Caractéristiques** : La section est décomposée en sous-sections de formes simples (rectangulaire, trapézoïdale, semi-circulaire).
- **Calcul** : Le calcul de l'écoulement uniforme dans ce type de section implique l'addition des débits dans chaque sous-section et le calcul de la vitesse moyenne.

### II.5.2 Canaux composites

Les canaux dont le lit et chaque paroi (berge) ont des rugosités différentes (périmètre mouillé *non homogène*) sont appelés *canaux composites*. Dans ces canaux, les différences de vitesses sont faibles, et la totalité de la section peuvent être représentés par une vitesse moyenne transversale. Il faut alors calculer un coefficient de frottement équivalent. Hec-Ras utilise la formule d' Horton (1933)

$$n_e = \left[ \frac{1}{P} \sum (n_i^{3/2} P_i) \right]^{2/3} \quad (\text{II.14})$$



**Figure II.3** Section à rugosité composée.

### II.5.3 Sections hétérogènes

Les sections hétérogènes sont celles dont la forme géométrique varie considérablement d'un point à l'autre du canal. Ces sections sont plus complexes à analyser que les sections simples.

- **Exemples** : Des canaux naturels présentant des formes irrégulières et des variations de largeur et de profondeur.
- **Analyse** : L'écoulement dans ces canaux nécessite des approximations et des calculs numériques ou expérimentaux pour tenir compte des variations locales.

## II.6 Calcul de l'écoulement uniforme

Le calcul de l'écoulement uniforme consiste à déterminer les paramètres essentiels tels que le débit, la profondeur normale et la vitesse d'écoulement.

### II.6.1 Calcul du débit

Le débit peut être calculé en utilisant les équations précédemment mentionnées, en particulier la relation de Manning pour des sections simples ou composées.

$$Q = VA = \frac{A}{n} R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad (\text{II.15})$$

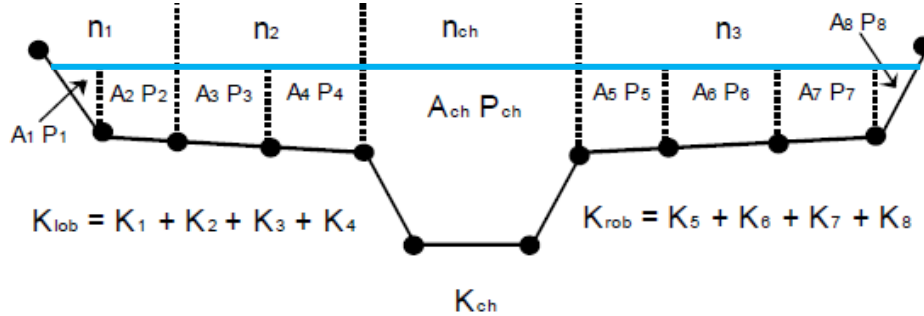
On appelle débitance la valeur :

$$K = \frac{A}{n} R_h^{2/3} \quad (\text{II.16})$$

$$Q = K\sqrt{S_0} \quad (\text{II.17})$$

Pour une section de canal composé constitué de plusieurs sous-sections ayant des caractéristiques différentes, nous pouvons définir la débitance de chaque sous-section individuelle comme:

$$K_i = \frac{A_i}{n_i} R_{h_i}^{2/3} \quad (\text{II.18})$$



**Figure II.4** Section à rugosité composée de plusieurs sous-sections.

Le débit  $Q$  dans la section totale :  $Q = \sum Q_i = \sum (K_i \sqrt{(S_0)_i})$

En supposant que  $S_0$  est la même pour toutes les sous-sections

$$Q = (\sum K_i) \sqrt{S_0} \quad (\text{II.19})$$

La profondeur normal pour un débit donné dans un canal composé est la profondeur qui satisfait à l'équation II.18.

## II.7 Calcul de la profondeur normale

II.18  $\Rightarrow nK(h) = AR_h^{2/3}$  est appelé *facteur de section* pour le calcul des écoulements uniforme

$$\Rightarrow \frac{Qn}{S_0^{1/2}} = AR_h^{2/3} \quad (\text{II.20})$$

1) Pour un canal triangulaire ( $A = my^2$  et  $R_h = \frac{my}{2\sqrt{1+m^2}}$ )

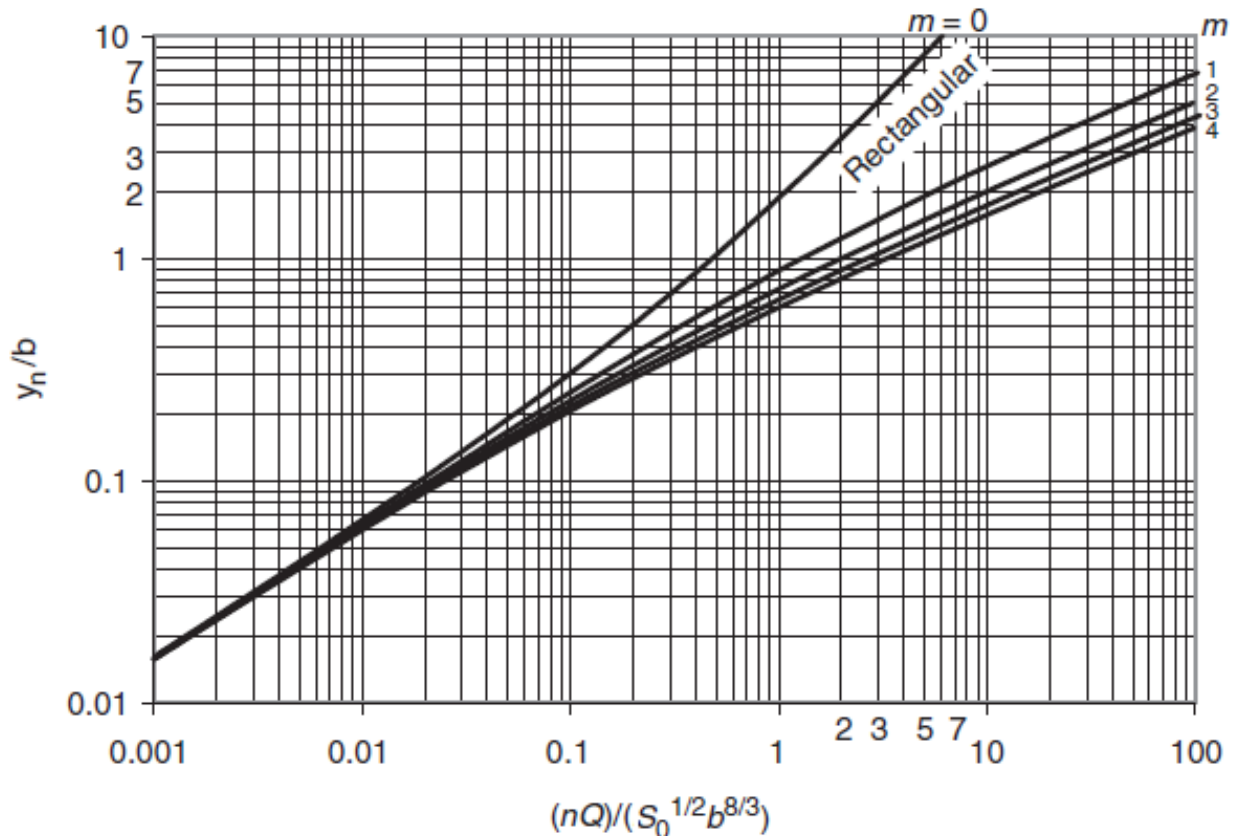
$$\text{II.15} \Rightarrow \frac{Qn}{S_0^{1/2}} = my_n^2 \left( \frac{my_n}{2\sqrt{1+m^2}} \right)^{2/3} \quad (\text{II.21})$$

$$\Rightarrow y_n = \left( \frac{nQ}{S_0^{1/2}} \right)^{3/8} \frac{(2\sqrt{1+m^2})^{1/4}}{m^{5/8}} \quad (\text{II.22})$$

2) Pour un canal trapézoïdal ( $A=(b + my)y$  et  $R_h = \frac{(b + my)y}{b + 2y\sqrt{1+m^2}}$ )

$$\text{II.15} \Rightarrow \frac{nQ}{S_0^{1/2}} = \frac{[(b + my_n)y_n]^{5/3}}{[b + 2y_n\sqrt{1+m^2}]^{2/3}} \quad (\text{II.23})$$

La solution explicite de l'équation II.23 n'est pas disponible. On peut résoudre cette équation par itération. Cependant on peut se servir du graphe de la figure II.5.



**Figure II.5** Détermination de la profondeur normale des canaux de section rectangulaire et trapézoïdale.

**Note :**

1. Dans l'équation II.23 et pour  $b=0$ , on obtient l'équation du canal triangulaire (l'équation II.23).
2. Pour  $m=0$ , on obtient l'équation du canal rectangulaire :

$$\frac{nQ}{S_0^{1/2}} = \frac{[by_n]^{5/3}}{[b + 2y_n]^{2/3}}$$

3. Dans la courbe 2.2, on voit que pour chaque valeur de  $\frac{nQ}{S_0^{1/2} b^{8/3}}$  il existe une seule valeur de  $\frac{y_n}{b}$
4. Les sections dont l'ouverture devient plus large sont nommées sections évasées.



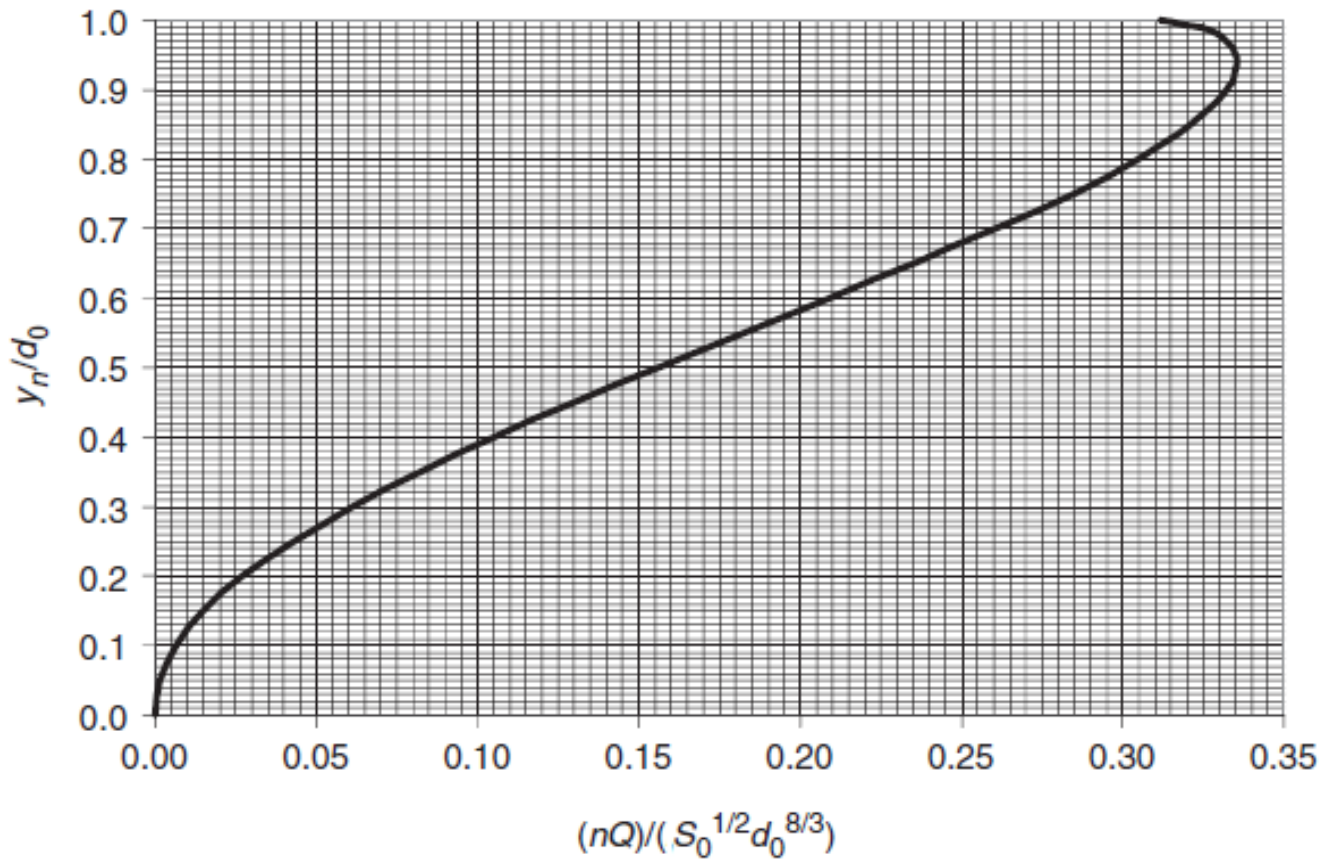
3) Pour une conduite circulaire ( $A = \frac{1}{8}(2\theta - \sin 2\theta)d_0^2$  et  $R_h = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{\sin 2\theta}{2\theta}\right)d_0$ )

$$\text{II.15} \Rightarrow \frac{nQ}{S_0^{1/2}} = \frac{\left[\left(d_0^2/8\right)(2\theta - \sin 2\theta)\right]^{5/3}}{\left[\theta d_0\right]^{2/3}} \quad (\text{II.24})$$

Avec

$$\theta = \pi - \arccos\left[(y_n - d_0/2)/(d_0/2)\right] \quad (\text{II.25})$$

L'équation II.24 peut être résolue numériquement par itérations. Cependant on peut se servir du graphe de la figure II.6 pour calculer  $y_n$ .



**Figure II.6** Détermination de la profondeur normale des canaux de section circulaire.

**Note :** Pour les canaux couverts comme les canaux circulaire et ovoïde, il existe deux valeurs de  $\frac{y_n}{d_0}$  correspondant à la même valeur de  $\frac{nQ}{S_0^{1/2}d_0^{8/3}}$ . Ceci est observé par exemple pour les canaux circulaire pour  $\frac{nQ}{S_0^{1/2}d_0^{8/3}} > 0.32$ .

## II.8 Profil de débit maximal ou forme de section la plus avantageuse

Il est souvent important de déterminer la forme de section qui maximise le débit pour une pente donnée. Cela est essentiel pour optimiser la conception des canaux.

### II.8.1 Forme trapézoïdale

Une section trapézoïdale est souvent utilisée pour optimiser le débit tout en minimisant les coûts de construction. Elle présente un fond plat et des parois inclinées.

- **Avantages** : Optimisation du débit pour une pente donnée.
- **Calcul** : Le calcul de la profondeur normale et du débit se fait en utilisant les principes précédents avec des formules spécifiques aux sections trapézoïdales.

### II.8.2 Forme rectangulaire

Les sections rectangulaires sont couramment utilisées dans les canaux d'irrigation et les canaux artificiels, notamment pour des raisons de simplicité et de construction.

- **Caractéristiques** : La largeur est constante sur toute la longueur du canal.
- **Optimisation** : La forme rectangulaire est simple à analyser, mais elle n'est pas toujours la plus efficace en termes de débit.

### II.8.3 Section demi-circulaire

La section demi-circulaire, ou semi-circulaire, est parfois utilisée pour des canaux destinés à l'écoulement gravitaire, notamment dans les systèmes de drainage.

- **Avantages** : Elle peut offrir une bonne performance hydraulique avec une moindre surface de contact, réduisant ainsi la résistance au flux.
- **Calcul** : Les calculs sont similaires à ceux des autres sections mais nécessitent une adaptation des formules pour les profils circulaires.

## II.9 Répartition de pression

L'expression pour la pression relative (dans un écoulement presque rectiligne) sur le fond s'écrit ainsi:  $P_f = \gamma y \cos \phi$  (II.26)

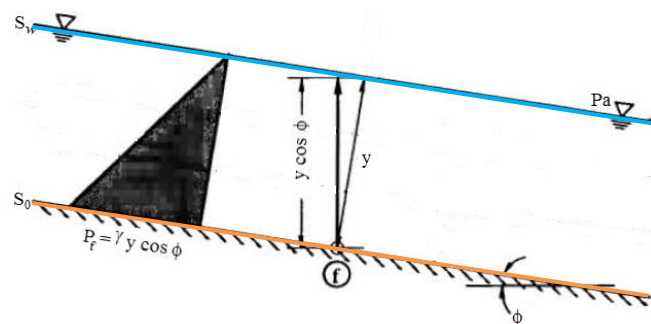


Figure II.7 Répartition des pressions.

Pour les canaux usuels, l'angle avec l'horizontale,  $\phi$ , est toujours très faible, soit  $\phi < 6^\circ$  ou  $S_0 < 0.1$ , impliquant que  $\cos \phi \approx 1$ , L'éq. II.26 se réduit à :

$$P_f = \gamma y \quad (\text{II.27})$$

## II.10 Régime d'écoulements

Le rôle du nombre de Reynolds est de permettre le classement des écoulements comme suit :

- écoulement laminaire :  $Re < 2000$
- écoulement turbulent :  $Re > 4000$
- transition :  $2000 < Re < 4000$

$$R_e = \frac{4 \cdot R_h \cdot V}{\nu} \quad (\text{II.28})$$

$V$  : Vitesse moyenne dans une section (m/s);

$\nu$  : viscosité cinématique de l'eau ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

pour un canal de grande pente ( $\cos \phi \neq 1$ ). Le nombre de Froude est :

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{\frac{1}{\alpha} g \cdot D \cos \phi}} \quad (\text{II.29})$$

Le rôle du nombre de Froude est de permettre le classement des écoulements comme suit :

- écoulement fluvial :  $Fr < 1$
- écoulement torrentiel :  $Fr > 1$
- écoulement critique :  $Fr = 1$

## II.11 Conclusion

Ce chapitre permet de comprendre les principes de base et les méthodes de calcul liées à l'écoulement permanent uniforme dans des canaux, en mettant l'accent sur les calculs pratiques du débit et de la profondeur normale pour différentes formes de sections de canal. La prise en compte de la rugosité, des sections composées ou hétérogènes et des formes optimisées permet une conception efficace et précise des aménagements hydrauliques.

## Exercices

### Exercice 1

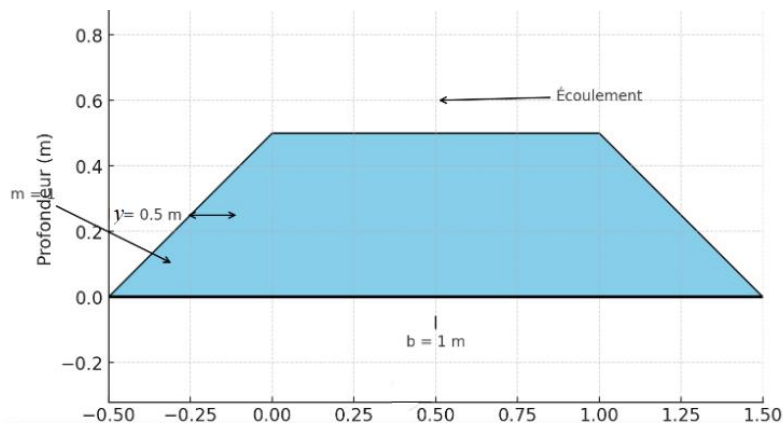
La distribution des vitesses d'un canal rectangulaire de largeur  $b$  est approximer par  $v = k_1 \sqrt{y}$  où  $k_1$  est une constante. Calculer la vitesse moyenne dans la section transversale et les coefficients de Coriolis  $\alpha$  et de Boussinesq  $\beta$ .

### Exercice 2

Un canal à section trapézoïdale, revêtu de ciment (avec un coefficient de rugosité de Manning  $n=0,05$ ), est utilisé pour transporter un débit d'eau de  $Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$ . Les caractéristiques géométriques de la section sont les suivantes :

- Largeur de fond :  $b=1 \text{ m}$ .
- Profondeur d'eau :  $y=0,5 \text{ m}$ .
- Inclinaison des talus :  $m=1\text{m}$  (c'est-à-dire une pente de 1 horizontal pour 1 vertical).

Déterminer la pente longitudinale du canal  $S_x$  nécessaire pour assurer le transport du débit spécifié.



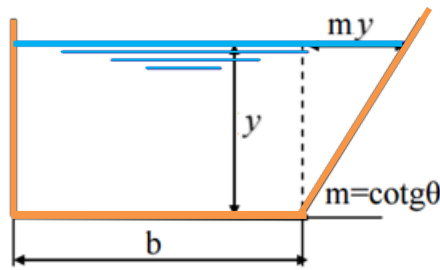
### Exercice 3

Déterminer les caractéristiques géométriques de la section la plus avantageuse pour chacun des types de canaux suivants :

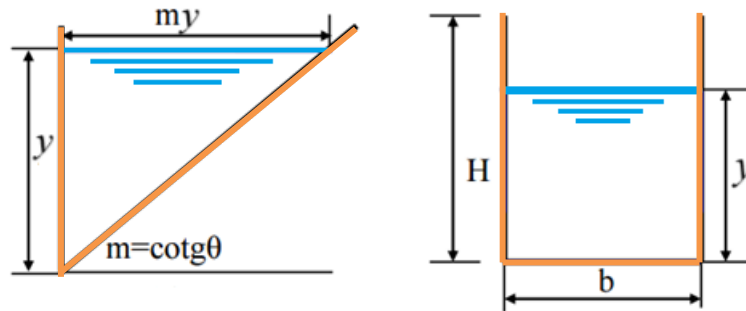
- Canal trapézoïdal
- Canal triangulaire en forme de V
- Canal rectangulaire

### Exercice 4

Pour un canal dont la section transversale est représentée par la figure ci-dessous, déterminer les paramètres de la section la plus hydraulique parmi toutes les sections de cette forme géométrique.

**Exercice 5**

On considère deux types de sections de canal : une section rectangulaire et une section triangulaire en V (la figure ci-dessous). On demande de déterminer laquelle des deux présente la section la plus avantageuse (au sens hydraulique), en supposant que la surface mouillée est fixée à  $3 \text{ m}^2$ .

**Exercice 6**

Un canal trapézoïdal en terre ( $n=0.025$ ) a une largeur au fond  $b=5.0 \text{ m}$ , une pente de berge  $m=1.5$  et une profondeur normale  $y_n=1.1 \text{ m}$ . Dans une étude économique faite pour éviter la perte d'eau due aux infiltrations, deux solutions ont été proposées

- Protéger les berges uniquement
- Protéger le lit du canal uniquement

Si la protection est réalisée en béton lisse ( $n=0.012$ ), déterminer la rugosité équivalente dans les deux cas cités au-dessus en utilisant la formule d'Horton.

**Exercice 7**

Un canal ayant une section en forme de trapèze a une largeur de fond  $b=5.0 \text{ m}$  et une pente longitudinale  $S_0=0.00035$ . La pente des berges est  $m=1.5$ . Le coefficient de Manning  $n=0.015 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ . Calculer la profondeur normale pour un débit  $Q=20 \text{ m}^3/\text{s}$ .

**Exercice 8**

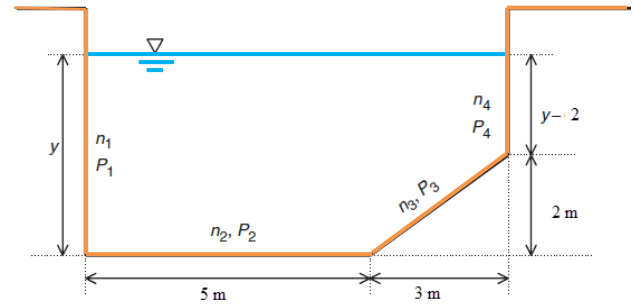
Un canal en béton ( $n=0.015$ ) ayant une section en forme de trapèze a une pente longitudinale  $S_0=0.0004 \text{ m/m}$ . La pente des berges est  $m=1.0$ . Le coefficient de Manning  $n=0.015 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ . Calculer la largeur du fond nécessaire pour évacuer un débit  $Q=100 \text{ m}^3/\text{s}$  à une profondeur normale  $y_n=2.50 \text{ m}$ .

**Exercice 9**

Un collecteur d'assainissement de  $2.0 \text{ m}$  de diamètre est posé avec une pente de  $0.0004 \text{ m/m}$ . Calculer la profondeur normale de l'écoulement si le débit évacué est  $2.0 \text{ m}^3/\text{s}$  et  $n=0.014$ .

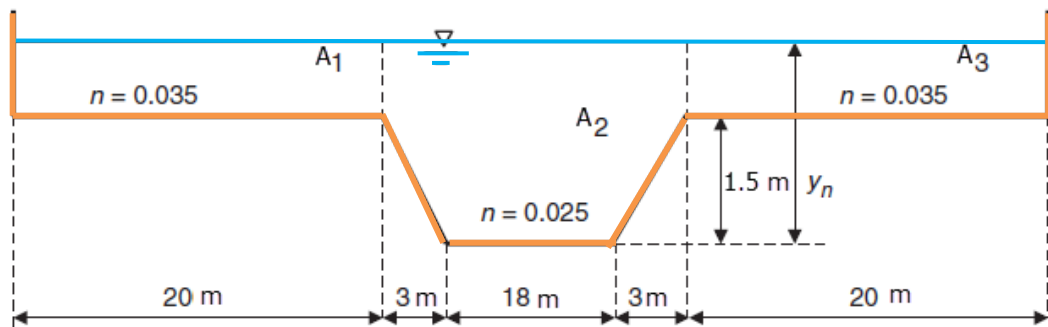
**Exercice 10**

Déterminer la profondeur normale du canal considéré dans la figure ci-contre si  $Q=35 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
 $n_1=0.016$ ,  $n_2=0.020$ ,  $n_3=0.022$ ,  $n_4=0.0160$ . Le canal a une pente  $S_0=0.0004 \text{ m/m}$ .

**Exercice 11**

La section transversale d'un cours d'eau peut être approximé par le canal composé représenté sur la figure ci-dessous. La pente du fond est  $S_0 = 0,0009 \text{ m/m}$ . Le facteur de rugosité de Manning est  $n = 0,025$  pour le canal principal et  $n = 0,035$  pour les zones de débordement.

1. Déterminer la profondeur normale pour un débit  $Q=150 \text{ m}^3/\text{s}$ .
2. Déterminer le coefficient de Boussinesq,  $\beta$ , et le coefficient de Coriolis,  $\alpha$ , pour cette valeur de débit.



# ***CHAPITRE III***

*Régime permanent varié*

## Chapitre 3 : Régime permanent varié

### III.1 INTRODUCTION

Le **régime permanent varié** (RPV) occupe une place centrale dans l'analyse des écoulements soumis à des variations progressives de profondeur et de vitesse. Contrairement au **régime permanent uniforme**, où les caractéristiques de l'écoulement restent constantes le long du canal, le **régime permanent varié** se distingue par l'existence de variations spatiales induites par des modifications du lit, de la pente, de la rugosité ou de conditions hydrauliques spécifiques (apports latéraux, ouvrages hydrauliques, resserrements, etc.). Ces variations, bien que progressives, influencent directement les profils de surface et nécessitent une approche théorique et numérique rigoureuse pour leur analyse.

L'étude du régime permanent varié repose sur l'équation de Bernoulli et l'équation de conservation de la quantité de mouvement, adaptées aux écoulements à surface libre. La résolution de ces équations permet de déterminer les **profils de surface**, qui sont classifiés en fonction du régime d'écoulement (fluvial ou torrentiel) et de la géométrie du canal.

Ce chapitre explore en détail les fondements du régime permanent varié, en abordant :

- Les principes généraux régissant ces écoulements.
- La classification des profils de surface en fonction des conditions hydrauliques.
- Les méthodes analytiques et numériques utilisées pour leur détermination.
- Les applications pratiques, notamment dans la conception des infrastructures hydrauliques et la gestion des écoulements en milieux naturels et artificiels.

L'objectif est de fournir une compréhension approfondie du régime permanent varié et de ses implications dans la modélisation et la gestion des écoulements à surface libre.

### III.2 Equation d'énergie

L'équation de l'énergie est une expression du premier principe de la thermodynamique.

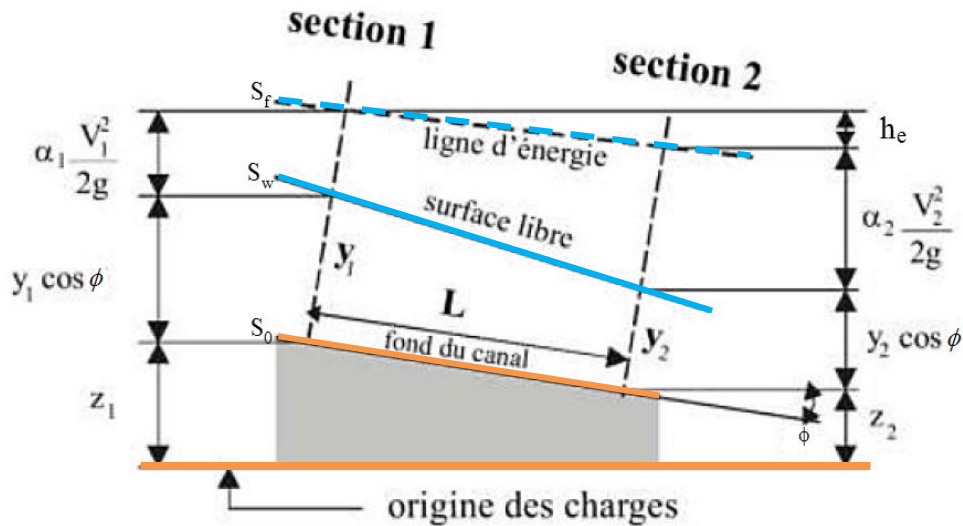
L'énergie pour un élément d'un fluide incompressible, écrite en quantités homogènes à des longueurs-ici en hauteurs de liquide, dans un écoulement presque rectiligne, par rapport à un plan de référence (PdR) est donnée par :

$$E = z + \frac{P}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V^2}{2g} = z + y + \alpha_2 \frac{V^2}{2g} \quad (\text{III.1})$$

$z$  : (m) Cote du fond (*Énergie potentielle*)



- $\frac{P}{\gamma}$  : (m) la hauteur due à la pression ( $P = \gamma y$ ) (Énergie de pression)
- $\alpha \frac{V^2}{2g}$  : (m) la hauteur due à la vitesse (Energie cinétique)
- $z + \frac{P}{\gamma}$  : (m) la hauteur piézométrique



**Figure III.1** Hauteurs de charge pour les écoulements à surface libre.

En accord avec la loi de la conservation de l'énergie, l'énergie totale d'un point aval est égale à l'énergie totale d'un point amont plus les pertes d'énergie par friction que cause l'écoulement et permet d'écrire la loi de la conservation de l'énergie :

$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_e \quad (\text{III.2})$$

$h_e$  = perte d'énergie en terme de hauteur de colonne d'eau

### III.3 Energie spécifique

$$E_s = \alpha \frac{Q^2/A^2}{2g} + y = \alpha \frac{V^2}{2g} + y \quad (\text{III.3})$$

Cette équation donne l'évolution de la charge spécifique,  $E_s$ , en fonction de la profondeur d'eau,  $y$ , pour un débit,  $Q = VA$ , donné.

La courbe d'énergie spécifique (voir Figure 1.9) a deux asymptotes :

- i) pour  $y = 0$  une asymptote horizontale.
- ii) pour  $h = \infty$ , la droite  $y = E_s$  est une autre asymptote.

De plus, la courbe à un minimum,  $E_{sc}$  pour:

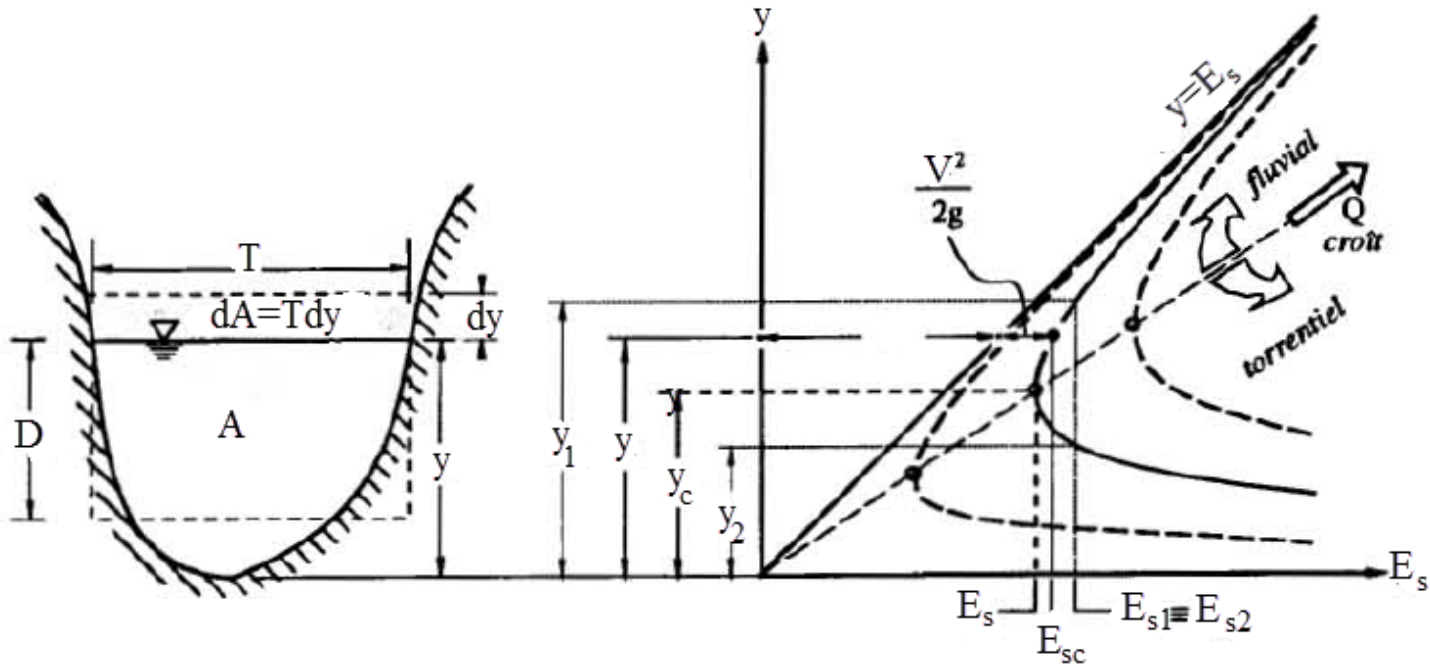
$$\frac{dE_s}{dy} = \alpha \frac{-Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy} + 1 = 0 \quad (\text{III.4})$$

Du fait que :  $dA/dy=T$  et  $D=A/T$

Nous obtenons :

$$\alpha \frac{Q^2}{g} \frac{T}{A^3} = \alpha \frac{V^2}{gD} = 1 \quad (\text{III.5})$$

La valeur,  $y$ , qui correspond à une charge spécifique minimale,  $E_c$ , est appelée profondeur critique,  $y_c$ .



**Figure III.2** Courbe d'énergie spécifique,  $E_s=f(y)$ , pour  $Q=Cte$ .

A  $Q$  fixé :

Pour  $E_s < E_{sc}$  : impossible d'évacuer le débit  $Q$ .

Pour  $E_s > E_{sc}$  : il existe deux tirants d'eau correspondant à la même valeur de  $E_s$  et capables d'évacuer le débit  $Q$  : l'un, torrentiel, l'autre fluvial.

- Régime fluvial :  $y > y_c$  ;  $Fr < 1$ .
- Régime torrentiel :  $y < y_c$  ;  $Fr > 1$ .
- Régime critique :  $y = y_c$  ;  $Fr = 1$ .

L'équation donne aussi l'évolution du débit,  $Q$ , en fonction de la profondeur d'eau,  $y$ , pour une charge spécifique,  $E_s$  comme suit :

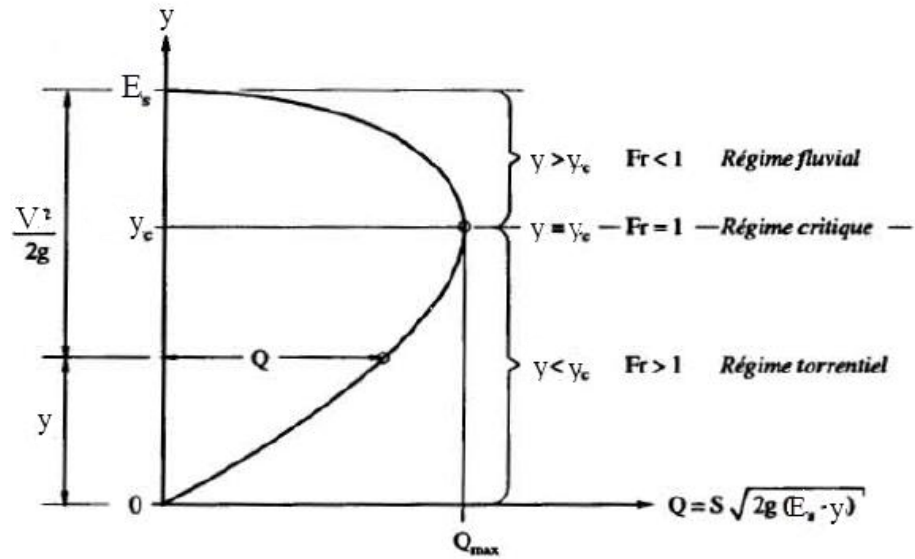
$$E_s = \alpha \frac{Q^2/A^2}{2g} + y \quad (\text{III.6})$$

$$Q = A \sqrt{\frac{2g(E_s - y)}{\alpha}} \quad (\text{III.7})$$

On obtient de cette courbe :

i) pour  $y=0$  ;  $Q=0$

ii) pour  $y=E_s$  ;  $Q=0$



**Figure III.3** Courbe des débit,  $Q=f(y)$ , pour  $E_s=Cte$ .

De plus, la courbe a un maximum,  $Q_{max}$ , pour :

$$\frac{dQ}{dy} = \frac{2g(E_s - y)(dA/dy) - Ag}{[2g(E_s - y)]^{1/2}} = 0 \quad (\text{III.8})$$

Avec  $dA/dy = T$  et  $D = A/T$ , on écrit:

$$\frac{dQ}{dy} = \frac{gT[2(E_s - y) - D]}{[2g(E_s - y)]^{1/2}} = 0 \quad (\text{III.9})$$

Cette dérivée est nulle si :

$$2(E_s - y) - D = 0 \quad (\text{III.10})$$

Les valeurs,  $y$  et  $D$ , qui correspondent à un débit maximal,  $Q_{max}$  sont les profondeurs critiques,  $y_c$  et  $D_c$ . Pour un débit inférieur à  $Q_{max}$ , on retrouve les deux différents régimes d'écoulement.

Pour un canal de section rectangulaire,  $D=y$ , l'éq. (III.10) devient :

$$2(E_s - y) - y = 0 \quad (\text{III.11})$$

d'où l'on obtient pour la profondeur critique ( $y=y_c$  et  $E_s=E_{sc}$ ) :

$$y_c = \frac{2}{3} E_{sc} \quad (\text{III.12})$$

Pour les canaux de section triangulaire :

$$y_c = \frac{4}{5} E_{sc} \quad (\text{III.13})$$

Pour les canaux de section parabolique :

$$y_c = \frac{3}{4} E_{sc} \quad (\text{III.14})$$

### III.4 Calcul de la profondeur critique

1) Pour un canal rectangulaire ( $A = by$  et  $T=b$ ), l'équation 1.23 s'écrit :

$$\alpha \frac{Q^2}{g} \frac{T_c}{A_c^3} = 1 \Leftrightarrow \alpha \frac{Q^2}{gb^2 y_c^3} = 1 \quad (\text{III.15})$$

$$y_c = \left( \alpha \frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{1/3} \quad (\text{III.16})$$

2) Pour un canal triangulaire ( $A=my^2$  et  $T=2my$ )

$$\alpha \frac{Q^2}{g} \frac{T_c}{A_c^3} = 1 \Leftrightarrow \alpha \frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} = \frac{m^3 y_c^6}{2m y_c} = \frac{m^2 y_c^5}{2}$$

$$y_c = \left( \frac{2\alpha Q^2}{gm^2} \right)^{1/5} \quad (\text{III.17})$$

3) Pour une conduite circulaire ( $A = \frac{1}{8}(2\theta - \sin 2\theta)d_0^2$  et  $T = d_0 \sin \theta$ )

$$\alpha \frac{Q^2}{g} \frac{T_c}{A_c^3} = \alpha \frac{Q^2}{g} \frac{d_0 \sin \theta}{\left( \frac{1}{8}(2\theta - \sin 2\theta)d_0^2 \right)^3} = 1 \Leftrightarrow \frac{Q}{\sqrt{\frac{gd_0^5}{\alpha}}} = \sqrt{\frac{\left( \frac{1}{8}(2\theta - \sin 2\theta) \right)^3}{\sin \theta}}$$

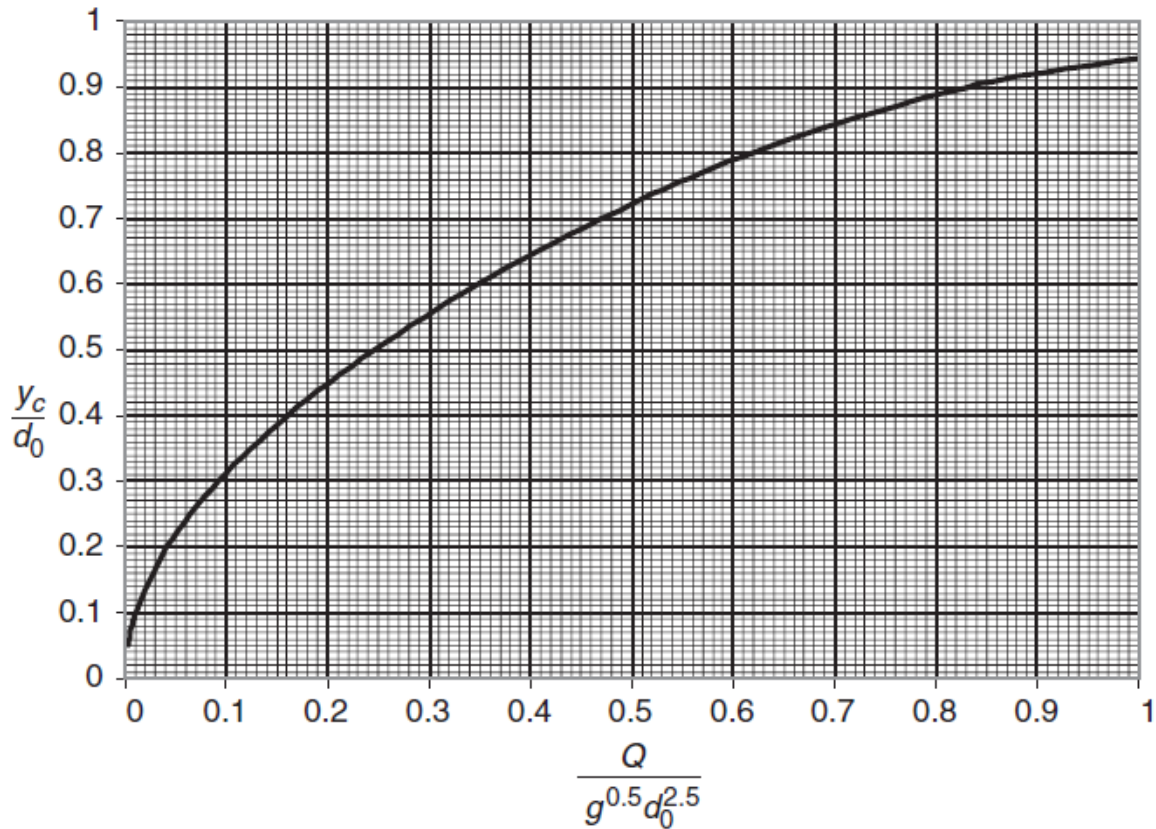
$$\frac{Q}{\sqrt{\frac{gd_0^5}{\alpha}}} = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{[\theta - \sin \theta \cos \theta]^3}{\sin \theta}} \quad (\text{III.18})$$

Avec

$$\theta = \pi - \arccos \left[ (y_c - d_0/2) / (d_0/2) \right] \quad (\text{III.19})$$

La solution explicite de l'équation n'est pas disponible. On peut résoudre cette équation par itération. Cependant on peut se servir du graphe de la figure III.4 (pour  $\alpha=1$ ) ou utiliser la relation empirique de Straub (1978) :

$$y_c ; \frac{1.01}{d_0^{0.265}} \left( \alpha \frac{Q^2}{g} \right)^{0.506} \quad (\text{III.20})$$



**Figure III.4** Détermination de la profondeur critique pour un canal circulaire.

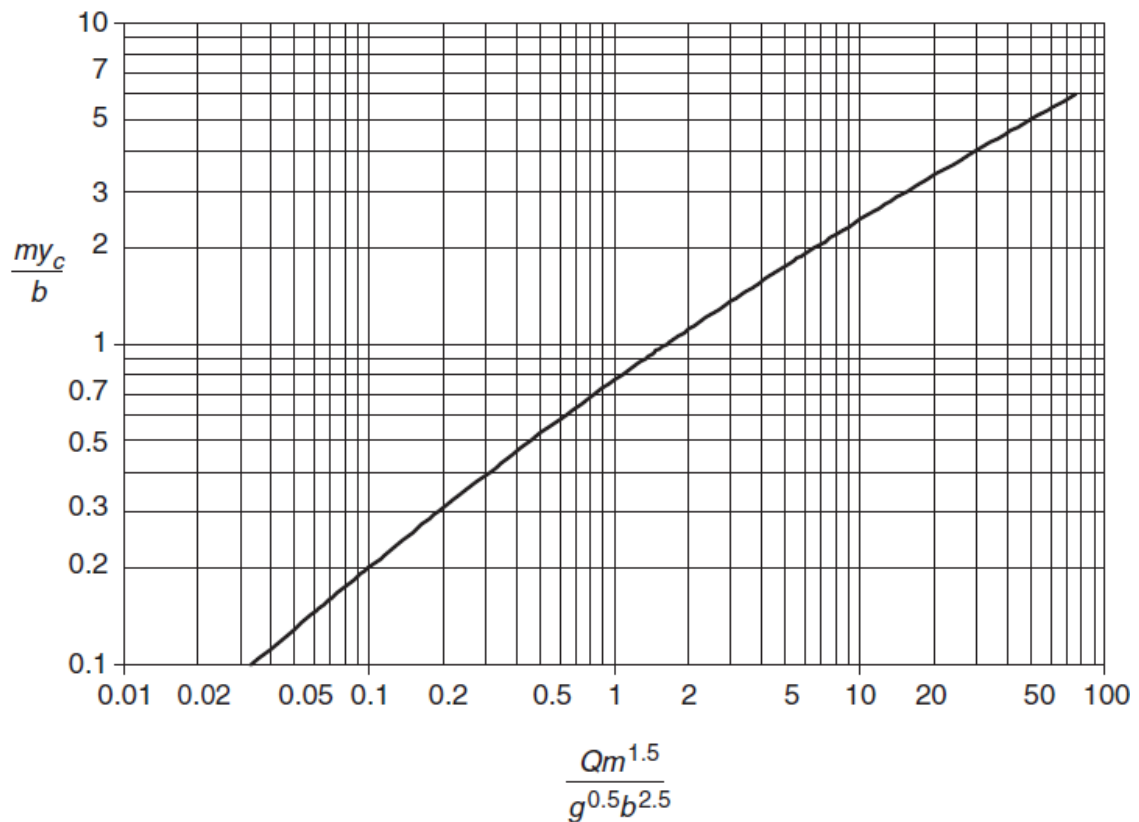
4) Pour un canal trapézoïdal ( $A=(b + my)y$  et  $T=b+ 2my$ )

$$\alpha \frac{Q^2}{g} \frac{T_c}{A_c^3} = 1 \Leftrightarrow \alpha \frac{Q^2}{g} \frac{b + 2my_c}{[(b + my_c)y_c]^3} = 1$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2 (b + 2my_c)}{g (b + my_c)^3}} \quad (\text{III.21})$$

$y_c$  ne peut être obtenue explicitement. On peut aussi se servir du graphe de la figure III.5 (pour  $\alpha=1$ ) ou utiliser la relation empirique suivante:

$$y_c \approx 0.81 \left( \frac{\alpha Q^2}{2gm^{0.75} b^{1.25}} \right)^{0.27} - \frac{b}{30m} \quad (\text{III.22})$$



**Figure III.5** Détermination de la profondeur critique pour un canal trapézoïdal.

### III.5 Equations de Saint-Venant

#### III.5.1 Équation de continuité

L'équation de continuité, qui est une des équations fondamentales de la mécanique des fluides, exprime le principe de conservation de la masse.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \pm q_l = 0 \quad (\text{III.23})$$

$q_l$  : débit supplémentaire par unité de longueur.

Si l'écoulement est permanent,  $\partial A / \partial t = 0$ , l'équation de continuité se réduit à:

$$\frac{dQ}{dx} = 0 \quad (\text{III.24})$$

#### III.5.2 Equation d'énergie ou de quantité de mouvement

L'équation de l'énergie est une expression du premier principe de la thermodynamique.

$$\left[ \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} \right] S_0 = -S_f \quad (\text{III.22})$$

→ Permanent, uniforme

→ Permanent, non uniforme

→ Non permanent, non uniforme

où  $S_f = h_e / dx$  est la pente énergétique ou de frottement.

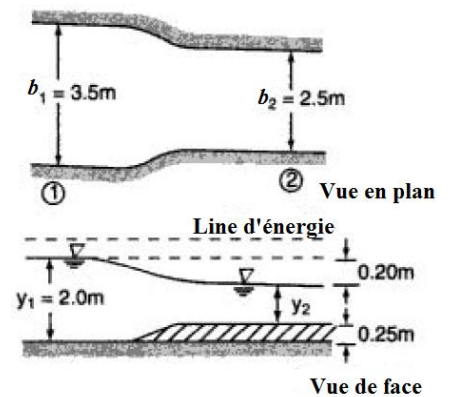
$h_e$  : est la perte de charge

et  $S_0 = -dz/dx$  est la pente du fond.

**Exercices :****Exercice 1**

On considère un canal horizontal de section droite rectangulaire de largeur  $b_1=3.5$  m. Ce canal comporte un rétrécissement au bout duquel la largeur devient  $b_2=2.5$  m et le fond du canal est relevé par 0.25 m à la sortie. La profondeur d'écoulement en amont est  $y_1=2.0$  m et la différence entre les profondeurs amont et aval est 0.20 m. Les coefficients d'énergie cinétique sont  $\alpha_1=1.15$  et  $\alpha_2=1$ . Calculer le débit si :

- La perte de charge est négligeable ;
- La perte de charge est estimée à 1/10 de l'énergie cinétique amont

**Exercice 2**

Calculez le débit  $Q$  correspondant à une profondeur critique de  $y_c=0,981$  m dans un canal rectangulaire de largeur  $b=3,048$  m.

**Exercice 3**

Un canal rectangulaire de 2.5 m de largeur a une énergie spécifique de 1.5 m lorsque le débit transporté est de  $6.48 \text{ m}^3/\text{s}$ . Calculer les profondeurs et les nombres de Froude correspondants.

**Exercice 4**

Calculer l'énergie spécifique que possède l'eau d'un canal rectangulaire de 3,05 m de large qui s'écoule sur 0,914 m de profondeur avec un débit de  $6,23 \text{ m}^3/\text{s}$ .

**Exercice 5**

Calculer la profondeur critique et la valeur de l'énergie spécifique correspondantes au débit  $Q=5 \text{ m}^3/\text{s}$  dans les canaux suivants :

- Canal rectangulaire,  $b=2.0\text{m}$
- Canal triangulaire,  $m=0.5$
- Canal trapézoïdal,  $b=2.0$  m et  $m=1.5$
- Canal circulaire,  $d_0=2.0\text{m}$

**Exercice 6**

Un canal trapézoïdal avec  $b=4.0$  m et  $m=1.5$  transporte un certain débit,  $Q$ .

- Calculer le débit évacué par ce canal, si la profondeur critique est  $y_c=1.70$ .
- Calculer le nombre de Froude, si la profondeur correspondant à ce débit est  $y=2.5\text{m}$ .

**Exercice 7**

Calculer la largeur du fond d'un canal nécessaire pour évacuer un débit  $Q=15 \text{ m}^3/\text{s}$  dont la profondeur critique est  $y_c=1.2\text{m}$  si la section du canal est :

- Rectangulaire
- Trapézoïdale avec  $m=1.5$

**Exercice 8**

Dans un canal trapézoïdal de largeur de fond  $b=3,6$  m et  $m=2$ , lorsque le débit est fixé à  $Q=16,7\text{m}^3/\text{s}$  Calculez:

- a) la profondeur critique  $y_c$ ,
- b) la vitesse critique  $V_c$ ,

**Exercice 9**

Calculer la profondeur critique correspondante à l'énergie spécifique,  $E_s = 1.5$  m dans un canal de section

- a) Rectangulaire avec  $b=2.0\text{m}$
- b) Triangulaire avec  $m=1.5$
- c) Trapézoïdal avec  $b=2.0$  m et  $m=1$
- d) Circulaire avec  $d_0=1.50$  m

**Exercice 10**

Lors de la mesure du débit dans un canal rectangulaire, il a été constaté que la profondeur d'eau augmente à un taux de  $0,10$  m/h. Si le débit à cette section était de  $25\text{ m}^3/\text{s}$  et la largeur à la surface de la rivière était  $20$  m, estimer le débit à une section de  $1$  km en amont.



# ***CHAPITRE IV***

*Mouvement graduellement varie*

## Chapitre 4 : Mouvement graduellement varié

### IV.1 Généralités et hypothèses

Le mouvement graduellement varié (MGV) désigne un écoulement à surface libre dont la profondeur varie lentement le long du canal ou de la rivière. Il est observé dans des conditions où l'écoulement est permanent, les variations de la géométrie du lit et du profil de la surface libre se faisant de façon progressive.

#### IV.1.1 Hypothèses principales :

- L'écoulement est permanent.
- Le fluide est incompressible et homogène.
- La pente du lit est faible.
- La profondeur varie progressivement (pas de discontinuité hydraulique).
- Les forces principales sont : le poids de l'eau, la résistance au frottement, la poussée hydrostatique.
- L'effet de la tension superficielle et de la viscosité est négligé.

### IV.2 Equation différentielle du mouvement graduellement varié

#### IV.2.1 Équation de la surface libre

L'équation de la charge :

$$E = \alpha \frac{V^2}{2g} + y + z \quad (\text{IV.1})$$

Par dérivation par rapport à  $x$  ( $V=Q/A$ )

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\alpha Q^2}{2g} \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{A^2} \right) + \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} \quad (\text{IV.2})$$

Par définition  $\frac{dz}{dx} = -S_0$ ,  $\frac{dE}{dx} = -S_f$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{A^2} \right) = \frac{d}{dA} \left( \frac{1}{A^2} \right) \frac{dA}{dx} = \frac{d}{dA} \left( \frac{1}{A^2} \right) \frac{dA}{dy} \frac{dy}{dx} = \frac{-2A}{A^4} T \frac{dy}{dx} = \frac{-2T}{A^3} \frac{dy}{dx}$$

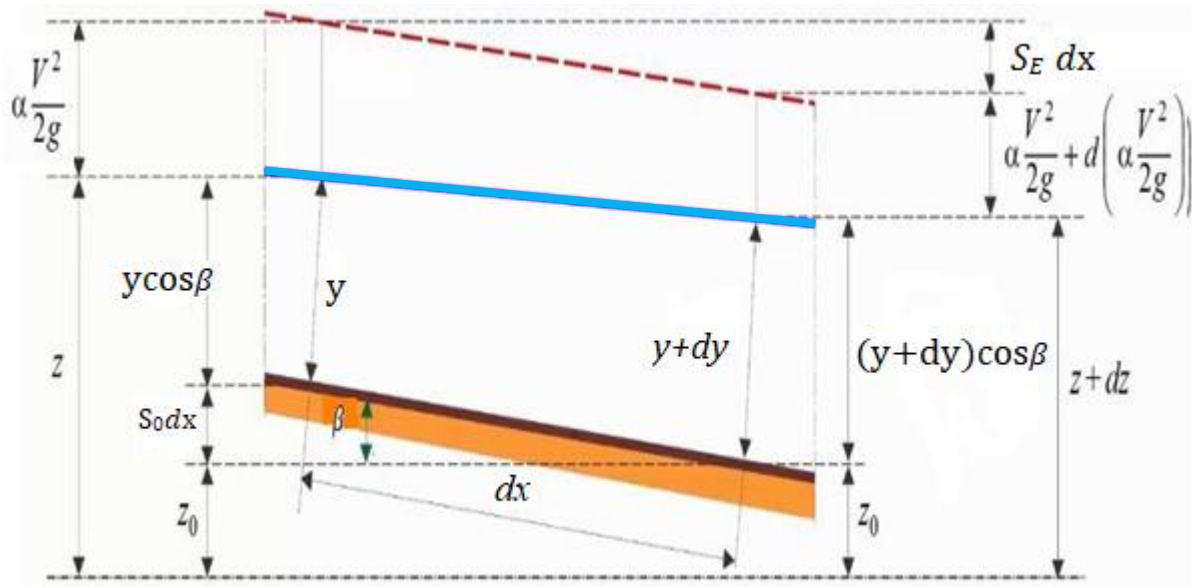
Avec  $dA/dy=T$

$$\begin{aligned} (\text{IV.2}) \Rightarrow -S_f &= \left( 1 - \frac{\alpha Q^2}{2g} \frac{2T}{A^3} \right) \frac{dy}{dx} - S_0 \\ \Rightarrow -S_f &= \left( 1 - \frac{\alpha T Q^2}{g A^3} \right) \frac{dy}{dx} - S_0 \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

On a :

$$\frac{\alpha T Q^2}{g A^3} = \frac{(Q/A)^2}{g A / (\alpha T)} = \frac{V^2}{\frac{1}{\alpha} g D} = F_r^2$$

$$(IV.3) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2} \quad (IV.4)$$



**Figure IV.1** Écoulement non permanent graduellement varié

Voici quelques remarques intéressantes concernant l'éq. (IV.4):

1) La dérivée s'annule,  $dy/dx = 0$ , si  $S_0 = S_f \Rightarrow$  L'écoulement est uniforme.

- Pour  $dy/dx = 0$ , la profondeur d'eau reste constante,
- Pour  $dy/dx > 0$ , la profondeur d'eau augmente et
- Pour  $dy/dx < 0$ , la profondeur d'eau diminue.

2) La dérivée devient infini,  $dy/dx = \infty$ , si  $F_r = 1 \Rightarrow y = y_c \Rightarrow$  L'écoulement est critique.

L'équation de Manning pour un écoulement non-uniforme est :

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_f^{1/2} \Rightarrow S_f^{1/2} = \frac{nV}{R_h^{2/3}}$$

$$\Rightarrow S_f = \frac{n^2 V^2}{R_h^{4/3}} \quad (IV.5)$$

on à

$$F_r^2 = \frac{V^2}{\frac{1}{\alpha} g D} \Rightarrow V^2 = \frac{1}{\alpha} g D F_r^2$$

$$(IV.5) \Rightarrow S_f = \frac{n^2}{R_h^{4/3}} \frac{1}{\alpha} g D F_r^2 \quad (IV.6)$$

Pour un écoulement critique  $F_r=1$  et  $S_f=S_c$

$$S_c = \frac{n^2}{R_h^{4/3}} \frac{1}{\alpha} g D$$

$$(IV.6) \Rightarrow S_f = S_c F_r^2 \quad (IV.7)$$

nous avons aussi  $S_w = dy/dx$

$$(IV.4) \Rightarrow S_w = \frac{S_0 - S_c F_r^2}{1 - F_r^2} \quad (IV.8)$$

$$(IV.8) \Rightarrow S_w - S_w F_r^2 = S_0 - S_c F_r^2$$

$$\Rightarrow F_r^2 = \frac{S_0 - S_w}{S_c - S_w} \quad (IV.9)$$

du fait que  $F_r^2 \geq 0$ , l'éq. (IV.9) doit satisfaire les inégalités suivantes:

$$S_0 \geq S_w \leq S_c$$

ou

$$S_0 \leq S_w \geq S_c$$

Donc la valeur de  $S_w$  se situe en dehors de l'intervalle limité par  $S_0$  et  $S_c$ .

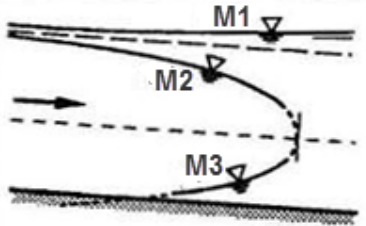
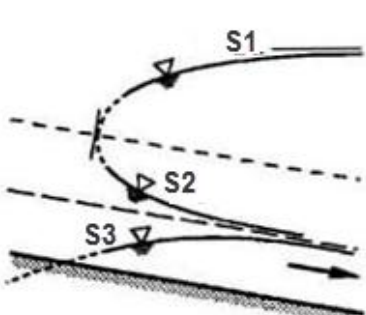
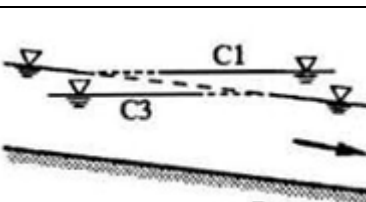
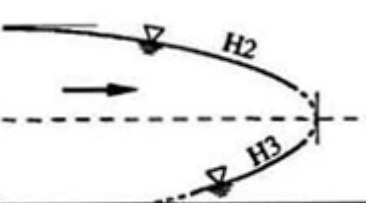
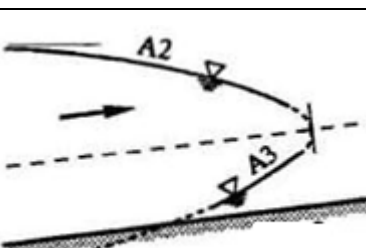
de plus l'éq. (IV.8) peut être exprimée alternativement par :




$$\frac{S_w}{S_c} = \frac{(S_0/S_c) - F_r^2}{1 - F_r^2} \quad (IV.10)$$

L'équation (IV.10) est l'équation de l'écoulement graduellement varié en terme de  $S_0$ ,  $S_c$  et  $F_r$ .  $S_0$  peut être positive (faible, forte ou critique), nulle ou négative. Tandis que  $F_r$  et  $S_c$  sont toujours positives. La classification des courbes de la ligne d'eau s'organise donc autour de la pente de fond,  $S_0$  (voir tableau).

**Tableau IV.1** Classification des courbes de la ligne d'eau en fonction de  $Fr$

Si $F_r < 1$ ( $y > y_c$ ): l'écoulement est fluvial	$F_r^2 < \frac{S_0}{S_c}$ ( $y > y_n$ ): L'écoulement est subnormal
Si $F_r = 1$ ( $y = y_c$ ): l'écoulement est critique	
Si $F_r > 1$ ( $y < y_c$ ): l'écoulement est torrentiel	$F_r^2 > \frac{S_0}{S_c}$ ( $y < y_n$ ): L'écoulement est supernormal

$S_0 > 0$	$S_0 < S_c$ canaux à pente <i>faible</i> : $M$	
	$S_0 > S_c$ canaux à pente <i>forte</i> : $S$	
	$S_0 = S_c$ canaux à pente <i>critique</i> : $C$	
$S_0 = 0$	Canaux à pente <i>zéro</i> $H$	
$S_0 < 0$	Canaux à <i>contre-pente</i> $A$	

 surface d'eau ;  profondeur normale ;  profondeur critique

**Figure IV.2** Types de pentes des canaux

En utilisant l'éq. IV.10, les combinaisons suivantes des profils d'écoulements graduellement variés sont possibles:

- TYPE 1: Fluvial/Subnormal
  - Forte: S1
  - Critique: C1
  - Faible: M1
- TYPE 2A: Torrentiel/Subnormal
  - Forte: S2
- TYPE 2B: Fluvial/Supernormal
  - Faible: M2
  - Horizontale: H2
  - Opposée: A2
- TYPE 3: Torrentiel/Supernormal
  - Forte: S3
  - Critique: C3
  - Faible: M3
  - Horizontale: H3
  - Opposée: A3

## IV.2.2 Canaux à pente faible

### a) Branche M1

$$y > y_n > y_c ; Fr < 1 ; dy/dx \text{ est positif.}$$

La courbe vient de l'amont, se raccordant asymptotiquement à la profondeur normale,  $y_n$ , pour tendre vers l'aval, en croissant vers une tangente horizontale.

On rencontre la branche M1, par exemple :

- en amont d'un barrage,
- en amont des piles d'un pont.
- dans certains changements brusques de pente.

Cette branche, qu'on rencontre très fréquemment, est la courbe de remous (d'exhaussement).

### b) Branche M2

$$y_n > y > y_c ; F < 1 ; dy/dx \text{ est négatif.}$$

En amont, la courbe se raccorde asymptotiquement à la profondeur normale,  $y_n$ , pour tendre vers l'aval en décroissant perpendiculairement vers la profondeur critique,  $y_c$ .

La branche M2 se rencontre, par exemple :

- en amont d'une augmentation de pente,
- en amont d'une chute brusque.

### c) Branche M3

$$y_n > y_c > y ; F > 1 ; dy/dx \text{ est positif.}$$

La courbe vient de l'amont en augmentant, pour tendre en aval vers la profondeur critique,  $y_c$ , qu'elle atteint perpendiculairement en formant un ressaut hydraulique.

La branche M3 se rencontre, par exemple :

- lors d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal à pente faible,
- dans certains changements de pente.

Cette branche est souvent prolongée par un ressaut hydraulique.

### IV.2.3 Canaux à pente forte

#### a) Branche S1

$$y > y_c > y_n ; F < 1 ; dy/dx \text{ est positif.}$$

La courbe prend naissance à la profondeur critique,  $y_c$ , orthogonalement et se termine en croissant, tangentielllement à une horizontale.

La branche S1 se rencontre, par exemple :

- en amont (au remous) d'un barrage,
- dans certains changements de pente.

Cette branche est souvent précédée d'un ressaut hydraulique.

#### b) Branche S2 :

$$y_c > y > y_n ; F > 1 ; dy/dx \text{ est négatif.}$$

La courbe correspond à un régime de transition entre la profondeur critique et un écoulement uniforme.

La branche S2 se rencontre, par exemple :

- en aval d'une augmentation brusque de pente,
- dans l'élargissement de la section.

#### c) Branche S3 :

$$y_c > y_n > y ; F > 1 ; dy/dx \text{ est positif.}$$

La courbe correspond à un régime transitoire entre un écoulement à grande vitesse et un écoulement normal, vers lequel il tend asymptotiquement.

La branche S3 se rencontre, par exemple :

- dans un écoulement sous une vanne dénoyée débouchant dans un canal à forte pente,
- lorsque la pente diminue brusquement tout en restant supérieure à la pente critique.

### IV.2.4 Canaux à pente critique

Pour  $S_0 = S_c$  et  $y_n = y_c$ , l'équation différentielle, éq. (5) devient :

$$dy/dx = S_0$$

La courbe représentative est donc horizontale.

#### a) Branche C1

$$y > y_n (\equiv y_c) ; Fr < 1 ; dy/dx \text{ est positif.}$$

La courbe est horizontale.

La branche C1 se rencontre, par exemple :

- à un changement de pente séparant le passage de la pente critique à une pente moindre.
- au raccordement d'un canal à pente critique à un réservoir.

**b) Branche C3**

$$y < y_n (\equiv y_c); Fr > 1; dy/dx \text{ est positif.}$$

La courbe est aussi horizontale.

La branche C3 se rencontre, par exemple:

- lors d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal à pente critique.
- lors d'une réduction de pente aboutissant à la pente critique.

**IV.2.5 Canaux horizontaux**

Ici il n'y a pas de profondeur normale,  $y_n$ , puisqu'elle devient infinie si la pente de fond est nulle.

La courbe comporte les deux branches H2 et H3, qui sont les limites des branches M2 et M3 lorsque la pente du canal tend progressivement vers zéro.

La branche H2 se rencontre, par exemple: à une chute brusque.

La branche H3 se rencontre, par exemple: lors d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal horizontal.

**IV.2.6 Canaux à contre-pente**

Il n'y a pas de profondeur normale,  $y_n$ , puisque aucun écoulement uniforme n'est possible.

La courbe est d'allure parabolique, comportant les deux branches, A2 et A3.

La branche A2 se rencontre, par exemple, dans un changement brusque de pente.

La branche A3 se rencontre, par exemple, à une vanne dont l'ouverture est inférieure à la profondeur critique.



**Tableau IV.2** Classification des courbes de la ligne d'eau en fonction des Pentes

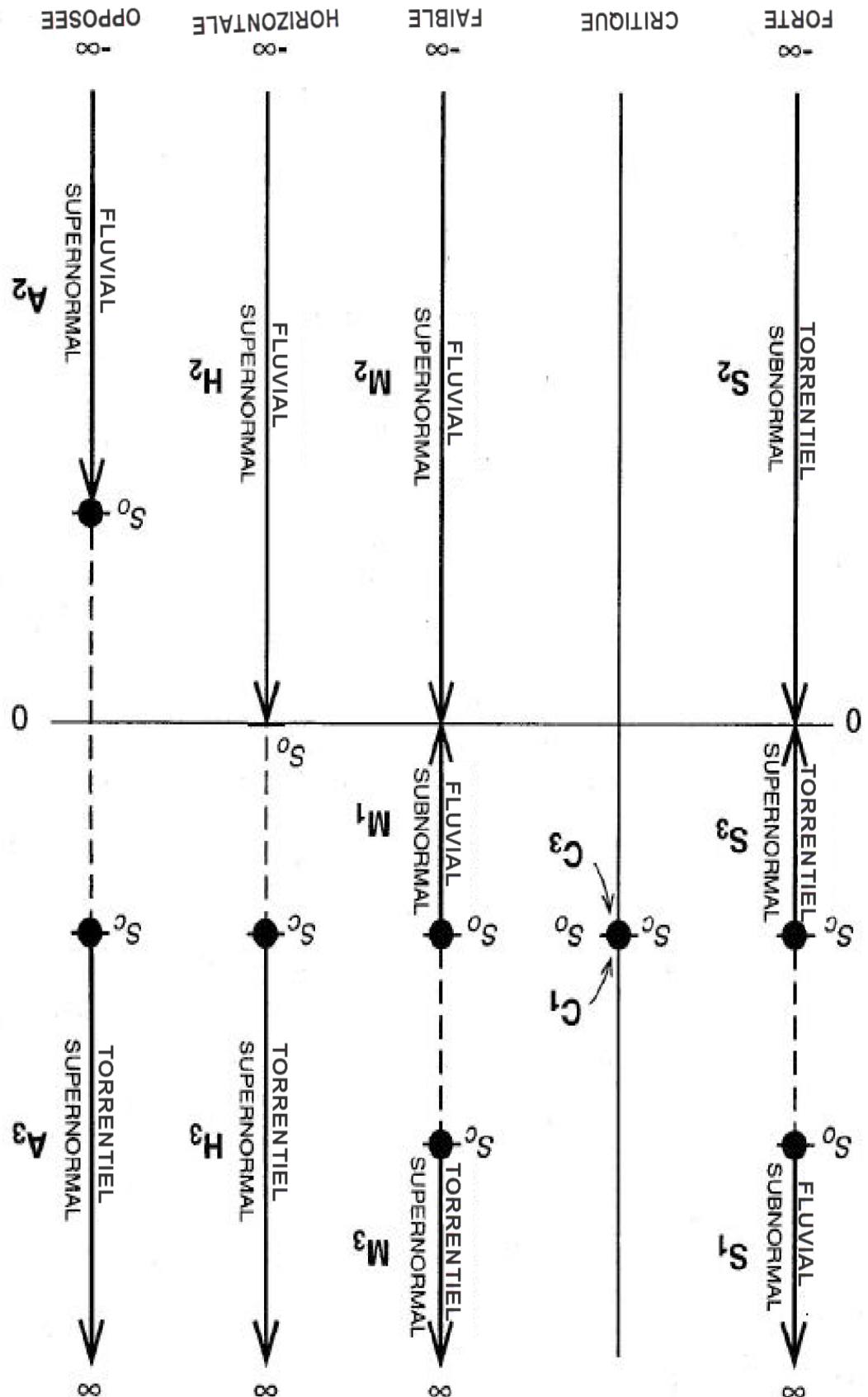
$\frac{S_w}{S_c} = \frac{(S_0/S_c) - F_r^2}{1 - F_r^2}$							
L'équation de base:							
N°	$S_y/S_c$	$S_0/S_c$	Pente	Relations entre les profondeurs	S <sub>w</sub> varie		Type
					de	à	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
<b>1. Écoulement Fluvial/Subnormal<sup>1</sup>: <math>1 &gt; Fr^2 &lt; S_0/S_c</math></b>							
1	+	>1	Forte	$y > y_c > y_n$	$S_0$	$\infty$	S1
2	+	=1	Critique	$y > y_c = y_n$	$S_0 = S_c$	$S_0 = S_c$	C1
3	+	$\in ]0,1[$	Faible	$y > y_n > y_c$	$S_0$	0	M1
<b>2A. Écoulement Torrentiel/subnormal<sup>2</sup>: <math>1 &lt; Fr^2 &lt; S_0/S_c</math></b>							
4	-	>1	Forte	$y_c > y > y_n$	$-\infty$	0	S2
<b>2B. Écoulement Fluvial /Supernormal<sup>3</sup>: <math>1 &gt; Fr^2 &gt; S_0/S_c</math></b>							
5	-	$\in ]0,1[$	Faible	$y_n > y > y_c$	$-\infty$	0	M2
6	-	=0	Horizontale	$y > y_c ; y_n \rightarrow \infty$	$-\infty$	$S_0 = 0$	H2
7	-	<0	Opposée	$y > y_c ; y_n \rightarrow \infty$	$-\infty$	$S_0 < 0$	A2
<b>3. Écoulement Torrentiel /SUPERNORMAL<sup>4</sup>: <math>1 &lt; Fr^2 &gt; S_0/S_c</math></b>							
8	+	>1	Forte	$y_c > y_n > y$	$S_c$	0	S3
9	+	=1	Critique	$y_c = y_n > y$	$S_0 = S_c$	$S_0 = S_c$	C3
10	+	$\in ]0,1[$	Faible	$y_n > y_c > y$	$S_c$	$\infty$	M3
11	+	=0	Horizontale	$y_c > y ; y_n \rightarrow \infty$	$S_c$	$\infty$	H3
12	+	<0	Opposée	$y_c > y ; y_n \rightarrow \infty$	$S_c$	$\infty$	A3

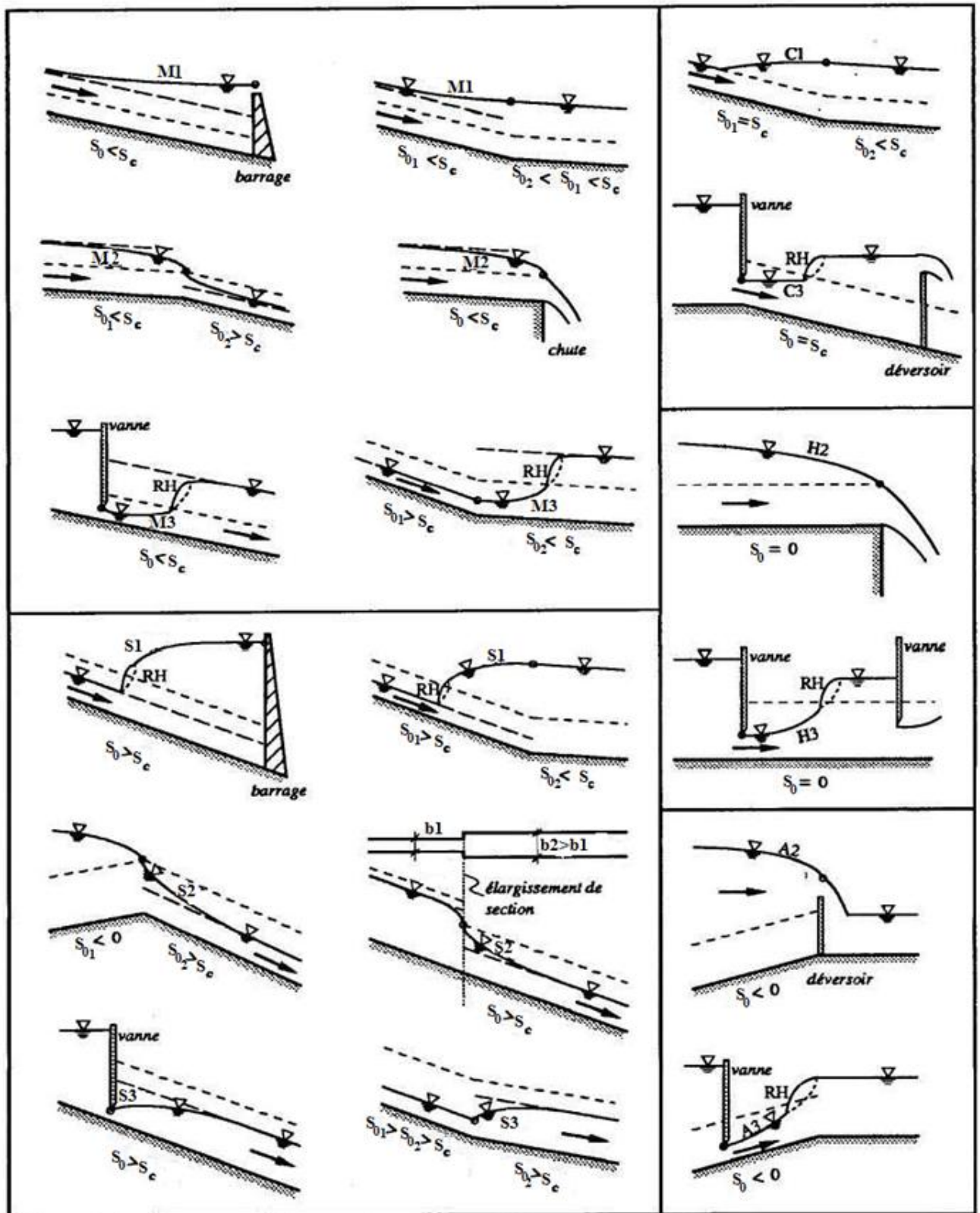
<sup>1</sup> Étant donné que  $S_0/S_c > Fr^2 > 0$ , il n'est pas possible de voir, en écoulement fluvial / Subnormal, des profils à pente horizontale ou opposée.

<sup>2</sup> Étant donné que  $S_0/S_c > 1$ , il n'est pas possible de voir, en écoulement torrentiel / Subnormal, des profils à pente critique, faible, horizontale ou opposée.

<sup>3</sup> Étant donné que  $S_0/S_c < 1$ , il n'est pas possible de voir, en écoulement fluvial / supernoraml, des profils à pente critique ou forte.

<sup>4</sup> Étant donné que  $S_0/S_c$  n'est pas limité, il est possible de voir, en écoulement torrentiel / supernoraml, les cinq profils.





Quelques exemples d'écoulement.

○ section de contrôle ; RH ressaut hydraulique

— surface d'eau ; — — — profondeur normale ; - - - - - profondeur critique

Figure IV.3 Quelques exemples d'écoulement

## Exercices

### Exercice 1

Cocher la bonne réponse

- a- Pour une ligne d'eau de type M1, d'où vient l'information ?
- ☐ De l'amont et de l'aval
  - ☐ De l'aval uniquement
  - ☐ De l'amont uniquement.

Pour une ligne d'eau de type S3, comment se situe la profondeur  $y$  par rapport à la profondeur critique  $y_c$  et à la profondeur uniforme  $y_n$  ?

- ☐  $y_c < y_n < y$
- ☐  $y_c < y < y_n$
- ☐  $y < y_n < y_c$
- ☐  $y_c < y < y_n$
- ☐  $y_n < y_c < y$

### Exercice 2

Un canal trapézoïdal de largeur du fond  $b = 2$  m avec une rugosité  $K_s = 60$  et un fruit des talus  $m = 1$ , véhicule du débit  $Q = 8$  m<sup>3</sup>/s sous une pente  $S = 5 \cdot 10^{-4}$ . La mesure de la profondeur d'eau dans une section  $x_0$  donne  $y_0 = 1,8$  m. De quel type de courbe de remous s'agit-il ?

### Exercice 3

Dans un canal trapézoïdal, de largeur au fond  $b = 6$  m et de fruit de berges  $m = 1$ , s'écoule un débit  $Q = 3$  m<sup>3</sup>/s. La pente du radier est estimée à 0,25 ‰ et la rugosité  $K = 60$ . La profondeur d'eau à une station  $x = 0$  est déterminée par un seuil et égale à  $h_0 = 0,40$  m.

Donner l'allure de la courbe de remous

### Exercice 4

Un canal de section trapézoïdale doit évacuer un débit de  $Q = 1,42$  m<sup>3</sup>/s sur une pente longitudinale  $S = 0,0028$ . On suppose que la largeur du canal est égale à deux fois la profondeur d'écoulement. Le coefficient de rugosité de Manning est  $n = 0,017$ .

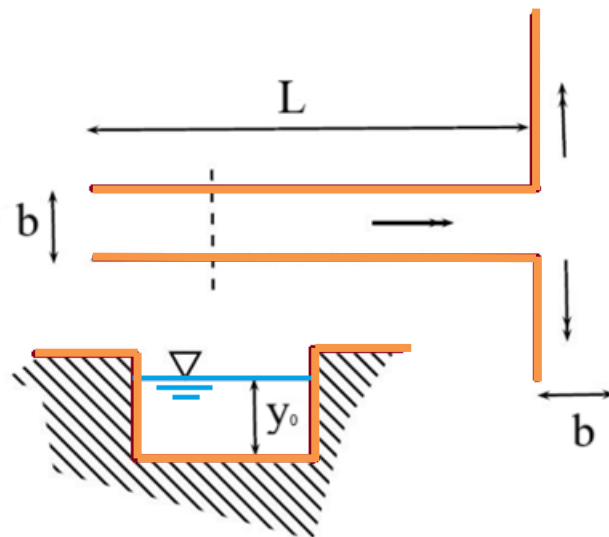
1. Déterminer les dimensions de la section transversale du canal (largeur et profondeur).
2. Identifier la nature de l'écoulement.

### Exercice 5

Un canal principal à section rectangulaire de largeur  $b = 5$  m et de longueur  $L = 1000$  m a une pente  $1/1000$ . Le débit  $Q$  est de  $10$  m<sup>3</sup>/s ; la hauteur d'eau est  $y = 3,1$  m dans la partie du bief où la hauteur

est uniforme. Ce canal débouche ensuite sur deux canaux secondaires de même section et de pente  $S = 1\%$  (voir Figure).

1. En supposant que la résistance du lit peut être d'écrite à l'aide d'une formule de Keulegan, déterminer la rugosité  $k_s$  du lit. Pour les applications numériques, on prendra  $\kappa = 0.41$ . Est-ce que cette valeur vous semble plausible ?
2. Répondre à la même question en prenant une relation de Manning-Stricker : que vaut  $K$  ?
3. Quel est le débit  $Q_1$  si la hauteur est montée jusqu'à un niveau de  $y_1 = 4.5$  m ? On répondra en utilisant la formule de Manning-Strickler.
4. Calculer le nombre de Froude  $Fr$  et le nombre de Reynolds pour le canal principal lorsque le débit vaut  $Q_1$ . Caractériser le régime d'écoulement. On utilisera la formule de Manning-Strickler.
5. Quelle est la hauteur d'eau dans les canaux secondaires pour un régime permanent uniforme lorsque la hauteur vaut  $y_1$  dans le canal principal ? On négligera le coefficient de perte de charge singulière au niveau de la séparation en T des canaux et on se servira de la formule de Manning-Strickler pour calculer la résistance.
6. Que vaut la hauteur critique  $y_c$  dans un canal secondaire ?
7. Quelle est la forme de la surface libre ? La tracer qualitativement en plaçant les éléments remarquables.



# ***CHAPITRE V***

---

*Mouvement brusquement varié (le ressaut hydraulique)*

## Chapitre 5 : Mouvement brusquement varié (le ressaut hydraulique)

### V.1 Définition

Le mouvement brusquement varié désigne un changement rapide et localisé de la profondeur d'eau dans un écoulement à surface libre. Le cas typique est le ressaut hydraulique, qui se produit lorsqu'un écoulement supercritique rencontre une zone où il est contraint de devenir subcritique, entraînant une élévation brusque de la surface libre et une dissipation importante d'énergie. Autrement dit : Le **ressaut hydraulique** désigne une transition brutale d'un écoulement supercritique (Torrentiel) à un écoulement subcritique (Fluvial) dans un canal ou un cours d'eau. Ce phénomène est caractérisé par une chute rapide de la vitesse de l'eau, une augmentation de la profondeur et une perte d'énergie importante. Le ressaut est souvent observé après un rétrécissement ou une chute de la pente du canal.

#### V.1.1 Caractéristiques du ressaut hydraulique :

- L'eau passe d'un état supercritique (haute vitesse, faible profondeur) à un état subcritique (vitesse réduite, profondeur augmentée).
- Il se produit souvent dans les sections de canaux où l'énergie est soudainement dissipée, comme après une marche de seuil ou une diminution brutale de la pente.
- Un ressaut hydraulique est une zone de grande turbulence et de dissipation d'énergie.

### V.2 Ressaut hydraulique classique

Le **ressaut hydraulique classique** est celui qui se produit sous forme d'une transition abrupte entre un écoulement supercritique et subcritique, souvent dans des conditions idéales (pente uniforme, section de canal régulière). Ce type de ressaut est fréquemment observé après une chute d'eau, où la vitesse de l'eau est rapidement réduite en passant d'une pente forte à une pente moins raide.

- **Caractéristiques spécifiques du ressaut classique :**
  - Une réduction rapide de la vitesse de l'eau.
  - Une augmentation importante de la profondeur.
  - Une dissipation d'énergie qui crée un phénomène turbulent.

### V.3 Classification du ressaut

Les ressauts hydrauliques peuvent être classés selon plusieurs critères, notamment leur **forme**, leur **intensité** et leur **emplacement**.

#### V.3.1 Classification selon la forme :

- **Ressaut en forme de vague :** L'eau s'élève brusquement à une certaine hauteur puis redescend de manière rapide, formant une "vague" en surface.

- **Ressaut en forme de cuvette** : L'eau se propulse vers le bas avant de remonter, créant une sorte de cuvette.

### V.3.2 Classification selon l'intensité :

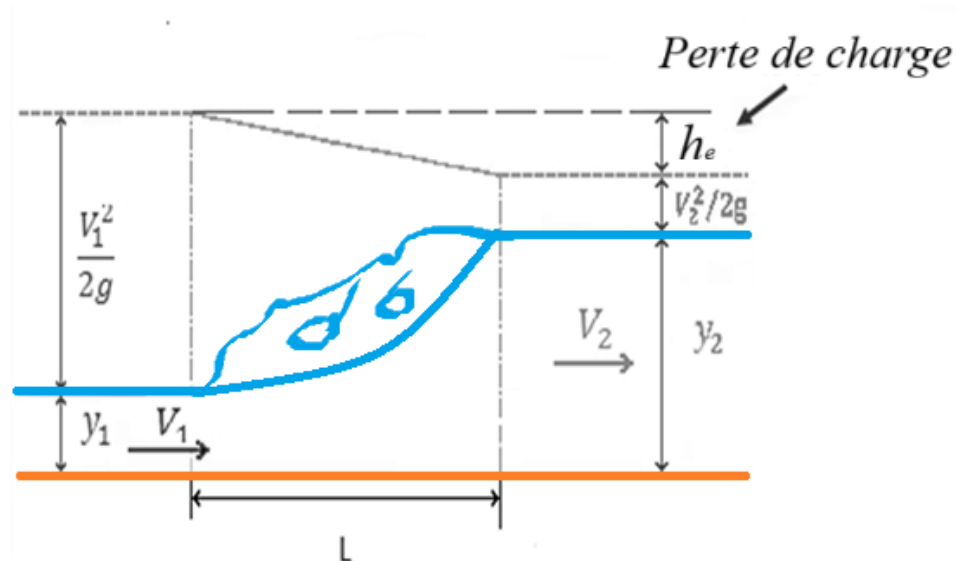
- **Ressaut faible** : L'intensité du ressaut est faible, avec une faible dissipation d'énergie.
- **Ressaut fort** : L'intensité du ressaut est élevée, avec une turbulence importante et une grande dissipation d'énergie.

### V.4 Profondeurs conjuguées

Les **profondeurs conjuguées** ( $Y_1$ ,  $Y_2$ ) sont les profondeurs correspondantes de l'écoulement avant et après un ressaut hydraulique.

- **Avant le ressaut** (état supercritique) : L'eau a une faible profondeur et une grande vitesse.
- **Après le ressaut** (état subcritique) : La vitesse diminue, et la profondeur augmente.

Les profondeurs conjuguées sont reliées par le principe de conservation du débit et de l'énergie. La relation entre ces profondeurs peut être obtenue à partir de la formule de **Bernoulli** et de l'équation de l'énergie spécifique.



**Figure V.1** Ressaut hydraulique



### V.5 Formule de Lagrange

Lorsqu'un écoulement torrentiel «rencontre» un écoulement fluvial, la jonction se fait avec une forte discontinuité du tirant d'eau, et une importante agitation qui dissipe une grande part de l'énergie acquise dans le tronçon torrentiel. L'observation montre de grands tourbillons, des remous ainsi que de nombreuses bulles d'air entraînées. Cette zone agitée est baptisée ressaut hydraulique.

En supposant les parois fixes, on démontre que :

$$y_2/y_1 = (1/2) * (\sqrt{(1 + 8Fr_1^2)} - 1) \quad (V.1)$$

où  $Fr_1$  est le nombre de Froude amont :  $Fr_1 = V_1 / \sqrt{(g y_1)}$

$y_1$  et  $y_2$  sont respectivement les hauteurs avant et après le ressaut.

On arriverait de même à :

$$y_1 = -\frac{y_2}{2} + y_2 \frac{\sqrt{(1 + 8Fr_2^2)}}{2} \quad (V.2)$$

$y_1$  et  $y_2$  sont appelés tirants d'eau conjugués

La perte de charge dans le ressaut est :

$$\Delta H = \left( \frac{y_2 - y_1}{4y_2 y_1} \right)^3 \quad (V.3)$$

Ces différentes formules sont intégrées dans l'abaque de la figure V.2

### V.6 Célérité de l'onde et vitesse critique

La célérité  $c$  d'une onde de surface dans un canal est donnée par :  $c = \sqrt{(g y)}$ . La vitesse critique correspond à la condition  $Fr = 1$ , c'est-à-dire lorsque l'énergie spécifique est minimale. Elle permet de distinguer les régimes supercritique ( $Fr > 1$ ) et subcritique ( $Fr < 1$ ).

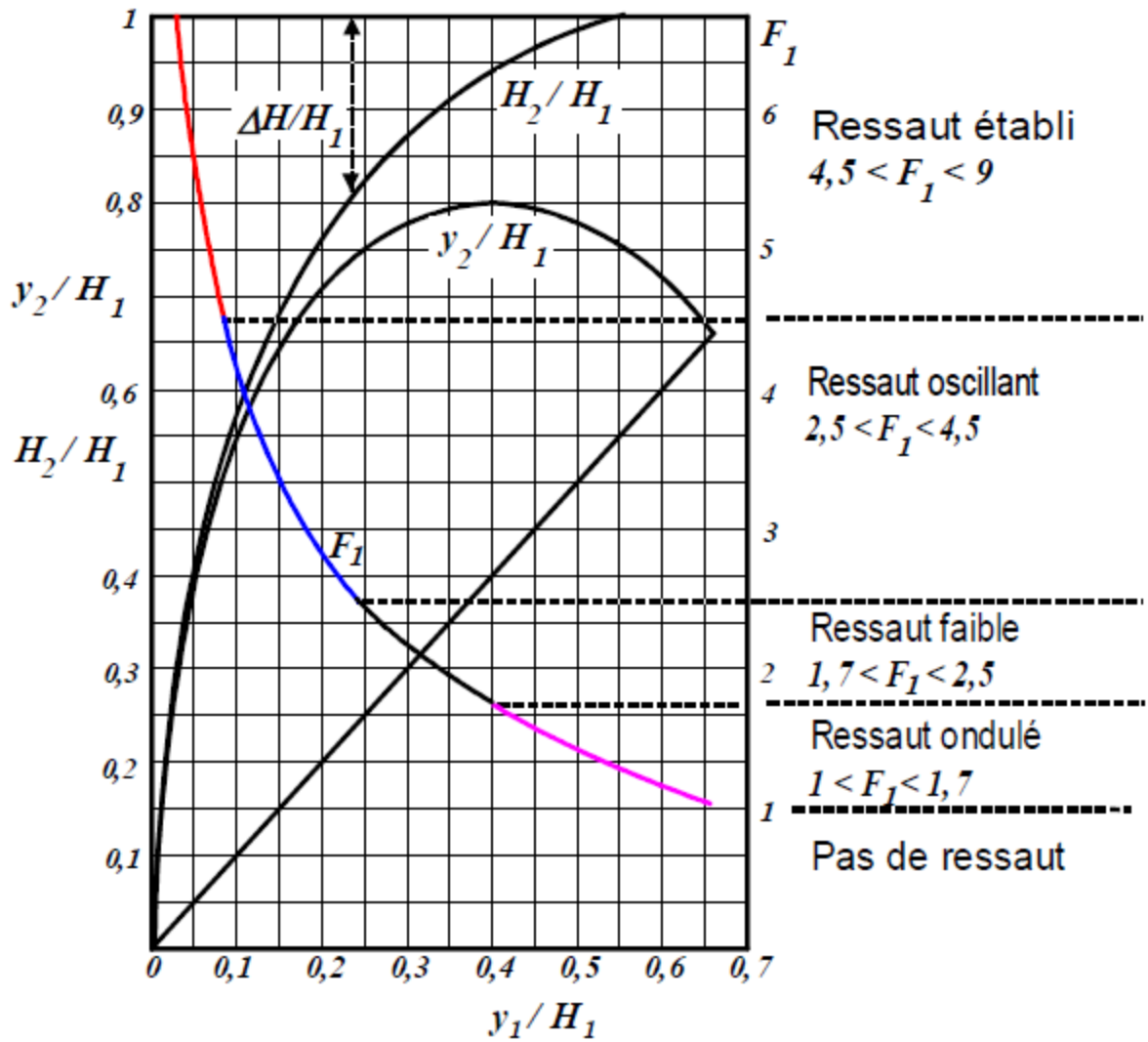
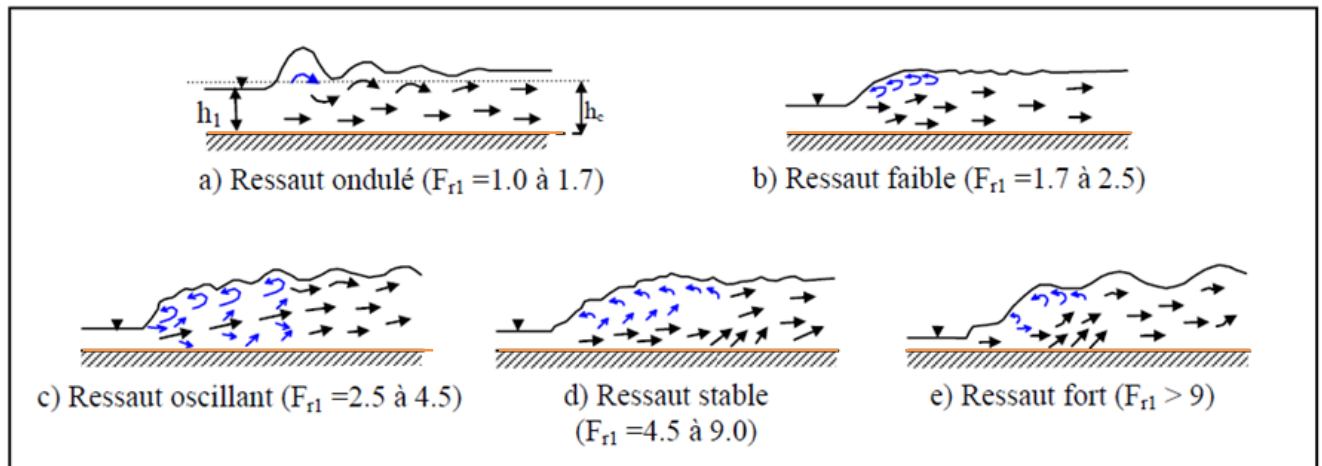


Figure V.2 Détermination des caractéristiques du ressaut

## V.7 Typologie du ressaut

Selon la classification de **Chow (1959)** on distingue Cinq formes de ressaut (Figure V.3) :

- Le ressaut ondulé est obtenu pour des nombres de Froude inférieurs à 1,7. Seules quelques légères rides sont observées en surface.
- Pour des valeurs de  $1,7 < F_1 < 2,5$ , on constate le même phénomène, mais plus accentué, dans ce cas se produisent déjà de petits tourbillons superficiels. Jusqu'à ces valeurs de  $F_1$ , la surface libre est raisonnablement plane et la distribution des vitesses est régulière mais le rendement obtenu est très faible.
- Pour des valeurs de  $2,5 < F_1 < 4,5$  l'écoulement est pulsative; la plus grande turbulence se vérifie soit près de fond, ou à la surface : c'est le ressaut de oscillant.
- Pour des valeurs de  $4,5 < F_1 < 9$ , le ressaut est bien caractérisé et localisé. Ce type du ressaut est souvent adopté pour les bassins de dissipation d'énergie pour son bon rendement (45% et 70%) : c'est le ressaut stable.
- Pour des valeurs de  $F_1 > 9$ , on constate des masses d'eau qui roulent par-dessous, au début du ressaut, et tombent sur le circuit rapide d'amont, d'une manière intermittente, provoquant des nouvelles ondulations en aval et la surface libre du ressaut est irrégulière : c'est le ressaut agité ou Fort.



**Figure V.3** Typologie des ressauts suivant le nombre de Froude amont (Chow 1959)

## V.8 Calcul des hauteurs conjuguées et la longueur d'un ressaut

Le ressaut hydraulique stationnaire se manifeste comme une transition localisée entre un écoulement rapide et lent. Il est visible par une brusque montée de la surface libre, souvent accompagnée de turbulences. La longueur du ressaut hydraulique est définie comme la distance séparant son extrémité amont de la zone où l'essentiel de l'énergie a été dissipé, au point de ne plus

engendrer davantage d'érosion que l'écoulement fluvial en aval. Il convient toutefois de souligner le caractère approximatif de cette définition. L'abaque présenté à la figure 10 permet d'estimer cette longueur  $L_r$  en fonction du nombre de Froude à l'issue du tronçon torrentiel et du tirant d'eau fluvial en aval. D'après **Sinniger et Hager**, il est également possible d'utiliser la relation suivante :

$$\frac{L_r}{Y_2} = \frac{35\sqrt{Fr}}{8+Fr} \quad (V.4)$$

Valable pour un nombre de Froude  $Fr > 3$ , et qui donne des résultats comparables.

Lors de la conception du bassin de dissipation d'énergie associé au ressaut, il est essentiel de garder à l'esprit que l'écoulement en aval est indépendant du phénomène de ressaut. Ainsi, rien ne garantit que la ligne d'eau en aval corresponde exactement au tirant d'eau conjugué calculé. Si le tirant d'eau en aval est supérieur à ce tirant conjugué, on parle alors de ressaut submergé. Dans ce cas, la dissipation d'énergie requiert un espace plus important, comme le souligne **Lencastre (1963)** la longueur du ressaut submergé est :  $L_r = 4,9 y_{\text{aval}} + 1,2 y_2$

### V.8.1 Pertes de charge dans un ressaut

L'énergie est dissipée dans un ressaut hydraulique, ce qui entraîne une perte de charge :

$$\Delta E = E_1 - E_2 = (y_2 - y_1)^3 / (4 y_1 y_2) \quad (V.5)$$

avec  $E = y + V^2 / (2g)$  l'énergie spécifique.

Ces pertes sont recherchées dans les structures de dissipation d'énergie en aval des barrages ou des seuils.

Le ressaut hydraulique provoque une importante dissipation de l'énergie mécanique ou bien de l'énergie spécifique du courant ; pour définir les pertes de charge, on doit examiner le courant dans un canal prismatique à pente du fond  $S_0=0$ . On établit l'équation de Bernoulli pour les sections 1-1 et 2-2 par rapport au plan de comparaison 00 coïncidant avec le fond du canal.

$$y_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_e \quad (V.6)$$

Où  $h_e$  sont les pertes de charge dans le ressaut entre les sections 1-1 et 2-2 ;  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont les coefficients de Coriolis.

$$h_e = (y_2 - y_1) + \left( \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} - \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} \right) \quad (V.7)$$

La dernière formule permet de déterminer les pertes d'énergie dans le ressaut dans un lit prismatique de forme arbitraire de la section transversale, si on connaît  $y_1, y_2, V_1 = Q / S_1, V_2 = Q / S_2$ .

✓ Pour un lit rectangulaire  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$

$$h_e = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_2 y_1} \quad (\text{V.8})$$

### V.9 Rendement du ressaut

On définit le rendement comme le ratio de l'énergie potentielle reçue à l'énergie cinétique perdue, donc

$$\eta = \frac{(y_2 - y_1)}{\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}} = \frac{4y_2 y_1}{(y_2 + y_1)^2} \quad (\text{V.9})$$

Pour une forte différence de niveau,  $\eta$  est faible ; pour une faible différence  $\eta$  s'approche de l'unité.

### V.10 Positionnement du ressaut

Le positionnement du ressaut hydraulique revêt une importance particulière, car cette zone est caractérisée par une forte dissipation d'énergie, susceptible d'engendrer une érosion marquée des berges et du lit du cours d'eau. Théoriquement, un ressaut se forme à l'endroit où le tirant d'eau conjugué, calculé à partir du régime torrentiel amont, devient égal au tirant d'eau de l'écoulement fluvial aval. Toutefois, cette approche suppose implicitement une longueur de ressaut nulle, ce qui est irréaliste. En pratique, le ressaut présente une extension spatiale non négligeable, avec une longueur généralement comprise entre  $4.5y_2$  et  $6y_2$  comme indiqué précédemment. Cette estimation permet de définir avec plus de précision les points de début et de fin du ressaut. Sur la figure V.4, le ressaut est localisé à l'endroit où la ligne d'eau aval s'écarte horizontalement de la courbe des tirants d'eau conjugués amont d'une distance équivalente à  $L_r$ .

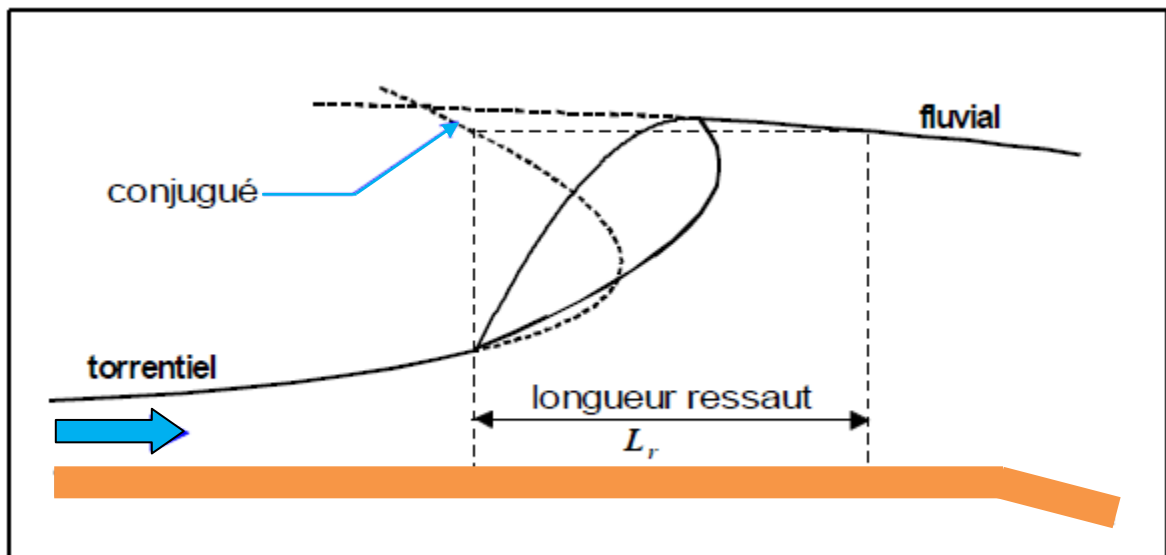


Figure V.4 Positionnement du ressaut

### V.11 Applications du ressaut hydraulique

Dans le cadre des écoulements à surface libre, le ressaut hydraulique est mis à profit pour diverses finalités techniques et industrielles, notamment :

- **La dissipation d'énergie** : Il est couramment utilisé à l'aval des barrages, des déversoirs et d'autres ouvrages hydrauliques pour réduire l'énergie cinétique de l'écoulement et limiter ainsi les risques d'érosion.
- **Le maintien d'un niveau d'eau élevé** : Le ressaut permet de stabiliser un tirant d'eau suffisant dans les canaux, favorisant ainsi le bon fonctionnement hydraulique ou agricole.
- **Le mélange de substances chimiques** : Il facilite l'homogénéisation des produits injectés, en particulier dans les procédés de traitement ou de purification des eaux usées.
- **Les applications industrielles** : Il est également utilisé dans certains procédés de fabrication, où l'intensité du brassage et la dissipation d'énergie sont recherchées.

## Exercices

### Exercice 1

Un canal rectangulaire de largeur  $b = 30\text{ m}$  transporte un débit unitaire de  $q = 2,75\text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$  avec une vitesse  $V = 6,0\text{ m/s}$ .

Calculez :

1. la hauteur du ressaut hydraulique,
2. la puissance dissipée lors du ressaut (en kW).

### Exercice 2

Un canal rectangulaire de  $4,8\text{ m}$  de large a un débit de  $5,2\text{ m}^3/\text{s}$ . La profondeur de l'eau en aval du ressaut est de  $1,26\text{ m}$ .

- a) Quelle est la profondeur en amont ?
- b) Quelle est la perte de charge ?

### Exercice 3

Un canal rectangulaire de largeur  $b = 4,88\text{ m}$  écoule un débit  $Q = 5,43\text{ m}^3/\text{s}$ . La profondeur aval (après ressaut) est  $y_2 = 1,28\text{ m}$ .

Calculez :

- a) la profondeur amont  $y_1$ ,
- b) la perte de charge (perte d'énergie spécifique) à travers le ressaut.

### Exercice 4

De l'eau s'écoule d'un déversoir en ciment dans un canal rectangulaire de  $9,0\text{ m}$  de largeur à travers un ressaut. Les profondeurs, avant et après le ressaut, sont respectivement de  $1,55\text{ m}$  et de  $3,08\text{ m}$ . Trouver le débit du canal ?

### Exercice 5

Un canal rectangulaire de largeur  $b = 6,1\text{ m}$  transporte un débit  $Q = 11,3\text{ m}^3/\text{s}$ . L'eau se déverse ensuite sur un tablier horizontal de même largeur, avec une vitesse moyenne  $V = 6,1\text{ m/s}$ .

Calculez :

- a) la hauteur du ressaut hydraulique,
- b) l'énergie dissipée (absorbée) par le ressaut.

### Exercice 6

Après être passé par le déversoir de béton du barrage, un débit de  $254,7\text{ m}^3/\text{s}$  se déversent sur un tablier de béton ( $n = 0,013$ ). La vitesse de l'eau à la base du déversoir est de  $12,8\text{ m/s}$  et la largeur du tablier est de  $54,86\text{ m}$ . Les conditions d'écoulement vont produire un ressaut, la profondeur du canal en aval du tablier étant de  $3,05\text{ m}$ . Pour que le ressaut s'effectue sur le tablier,

- a) Quelle doit être sa longueur ?
- b) Quelle est l'énergie perdue du pied du déversoir au côté aval du ressaut ?

**Exercice 7**

De l'eau coule ( $Q=20,0 \text{ m}^3/\text{s}$ ) dans un canal rectangulaire ayant une largeur de  $4,0 \text{ m}$  ; l'eau descend d'une pente abrupte vers une pente douce créant un ressaut. La profondeur en amont est de  $1,20 \text{ m}$ . Déterminer :

- a) la profondeur du courant en aval ;
- b) la perte d'énergie (en hauteur de charge) dans le ressaut ;
- c) les vitesses en amont et en aval ?

**Exercice 6**

Déterminer la hauteur  $a$  du ressaut dans un canal rectangulaire à  $b=3 \text{ m}$ ,  $Q=5,25 \text{ m}^3/\text{s}$  et  $y_2=0,55 \text{ m}$ .

**Exercice 7**

a) Dans un canal trapézoïdal on a : débit  $Q=22,0 \text{ m}^3/\text{s}$ , une pente des talus  $m=1m=1m=1$ , la largeur de fond  $b=5,0 \text{ m}$  et la profondeur en aval  $y_2=1,50 \text{ m}$ . déterminer la profondeur en amont  $y_1$ .

b) On considère un canal (même géométrie) pour lequel : la profondeur en amont  $y_1=0,60 \text{ m}$ , un débit unitaire  $q=Q/b=4,0 \text{ m}^3/(\text{s}\cdot\text{m})$  et pente des talus  $m=0$  (parois verticales). déterminer la profondeur en aval  $y_2$ .

**Exercice 8**

a) Déterminer  $y_2$  dans un canal parabolique, si  $Q=6,2 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $p=2,6 \text{ m}$ ,  $y_1=0,28 \text{ m}$ .

b) Déterminer les pertes de l'énergie spécifique  $h_{p.c}$  dans le ressaut, si  $Q=50 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $b=10 \text{ m}$ ,  $m=0$ ,  $y_1=0,7 \text{ m}$ .

**Exercice 9**

Un canal rectangulaire de grande largeur  $b=10 \text{ m}$ , écoulant un débit de  $Q=50 \text{ m}^3/\text{s}$ , présente l'apparition d'un ressaut hydraulique.

- a) Déterminer la deuxième profondeur conjuguée  $y_2$  si la première profondeur conjuguée  $y_1=0,50 \text{ m}$ .
- b) Déterminer la hauteur du ressaut.



# ***CHAPITRE VI***

---

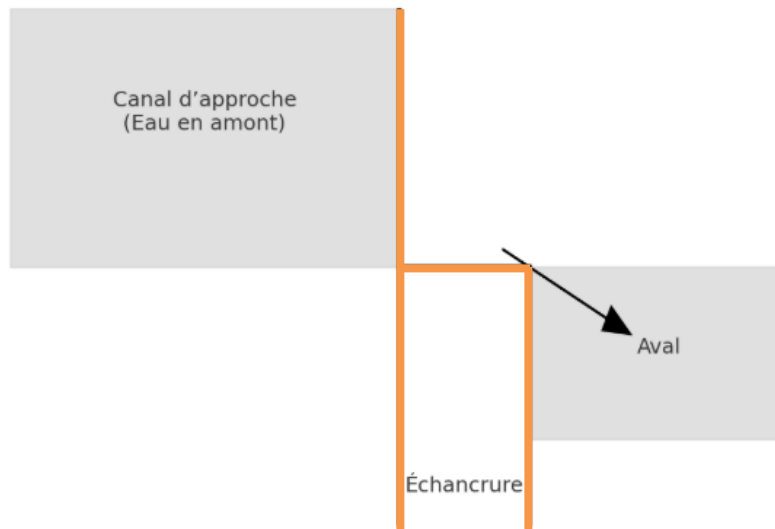
*Application à l'étude d'autres régimes variés*

## Chapitre 6 : Application à l'étude d'autres régimes variés

### VI.1 Écoulement par-dessus des déversoirs

#### VI.1.1 Définition

Un **déversoir** est un dispositif hydraulique qui peut être assimilé à un orifice ouvert sur sa partie supérieure. Il s'agit généralement d'une paroi verticale ou légèrement inclinée, installée en travers du lit d'un canal, que l'on appelle canal d'approche. L'écoulement se produit par-dessus la crête du déversoir et s'effectue en surface libre. La paroi comporte une ouverture, appelée échancrure, dont la géométrie peut varier : rectangulaire, triangulaire, trapézoïdale ou circulaire. Dans certains cas, cette ouverture peut être soumise à une contraction latérale qui modifie les conditions d'écoulement.



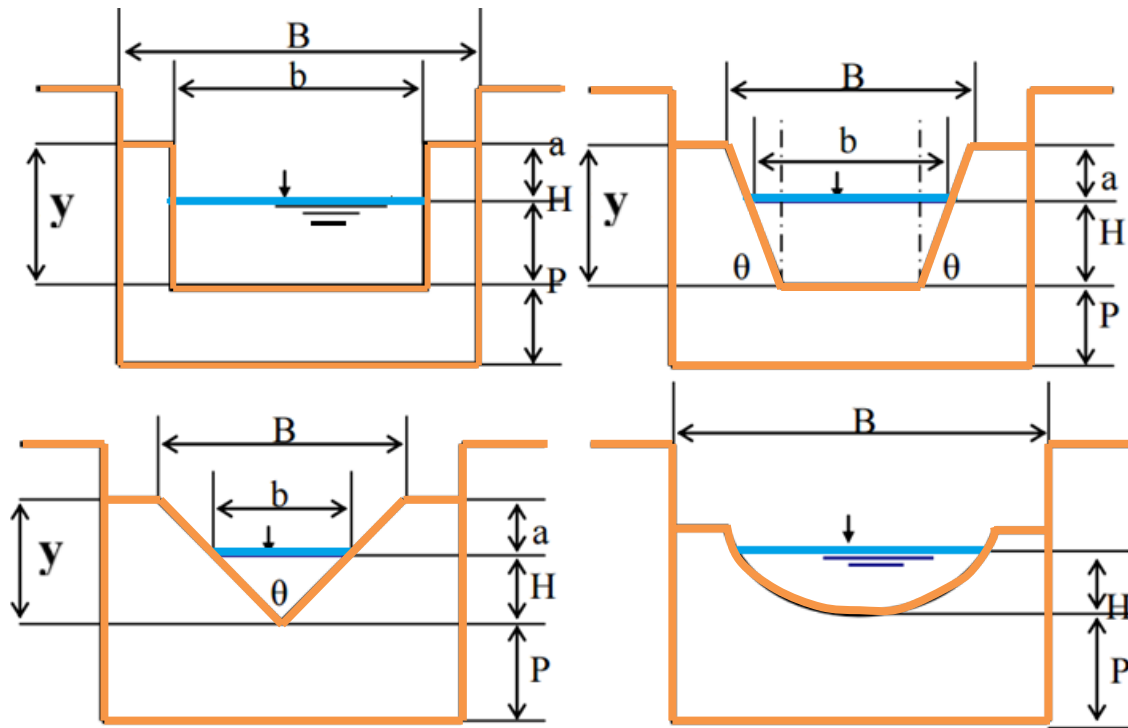
**Figure VI.1** Schéma illustratif d'un déversoir

### VI.2 Classification des déversoirs

Les déversoirs peuvent être classés selon différents critères, en fonction de leur forme géométrique, de leur profil hydraulique, de leur mode de fonctionnement ou encore de leur utilisation.

#### VI.2.1 Selon la forme de l'échancrure

- **Déversoir rectangulaire** : ouverture en forme de rectangle, très utilisé en laboratoire et sur les petits ouvrages.
- **Déversoir triangulaire (ou en V)** : sensible aux faibles débits, utilisé pour des mesures précises de petits débits.
- **Déversoir trapézoïdal (type Cippoletti)** : conçu pour réduire l'effet des contractions latérales.
- **Déversoir circulaire ou en arche** : adapté à certaines conditions particulières d'ouvrages.



**Figure VI.2** Types des déversoirs selon la forme de l'échancrure

Avec :

$y$  : la hauteur d'eau

$b$  : la largeur au miroir

$P$  : la hauteur de la pelle du déversoir

$H$  : la charge hydraulique au-dessus du déversoir

$B$  : la largeur du déversoir

## VI.2.2 Selon le profil de la crête

**VI.2.2.1 Déversoir à crête mince (ou à paroi mince) :** l'écoulement se fait par-dessus une lame tranchante, souvent utilisé pour le jaugeage en hydraulique expérimentale. L'épaisseur de la paroi est inférieure à la moitié de la charge ( $e < 0,5H$ ).

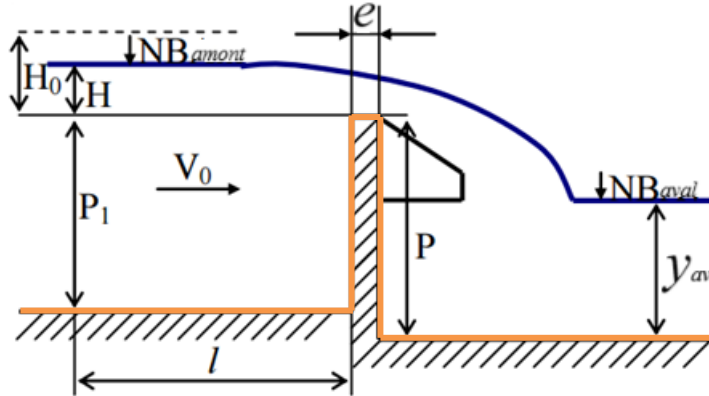


Figure VI.3 Déversoir en mince paroi

### VI.2.2.1.1 Théorie de l'écoulement sur un déversoir rectangulaire à mince paroi

Le cas du déversoir rectangulaire à paroi mince est le plus étudié en hydraulique. En appliquant le théorème de Bernoulli entre la surface libre en amont (vitesse négligeable) et un point de la nappe d'eau au-dessus de l'échancrure (vitesse  $V$ ), et en négligeant les pertes de charge, on obtient :

$$V = \sqrt{2gy} \quad (\text{VI.1})$$

Le débit élémentaire traversant une tranche de hauteur  $dy$  est proportionnel à cette vitesse et à la largeur utile de l'échancrure. En intégrant sur toute la hauteur  $H$ , et en introduisant un **coefficient de contraction** ( $m$ ), on obtient :

$$Q = mL \int_0^y \sqrt{2gy} \, dy \quad (\text{VI.2})$$

Soit :

$$Q = \frac{2}{3} mL \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (\text{VI.3})$$

Cette expression, proposée dès le XVIII<sup>e</sup> siècle par **Poleni**, est encore utilisée aujourd'hui. Elle est souvent présentée sous la forme simplifiée :

$$Q = \mu LH \sqrt{2gH} \quad (\text{VI.4})$$

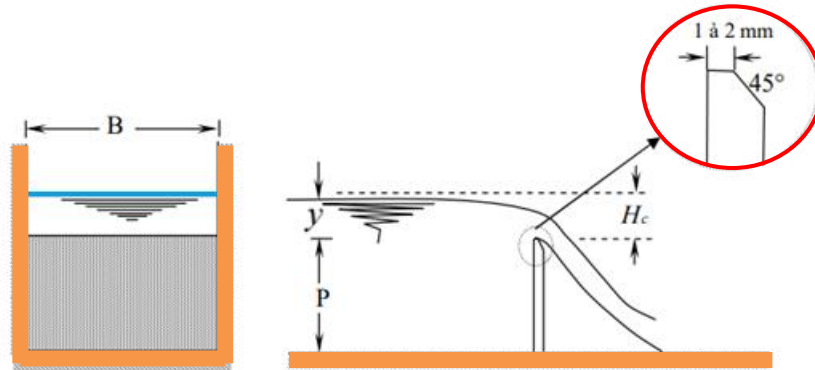
Selon leur géométrie, on distingue deux grands types :

- **Sans contraction latérale** ( $b/B = 1$ ) : appelés *déversoirs de Rehbock*.
- **Avec contraction latérale** ( $b/B \neq 1$ ) : l'écoulement est rétréci latéralement, ce qui diminue le débit effectif.

Ces derniers peuvent être **partiellement** ou **totalement contractés**, selon la proportion de la section utile par rapport à la largeur du canal.

#### VI.2.2.1.2 Déversoir rectangulaire en mince paroi sans contraction latérale (Déversoir de Bazin)

Le déversoir rectangulaire sans contraction latérale, couramment appelé **déversoir de Bazin**, est l'un des modèles les plus étudiés en hydraulique expérimentale. Grâce au grand nombre de mesures disponibles, il constitue une référence pour la détermination précise des débits. Sa conception repose sur une géométrie simple : une paroi verticale mince, dans laquelle est aménagée une ouverture rectangulaire, occupant toute la largeur du canal. Cette configuration élimine les effets de contraction latérale, ce qui simplifie l'analyse hydraulique et améliore la fiabilité des résultats expérimentaux.



**Figure VI.4** Déversoir rectangulaire en mince paroi sans contraction latérale

Le débit déversé au-dessus d'un déversoir rectangulaire à paroi mince sans contraction latérale est donné par la relation établie par **Poleni (1717)** :

$$Q = \frac{2}{3} m B \sqrt{2g} y^{3/2} \quad (\text{VI.5})$$

où :

- $m$  est le coefficient de débit,
- $B$  la largeur de l'échancrure (ou du canal),
- $g$  l'accélération de la pesanteur,
- $y$  la hauteur de déversement au-dessus de la crête.

Le débit unitaire (par unité de largeur) s'exprime sous la forme :

$$q = \frac{Q}{B} = \frac{2}{3} m \sqrt{2g} y^{3/2} \quad (\text{VI.6})$$

En considérant que l'écoulement franchit le déversoir en régime critique, la profondeur critique  $y_c$  et la charge totale  $H_c$  vérifient la relation :  $y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3} H_c$  (VI.7)

D'où :

$$q = \frac{2}{3} \sqrt{g} H_c^{3/2} \quad (\text{VI.8})$$

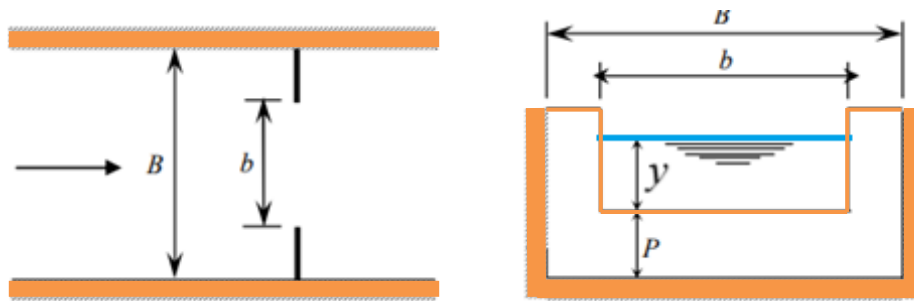
En supposant, dans une première approximation, que  $H_c \approx y$ , la comparaison des équations (VI.7) et (VI.8) conduit à une valeur théorique :  $m \approx \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0.577$

Les expériences de **Poleni** ont montré que la valeur réelle de mmm est plus élevée, proche de 0,64, soit environ 11 % de plus que la valeur théorique. Cette différence a été expliquée par **Boussinesq (1877)**, qui a attribué l'augmentation de mmm à l'effet de courbure des filets liquides en franchissant l'arête du déversoir. Il a proposé une relation corrigée, tenant compte de l'inclinaison  $i$  de la paroi du déversoir par rapport à la verticale :  $m = 0.651(1+0.391 \sin(i))$  (VI.9)

Cette relation n'est toutefois valable que lorsque le rapport  $P/y \gg 1$ ,  $P$  étant la hauteur de la paroi au-dessus du radier du canal.

### VI.2.2.1.3 Déversoir rectangulaire avec contraction latérale

On parle de **contraction latérale** lorsque la largeur du canal  $B$  est supérieure à celle de l'échancrure  $b$ . Dans ce cas, l'écoulement subit un rétrécissement au passage du déversoir, ce qui réduit le débit effectif.



**Figure VI.5** Déversoir rectangulaire en mince paroi avec contraction latérale

Le taux de contraction latérale est défini par :  $\beta = \frac{b}{B}$  Avec :  $0,30 \leq \beta < 1$ .

Cette situation est la plus courante en pratique et est représentée schématiquement sur la figure (1.3).

Le calcul du débit reste basé sur la formule générale (VI.7), mais le coefficient de débit  $m$  est corrigé par des expressions empiriques issues d'essais expérimentaux.

**a) Formule de la S.I.A (Société des Ingénieurs et Architectes Suisse, 1926) :**

$$\mu = 0.578(1 + 0.065\beta^2 + \frac{6.25 - 5.19\beta^2}{1000(y + 0.016)}) [1 + 0.5\beta^4(\frac{y}{y+b})^2] \quad (\text{VI.10})$$

**Conditions d'application :**

- $B - b \geq 4y$
- $y/P \leq 0,5$
- $b/y \geq 0,5$
- $P \geq 0,30 \text{ m}$
- $0,025 \text{ m} \leq h \leq 0,80 \text{ m}$
- $0,30 \leq \beta < 1$

**b) Formule de Hégly (1921):**

Une autre expression couramment utilisée est celle de Hégly :

$$m = 0.55 + 0.072 \beta + 0.375 \frac{1}{y} + 0.08 \frac{y}{y+P} \quad (\text{VI.11})$$

**Limites d'application :**

- $0,10 \text{ m} < h < 0,60 \text{ m}$
- $0,40 \text{ m} < b < 1,80$
- $0,40 \text{ m} < P < 0,80$
- $0,10 < \beta < 1$

Si ces conditions ne sont pas respectées, la valeur calculée du débit peut présenter des écarts importants par rapport à la réalité.

**VI.2.2.1.4 Théorie de l'écoulement sur déversoir triangulaire à mince paroi**

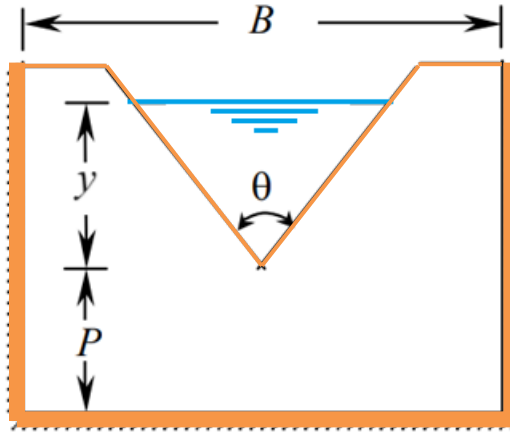
Les déversoirs triangulaires en mince paroi sont constitués d'une plaque verticale découpée en forme de triangle, comme illustré à la figure 6.5. On distingue deux types principaux en fonction de l'angle de l'échancrure  $\theta$ :

- Déversoirs à section partiellement contractée
- Déversoirs à section complètement contractée

Cette classification repose sur les conditions géométriques, résumées dans le tableau suivant (adapté de Bos, 1989) :

**Tableau VI.1** : Classification des déversoirs triangulaires en sections partiellement ou totalement contractées (Bos, 1989)

Type de section	Conditions géométriques principales
<b>Partiellement contractée</b>	$y/P \leq 1.2$ $y/B \leq 0.4$ $0.05 \text{ m} \leq y \leq 0.60 \text{ m}$ $P \geq 0.10 \text{ m}$ $B \geq 0.60 \text{ m}$
<b>Complètement contractée</b>	$y/P \leq 0.4$ $y/B \leq 0.2$ $0.05 \text{ m} \leq h \leq 0.38 \text{ m}$ $P \geq 0.45 \text{ m}$ $B \geq 0.90 \text{ m}$

**Figure VI.6** Déversoir triangulaire en mince paroi

Le déversoir à échancrure triangulaire constitue l'un des dispositifs de mesure les plus précis, permettant d'évaluer une large gamme de débits, en particulier les faibles valeurs.

En supposant que l'écoulement franchissant le déversoir se fait en régime critique avec une charge totale notée  $H_c$ , on admet :

$$H_c = \frac{4}{5} y_c \quad (\text{VI.12})$$

Où  $y_c$  représente la profondeur critique. Or, selon la condition de criticité, on a :  $y_c = \left(\frac{2Q^2}{gm^2}\right)^{1/5}$

Avec  $m = \tan(2/\theta)$ , correspondant à la tangente du demi-angle d'ouverture de l'échancrure triangulaire.

En introduisant ces relations, le débit peut s'écrire sous la forme :



$$Q = \frac{16}{25} mg H_c^{5/2} \quad (\text{VI.13})$$

En négligeant la vitesse d'approche de l'écoulement, on considère que  $H_c \approx y$ . Ainsi, l'équation (VI.13) se réécrit :

$$Q = \frac{8}{15} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \sqrt{g} y^{5/2} \quad (\text{VI.14})$$

#### VI.2.2.1.5 Déversoir trapézoïdal (Déversoir Cipolletti)

L'échancrure de ce type de déversoir présente la forme d'un trapèze généralement évasé vers le haut dont les caractéristiques géométriques sont indiquées sur la figure VI.6.

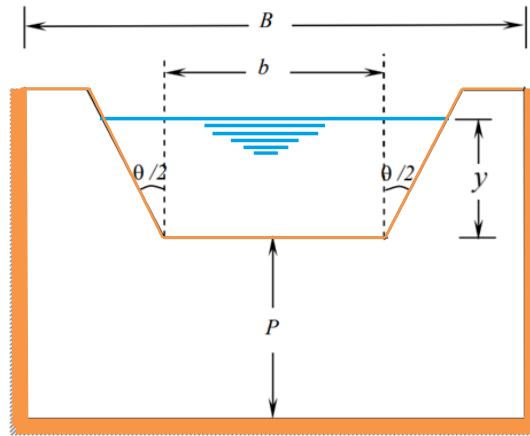


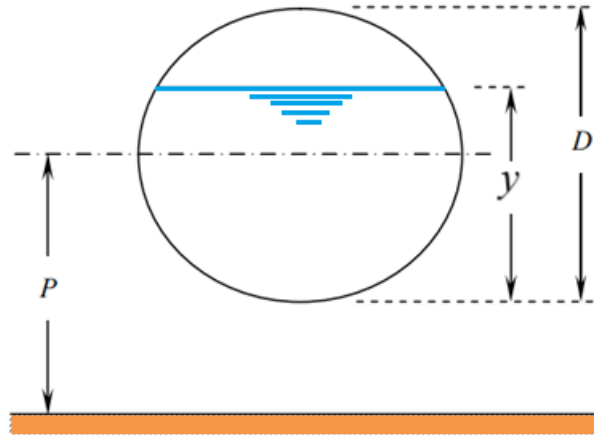
Figure VI.7 Déversoir trapézoïdal

La formule de **Cipolitti** s'écrit donc :  $Q = 1.86by^{3/2}$  (VI.15)

Cette formule est valable dans les limites suivantes :  $(0,08 \text{ m} < y < 0,60 \text{ m})$ ,  $(y < b/3)$  et  $(y < P/3)$ .

#### VI.2.2.1.6 Déversoir circulaire

Le **déversoir circulaire** est constitué d'une paroi mince verticale découpée suivant une forme circulaire (figure VI.7). Bien que ce type de déversoir soit peu utilisé en pratique, il présente certains avantages pour la mesure des faibles débits.



**Figure VI.8** Déversoir trapézoïdal

Le débit franchissant un déversoir circulaire peut être exprimé de manière générale selon la relation établie par **Stauss et Vonsanden (1930)** :

$$Q = \mu K D^{5/2} \quad (\text{VI.16})$$

**K** est un facteur dépendant du rapport  $y/D$ , déterminé à partir de tables numériques ou, de façon approchée, par la formule de **Ramponi** :  $K = 3.203(\frac{y}{D})^{1.975} - 0.842(\frac{y}{D})^{3.78}$  (VI.17)

Le coefficient de débit  $\mu$  peut être calculé à l'aide de diverses expressions. La plus simple, proposée par **Stauss (1930)**, est donnée par :

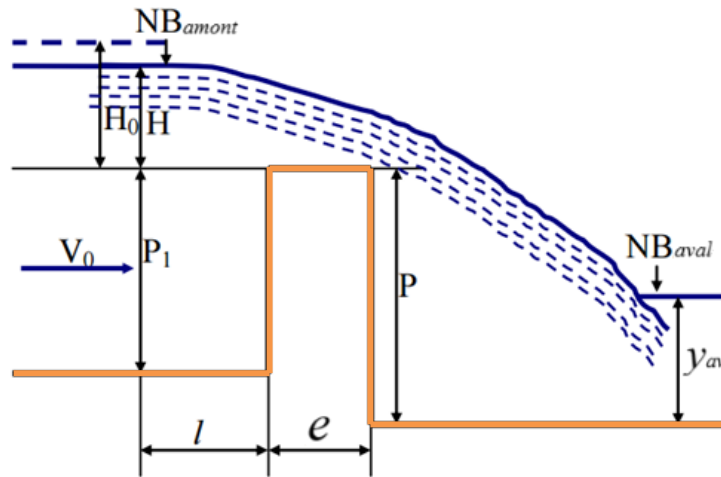
$$\mu = \left[ 0.555 + \frac{D}{110y} + 0.041 \frac{y}{D} \right] \left( \frac{2D}{L} \right)^{0.0625} \quad (\text{VI.18})$$

#### *Avantages du déversoir circulaire*

Comparé aux autres types de déversoirs, il présente plusieurs atouts :

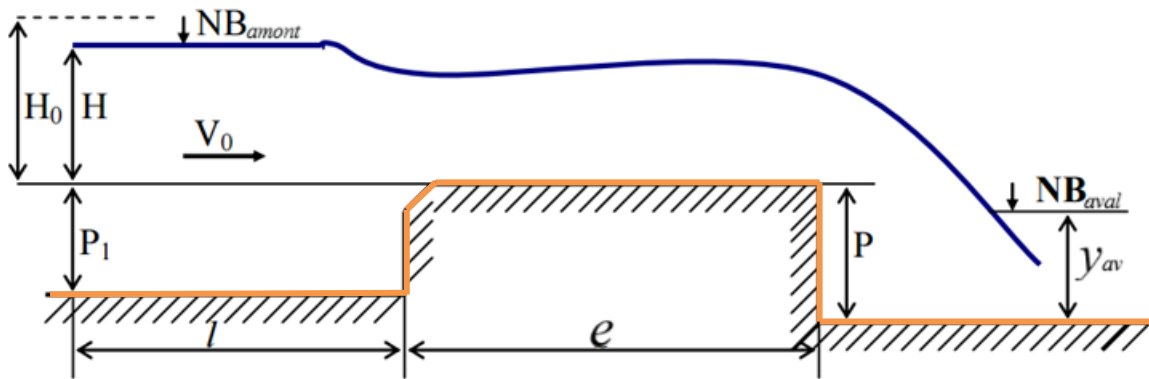
- conception simple et exécution facile,
- mise en place rapide,
- ventilation aisée de la nappe,
- meilleure précision que le déversoir rectangulaire pour la mesure des faibles débits.

**VI.2.2.2 Déversoirs à seuil normale :** la crête est profilée pour faciliter l'écoulement et réduire les pertes de charge. L'épaisseur de la paroi en haut est comprise entre  $0,5H$  et  $2H$  ( $0,5H < e < 2H$ )



**Figure VI.9** Déversoir à seuil normale

**VI.2.2.3 Déversoir à large crête (à seuil épais) :** la crête est horizontale et suffisamment large pour que l'écoulement adopte un profil quasi-parallèle au sommet. L'épaisseur de la face horizontale de la paroi du déversoir est comprise entre  $2H$  et  $10H$  ( $2H < e < 10H$ ).



**Figure VI.10** Déversoir à seuil épais

### VI.3 Selon les conditions d'écoulement

- **Déversoir libre (non noyé) :** l'écoulement n'est pas influencé par le niveau d'eau en aval.
- **Déversoir noyé (submergé) :** le niveau en aval influence directement l'écoulement, réduisant le débit déversé.

## VI.4 Selon l'usage hydraulique

- **Déversoir de mesure** : utilisé pour jauger les débits en laboratoire ou en nature.
- **Déversoir de régulation** : destiné à contrôler le niveau d'eau dans un canal ou un réservoir.
- **Déversoir de sécurité (ou de crue)** : assure l'évacuation des excédents d'eau afin de protéger les barrages ou réservoirs.

## VI.5 Écoulements noyés et dénoyés

### VI.5.1 Définitions

On distingue deux régimes fondamentaux lors du franchissement d'un déversoir ou d'un autre ouvrage hydraulique :

- **Écoulement dénoyé (ou libre)** : la surface libre en aval est suffisamment basse pour ne pas influencer l'écoulement. Le débit est alors uniquement contrôlé par la charge amont et par la géométrie de l'ouvrage. La nappe se développe librement, sans interférence aval.
- **Écoulement noyé (ou submergé)** : le niveau d'eau en aval est suffisamment élevé pour exercer une influence notable sur l'écoulement. La nappe est partiellement ou totalement submergée, ce qui réduit le débit par rapport au cas dénoyé. L'écoulement n'est plus uniquement fonction des conditions amont, mais dépend aussi du niveau aval.

### VI.5.2 Critères de classification

Pour les déversoirs rectangulaires, on introduit le **coefficient de submersion**  $\beta$ , défini par :

$$\beta = \frac{H_a}{H_v} \quad (\text{VI.19})$$

Avec :

- $H_a$ : charge amont mesurée par rapport au seuil,
- $H_v$ : charge aval mesurée par rapport au seuil.

Les limites usuelles sont :

- si  $\beta < 0,66$ , l'écoulement est considéré comme **libre (dénoyé)**,
- si  $\beta > 0,80$ , l'écoulement est considéré comme **noyé**.

Dans la zone intermédiaire, des coefficients correctifs empiriques sont appliqués afin d'ajuster les formules de débit.

La Figure VI.11 illustre la distinction entre les deux régimes :

- dans le cas dénoyé, la nappe chute librement en aval,
- dans le cas noyé, la nappe est submergée par le niveau aval.

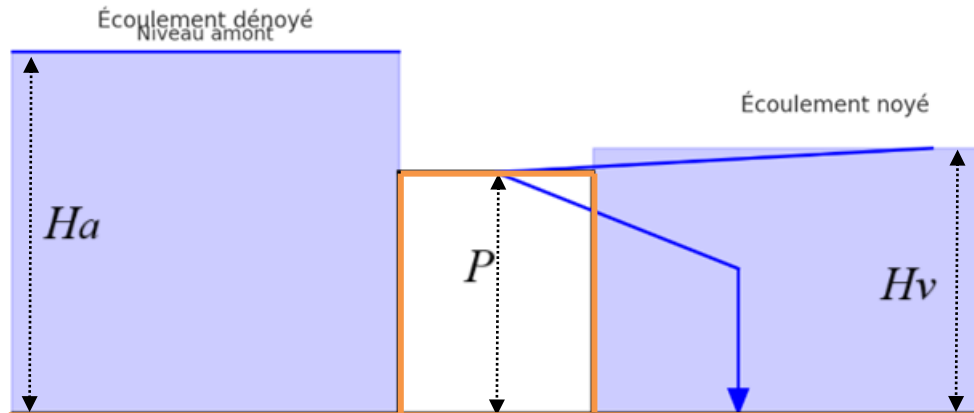


Figure VI.11 Schéma comparatif d'un déversoir en régime libre et en régime noyé

## VI.6 Singularité de la section transversale

### VI.6.1 Définition

On parle de singularité de section lorsqu'un changement brusque intervient dans la géométrie transversale du canal : élargissement, rétrécissement ou modification de la forme de la section.

### VI.2.2 Conséquences hydrauliques

Ces modifications entraînent des perturbations locales dans l'écoulement :

- accélération ou ralentissement en fonction de la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie,
- possibilité de transition vers l'état critique ( $Fr = 1$ ).

## VI.7 Singularité du profil longitudinal

### VI.7.1 Définition

Les singularités longitudinales correspondent à des irrégularités dans le tracé du lit du canal : marches, seuils, ou variations brusques de pente.

### VI.7.2 Conséquences sur le régime d'écoulement

Ces anomalies modifient le profil de la ligne d'eau et peuvent entraîner :

- des transitions de régime (subcritique  $\leftrightarrow$  supercritique),
- l'apparition de ressauts hydrauliques, notamment en aval d'une marche descendante.

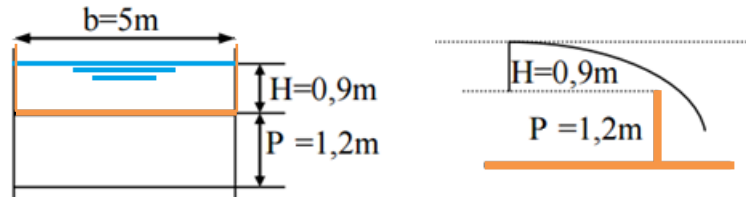
### VI.8 Conclusion

Les écoulements étudiés dans ce chapitre (dénoyés, noyés, singularités transversales et longitudinales) représentent des situations réelles qui dépassent les cas simples d'écoulements uniformes ou graduellement variés. Leur compréhension est essentielle pour la conception et la gestion des ouvrages hydrauliques. L'étudiant doit notamment savoir identifier les régimes, évaluer les transitions et anticiper leurs conséquences sur les débits et sur la sécurité hydraulique. Enfin, pour l'analyse et la conception en contexte réel, il est recommandé de recourir à des outils numériques de simulation tels que **HEC-RAS** ou **TELEMAC**.

## Exercices

### Exercice 1

On considère un déversoir rectangulaire sans contraction, de largeur  $b=5$  et de hauteur  $P=1,2$ . L'écoulement est dénoyé et la charge au-dessus du seuil vaut  $h=0,9$  m. Le coefficient de débit est  $m=0,43$ . On tenant compte de la vitesse d'approche  $V_0$ , déterminer le débit  $Q$ .



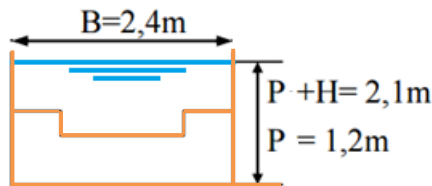
### Exercice 2

On donne un déversoir rectangulaire sans contraction de largeur  $b=7,50$  m. On veut qu'il laisse passer un débit  $Q=10,0$  m<sup>3</sup>/s. Le coefficient de débit vaut  $m=0,42$ .

- Déterminer la hauteur du seuil  $P_1$  si la profondeur d'eau amont ne dépasse pas  $y_{\text{amont,max}}=1,80$  m.
- Déterminer la hauteur du seuil  $P_1$  si la charge totale utilisée pour le calcul est  $H=0,75$  m (on tient compte de la vitesse d'approche dans cette valeur de  $H$ ).

### Exercice 3

On dispose d'un canal de largeur  $B=2,40$  m. Un déversoir contracté (largeur  $b$  à déterminer) de hauteur  $P=1,20$  m doit évacuer un débit maximum  $Q=1,62$  m<sup>3</sup>/s. La profondeur totale en amont (mesurée depuis le radier) vaut  $y_{\text{amont}}=2,10$  m. Quelle largeur  $b$  doit-on prévoir pour le déversoir ?



### Exercice 4

Le flot provenant d'un orifice à bord mince de 15 cm de diamètre, sous une charge de 3,0 m s'écoule dans le canal d'un déversoir et par-dessus un déversoir contracté. Le canal a 1,8 m de large et, pour le déversoir,  $P=1,50$  m et  $b=0,30$  m. Calculer la profondeur d'eau dans le canal si  $\mu=0,60$  et  $m=0,415$  ?

## ***Références bibliographiques***



## Références bibliographiques

---

- BELHADRI, M. (2021). Polycopié de cours hydraulique fluviale, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed BOUDIAF, Faculté d'Architecture et de Génie Civil, Département d'Hydraulique, 69 pages.
- BEN HAMOUDA, R. (2009). Notions de mécanique des fluides (Cours et Exercices Corrigés), Centre de Publication Universitaire, Tunis 2008, 140 pages.
- CARLIER, M. (1972) Hydraulique générale et appliquée, Eyrolles, Paris
- CARLIER, M. (1980) Hydraulique générale et appliquée, Eyrolles, Paris
- COMOLET, R. (2002) mécanique expérimentale des fluides, 5<sup>ème</sup> édition, Edition Dunod, 256 pages.
- DEGOUTTE, G. (2001). Hydraulique et dynamique fluviale, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 102 pages.
- DUPONT, A. (1979). Hydraulique urbaine, Ouvrages de transport, d'élévation et de distribution des eaux, Tome II, Edition Eyrolles, 384 pages.
- GRAF, W.H., ALTINAKAR, M.S. (1993). Hydraulique fluviale, Tome1 : Ecoulement permanent uniforme et non uniforme. Ed. Presses Polytechniques et universitaires Romandes, Lausanne, 259 pages.
- TOUMI, A. (2016). Hydraulique à surface libre (Cours & Exercices), Université 08 Mai 1945 de Guelma, Faculté des sciences et de la technologie, Département de Génie Civil et d'Hydraulique, 197 pages.
- VIOLLET P.L., CHABARD, J.P., ESPOSITO, P., ET LAURENCE, D. (2003). Mécanique des fluides appliquées, édition presse de l'école nationale des ponts et chaussées, 2<sup>ème</sup> édition, 368 pages.