



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique



Université Mustapha Stambouli de Mascara

Faculté des Sciences et Technologie

Polycopié de Cours

Milieux poreux et dispersés

Présenté par :

D^r OUIS Dalila

**Ce cours est destiné aux étudiants de la première année master spécialité génie
des procédés et environnement /deuxième semestre.**

Algérie

2025

Table des matières

Liste des figures.....8

Liste des tableaux.....11

Chapitre I : Introduction aux milieux poreux et dispersés.

I.1. Introduction.....12

I.2. Milieux poreux naturels.....12

I.3. Milieux poreux artificiels.....13

I.4. Opérations sur les solides : broyage ; criblage ; tamisage....13

I.4.1. Fragmentation des solides13

1.4.1.1. Généralités13

1.4.1.1.1. Définitions14

1.4.1.2. Théorie de la fragmentation.....14

1.4.1.2.1. Divers types de broyage14

1.4.1.2.2. Critères d'évaluation de la fragmentation.....16

A/ Taux de réduction16

B/ Efficacité de broyage17

1.4.1.2.3. Facteurs influents de la fragmentation17

A/ Dureté17

B/ Friabilité18

C/ Granulométrie	18
D/ Taux d'humidité	18
E/ Température	18
F/ Adjuvants	18
1.4.1.2.4. Evaluation de la fragmentation : Lois énergétiques de la fragmentation	19
A/ Loi de Rittinger	19
B/ Loi de Kick	19
C/ Loi de Bond	19
1.4.1.3. Appareillage	20
1.4.1.3.1. Par compression-écrasement-	20
1.4.1.3.2. Par impact-percussion-	22
1.4.1.3.3. Par attrition –frottement-.....	24
1.4.1.3.4. Par coupure-cisaillement-	25
I.4.2. Tamisage industriel	25
I.4.2.1. Capacité de criblage.....	26
I.4.2.2. Efficacité du criblage	27
I.4.2.3. Tamis et passoires de contrôle.....	29
I.4.2.4. Appareillage.....	30
I.4.2.4.1. Les cribles statiques	30
I.4.2.4.2. Les cribles vibrants	31

I.5. Milieux dispersés	32
I.5.1. Classification selon l'état physique des phases	32
I.5.2. Classification selon la taille des particules dispersées	32
I.5.3. Caractéristiques des milieux dispersés	33

Chapitre II : Caractérisation des milieux poreux.

II.1. Morphologie des grains.....	34
II.1.1. Caractérisation d'une particule unique	34
II.1.1.1. Taille.....	34
II.1.1.2. Forme	35
II.1.1.2.1. Facteurs de Forme	35
II.1.1.2.2. Indices d'allongement et d'aplatissement.....	35
II.1.1.3. Résistance mécanique	36
II.1.1.3.1. Dureté	36
II.1.1.3.2. Abrasivité	36
II.1.1.3.3. Friabilité	36
II.1.1.3.4. Rigidité	36
II.1.1.3.5. Ténacité	37
II.2. Morphologie d'une population de grain	37
II.2.1. La masse volumique « densité »	38
II.2.1.1. La masse volumique d'un grain	38
II.2.1.2. La masse volumique vraie et apparente	38

II.2.1.3. La masse volumique absolue	39
II.2.2. Porosité	39
II.2.2.1. Porosité interne	40
II.2.2.2. Porosité externe	40
II.2.2.3. Compacité	40
II.2.3. Surface spécifique	40
II.2.3.1. Surface spécifique massique moyenne.....	41
II.3. Distribution des tailles des particules solides	41
II.3.1. Méthodes de mesure des dimensions	41
II.3.1.1. Méthodes directes	42
II.3.1.2. Méthodes indirectes	43
II.3.2. Grandeurs obtenues par analyses granulométriques	44
II.3.3. Analyse granulométrique	45
II.4. Classification des particules solides	47
II.5. Caractérisation d'un lit de grain	49
II.5.1. Coulabilité	49
II.5.1.1. Indice de coulabilité	49
II.5.1.2. Mesure de la compressibilité	50
II.5.1.3. Mesure de l'angle de talus	51
II.5.2. Propriétés relatives aux vides interparticulaires	51
II.5.2.1. Compacité	51

II.5.2.2. Compression	52
II.5.2.2.1. Compressibilité	52
II.5.2.2.2. Comprimabilité	53
II.5.2.3. Perméabilité	53
II.5.2.4. Effet capillaire	54
II.5.3. Fluidisabilité	55
II.5.4. Propriétés relatives au stockage	56
II.5.4.1. Adhésion	56
II.5.4.2. Cohésion	56
II.5.4.3. Mottage	56

Chapitre III : Mouvement des particules dans les fluides.

III.1. Mouvement verticaux de particules.....	57
III.2. Calcul de la vitesse de chute d'une particule (vitesse terminale) ..	59
III.2.1. Cas d'une particule solide sphérique en mouvement gravitationnel dans une suspension diluée.....	59
III.2.1.1. Régime laminaire	62
III.2.1.2. Régime intermédiaire	62
III.2.1.3. Régime turbulent	63
III.2.1.4. Représentation graphique.....	63
III.2.2. Suspensions concentrées	64
III.3. Sédimentation d'une suspension de particules.....	65

III.3.1. Caractéristiques des suspensions	65
III.4. Mouvement des colloïdes.....	67
III.5. Mouvement de gouttes et de bulles	68
III.5.1. Vitesse de déplacement d'une goutte	68
III.5.2. Vitesse de déplacement d'une bulle	70
Chapitre IV : Ecoulement des fluides à travers un milieu poreux.	
IV.1. Rappel : Equation de continuité de Bernoulli	71
IV.1.1. Principe de continuité	71
IV.1.2. Théorème de Bernoulli	72
IV.2. Loi de Darcy	72
IV.3. Relation entre l'équation de continuité de Bernoulli et loi de Darcy.....	73
IV.4. Perméabilité d'un milieu poreux	74
IV.5. Modèle de Kozney–Carmen	74
IV.6. Cohérence entre loi de Darcy et l'équation de Kozney-Carmen.....	77
IV.6.1. Perméabilité	77
IV.6.2. Résistance spécifique du gâteau	77
IV.7. Modèle de Burke-Plummer	78

Chapitre V : Filtration.

V.1. Théorie de la filtration	80
V.1.1. Classification	81
V.2. Théorie de la filtration support	83
V.2.1. Loi de la filtration membranaire	83
V.3. Filtration à débit constant	85
V.4. Filtration à pression constante.....	89
Exercices d'application.....	92
Références bibliographiques	105

Liste des figures

Figure 1 : Différents modes de fragmentations des solides	16
Figure 2 : Concasseur à mâchoires	20
Figure 3 : Concasseur giratoire	21
Figure 4 : Concasseur à cylindres.....	22
Figure 5 : Broyeur à marteaux	22
Figure 6 : Broyeur à broches.....	22
Figure 7 : Broyeur à barres.....	22
Figure 8 : Mouvement des boulets dans un cylindre tournant.....	23
Figure 9 : Broyeurs à boulets.....	24
Figure 10 : Broyeur à meule.....	25
Figure 11 : Broyeur à jet d'air.....	25
Figure 12 : Broyeur à couteaux.....	25
Figure 13 : Criblage : (A) Schéma de principe ; (B) Courbe de partage.....	28
Figure 14 : Cribles : (A) A barres inclinées ; (B) A barres en cascade.....	31
Figure 15 : Cribles : (A) A rouleaux ; (B) A grille courbe.....	31

Figure 16 : Tamis alternatifs : (A) Horizontal à secousses ; (B) Giratoire horizontal ; (C) Giratoire vertical.....	31
Figure 17 : Mesure de masse volumique apparente d'une poudre.....	39
Figure 18 : Tamis vibrant.....	43
Figure 19 : Principe de fonctionnement d'un compteur coulter.....	44
Figure 20 : La distribution différentielle et cumulative.....	46
Figure 21 : Distribution granulométrique sous forme d'histogramme.....	46
Figure 22 : Courbe de partage : (A) Refus cumulé (B) Passé cumulé.....	46
Figure 23 : Classification de Geldart des particules.....	48
Figure 24 : Influence de l'indice de coulabilité sur l'écoulement d'une poudre.....	49
Figure 25 : Principe de la mesure de l'angle de talus.....	51
Figure 26 : Variation de la masse volumique d'une poudre en fonction de sa pression de consolidation.....	52
Figure 27 : Evolution du nombre de Euler en fonction du nombre de Reynolds pour un fluide s'écoulant à travers un lit de particules solides.....	54
Figure 28 : Ascension capillaire d'un liquide mouillant contenu dans un pore.....	55
Figure 29 : Classement des poudres selon Geldart.....	56

Figure 30 : Déplacement d'un fluide dans une conduite contenant un solide immergé : (A) Ecoulement parallèle au solide ; (B) Solide faisant un angle aigu dans le sens du déplacement du fluide ; (C) Ecoulement perpendiculaire au solide.....58

Figure 31 : Description des forces lors de l'écoulement d'un fluide sur un solide immergé : (A) Interactions du fluide avec le solide immergé ; (B) Description des forces impliquées dans le système.....59

Figure 32 : Représentation des forces intervenant dans le dépôt d'une particule sphérique dans un fluide.....60

Figure 33 : Evolution du coefficient de friction avec le nombre de Reynolds pour une suspension de particules sphériques diluées dans un fluide.....63

Figure 34 : Sédimentation de particules solides dans un fluide.....64

Figure 35 : Allure des variations de la vitesse de déplacement d'une goutte et d'une bulle en fonction de son diamètre.....69

Figure 36 : Association des résistances en milieux poreux : (A) En série ; (B) En parallèle.....73

Figure 37 : Ecoulement d'un liquide à travers plusieurs types de pores.....75

Figure 38 : Ecoulement d'un liquide à travers un milieu poreux.....75

Figure 39 : L'écoulement du fluide dans le milieu poreux selon Burke-Plummer.....78

Figure 40 : Filtration gravimétrique d'une suspension.....	81
Figure 41 : Filtration des liquides.....	81
Figure 42 : Filtration sous vide par Büchner.....	82
Figure 43 : Filtration par filtre presse.....	83
Figure 44 : Représentation schématique de la séparation membranaire.....	84
Figure 45 : Comparaison des modes de circulation sur une membrane : (A) Filtration frontale ; (B) Filtration tangentielle.....	85

Liste des tableaux

Tableau 1 : Correspondance entre les mailles des tamis et le numéro de module de la série Afnor.....	30
Tableau 2 : Définitions de la taille des particules.....	37
Tableau 3 : Diagnostic de coulabilité avec le rapport d'Hausner.....	50
Tableau 4 : Interprétation de l'indice de CARR.....	50
Tableau 5 : Aptitude à l'écoulement en fonction de l'angle de talus...	51

Chapitre I : Introduction aux milieux poreux et dispersés.

I.1. Introduction :

Les corps poreux sont des agrégats d'éléments solides (grains, matrice, etc.) entre lesquels les vides forment l'espace poreux proprement dit.

Ce sont ces vides au sein du corps poreux qui induisent les grandes différences de comportements physiques que l'on observe entre les solides compacts (minéraux par exemple) et les corps poreux, assemblages compliqués où la présence de fluide, même en très petite quantité, ne peut qu'ajouter à la complexité de l'ensemble.

Les milieux poreux sont, par essence, composites et polyphasiques. Composites, puisque la fraction solide –le squelette- est formée de grains de nature chimique ou cristalline souvent différente. Polyphasiques, puisqu'à cette fraction solide est toujours associée une phase gazeuse ou liquide occupant les vides entre les grains.

Cette hétérogénéité microscopique du milieu poreux induit un comportement physique macroscopique complexe et sensible à de faibles variations du contenu en fluide ou de la structure solide.

I.2. Milieux poreux naturels :

Dans la plupart des milieux poreux naturels, la porosité occluse est rare. L'exemple le plus net de porosité occluse est donné par les inclusions fluides dans les cristaux. Dans les roches sédimentaires, cette porosité occluse est souvent négligeable. Dans les roches cristallines de très faible porosité, les inclusions fluides peuvent représenter une importante fraction de la porosité totale. Dans les laves à texture bulleuses, la fraction de porosité occluse est souvent moins importante qu'on ne le pense a priori : les bulles sont reliées entre elles par des canaux ou fissures très fins. Même dans le cas de la pierre ponce, une forte partie de la porosité est bien connectée avec l'extérieur mais par des canaux si fins que l'air est piégé à l'intérieur des vacuoles

lorsqu'on plonge l'échantillon dans l'eau. Cette porosité « mal » connectée est appelée porosité piégée.

I.3. Milieux poreux artificiels :

Pour les matériaux artificiels, il est plus difficile de généraliser. Les corps poreux produits par frittage (verre, alumine, acier, etc.) présentent parfois une notable fraction de porosité occluse (jusqu'à 9% du volume total dans du nickel fritté par exemple).

Dans de nombreux types de milieux poreux, la porosité occluse est peu abondante mais elle ne doit pas être négligée. Il faut surtout éviter les confusions que peuvent entretenir des termes plus ou moins subjectifs comme porosité utile ou porosité en cul-de-sac (dead-end-porosity).

I.4. Opérations sur les solides : broyage ; criblage ; tamisage.

I.4.1. Fragmentation des solides :

1.4.1.1. Généralités :

La fragmentation des solides est un terme générique qui détermine l'opération de partage d'un corps en fragments plus ou moins durs. Cette opération est toujours évaluée par une mesure de la finesse des particules résultantes par rapport aux fragments entrants. **Le broyage** peut être un synonyme de fragmentation mais est plus généralement utilisé pour exprimer l'opération de partage de solides relativement durs. Les objectifs de la fragmentation sont de :

- Réduire les dimensions d'un solide pour augmenter la surface spécifique dans le but d'améliorer l'efficacité d'une opération séparative (extraction par exemple) ou la réactivité d'une opération chimique.
- Réduire les dimensions pour favoriser la manutention, le conditionnement ou l'utilisation du produit.
- Améliorer l'homogénéisation d'un mélange de solides ou d'une suspension.
- Répondre aux spécifications de la distribution granulométrique.

1.4.1.1.1. Définitions :

La fragmentation est effectuée dans des concasseurs et des broyeurs et se définit par plusieurs termes selon la taille des fragments obtenus :

- **L'abattage** concerne l'extraction de fragments au moyen d'explosifs ou d'outils spéciaux (industrie minière). Cette opération est suivie d'un préconcassage (débitage primaire ou concassage primaire) qui permet d'aboutir à des morceaux de 30 cm maximum ;
- **Le concassage** est la fragmentation rudimentaire de corps assez durs qui permet d'obtenir des morceaux de 10 à 20 cm (concassage primaire) et de 4 à 8 cm (concassage secondaire) ;
- **La granulation** est une forme de concassage poussé qui conduit à des fragments de 0,5 à 2 cm (concassage tertiaire) ;
- **Le broyage grossier** produit des particules généralement comprises entre 0,1 à 5 mm de diamètre ;
- **Le broyage fin ou la pulvérisation** consiste à fragmenter pour obtenir des particules inférieures à 0,1 mm ;
- **Le broyage ultrafin ou la micronisation** produit des particules de l'ordre du micromètre ;
- **La désintégration** est l'opération de partage des matières tendres, agglomérées ou fibreuses ;

1.4.1.2. Théorie de la fragmentation :

La fragmentation d'un produit peut se faire suivant plusieurs méthodes selon les propriétés physiques de la matière et le type de broyeur utilisé.

1.4.1.2.1. Divers types de broyage :

Plusieurs opérations mécaniques élémentaires peuvent être utilisées pour fragmenter les solides (figure 1). La réduction de dimension peut se faire par :

- Ecrasement des particules entre une plaque fixe et une plaque mobile. Cette compression permet de réduire les solides en gros fragments et est utilisée dans les concasseurs à mâchoires ;

- Percussion des grains projetés à grande vitesse (vitesse moyenne voisine de 100 m/s) sur les surfaces fixes (superbroyeur) ;
- Percussion des particules fixes ou en mouvement lent par des corps broyants dynamiques (broyeur à boulets) ;
- Percussion entre particules se déplaçant à grande vitesse (superbroyeur). Cette technique est utilisée pour le broyage moyen ou fin et pour la pulvérisation ;
- Cisaillement (découpage ou scission) lorsque le solide est placé entre deux parties légèrement décalées sur lesquelles on exerce une force opposée qui va partager le matériau ;
- Attrition (abrasion ou usure) résultant du mouvement obtenu par glissement de deux parties rigides entre lesquelles sont placées des particules solides (broyeur à mâchoires). Cette technique est utilisée pour faire des broyages plus ou moins fins de produits tendres ou semi-durs.

Ces diverses opérations peuvent être réalisées en utilisant plusieurs techniques :

- Le broyage à sec lorsque le solide à traiter est introduit seul dans l'appareil ;
- Le broyage humide qui opère en présence d'eau ; Cette technique présente des :
 - Avantages puisque cette opération engendre moins de poussières, facilite la manutention des produits et réduit la consommation énergétique ;
 - Inconvénients puisqu'elle entraîne une usure plus importante du broyeur (non recommandée avec les produits abrasifs) et est inutilisable avec les produits réagissant avec l'eau ;
- Le broyage en présence d'adjuvants : Il a été constaté que certains produits (graphite, graisses, résines, acides alkylarènesulfoniques), utilisés en faible quantité, favorisent le broyage en diminuant le temps d'opération.

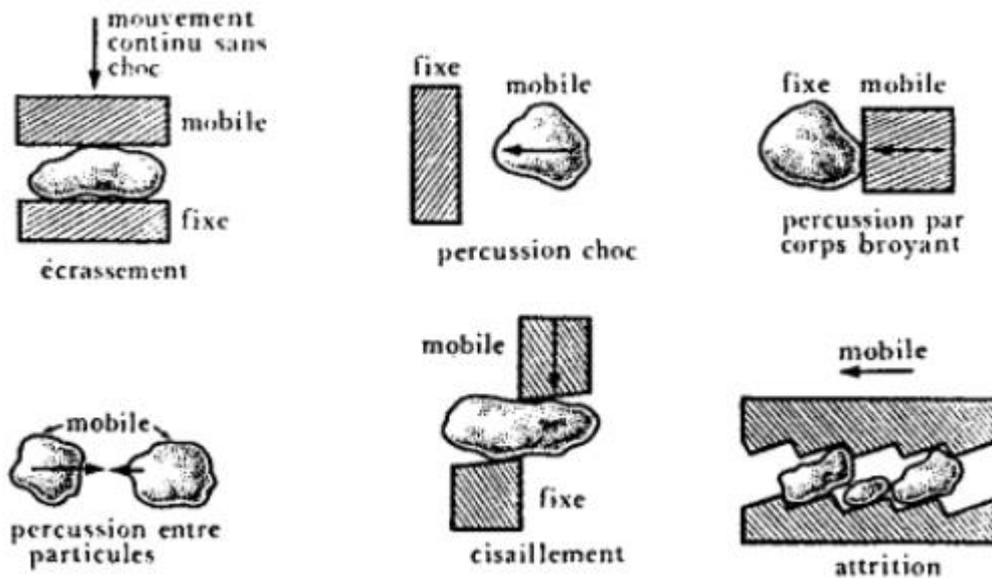


Figure 1 : Différents modes de fragmentations des solides.

1.4.1.2.2. Critères d'évaluation de la fragmentation :

A/ Taux de réduction :

Le Taux de réduction (R) se définit par le rapport des dimensions des particules avant d_1 et après fragmentation d_2 , selon la formule :

$$R = \frac{d_1}{d_2}$$

Les particules broyées ont des dimensions et des formes définies qui peuvent être caractérisées par leurs dimensions moyennes. Elles peuvent être évaluées à partir de quelques règles élémentaires :

- Le pourcentage de particules fines augmente avec le rapport de réduction ;
- Les particules sont d'autant plus cubiques que le rapport de réduction du broyage est plus petit ;
- Le broyage de morceaux plats donne proportionnellement plus de particules fines que le broyage de morceaux de forme régulière ;
- Le broyage dans une machine à grand degré de réduction donne un pourcentage important de gros grains et de fins mais peu d'intermédiaires ;

- Les gros grains ont généralement une forme allongée, les grains moyens se rapprochent de la forme cubique et les grains fins sont en majorité plats et allongés.

B/ Efficacité de broyage :

L'efficacité de broyage (η_b) peut se définir comme le rapport de l'énergie de surface (E_s) créée pendant le broyage par l'énergie absorbée (W_b) par les matériaux pendant l'opération selon l'équation suivante :

$$\eta_b = [E_s(S_{m2}-S_{m1})] / W_b$$

où ($S_{m2}-S_{m1}$) représente la différence entre les surfaces spécifiques du solide après et avant broyage et E_s l'énergie consommée par unité de surface. Ces efficacités sont très faible (souvent moins de 1%) et il faut prendre en considération le rendement mécanique (η_m) qui prend en compte l'énergie totale absorbée (W_t) donnée par la relation :

$$W_t = W_b / \eta_m = [E_s(S_{m2}-S_{m1})] / (\eta_b \cdot \eta_m)$$

Et si q_m est le débit d'alimentation du broyeur, la puissance requise est donnée par l'équation ci-dessous en faisant intervenir la masse volumique (ρ_s) et la sphéricité (φ_s) du solide à partir de $P=W_t \cdot q_m$:

$$P = \frac{q_m \cdot E_s(S_{m2}-S_{m1})}{\eta_b \cdot \eta_m} = \frac{6 q_m \cdot E_s}{\eta_b \cdot \eta_m \cdot \rho_s} \left(\frac{1}{\varphi_s \cdot d_2} - \frac{1}{\varphi_s \cdot d_1} \right)$$

1.4.1.2.3. Facteurs influents de la fragmentation :

A/ Dureté :

La dureté n'intervient pas réellement dans la fragmentation mais surtout dans l'usure de la machine et sa consommation énergétique. Elle s'exprime par rapport aux composés figurant dans l'échelle de Mohs qui classe les minéraux selon leur dureté croissante classée de 1 à 10, du talc au diamant.

B/ Friabilité :

La friabilité se définit comme la facilité avec laquelle un composé est brisé par percussion. Ce facteur est très important dans le broyage et est déterminé par l'indice de Hardgrove. Il en résulte que le débit d'un broyeur est d'autant plus important que la substance soit friable.

C/ Granulométrie :

Le débit d'un appareil est d'autant plus élevé que le produit à fragmenter est petit. Il est donc recommandé d'effectuer un concassage préalable avant de procéder au broyage final pour obtenir un produit fin. De même, le débit d'un appareil est d'autant plus faible que la granulométrie finale est petite.

D/ Taux d'humidité :

Le taux d'humidité a une grosse importance sur le débit d'un broyeur. Un taux d'humidité inférieur à 3% ne modifie pas les conditions du broyage alors qu'entre 3 et 5 % il le favorise. Entre 5 et 50% il devient défavorable par suite de formation d'une pâte qui s'agglomère adhère aux parois et au-delà de 50% il le facilite de nouveau par suite du lavage de la substance.

E/ Température :

L'élévation de température fragilise la structure solide et augmente généralement la division des composés en présentant, en plus, l'avantage de le sécher.

F/ Adjuvants :

Il a été constaté que les adjuvants jouent souvent un rôle favorable dans la fragmentation. Le broyage à sec est réalisé parfois en présence d'adjuvants (charbon colloïdal, graphite, graisses résines, etc.).

1.4.1.2.4. Evaluation de la fragmentation : Lois énergétiques de la fragmentation :

L'énergie de fragmentation dépend fortement des propriétés du solide à fragmenter, du taux de réduction et de l'appareil. On dispose de lois empiriques pour calculer l'énergie E requise par unité de masse pour passer d'un diamètre de particule d_1 à un diamètre d_2 après fragmentation.

A/ Loi de Rittinger :

Cette loi a été établie en 1867 et a montré que l'énergie nécessaire au broyage est proportionnelle à la somme des nouvelles surfaces créées pendant l'opération.

$$E' = k_R / ((1/d_2) - (1/d_1))$$

La constante k_R de Rittinger dépend du produit et du broyeur. Dans cette expression, Rittinger n'a pas tenu compte de la déformation du matériau avant le broyage.

B/ Loi de Kick :

Kick a déterminé, en 1885, que l'énergie nécessaire au broyage d'un corps est proportionnelle à sa variation de volume .

L'énergie spécifique est donnée par :

$$E' = k_k \cdot \ln (d_1/d_2)$$

C/ Loi de Bond :

La loi de Bond a été établie en 1952, à partir de données expérimentales.

$$E = 10 E_i \left(\left(\frac{1}{\sqrt{d_2}} \right) - \left(\frac{1}{\sqrt{d_1}} \right) \right).$$

Cependant les essais effectués sur divers matériaux ont montré que la loi de :

- Rittinger est compatible avec les fragmentations fine et ultrafine ;
- Kick peut s'appliquer avec une fragmentation grossière et lorsqu'il y a déformation élastique ;

- Bond couvre les domaines du broyage grossier à fin et est même utilisée pour dimensionner les broyeurs.

1.4.1.3. Appareillage :

Le choix d'un appareil de fragmentation dépend :

- De la qualité de la matière à traiter (dureté, sensibilité à la chaleur, friabilité...);
- Des granulométries initiale et finale souhaitées ;
- De la production horaire.

Pour une fragmentation grossière, on utilisera des concasseurs (2 à 20 mm), pour une fragmentation moyenne des broyeurs (0,1 à 2), et pour une fragmentation fine des meules ou des pulvérisateurs (< 1 mm).

1.4.1.3.1. Par compression-écrasement- :

Ces appareils permettent la réduction de solides durs jusqu'à 0,5 à 5 mm. Le plus simple est le concasseur à mâchoires, dont le mouvement est alternatifs (figure 2).

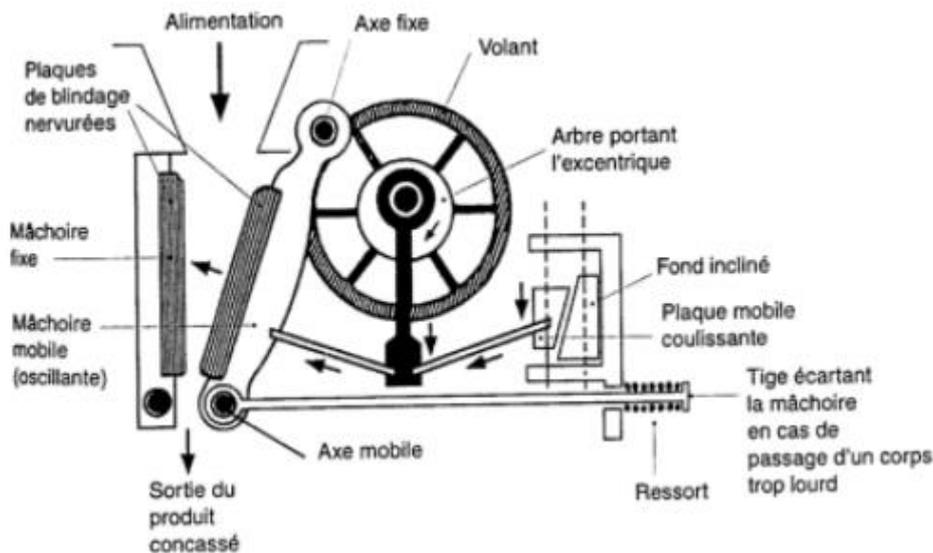


Figure 2 : Concasseur à mâchoires.

Le concasseur giratoire (figure 3) permet de traiter des produits de plus faible dimensions, il est animé d'un mouvement excentrique, et, à la différence du concasseur à mâchoires, son action est continue.

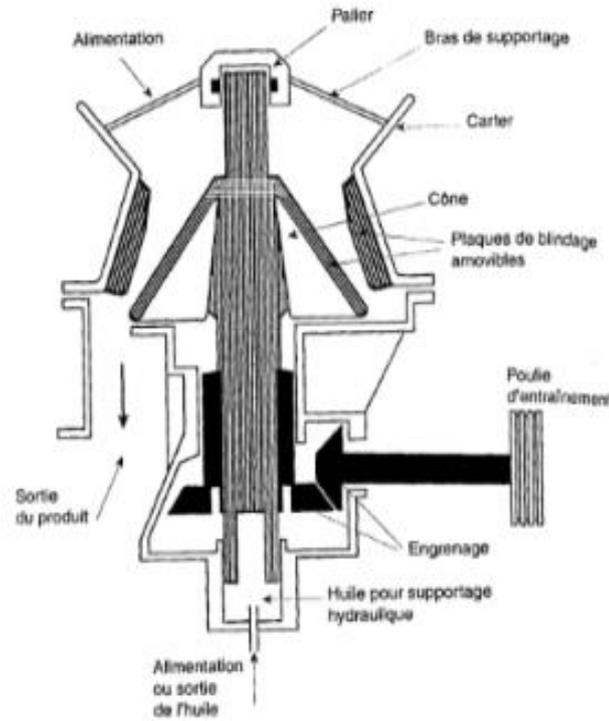


Figure 3 : Concasseur giratoire.

Enfin le concasseur à cylindres convient pour les matériaux friables. Les cylindres peuvent être lisses ou non (il y a alors attrition en plus de la compression, ils tournent en sens opposé, et généralement à la même vitesse.

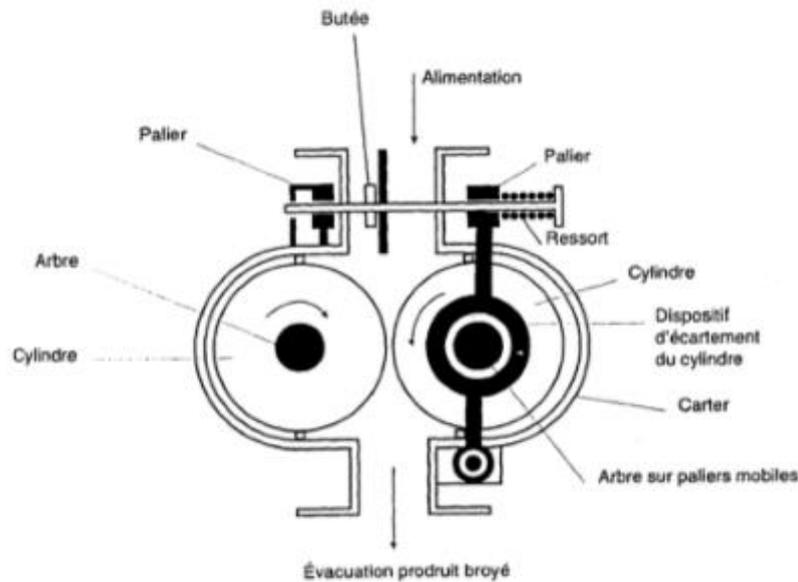


Figure 4 : Concasseur à cylindres.

1.4.1.3.2. Par impact-percussion- :

La fragmentation dans le broyeur à marteaux (figure 5) est obtenue par chocs contre les parties fixes ou mobiles. Lorsque le produit est suffisamment fin, il est recueilli à travers la grille inférieure. Ce type de broyeur convient pour des produits friables.

Le principe du broyeur à broches (figure 6) est similaire, toutefois les broches sont fixes. Ce broyeur convient pour des matières fibreuses.

Le broyeur à barres est représenté sur la figure 7.

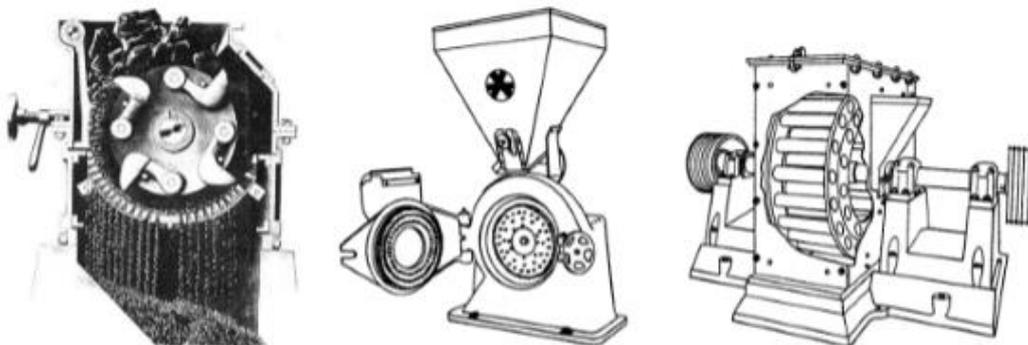


Figure 5 : Broyeur à marteaux **Figure 6 :** Broyeur à broches **Figure 7 :** Broyeur à barres.

Le broyeur à boulets est très utilisé pour obtenir des produits fins. Son principe est représenté sur la figure 8. Pour un bon fonctionnement, le taux de remplissage ne doit pas excéder 30%. Comme illustré sur la figure 9, la vitesse de rotation doit être judicieusement choisie afin que les chocs soient efficaces. Le broyeur à boulets est simple à mettre en œuvre, mais il consomme beaucoup d'énergie. Le matériau des boulets doit être compatible avec la charge à broyer, car leur usure provoque une pollution du produit. Enfin ce type de broyeur provoque un échauffement intense, qui doit pouvoir supporter le produit.

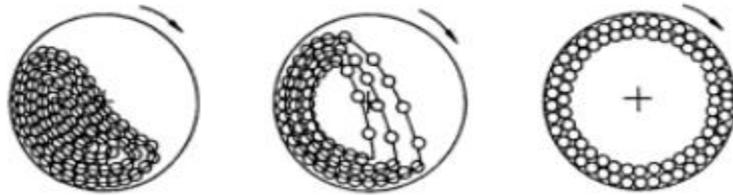


Figure 8 : Mouvement des boulets dans un cylindre tournant.

- A faible vitesse, les billes roulent simplement les unes sur les autres et l'ensemble boulets-matière reste dans le fond du cylindre. Le broyage est uniquement dû au frottement et il est à peu près nul ;
- A vitesse élevée, les billes et la matière sont soumises à une force centrifuge et l'ensemble est plaqué contre la paroi interne du cylindre et il n'y a pratiquement pas de fragmentation. Ce phénomène ne se produit qu'à partir d'une certaine vitesse de rotation critique, ω_c , (en tr/min).

$$\omega_c = \frac{29,91}{\sqrt{(R-r)}}$$

Où R : Le rayon du broyeur.

r : Le rayon des boulets.

ω_{eff} : Vitesse de rotation optimale.

$$\omega_{eff} = \frac{23}{\sqrt{(R-r)}}$$

- Le coefficient de remplissage, Δ , se définit comme étant le rapport du volume occupé par la charge (matière et boulets) (v) au volume total du cylindre (V).

$$\Delta = v/V$$

- La dimension des boulets à choisir dépend de la finesse de la poudre que l'on veut obtenir. La formule de Starke donne la relation entre le diamètre des grains (d) à broyer et le diamètre des boulets.

$$D \text{ (en } \mu\text{m)} = \frac{\sqrt{d}}{25,4} \times 10^{-4}$$

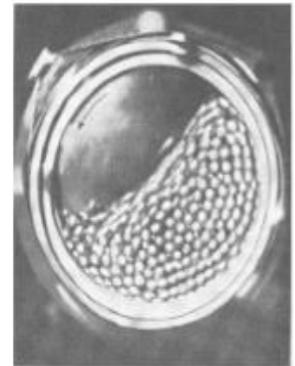
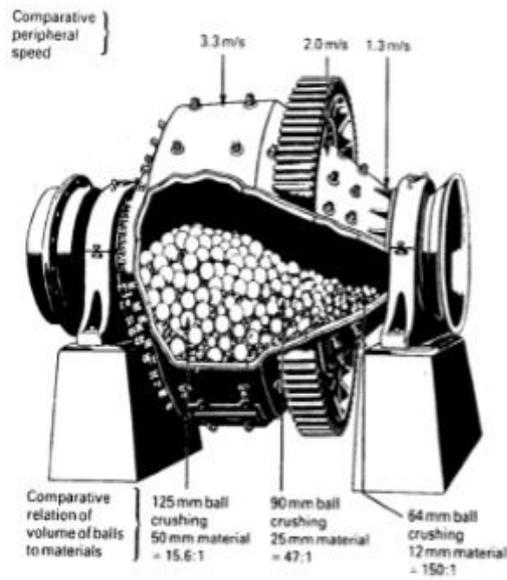


Figure 9 : Broyeurs à boulets.

1.4.1.3.3. Par attrition –frottement :

Le broyeur à meule (figure 10) fonctionne en discontinu, par frottement et compression. Il permet d'atteindre des taux de réduction élevés.

Le broyeur à jet d'air (figure 11) permet d'obtenir des poudres très fines.

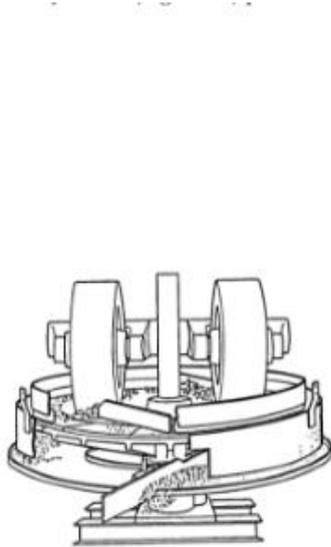


Figure 10 : Broyeur à meule.

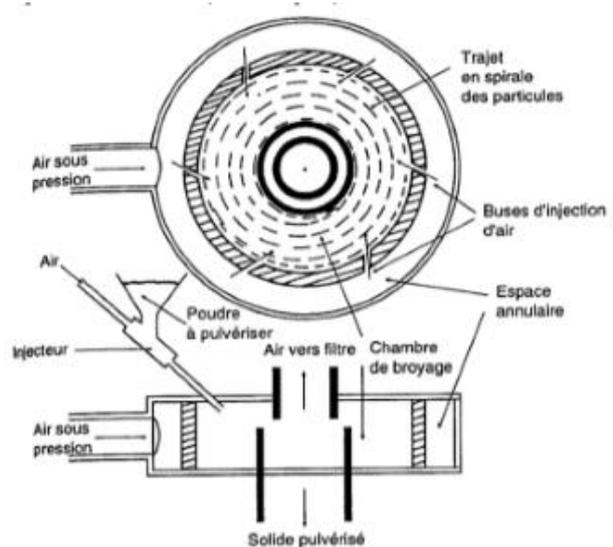
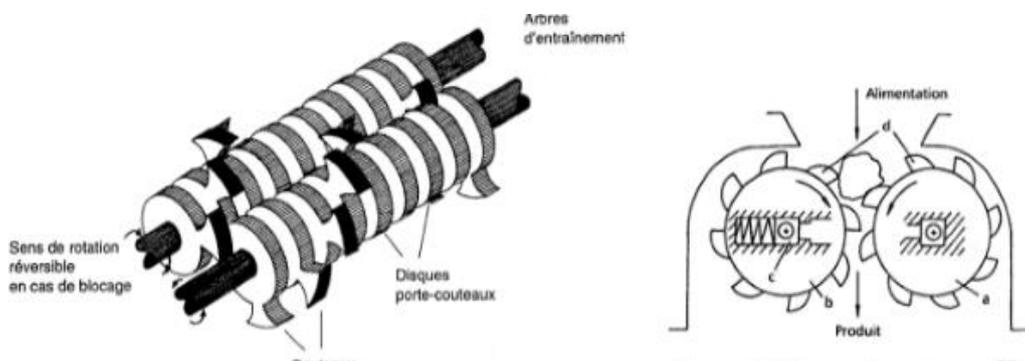


Figure 11 : Broyeur à jet d'air

1.4.1.3.4. Par coupure-cisaillement- :

Le broyeur à couteaux est constitué de lames montées sur un rotor (ou un stator).



Couteaux

Figure 12 : Broyeur à couteaux.

I.4.2. Tamisage industriel :

Le tamisage (criblage) est une opération courante dans l'industrie minérale (roches fragmentées), végétale (grains, farines), manufacturière et en chimie fine. Il est utilisé pour :

- Eliminer les gros fragments, avant de les retraiter dans un broyeur pour réduire leurs dimensions ;
- Eliminer les poussières ;
- Classer les produits en différentes catégories suivant leur taille pour répondre aux exigences commerciales (graviers, charbons, sables, etc.) ;
- Obtenir un lot homogène de fragments pour optimiser l'efficacité du traitement physique (gravimétrie) ou physico-chimique (flottation).

En théorie un produit brut devrait se partager en deux fractions solides après criblage :

- Le passé, constitué de particules dont le diamètre est inférieur à celui des mailles du tamis ;
- Le refusé, constitué de particules dont le diamètre est supérieur à celui des mailles du tamis ;

En pratique, il n'en est pas toujours ainsi parce que :

- Le produit peut être humide et les fines particules colmatent les mailles ;
- Le temps de tamisage est trop court ou la fréquence de secouage est trop faible pour avoir une séparation parfaite ;
- Les toiles peuvent être usées ou les mailles brisées ;
- Il y a des déformations locales, une particule pouvant écarter les fils de la maille sous l'action du choc et passer alors que son diamètre est supérieur.

On distingue quatre grands types d'appareils industriels qui peuvent être fixes ou mobiles : les cribles statiques, les cribles rotatifs (trommels et blutoirs), les tamis vibrants et les cribles circulaires.

I.4.2.1. Capacité de criblage :

La capacité d'un crible dépend de son aptitude au :

- Transfert de matière qui correspond au débit total admissible sur la surface criblante ;
- Passage à travers le trou qui correspond au débit total possible de traverser sur la surface criblante ;

La capacité de criblage est en fait un compromis entre les deux critères précédents.

Elle est affectée par :

- Le pourcentage de passant (grains de dimensions inférieures à celles du tamis) et, plus il est faible, moins la séparation est bonne ;
- La fraction critique (pourcentage de grains difficiles) et, plus elle est élevée, moins la séparation est efficace ;
- Le pourcentage en eau qui agit sur la coulabilité et sur la facilité de colmatage des fines ;
- La morphologie des grains par rapport à la géométrie des orifices ;

La capacité d'un crible C peut être déterminée en fonction de la surface tamisante (A) et l'ouverture des mailles (d) à l'aide des deux formules suivantes, selon l'état du solide. Dans ces expressions, ρ représente la masse volumique du solide et t le temps de criblage. La capacité s'exprime par les relations suivantes :

- Humide : $C = (\rho \cdot A \cdot d) / t$;
- Sèche : $C = 1,5 \times (\rho \cdot A \cdot d) / t$;

I.4.2.2. Efficacité du criblage :

L'efficacité est déterminée expérimentalement en comparant les résultats du criblage à ceux déterminés par analyse granulométrique et en faisant passer l'échantillon dans un tamis (ou une série de tamis) normalisé(s). Elle sera établie en se basant sur l'établissement des bilans massiques selon que l'objectif soit de recueillir le produit cible dans le refus ou la tamisat. Considérons une alimentation en solide de A kg contenant $a\%$ (ou a' en valeur réelle) de grosses particules (de dimensions supérieures

aux mailles du tamis). A la fin de l'opération, on recueille R kg de refus et P kg de passé de teneurs respectives r % et p % en grosses particules (r' et p' en valeurs réelles).

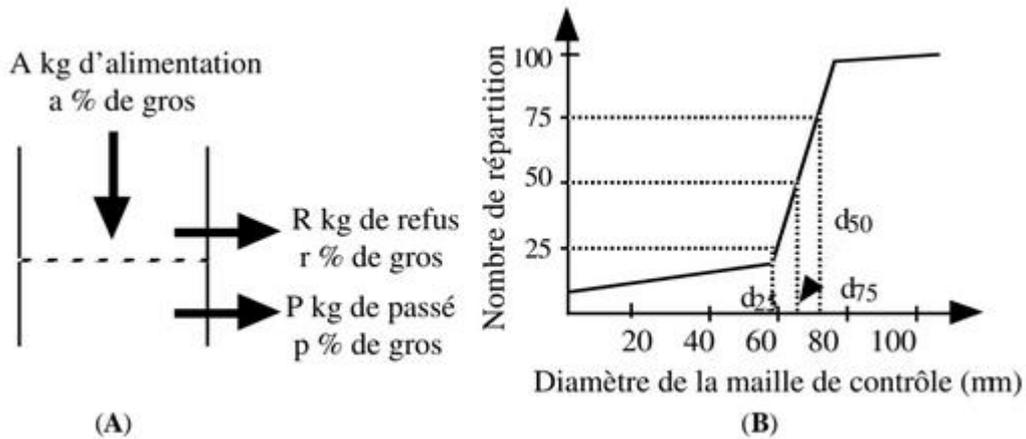


Figure 13 : Criblage : (A) Schéma de principe ; (B) Courbe de partage.

La représentation du bilan-matière du crible donne :

- Bilan global : $A = P + R$
- Bilan par rapport au gros : $Aa = Pp + Rr$

La séparation des particules n'étant jamais parfaite, la sélectivité (ou efficacité) du tamisage, ou de passage peut se définir de deux façons selon l'objectif recherché. Il est possible de définir :

- L'efficacité ou rendement de passage (η_p) qui doit fournir le maximum de particules fines dans le tamisat.

$$\text{Donc } \eta_p = \frac{(100 - p)}{(100 - a)} \frac{P}{A}$$

Où a, p et r sont les pourcentages des particules de dimensions supérieures à la taille du tamis, respectivement dans l'alimentation, le passé et le refus. La substitution de $R = A - P$ dans l'équation bilan par rapport au gros donne :

$$Aa = Pp + Ar - Pr \Rightarrow A(a - r) = P(p - r) \Rightarrow \frac{P}{A} = \frac{a - r}{p - r} \text{ soit :}$$

$$\eta_p = \frac{(100 - p)}{(100 - a)} \frac{(a - r)}{(p - r)} = \frac{(1 - p')}{(1 - a')} \frac{(a' - r')}{(p' - r')}$$

- L'efficacité d'épuration (η_r) doit fournir le maximum de grosses particules dans le refus. Elle est aussi appelée de taux de recouvrement.

$$\eta_r = \frac{r(a-p)}{a(r-p)}$$

- Le taux de refus (η_t) qui représente, par analogie, le rapport de la masse du produit intéressant trouvé dans le tamisat à la masse de ce même produit contenu dans le brut.

$$\eta_t = \frac{(a-p)}{(r-p)} \frac{(100-r)}{(100-a)} = \frac{(a'-p')}{(r'-p')} \frac{(1-r')}{(1-a')}$$

I.4.2.3. Tamis et passoires de contrôle :

Les tamis et passoires de contrôle sont des appareils utilisés au laboratoire pour déterminer l'analyse granulométrique des solides. Il existe deux sortes de surfaces tamisantes :

- Les toiles tissées à mailles carrées appelées tamis ;
- Les toiles perforées de trous ronds dénommées passoires.

Tableau 1 : Correspondance entre les mailles des tamis et le numéro de module de la série Afnor :

N° module	Ouverture	
	(mm)	(pouce)
17	0,040	0,0016
18	0,050	0,0019
19	0,063	0,0024
20	0,080	0,0031
21	0,100	0,0039
22	0,125	0,0049
23	0,160	0,0063
24	0,200	0,0078
25	0,250	0,0098
26	0,315	0,0124
27	0,40	0,0157
28	0,50	0,0196
29	0,63	0,0248
30	0,80	0,0315
31	1,00	0,0393
32	1,25	0,0492
33	1,60	0,0630
34	2,00	0,0787
35	2,50	0,0984
36	3,15	0,1240
37	4,00	0,1570
38	5,00	0,1970

I.4.2.4. Appareillage :

On distingue quatre grands types d'appareils industriels qui peuvent être fixes ou mobiles : les cribles statiques, les cribles rotatifs (trommels et blutoirs), les tamis vibrants et les cribles circulaires.

I.4.2.4.1. Les cribles statiques :

Les cribles statiques sont surtout utilisés pour la séparation de solides qui se présentent en gros fragments (supérieurs à 5 – 10 cm).

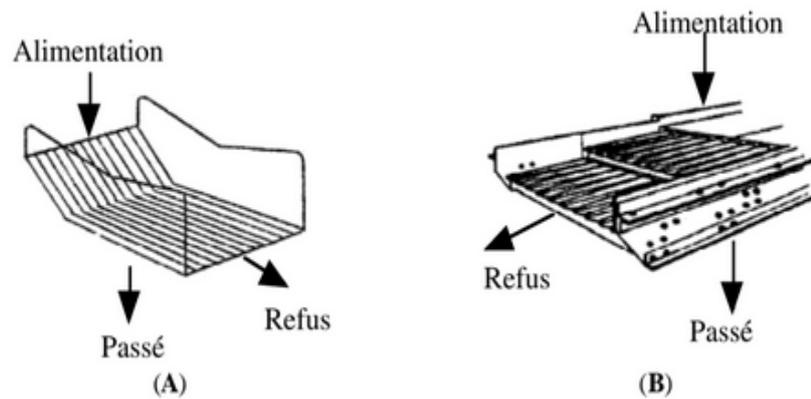


Figure 14 : Cribles : (A) A barres inclinées ; (B) A barres en cascade.

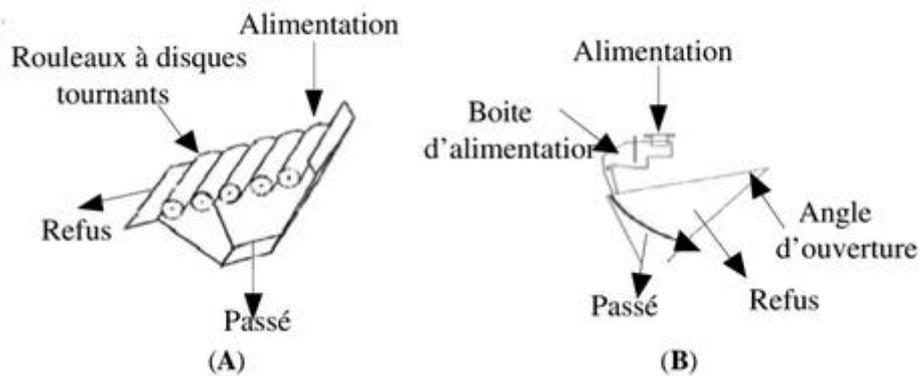


Figure 15 : Cribles : (A) A rouleaux ; (B) A grille courbe.

I.4.2.4.2. Les cribles vibrants :

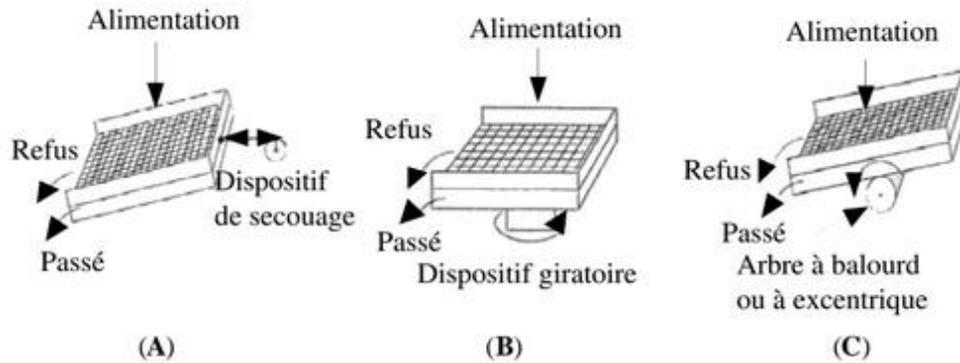


Figure 16 : Tamis alternatifs : (A) Horizontal à secousses ; (B) Giratoire horizontal ; (C) Giratoire vertical.

I.5. Milieux dispersés :

Un milieu dispersé est un milieu matériel dans lequel une phase est distribuée sous forme de particules (dispersée) dans une autre phase (continue ou dispersante). La nature des phases et la taille des particules dispersées permettent de classer les milieux dispersés.

I.5.1. Classification selon l'état physique des phases :

Solide : Un solide dispersé dans un liquide (ex: sel dissous dans l'eau). Si les particules sont suffisamment petites (solution), le mélange est homogène. Si les particules sont plus grosses (suspension), le mélange est hétérogène et les particules peuvent sédimenter.

Suspension : Un solide dispersé dans un liquide ou un gaz (ex: poudre dans l'eau, poussière dans l'air). Les particules sont relativement grosses et peuvent se déposer.

Émulsion : Un liquide dispersé dans un autre liquide non miscible (ex: huile dans l'eau, mayonnaise). Un agent tensioactif est souvent nécessaire pour stabiliser l'émulsion.

Aérosol : Un liquide ou un solide dispersé dans un gaz (ex: brouillard, fumée).

Mousse : Un gaz dispersé dans un liquide ou un solide (ex: mousse à raser, polystyrène).

Gel : Un liquide dispersé dans un solide (ex: gelée).

I.5.2. Classification selon la taille des particules dispersées :

Solutions vraies : Les particules dispersées sont des ions ou des molécules de taille inférieure à 1 nm. Le mélange est homogène.

Colloïdes : Les particules dispersées ont une taille comprise entre 1 nm et 1 µm. Elles ne se déposent pas facilement. L'effet Tyndall (diffusion de la lumière) est observable.

Suspensions : Les particules dispersées ont une taille supérieure à 1 µm. Elles se déposent facilement.

I.5.3. Caractéristiques des milieux dispersés :

La taille des particules, la nature des phases et la présence d'agents stabilisants influencent les propriétés des milieux dispersés, notamment :

Stabilité : La capacité du milieu à maintenir la dispersion des particules dans le temps.

Viscosité : La résistance à l'écoulement.

Opacité : La capacité à absorber ou diffuser la lumière.

Réactivité : La vitesse des réactions chimiques qui peuvent se produire dans le milieu.

Chapitre II : Caractérisation des milieux poreux.

II.1. Morphologie des grains :

La dimension d'une particule ne suffit pas toujours à la caractériser. En effet, la mécanique des suspensions dépend aussi de la forme et de la régularité des particules.

La morphologie caractérise la relation entre la forme d'une particule et la forme régulière la plus proche. La morphologie des particules influe sur les propriétés du lot et, notamment, sur la fluidité des poudres, leur compactage et leur interaction avec les fluides.

II.1.1 Caractérisation d'une particule unique :

II.1.1.1. Taille :

Pour simplifier les études ultérieures de procédés, il est judicieux de caractériser la taille d'une particule par une seule dimension. Dans le cas d'une sphère, cette dimension est tout simplement le diamètre de la sphère.

Dans le cas d'une particule de forme quelconque, on choisit souvent d'exprimer sa dimension comme étant le diamètre de la sphère équivalente.

- **Diamètre de la sphère de même volume :**

$$d_V = \left(\frac{6 \cdot V_p}{\pi} \right)^{1/3}$$

- **Diamètre de la sphère de même surface :**

$$d_A = \left(\frac{A_p}{\pi} \right)^{1/2}$$

- Diamètre de la sphère de même surface par unité de volume :

$$d_p = \frac{6}{a_p}, \text{ avec } a_p = \frac{A_p}{V_p}$$

- Diamètre de la sphère de même surface projetée dans la direction de l'écoulement :

$$d_C = \sqrt{\frac{4 \cdot \Omega_C}{\pi}}$$

II.1.1.2. Forme :

II.1.1.2.1. Facteurs de Forme :

Pour caractériser la forme des particules, on peut calculer son facteur de forme (forme de sphéricité) :

$$\checkmark \psi_V = \frac{\text{surface de la sphère de même volume que la particule}}{\text{surface de la particule}} = \left(\frac{d_V}{d_A}\right)^2$$

$$\checkmark \psi_A = \frac{\text{volume de la sphère de même surface que la particule}}{\text{volume de la particule}} = \left(\frac{d_A}{d_V}\right)^3$$

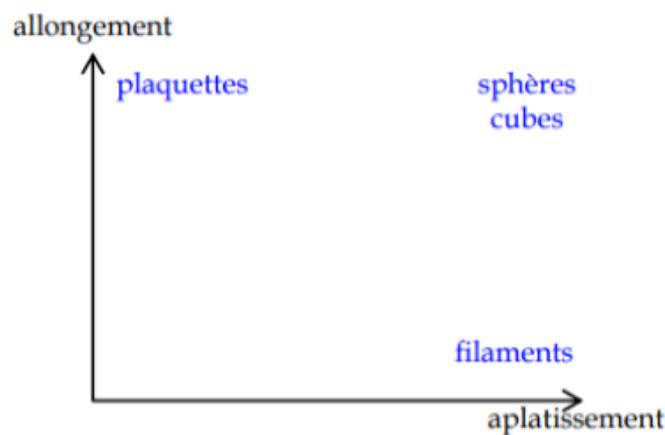
$$\checkmark \psi_p = \left\{ \frac{\text{surface de la sphère de même surface par unité de volume que la particule}}{\text{surface de la particule}} \right\} \left\{ \frac{\text{volume de la sphère de même surface par unité de volume que la particule}}{\text{volume de la particule}} \right\} = \left(\frac{d_p}{d_A}\right)^2 = \left(\frac{d_p}{d_V}\right)^3$$

$$\checkmark \psi_C = \frac{\text{volume de la sphère de même surface projetée que la particule}}{\text{volume de la particule}} = \left(\frac{d_C}{d_V}\right)^3$$

II.1.1.2.2. Indices d'allongement et d'aplatissement :

On peut également caractériser la forme d'une particule à l'aide des indices d'allongement et d'aplatissement :

$$\checkmark \text{ indice d'allongement} = \frac{\text{largeur}}{\text{longueur}}$$
$$\checkmark \text{ indice d'aplatissement} = \frac{\text{épaisseur}}{\text{largeur}}$$



Lorsque les dimensions (réelles) d'une particule sont du même ordre de grandeur dans les trois directions de l'espace, on parle de particule isométrique (sphère, cube, par exemple). Les particules dont l'une des dimensions est nettement plus faible que les deux autres, sont qualifiées de plaquettes ; celles dont deux des dimensions sont nettement plus faibles que la troisième, sont appelées filaments ou aiguilles.

II.1.1.3. Résistance mécanique :

La résistance mécanique d'une particule correspond à plusieurs propriétés :

II.1.1.3.1. Dureté : Est mesurée par des essais de rayures sur divers matériaux (Mohs) ou en évaluant l'importance de l'empreinte laissée par une bille ou une pointe sur une surface plane de matériau (Brinell, Knoop, Vickers).

II.1.1.3.2. Abrasivité : L'abrasion caractérise l'aptitude d'une substance à polir et user une surface par frottement. Elle correspond à la rugosité de la surface des particules.

II.1.1.3.3. Friabilité : Se définit comme la la facilité avec laquelle un composé est brisé par percussion. La friabilité n'étant pas un critère de non-dureté, on pourra avoir une substance dure et fragile (diamant) et tendre et non friable (matières plastiques).

II.1.1.3.4. Rigidité : C'est la résistance à la traction, la flexion, voire l'écrasement. Elle est mesurée à l'aide du module d'élasticité du matériau (module d'Young).

II.1.1.3.5. Ténacité : C'est la résistance à la cassure. Elle est quantifiée en mesurant l'énergie nécessaire pour provoquer une déformation permanente.

II.2. Morphologie d'une population de grain :

Les particules de diverses industries doivent répondre à des impératifs de qualité et des caractéristiques propres à chaque usage. Parmi les propriétés qui ont une importance particulière dans la caractérisation et le calcul des milieux poreux.

- Taille et forme (citées dans le Tableau ci-dessous) ;
- Densité ou masse volumique ;
- Porosité ;
- Surface.

Tableau 2 : Définitions de la taille des particules.

Symb.	Dénomination	Définition	Formule
d_v	Diamètre volumique équivalent	Diamètre d'une sphère ayant le même volume que la particule	$d_v = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$
d_s	Diamètre surfacique équivalent	Diamètre d'une sphère ayant la même surface que la particule	$d_s = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$
d_{sv}	Diamètre surface-volume équivalent	Diamètre d'une sphère ayant le même rapport surface/volume que la particule	$d_{sv} = \frac{d_v^3}{d_s^2}$
d_c	Diamètre de traînée	Diamètre d'une sphère présentant la même résistance au déplacement, F_c , que la particule ⁽¹⁾	$d_c = \frac{F_c}{3\pi\mu_f V}$ avec $Re < 0,2$
d_i	Diamètre de chute libre	Diamètre d'une sphère ayant la même densité et la même vitesse de chute que la particule ⁽²⁾	
d_{st}	Diamètre de Stokes	Diamètre de chute libre d'une particule dans un fluide en écoulement laminaire	$d_{st} = \sqrt{\frac{d_v^3}{d_c}}$ avec $Re < 0,2$
d_a	Diamètre d'aire projetée	Diamètre d'un disque ayant la même surface que l'aire projetée, A, de la particule en position la plus stable	$d_a = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$
d_t	Diamètre de tamisage	Ouverture carrée minimale du tamis qui laisse passer la particule	

II.2.1. La masse volumique « densité » :

La masse volumique est un paramètre spécifique surtout au milieu poreux. La masse volumique est l'une des caractéristiques physico-chimiques des particules surtout lorsqu'on parle des poudres.

$$d = \frac{\rho_s}{\rho_{eau}} \quad \rho_s = \frac{m}{V}$$

La masse volumique d'un corps est déterminée par le rapport de la masse volume (m) au volume de ce même corps. Dans le cas d'un milieu poreux composé de particules poreuses. On définit la masse volumique apparente et la masse volumique absolue.

II.2.1.1. La masse volumique d'un grain :

Un grain de solide compact comporte généralement des pores dans lesquels peuvent diffuser un fluide. Les pores peuvent avoir une distribution de tailles assez importante qui va des micropores ($d < 2\text{nm}$) aux mésopores ($2 < d < 50\text{nm}$) et aux macropores ($d > 50\text{nm}$). Le degré de vide du grain est caractérisé par sa porosité interne (κ).

$$\rho_g = (1 - \kappa)\rho_s$$

II.2.1.2. La masse volumique vraie et apparente :

La masse volumique vraie, ρ_v est celle du solide, c'est-à-dire en considérant qu'il n'y a pas de vide entre les particules.

La masse volumique apparente est la masse par unité de volume de la matière comprenant à la fois les vides perméables et imperméable de la particule ainsi que le vide entre les particules.

$$\rho_{app} = \frac{m}{V_{app}} = \frac{m}{V_T}$$

$$\rho_{app} = (1 - \varepsilon) \cdot \rho_{théo}$$

II.2.1.3. La masse volumique absolue :

C'est la masse volumique par unité de la matière qui constitue le milieu poreux, sans tenir compte des vides pouvant exister dans ou entre les grains. Expérimentalement, elle peut être déterminée par la méthode de l'éprouvette graduée.

$$\rho_{abs} = \frac{m}{V_{abs}} = \frac{m}{V_T - V_{vides}}$$

Pour mesurer la masse volumique apparente d'une poudre, on pèse un échantillon de cette poudre, que l'on place dans une éprouvette graduée. Il existe aussi une masse volumique tassée, dont la mesure est normalisée.

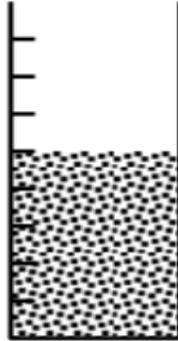


Figure 17 : Mesure de masse volumique apparente d'une poudre.

II.2.2. Porosité :

La porosité est la grandeur qui mesure le pourcentage de vide. La matière solide contenue dans un grain (ou un ensemble de particules), n'occupe pas toujours intégralement le volume délimité par l'enveloppe particulaire. Ces solides possèdent souvent un réseau de pores à l'intérieur de chaque grain (porosité interne ou intraparticulaire) et des vides entre les particules du lit solide (porosité externe ou interparticulaire).

II.2.2.1. Porosité interne :

$$\alpha = \frac{V_g - V_s}{V_g}$$

α : Porosité interne d'un grain ou intraparticulaire ;

V_g : Volume apparent du grain ;

V_s : Volume occupé par le solide.

II.2.2.2. Porosité externe :

La Porosité externe est le rapport du volume des vides entre les particules au volume total.

$$\varepsilon = \frac{V_{\text{vides}}}{V_T} \quad 0 < \varepsilon < 1$$

II.2.2.3. Compacité :

La compacité (c) d'une poudre représente un état ordonné dans lequel chaque particule occupe une place telle que le volume interparticulaire soit minimal.

$$C = V_s / V_c = n V_g / V_c$$

n : Nombre de particules ;

V_c : Volume total de la couche.

La porosité et la compacité sont donc deux grandeurs complémentaires puisque :

$$\varepsilon + c = 1$$

II.2.3. Surface spécifique :

C'est la surface totale des particules d'un échantillon (y compris la surface à l'intérieur des pores) rapportée au volume de l'échantillon occupé par le solide. On la note généralement a_s , son unité est le plus souvent exprimée en m^2/m^3 ou en m^2/kg .

On peut la mesurer par la méthode B.E.T. (Brunauer-Emmet-Teller), qui consiste à mesurer la quantité de gaz (généralement de l'azote) nécessaire pour tapisser la surface d'un échantillon d'une monocouche de molécules de gaz adsorbées.

$$a = \frac{\text{surface totale mouillée}}{\text{volume total du milieu}} = \frac{S_m}{V_T} = \frac{m^2}{m^3}$$

La surface spécifique statique (a_s)

$$a_s = \frac{\text{surface moyenne des particules}}{\text{volume total du milieu}} = \frac{S_m}{V_T} = \frac{m^2}{m^3}$$

La surface spécifique dynamique (a_d)

$$a_s = \frac{\text{surface totale mouillée}}{\text{volume total du solide}} = \frac{S_m}{V_s} = \frac{m^2}{m^3}$$

La surface spécifique massique (a_m)

$$a_s = \frac{\text{surface mouillée}}{\text{masse du solide sec}} = \frac{S_m}{m_s} = \frac{m^2}{g}$$

Les surfaces spécifiques (a , a_m , a_d) sont reliées par l'équation suivante :

$$a_s = (1 - \varepsilon) a_d = (1 - \varepsilon) \rho_s a_m$$

II.2.3.1. Surface spécifique massique moyenne :

Généralement, un lot de particules ne possède pas des grains unidimensionnels et il est nécessaire d'exprimer la surface spécifique de l'ensemble.

$$S_{m\Sigma} = \frac{6}{\varphi_s \rho_s} \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{d_i}$$

II.3. Distribution des tailles des particules solides :

II.3.1. Méthodes de mesure des dimensions :

Une particule sphérique se définit facilement par son diamètre. Malheureusement, les particules obtenues ont rarement des formes homogènes et la mesure de la longueur, de la largeur et de l'épaisseur n'est pas facile à déterminer. Pour simplifier, la dimension des grains est définie conventionnellement comme étant celle, de la forme géométrique régulière la plus proche, qui a soit le même volume, soit la même surface. Il faut donc toujours préciser la méthode qui a été utilisée pour déterminer la dimension.

- Le tamisage mesure le diamètre de tamisage (diamètre de la particule dont la position la plus stable passe à travers l'orifice du tamis) ;
- La sédimentation mesure le diamètre de Stokes (surface de la sphère ayant même vitesse) ;
- Le compteur Coulter mesure le diamètre correspondant au volume.

Les dimensions sont déterminées par des méthodes directes (solide seul) qui mesurent les dimensions des grains dont la sphère a la même surface, ou indirectes (solide mélangé à un fluide dans lequel il est insoluble) qui mesurent les dimensions des grains dont la sphère a le même volume .

II.3.1.1. Méthodes directes :

Pour les grosses particules (de diamètre supérieur à 5 mm), la taille peut se définir avec un mètre ou un pied à coulisse. Pour les très fines particules (comprises entre 1 à 100 μm), la mesure se fait au microscope électronique à transmission ou à balayage (entre 1 et 0,01 μm) ou par des méthodes indirectes.

La microscopie optique ou électronique fournit le diamètre de la sphère solide de même masse volumique que la particule. L'observation microscopique est souvent couplée à l'analyse d'image à l'aide d'une caméra qui permet également de faire un examen morphologique et de déterminer les dimensions après traitement par un logiciel.

Pour les particules intermédiaires (0,04 à 5 mm), la méthode directe la plus simple est le tamisage. Elle consiste à faire passer une masse connue d'un échantillon dans une série de tamis dont les ouvertures sont calibrées et varient. Si une particule passe dans une ouverture de diamètre d_1 et ne passe pas dans une ouverture de diamètre d_2 , on dit qu'elle a, par convention, un diamètre moyen de $(d_1+d_2)/2$

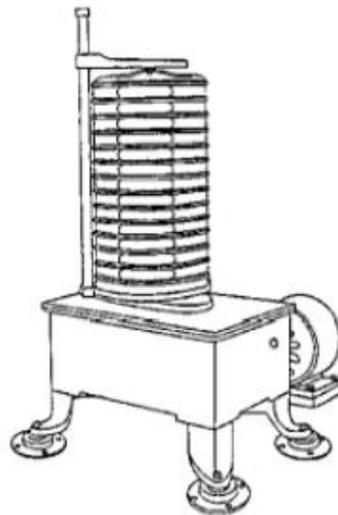


Figure 18 : Tamis vibrant.

II.3.1.2. Méthodes indirectes :

L'analyse par compteur Coulter est actuellement utilisée pour un grand nombre de particules. Les grains sont dispersés dans un électrolyte dans lequel plonge un tube percé à la base par un orifice calibré. Deux électrodes de platine sont disposées à l'intérieur et à l'extérieur du tube. Une pompe à vide permet d'aspirer des particules par l'orifice produisant ainsi un déplacement de son volume en électrolyte qui modifie l'impédance électrique au niveau de l'orifice. Ces impulsions sont amplifiées, mesurées et comptées et sont proportionnelles au volume, donc au diamètre du grain. Ce type d'appareil permet de mesurer des tailles de particules comprises entre 0,4 à 800 μm .

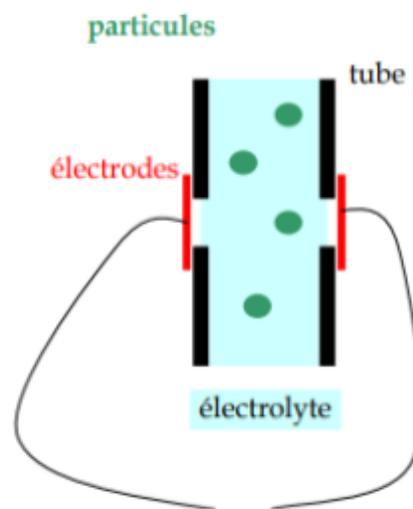


Figure 19 : Principe de fonctionnement d'un compteur coulter.

L'analyse granulométrique par diffusion et adsorption de la lumière comprend deux types de méthode :

- La méthode de balayage de courant de particules en suspension dans un liquide. La taille des particules est déterminée d'après la quantité de lumière occultée par une particule qui traverse un faisceau lumineux. Cette méthode permet de mesurer des tailles allant de 0,2 à 9000 μm ;

- La granulométrie laser. Lorsqu'une particule sphérique est éclairée par un faisceau laser parallèle de lumière cohérente et monochromatique, un motif de diffraction vient se superposer à l'image géométrique. Selon les appareils commerciaux, il est possible d'analyser des particules allant de 0,1 à 350 μm .

II.3.2. Grandeurs obtenues par analyses granulométriques :

Les opérations qui permettent d'obtenir des lots de solide divisé, fournissent des particules dont les dimensions et les formes sont variables. Pour caractériser une production, il est nécessaire de définir un critère de répartition des grains selon leur taille exprimant les titres massiques de chaque lot de particules de mêmes dimensions. Cette opération s'appelle l'analyse granulométrique.

La granularité désigne l'ensemble des caractéristiques définissant l'état granulaire d'un produit, c'est-à-dire la dimension des grains et leur répartition.

- **Le diamètre moyen massique d_m** : $d_m = \frac{dx + d(x+1)}{2}$
- **Le diamètre moyen longueur-masse d_m** : $d_m = \sum_{i=1}^n w_i \cdot d_i$

W_i : Titre massique ;

d_i : Diamètre de la particule i .

- **Le diamètre moyen nombre-longueur d_n** :

$$d_n = \sum_{i=1}^n (n_i \cdot d_i) / n_T$$

- **Le diamètre moyen volume-surface d_s** :

$$d_s = 1 / \sum_{i=1}^n \left(\frac{w_i}{d_i} \right)$$

II.3.3. Analyse granulométrique:

L'analyse granulométrique est l'opération qui permet de déterminer la répartition d'un lot de particules selon leur grosseur. Lorsque l'opération est terminée, les fractions recueillies, comme refus sur les divers tamis sont pesées et les résultats établis sous la forme d'analyse différentielle ou cumulative.

- L'analyse différentielle consiste à exprimer, en pourcentage, la masse des fractions retenues au niveau des divers tamis et correspondant aux dimensions

moyennes. La courbe différentielle qui exprime ce pourcentage différentiel en fonction du diamètre moyen des particules peut être tracée.

- L'analyse cumulative est représentée par le diagramme des pourcentages cumulés passés ou refusés. Cette analyse donne les pourcentages cumulés de matière, c'est-à-dire le rapport des masses des particules soit refusées, soit passées à travers chaque tamis par rapport à la masse totale.

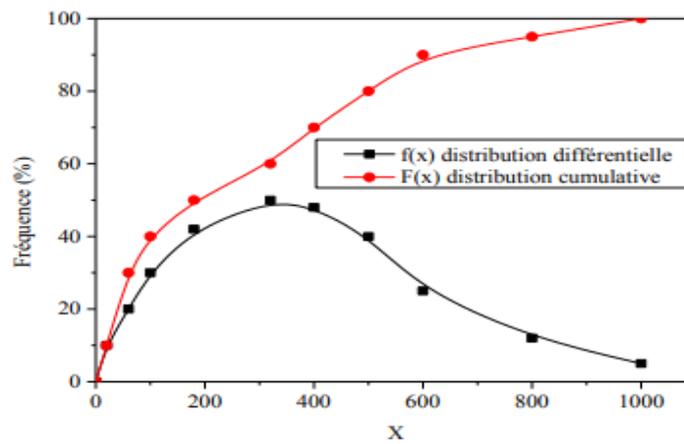


Figure 20 : La distribution différentielle et cumulative.

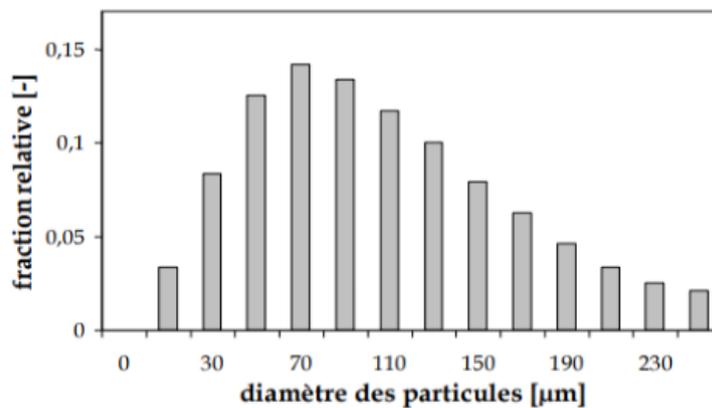


Figure 21 : Distribution granulométrique sous forme d'histogramme.

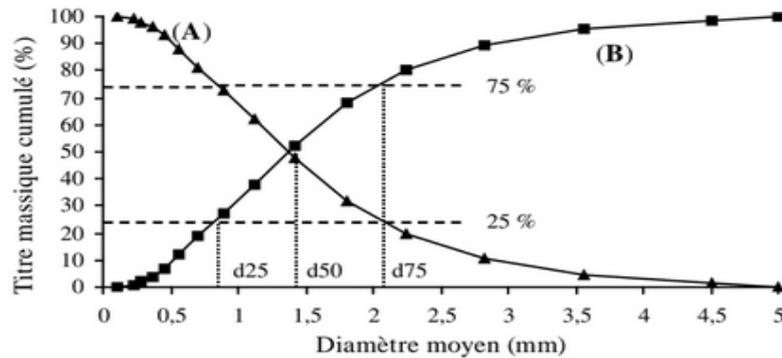


Figure 22 : Courbe de partage : (A) Refus cumulé (B) Passé cumulé.

- La courbe de partage représente le degré de partage en fonction de la dimension des particules. Cette courbe illustre la qualité d'une séparation et plus la pente se rapproche de la verticale, meilleure est la répartition ;
- La dimension de coupure (d_{100}) représente la dimension des particules correspondant à la probabilité de 100% de la courbe de partage ;
- La maille effective de coupure (d_{50}) représente la dimension pour laquelle les grains ont la probabilité de se séparer de façon égale en masse entre le passant et le refus ;
- L'écart probable représente la différence $d_{75} - d_{25}$ de la courbe de partage ;
- Le coefficient d'imperfection représente le demi-rapport de l'écart probable moyen par le diamètre du tamis qui laisse passer 50% de la matière totale :

$$I = \frac{d_{75} - d_{25}}{2 d_{50}}$$

Plus l'imperfection est faible et meilleure est la séparation.

- Le coefficient de variation (C_v) exprime l'écart par rapport à l'uniformité du lot :

$$C_v = \frac{d_{84} - d_{16}}{2 d_{50}}$$

Plus la taille est uniforme, plus C_v est petit.

II.4. Classification des particules solides :

La masse volumique et la taille des particules ont une influence importante sur leur aptitude à la fluidisation. La taille des particules utilisées dans les lits fluidisés industrielles peut varier de 15 à 6000 μm , la masse volumique de ces particules ainsi que celle du fluide varient également dans une large gamme. La vitesse nécessaire à la fluidisation des grosses particules sera largement supérieure à celle pour les particules de plus faibles diamètres.

En se basant sur ces caractéristiques de fluidisation, Geldart (Epstein, 2000) a classifié les particules en quatre groupes distincts suivant leur différence de densité avec le fluide et leur diamètre, le diagramme de Geldart est représenté sur la figure 23.

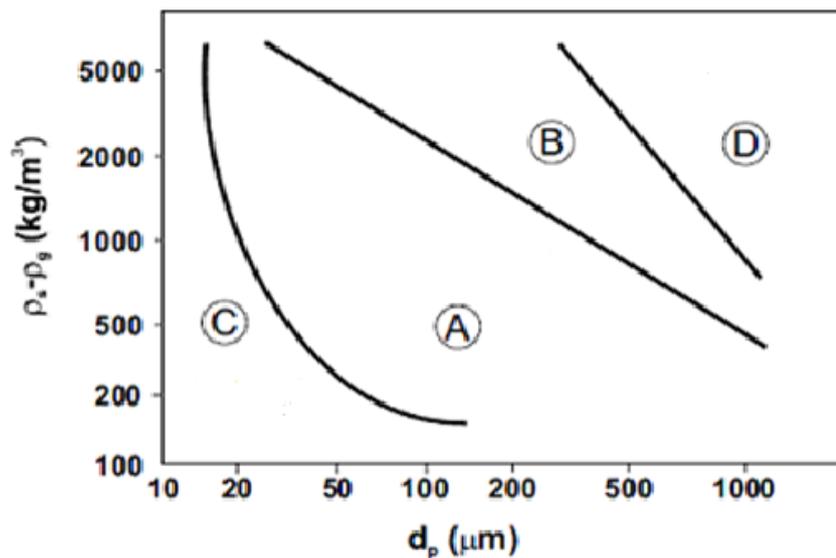


Figure 23 : Classification de Geldart des particules

Geldart a identifié quatre régions dans lesquelles l'aptitude à la fluidisation est distinctement définie :

- **Classe A :** Les particules sont de taille petite et de masse volumique faible et facile à fluidiser (polystyrène). Les particules appartenant à cette catégorie ont les caractéristiques suivantes :

$$\rho_s < 1400 \text{ kg/m}^3 ; 20 \mu\text{m} < d_p < 100 \mu\text{m}$$

- **Classe B** : Cette catégorie regroupe la majeure partie des solides fluidisables. Il s'agit de poudres dont les caractéristiques sont les suivantes :

$$1400 \text{ kg/m}^3 < \rho_s < 4000 \text{ kg/m}^3 ; 40 \mu\text{m} < d_p < 600 \mu\text{m}$$

- **Classe C** : Ce sont des poudres adhésives, difficiles à fluidiser (farine, ciment), ces particules sont de très faibles dimensions

$$d_p < 30 \mu\text{m}$$

- **Classe D** : Cette catégorie rassemble les grosses particules dont la vitesse de fluidisation est relativement importante

$$d_p > 600 \mu\text{m}$$

II.5. Caractérisation d'un lit de grain :

Un lit de particules solides peut se caractériser par les grandeurs suivantes :

II.5.1. Coulabilité :

La coulabilité indique l'aptitude d'une poudre à approcher les caractéristiques d'un fluide, c'est-à-dire la faculté qu'ont les particules à glisser les unes sur les autres par rapport à la paroi d'un récipient ou d'un tube. Elle peut s'évaluer par son indice de coulabilité et par mesures de sa compressibilité ou de son angle de talus.

II.5.1.1. Indice de coulabilité :

Il représente le quotient de la contrainte de consolidation (σ') (en rapport avec sa compacité) par la résistance à la compression (σ_c).

$$i = \frac{\sigma'}{\sigma_c}$$

Plus cet indice est grand et plus la poudre est « coulable ».

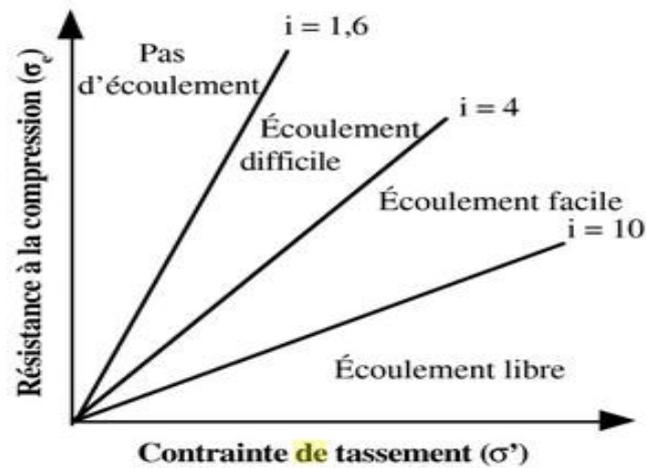


Figure 24 : Influence de l'indice de coulabilité sur l'écoulement d'une poudre.

II.5.1.2. Mesure de la compressibilité :

La compressibilité indique l'aptitude d'une poudre à devenir compacte sous l'action de chocs répétés. Elle peut s'exprimer par deux rapports :

- L'indice de Hausner (H_R) qui représente le quotient de la masse volumique apparente du lit tassé (ρ_t) par rapport à celle du lit aéré (ρ_a) :

$$H_R = \frac{\rho_t}{\rho_a}$$

- L'indice de Carr (I_c) qui montre l'accroissement relatif de la masse volumique apparente après tassement :

$$I_c = \frac{(\rho_t - \rho_a)}{\rho_t}$$

Plus ces indices seront élevés et moins la poudre sera « coulable ».

Tableau 3 : Diagnostic de coulabilité avec le rapport d’Hausser.

rapport d'HAUSSNER	diagnostic pour la poudre
$HR \leq 1,25$	sableuse, granuleuse
$1,25 < HR < 1,4$	fusante
$HR \geq 1,4$	cohésive

Tableau 4 : Interprétation de l’indice de CARR.

indice de CARR	coulabilité	diagnostic pour la poudre
0,05 à 0,15	excellente	} sableuse, granuleuse, sans fines ni fibres
0,15 à 0,18	bonne	
0,18 à 0,22	médiocre	avec peu de fines
0,22 à 0,35	mauvaise	avec fines, fusante
0,35 à 0,40	très mauvaise	cohésive
$IC > 0,40$	exécrable	très cohésive

II.5.1.3. Mesure de l’angle de talus :

Dans cette détermination, le solide est versé en chute libre par un entonnoir à hauteur fixe jusqu’à ce que le cône de poudre atteigne la base de l’entonnoir. La mesure des dimensions du cône (hauteur h et rayon r) permet de déduire l’angle du talus formé et l’aptitude du solide à l’écoulement :

$$\text{tg}\alpha = h/r$$

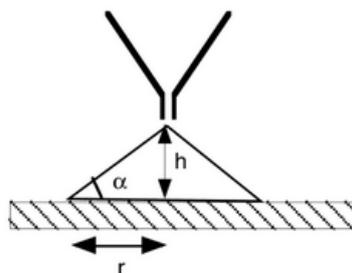


Figure 25 : Principe de la mesure de l’angle de talus.

Tableau 5 : Aptitude à l'écoulement en fonction de l'angle de talus.

Angle de talus	Coulabilité	Écoulement
$\alpha < 30^\circ$	Excellente	Facile
$30^\circ < \alpha < 50^\circ$	Passable	Difficile
$\alpha > 50^\circ$	Très mauvaise	Impossible

II.5.2. Propriétés relatives aux vides interparticulaires :

II.5.2.1. Compacité :

La compacité définit le degré de remplissage d'un lit de particules. Elle dépend des caractéristiques des particules :

- **La taille :** La compacité augmente en même temps que la surface spécifique quand la taille des particules diminue ;
- **La distribution granulométrique :** La compacité augmente avec l'étalement granulométrique puisque les fines particules peuvent se loger entre les grosses ;
- **La forme :** La compacité augmente avec la régularité des particules mais les particules irrégulières donnent parfois une meilleure compacité après tassement.
- **La rugosité :** La compacité est meilleure avec les particules lisses.
- **Des vibrations :** La compacité est favorisée par des hautes fréquences et les faibles amplitudes alors que la fluidité est favorisée par les caractéristiques inverses.

II.5.2.2. Compression :

II.5.2.2.1. Compressibilité :

La compressibilité est le phénomène de réduction de volume (ou de diminution de la porosité) ou d'augmentation de la masse volumique apparente.

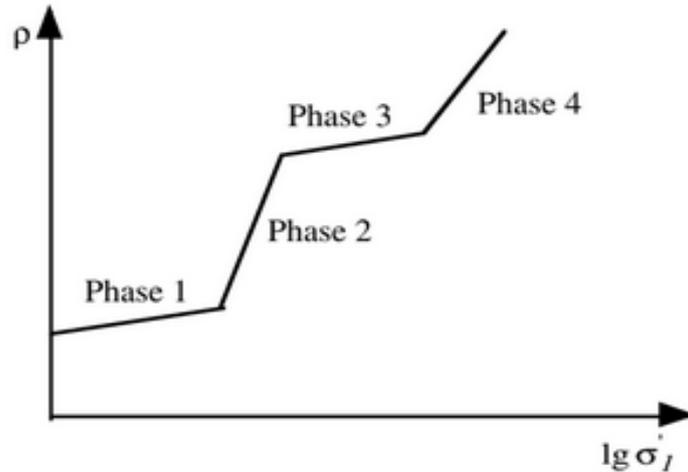


Figure 26 : Variation de la masse volumique d'une poudre en fonction de sa pression de consolidation.

Il se décompose en quatre phases :

- La phase 1 où la masse volumique augmente peu avec la contrainte de tassement (σ'_1) et qui correspond au réarrangement des particules dans le lit ;
- La phase 2 se traduit par une fragmentation ou une déformation plastique des particules et induit une augmentation plus importante de la masse volumique ;
- La phase 3 correspond au réarrangement des fragments ;
- La phase 4 se traduit par une augmentation importante de la masse volumique qui indique la déformation élastique du lit compact.

II.5.2.2.2. Comprimabilité :

La comprimabilité se définit par la variation de la solidité d'un lit compact avec sa masse volumique, sa porosité ou sa contrainte de consolidation. Elle peut se mesurer de façon analogue aux méthodes utilisées pour mesurer la dureté d'un matériau.

II.5.2.3. Perméabilité :

La perméabilité est la capacité d'un lit de particules à se laisser traverser par un fluide et est directement fonction de sa porosité. Cette grandeur est importante en filtration et fluidisation. La chute de pression subie par un écoulement de fluide à travers un lit de particules sphériques est exprimée à partir du nombre d'Euler et du nombre de Reynolds des particules.

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho u^2}$$

$$Re = \frac{\rho u d_m}{\mu}$$

u : La vitesse superficielle en fût vide ;

Pour un lit de particules, de hauteur h , plusieurs corrélations peuvent être utilisées en fonction du régime d'écoulement.

- **Kozeny-Carman, utilisable en régime laminaire :**

$$Eu \frac{d_m}{h} \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = 180 \left(\frac{1-\varepsilon}{Re} \right)$$

- **Burke et Plummer, valable en régime turbulent :**

$$Eu \frac{d_m}{h} \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = 1,75$$

- **Ergun, utilisable pour tous les régimes et en particulier, pour le régime intermédiaire :**

$$Eu \frac{d_m}{h} \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = 150 \left(\frac{1-\varepsilon}{Re} \right) + 1,75$$

d_m : Le diamètre moyen des sphères ;

h ; La hauteur du lit de particules.

Ces corrélations montrent que la perte de charge diminue quand le nombre de Reynolds augmente lorsque l'écoulement se produit en régime laminaire. Lorsque la vitesse augmente, il se stabilise pour devenir constant en régime turbulent (figure 27).

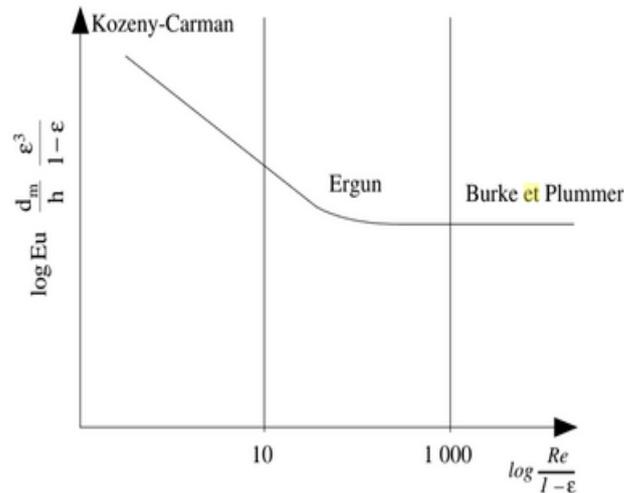


Figure 27 : Evolution du nombre de Euler en fonction du nombre de Reynolds pour un fluide s'écoulant à travers un lit de particules solides.

II.5.2.4. Effet capillaire :

L'effet capillaire résulte de la tension superficielle d'un liquide sur un solide. Lorsque les pores d'un lit de particules sont partiellement remplis de liquide, il en résulte :

- Une élévation du liquide dans le capillaire qui est inversement proportionnelle au diamètre du capillaire (loi de Jurin) ;
- Une pression de vapeur au-dessus du ménisque qui est d'autant plus grande que le rayon de courbure du ménisque est plus petit ;
- Une tension moléculaire ascendante dont le module est $T = 2\sigma\pi r \cos\alpha$;

Loi de Jurin :

$$h = \frac{2 \sigma \cos\alpha}{\rho g r}$$

- si $\alpha < 90^\circ$, $\cos \alpha > 0 \Rightarrow h > 0$ et le liquide monte dans le capillaire ;
- si $\alpha > 90^\circ$, $\cos \alpha < 0 \Rightarrow h < 0$ et le liquide descend dans le capillaire.

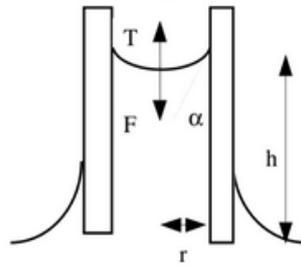


Figure 28 : Ascension capillaire d'un liquide mouillant contenu dans un pore.

II.5.3.Fluidisabilité :

Le comportement d'une poudre vis-à-vis de la fluidisation (mise en suspension d'un solide, dans un liquide ou un gaz, pour lui donner le comportement d'un fluide) fournit des indications importantes sur sa transportabilité. Un classement des poudres, en fonction de la masse volumique et du diamètre moyen, a été fourni par Geldart qui classe les poudres en quatre catégories en fonction de la masse volumique et du diamètre moyen. Ce classement est schématisé dans la figure 27 ci-dessous.

- Fusantes (classe A) ;
- Sableuses (classe B) ;
- Fines cohésives (classe C) ;
- Granulaires (classe D).

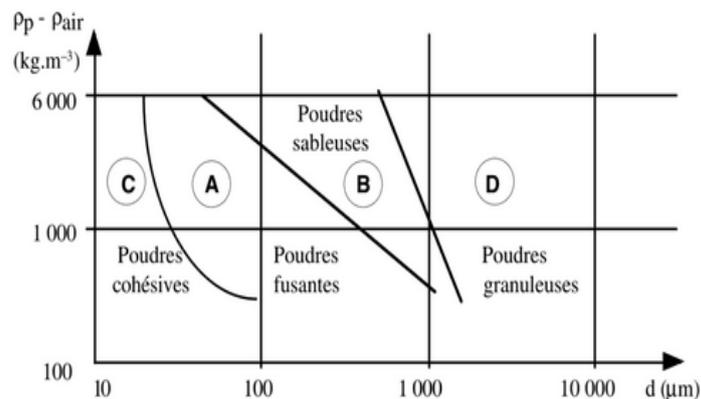


Figure 29 : Classement des poudres selon Geldart.

II.5.4. Propriétés relatives au stockage :

II.5.4.1. Adhésion :

L'adhésion est la force de liaison d'une poudre avec une surface (paroi) qui dépend de la nature de la poudre, du type de la paroi et du temps de stockage.

II.5.4.2. Cohésion :

La cohésion est une force de liaison instantanée entre plusieurs particules qui désigne deux notions différentes selon la technologie impliquée :

- En fluidisation, une poudre est dite cohésive lorsque les forces interparticulaires sont plus grandes que les forces aérodynamiques, ce qui rend sa fluidisation difficile ;
- Pour la mise en forme des solides, le terme de cohésion est utilisé pour désigner la résistance à la traction d'un agglomérat.

II.5.4.3. Mottage :

C'est le phénomène d'apparition et de renforcement, avec le temps, des liaisons de grain à grain d'une poudre stockée. Le mottage se produit sous l'effet de la pression, de la migration dans les fines, de l'humidité, des variations de température et du collage.

Chapitre III : Mouvement des particules dans les fluides.

III.1. Mouvement verticaux de particules :

Lorsqu'un solide est immergé dans un fluide en mouvement, le fluide exerce une force sur ce solide. Des forces de pression et de frottement visqueux sont appliquées sur le solide en plus des forces gravitaires et de poussée d'Archimède. Cette force est appelée la résistance au déplacement ou la force de trainée. D'après la 3^{ème} loi du déplacement de Newton, la force de résistance est égale et opposée à celle exercée par le corps sur le fluide. Si le corps solide :

- Est parallèle à la direction du courant, la résistance est uniquement une force de cisaillement (figure 30 A) ;
- Forme un angle avec la direction du courant, la force de résistance est d'autant plus grande que l'angle est important (figure 30 B) ;
- Est perpendiculaire à la direction du courant, il y a un point d'arrêt à la surface du solide perpendiculaire au filet. Il y a alors transformation de l'énergie cinétique en énergie de pression. Il est évident que cette disposition perturbe fortement le déplacement du fluide (figure 30 C).

Quand un fluide rencontre un obstacle, la plupart des filets contournent l'obstacle de part et d'autre. Par contre, celui qui est perpendiculaire à l'obstacle a un point d'arrêt où la vitesse est nulle. A ce point, le théorème de Bernoulli s'écrit de la façon suivante en supposant que la veine est horizontale et que la perte de charge est négligeable :

$$\frac{P_s - P_0}{\rho g} = \frac{u_0^2}{2g}$$

Où p_s est la pression au point d'arrêt, p_0 la pression du fluide non perturbé et u_0 la vitesse du fluide non perturbé. Si le fluide est compressible, l'équation précédente est applicable si le nombre de Mach, Ma , est très faible. Le nombre de Mach est un nombre sans dimension qui exprime le rapport entre la vitesse locale d'un fluide et la vitesse du son dans le même fluide. S'il est supérieur à 0,4, il faut utiliser la relation

suivante dans laquelle γ est le coefficient isentropique et T_s et T_0 sont les températures correspondantes :

$$\left(\frac{p_s}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_s}{T_0}.$$

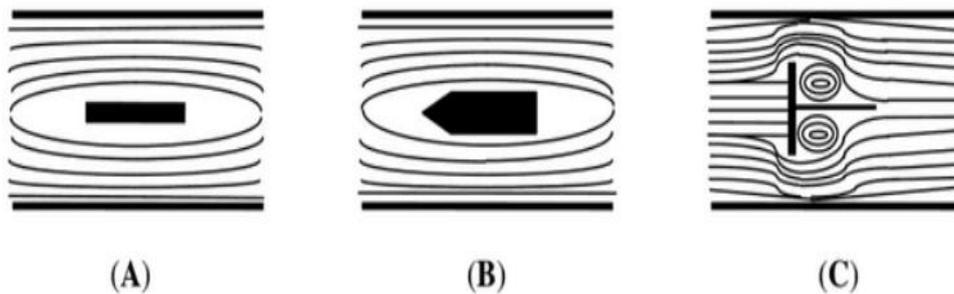


Figure 30 : Déplacement d'un fluide dans une conduite contenant un solide immergé : (A) Ecoulement parallèle au solide ; (B) Solide faisant un angle aigu dans le sens du déplacement du fluide ; (C) Ecoulement perpendiculaire au solide.

La figure (31 A) détaille les forces appliquées sur un solide immobile dans un fluide s'écoulant avec une vitesse uniforme, u , sur le petit élément de surface d_A . Ces forces comprennent : d'inertie (ou de pression), visqueuse (force de cisaillement ou force de glissement).

Si la force de pression est située dans le sens de l'écoulement du courant, il se produit un point d'arrêt lors de l'impact avec le solide. Dans un système d'axes orthogonaux (Ox et Oy figure 31.B), ces forces se décomposent respectivement en forces d'inertie d'une part et forces visqueuses d'autre part.

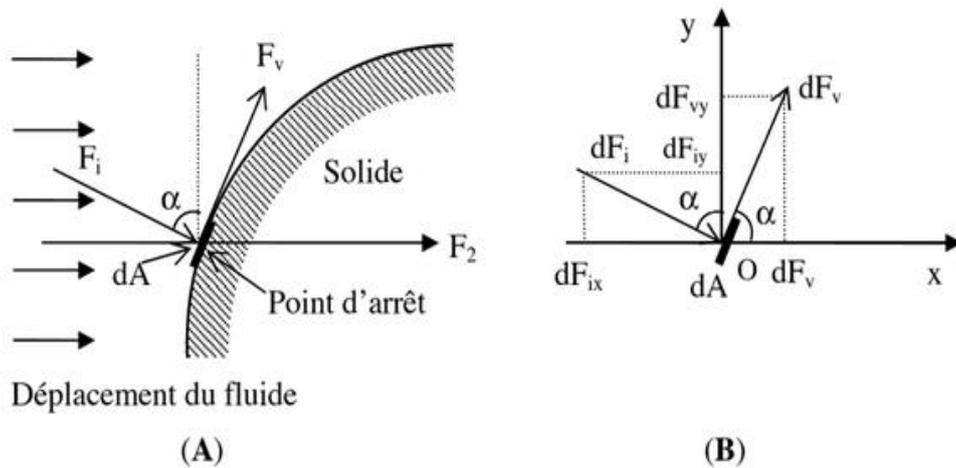


Figure 31 : Description des forces lors de l'écoulement d'un fluide sur un solide immergé : (A) Interactions du fluide avec le solide immergé ; (B) Description des forces impliquées dans le système.

III.2. Calcul de la vitesse de chute d'une particule (vitesse terminale) :

Une particule qui tombe en chute libre dans un fluide sous l'action de son poids est soumise à plusieurs forces : la force due à son poids et à des forces de résistance dues à la poussée d'Archimède et à la résistance du fluide à son déplacement (frottements).

III.2.1. Cas d'une particule solide sphérique en mouvement gravitationnel dans une suspension diluée :

Une particule solide disposée dans un fluide subit une force de pesanteur qui tend à l'entraîner vers le bas et une force d'Archimède qui s'exerce en sens contraire. Lorsque la force de pesanteur est supérieure à la poussée d'Archimède exercée par le fluide (masse volumique du solide supérieure à celle du fluide), les particules solides ont tendance à tomber au fond du récipient sous l'action de leur masse. Cette propriété est à la base du procédé de séparation par décantation. Dans le cas contraire, il se produit une flottation.

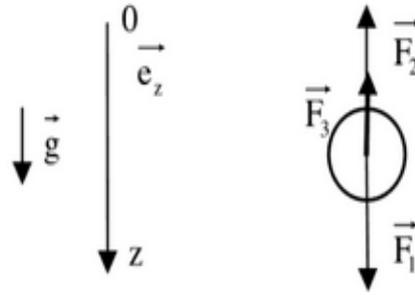


Figure 32 : Représentation des forces intervenant dans le dépôt d'une particule sphérique dans un fluide.

Supposons qu'une particule sphérique de masse volumique ρ_s et de diamètre d_s se déplace dans un fluide immobile. Elle est en réalité soumise à trois forces (figure III.3) :

- La force de pesanteur :

$$\vec{F}_1 = m_s \vec{g} = V_s \rho_s \vec{g}$$

- La poussée d'Archimède, opposée à la force de pesanteur et égale au poids du fluide déplacé :

$$\vec{F}_2 = -m_f \vec{g} = -V_f \rho_f \vec{g}$$

Avec $V_s = V_f = V$;

- Une force de résistance du fluide qui s'oppose au déplacement de la particule (frottements) :

$$\vec{F}_3 = \frac{-CS\rho_f u^2 \vec{e}_z}{2}$$

Dans cette relation, u est la vitesse du déplacement du solide, S la surface de projection du solide sur un plan perpendiculaire au déplacement et C le coefficient de friction ou de traînée qui dépend du régime de déplacement.

En examinant le cas d'une particule sphérique tombant dans un fluide sans vitesse initiale, la résultante des forces donne :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m_s \vec{a}$$

En projetant sur l'axe Oz, il est obtenu :

$$m_s a_z = (\rho_s - \rho_f) V g - \frac{CS \rho_f u^2}{2}.$$

Dès qu'elle est déposée dans le fluide, la particule prend un mouvement accéléré. Au fur et à mesure que la vitesse augmente, la force de résistance du fluide prend de plus en plus d'importance et il arrive un moment où :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0.$$

La particule a alors atteint sa vitesse limite de chute, u_1 , lorsque l'accélération devient nulle. Cette vitesse se calcule à partir de la relation précédente après avoir remplacé V par $(\pi d_s^3/6)$ et S par $(\pi d_s^2/4)$:

$$(\rho_s - \rho_f) \frac{\pi d_s^3 g}{6} = \frac{C \pi d_s^2 \rho_f u_1^2}{8}.$$

La vitesse maximale que peut prendre une particule est donc donnée par la formule :

$$u_1 = \sqrt{\frac{4(\rho_s - \rho_f) d_s g}{3C \rho_f}}$$

Tous les paramètres peuvent être déterminés, sauf le coefficient C qui dépend du régime d'écoulement et donc de la vitesse limite. Des études ont permis d'établir que, dans le cas d'une sphère en mouvement, le comportement du solide à l'égard du fluide varie selon la vitesse et donc le nombre de Reynolds de la particule, Re.

Pour une sphère, $C=b/Re^n$ (b et n sont des coefficients).

Il est possible d'introduire un nombre adimensionnel de la vitesse, appelé nombre d'Archimède qui est donné dans l'équation suivante :

$$Ar = \frac{(\rho_s - \rho_f) \rho_f d_s^3 g}{\mu_f^2}$$

Ce nombre traduit le rapport entre les forces de gravité et les forces de frottement visqueux. Sa valeur permettra, comme le nombre de Reynolds, de caractériser le régime de chute. Il convient donc d'envisager les trois régimes de déplacement en considérant les valeurs des coefficients de traînée et après avoir déterminé le nombre de Reynolds ou d'Archimède.

III.2.1.1. Régime laminaire :

En régime laminaire, le mouvement relatif est lent et les filets de liquide, immobiles au contact de la particule, croissent avec l'éloignement de celle-ci. On admet que ce régime est régi par la loi de Stokes et est obtenu lorsque le nombre de Reynolds est compris entre 10^{-4} et 2. Dans ce cas, $Ar < 30$, $Re_s = Ar/18$ et $C = 24/Re_s = (24 \cdot \mu_f) / (\rho_f \cdot u_1 \cdot d_s)$.

L'équation peut être transformée de la façon suivante :

$$u_1^2 = \frac{4(\rho_s - \rho_f) d_s g}{3C \rho_f} = \frac{4(\rho_s - \rho_f) d_s g \rho_f u_1 d_s}{3 \times 24 \mu_f \rho_f}$$

Soit :

$$u_1 = \frac{(\rho_s - \rho_f) d_s^2 g}{18 \mu_f}$$

III.2.1.2. Régime intermédiaire :

Ce régime marque la fin du régime laminaire et, dans ce cas, les lignes de courant décollent du corps du solide en faisant apparaître des tourbillons qui restent stationnaires par rapport au fluide. Ce régime est régi par la loi d'Allen et est atteint lorsque le nombre de Reynolds est compris entre 2-10 et 500-1000 ($30 < Ar < 10^5$).

Dans ces conditions, $C = 18,5 Re_s^{-0,6}$. En remplaçant C par cette valeur, on aura :

$$u_1 = \frac{[(\rho_s - \rho_f) g]^{0,714} d_s^{1,14}}{6,55 \mu_f^{0,424} \rho_f^{0,286}}$$

III.2.1.3. Régime turbulent :

Ce régime est régi par la loi de Newton. Il est atteint pour des nombres de Reynolds compris entre 500-1000 et $2 \cdot 10^5$. Dans ces conditions, les tourbillons ne sont plus solidaires du solide mais le suivent à vitesse inférieure et le coefficient de friction est constant et égal à 0,44.

$$u_t = \sqrt{\frac{3(\rho_s - \rho_f)d_s g}{\rho_f}}$$

III.2.1.4. Représentation graphique :

Ces diverses lois sont schématisées sur le graphique de la figure 33, en coordonnées logarithmiques. Celui-ci exprime la variation du coefficient de friction (trainée), C, en fonction du nombre de Reynolds de la particule, Re.

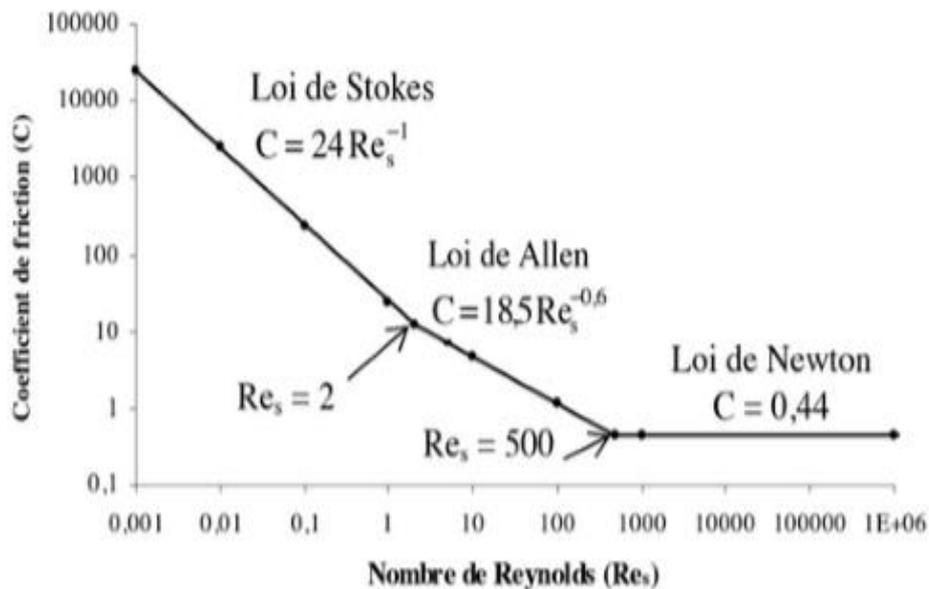


Figure 33 : Evolution du coefficient de friction avec le nombre de Reynolds pour une suspension de particules sphériques diluées dans un fluide.

III.2.2. Suspensions concentrées :

Dès que la concentration volumique en solides devient élevée (> 0,5 %), les interactions entre particules ne sont plus négligeables. La sédimentation est gênée et la vitesse de décantation freinée. Les particules adhèrent entre elles et la masse décante en piston avec une interface nette entre les boues et le liquide surnageant. Théoriquement, pour calculer la vitesse de sédimentation, il faut faire intervenir la masse volumique et la viscosité équivalente de la suspension.

En régime laminaire ($Re < 1$) et en milieu newtonien, on peut admettre que la viscosité cinématique équivalente d'une suspension (ν_m) et sa masse volumique (ρ_m) s'expriment approximativement à partir de celles du liquide (ν_f et ρ_f) suivant les relations :

$$v_m = v_f \frac{D + (1/\rho_s)}{D - D_{lim}}$$

$$\rho_m = \frac{D \rho_f + 1}{D + (1/\rho_s)}$$

Avec D et D_{lim} , dilutions (volume du liquide par unité de masse de solides) de la suspension et de la boue en fin de sédimentation (tassement), respectivement. En remplaçant ρ_f par ρ_m et ν_f par ν_m dans l'équation de la loi de Stokes en régime laminaire, on obtient la valeur approximative de la vitesse limite de chute des particules en suspension concentrée, soit :

$$U_{lim} = 0,545 \frac{(\rho_s - \rho_f)(D - D_{lim}) d^2}{\left[\left(\frac{1}{D} \right) + \rho_f \right] \left[D + (1/\rho_s) \nu_f \right]}$$

Dans le cas des particules floclées, la valeur de U_{lim} est obtenue en remplaçant, dans la relation, D_{lim} par D_c , la dilution correspondant au début de compression.

III.3. Sédimentation d'une suspension de particules :

La sédimentation est un nom générique qui regroupe l'ensemble des opérations fondamentales de l'industrie chimique faisant intervenir le mouvement et le dépôt des particules solides dans les fluides sous l'effet d'un champ de forces gravimétriques mais aussi centrifuges ou élastiques (figure 34). Cette figure montre que la vitesse de dépôt du solide est beaucoup plus rapide dans l'air que dans le liquide en raison de la différence importante des masses volumiques de ces deux fluides. La sédimentation gravitaire est le moyen le plus simple et le plus économique, mais pas le plus rapide et le mieux adapté, pour éliminer les particules solides contenues dans un fluide. La littérature anglo-saxonne utilise souvent ce terme et ne fait pas de distinction entre le terme générique et l'opération de décantation.

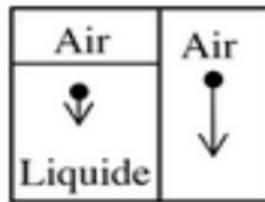


Figure 34 : Sédimentation de particules solides dans un fluide.

III.3.1. Caractéristiques des suspensions :

Les particules peuvent sédimenter selon des régimes différents du fait que le comportement de chaque particule est influencé à la fois par la dilution de la suspension et par les interactions entre les particules. On distingue les cas suivants :

■ **La sédimentation individuelle** est réalisée pour des dilutions importantes. Dans ce cas, chaque particule est suffisamment éloignée de sa voisine, et la vitesse individuelle de sédimentation décroît à mesure que la dilution de la suspension augmente. Pour qu'il y ait décantation des particules les plus fines, il faut qu'elles puissent sédimenter dans un courant ascendant de liquide. On peut aussi effectuer une séparation granulométrique ou hydroséparation, en utilisant l'effet du courant ascendant, les fines particules étant alors évacuées avec le débordement du décanteur.

■ **La sédimentation des floccs** résultant de la collision des particules, est réalisée avec ou sans addition d'un agent flocculant à la suspension diluée. On assiste alors à une clarification progressive et il n'y a pas d'interface nette entre le liquide surnageant et les particules en cours de sédimentation. La vitesse du courant ascendant est alors le facteur principal régissant la clarification.

■ **La sédimentation globale** résulte de la sédimentation d'une suspension concentrée au point que chaque particule ou flocc soit en contact avec des entités adjacentes. On obtient alors une structure plastique et il se produit une sédimentation d'ensemble présentant une interface nette entre le liquide surnageant et la masse boueuse qui décanse en piston. La vitesse de déplacement de cette interface est constante pendant un certain temps. Les particules gardent les mêmes positions relatives, cependant, en se rapprochant du fond du décanteur elles sont gênées dans leur mouvement et leur vitesse de chute diminue. Il se forme alors dans le fond du décanteur une zone de concentration supérieure à celle voisine de l'interface et dont la hauteur va en augmentant. Cette zone correspond à l'épaississement des boues.

■ **La sédimentation en compression** prend le relais du régime précédent quand la structure de la pulpe devient suffisamment compacte pour développer une force de compression. La subsidence de chaque couche est ralentie par le comportement mécanique des couches sous-jacentes, chaque couche étant soumise à une compression qui entraîne l'expulsion du liquide et favorise ainsi l'augmentation de la concentration en solide.

■ **La sédimentation hétérogène** correspond à un régime particulier où des perturbations interviennent dans la séparation des phases lors de la sédimentation en compression. Certaines pulpes présentent des mouvements locaux intermittents de liquide, ou de suspension diluée, de bas en haut. Ce phénomène peut se traduire à l'interface « liquide clair - pulpe » par le dégagement de bulles. Parfois, il prend naissance dès le régime de sédimentation globale. Le résultat final est un épaississement plus rapide de la pulpe. La nature exacte des mécanismes mis en jeu est mal connue. Il faut noter que la transition entre les différents régimes se fait de manière continue et le classement qui vient d'être proposé constitue une simplification pour mieux les caractériser.

III.4. Mouvement des colloïdes :

Ce sont des particules chargées négativement (argiles, acides humiques). Les solutions colloïdales sont très stables. Pour neutraliser ces colloïdes, il faut ajouter à l'eau des colloïdes chargés positivement. Ensuite, ces colloïdes peuvent se rencontrer, grossir et précipiter. Pour cela, on pourra utiliser des réactifs chimiques ou des bactéries de l'eau fixées sur support qui émettent des polysaccharides qui sont des colloïdes positifs.

Les colloïdes sont classés en deux catégories en fonction de leur affinité vis-à-vis de l'eau. Ils distinguent les colloïdes hydrophiles et les colloïdes hydrophobes. Les colloïdes hydrophiles ont, comme leur nom l'indique, une grande affinité pour l'eau et adsorbent donc une couche d'eau protectrice qui se fixe à la matière solide par des liaisons physico-chimiques avec des groupements OH⁻, -NH₂⁻, -COOH⁻, totalement ou partiellement ionisés. Dans cette catégorie on trouve les protéines, les carbohydrates et les produits organiques généralement présents dans les eaux.

Les colloïdes hydrophobes qui n'ont aucune affinité pour l'eau, n'ont pas de couche protectrice. Leur stabilité est due à la charge électrique développée par les particules qui engendrent une répulsion mutuelle empêchant toutes agrégations. Ils proviennent des substances peu ou pas solubles tels que les produits minéraux et en particulier les métaux, leurs oxydes et leurs hydroxydes dont la stabilité dépend de l'interaction entre deux particules mettant en jeu deux forces contraires. Une force de répulsion qui dépend de la charge électrique entre deux particules de même signe et une force d'attraction (type de Van Der Waals) qui tend à rassembler les particules afin d'atteindre une énergie potentielle minimale, fonction de la distance interarticulaire.

Pour déstabiliser les colloïdes et entraîner ainsi leur agglomération en floes, on peut augmenter la force ionique du milieu par l'introduction d'un électrolyte. Ceci a pour effet de diminuer l'épaisseur de la double couche électrochimique en abaissant la barrière du potentiel existant autour du colloïde et faciliter cette agglomération. On peut aussi augmenter l'énergie cinétique des particules.

III.5. Mouvement de gouttes et de bulles :

Un globule fluide se distingue d'un globule sphérique rigide par sa viscosité μ_g qui n'est pas infinie et par la tension interfaciale globule/phase continue σ .

Pour un globule sphérique de diamètre d , qui n'est pas soumis ni à des déformations ni à des oscillations, et en écoulement laminaire ($Re_p < 1$), la vitesse du globule est égale à la vitesse de chute libre donnée par la formule de Stokes, multipliée par un facteur correctif, coefficient de Hadamard H :

$$H = \frac{(3\mu + 3\mu_g)}{(2\mu + 3\mu_g)}$$

Les globules de grande dimension ne restent pas sphériques. Sous l'influence des forces normales de pression dynamique, ils se déforment. Cette déformation résulte de l'équilibre des forces dynamiques, hydrostatiques et de tension interfaciale. Elle consiste en un aplatissement, ce qui augmente l'aire du maître-couple, donc la traînée et par suite, une diminution de la vitesse de déplacement. De plus, une turbulence apparaît à l'arrière du globule.

Comme en général les forces de viscosité interviennent en même temps que les forces interfaciales, on introduit trois critères adimensionnels Eötvös, Weber et P , qui permettent de comparer les forces s'appliquant sur les particules :

$$E\ddot{O} = \frac{g(\rho_g - \rho_f)}{\sigma} \cdot d^2, \text{ c'est-à-dire } \frac{\text{pesanteur}}{\text{tension interfaciale}}$$

$$We = \frac{\rho_g \cdot d}{\sigma} \cdot U^2, \text{ c'est-à-dire } \frac{\text{inertie}}{\text{tension interfaciale}}$$

$$P = (\sigma^3 \cdot \rho_f^2) / (\mu^4 \cdot g \cdot (\rho_g - \rho_f))$$

III.5.1. Vitesse de déplacement d'une goutte :

L'allure des variations de la vitesse d'une goutte en fonction de son diamètre, représentée sur la figure 35a, fait apparaître l'existence de trois régimes, caractérisés par le critère de Froude Fr (rapport des forces cinétiques aux forces volumiques).

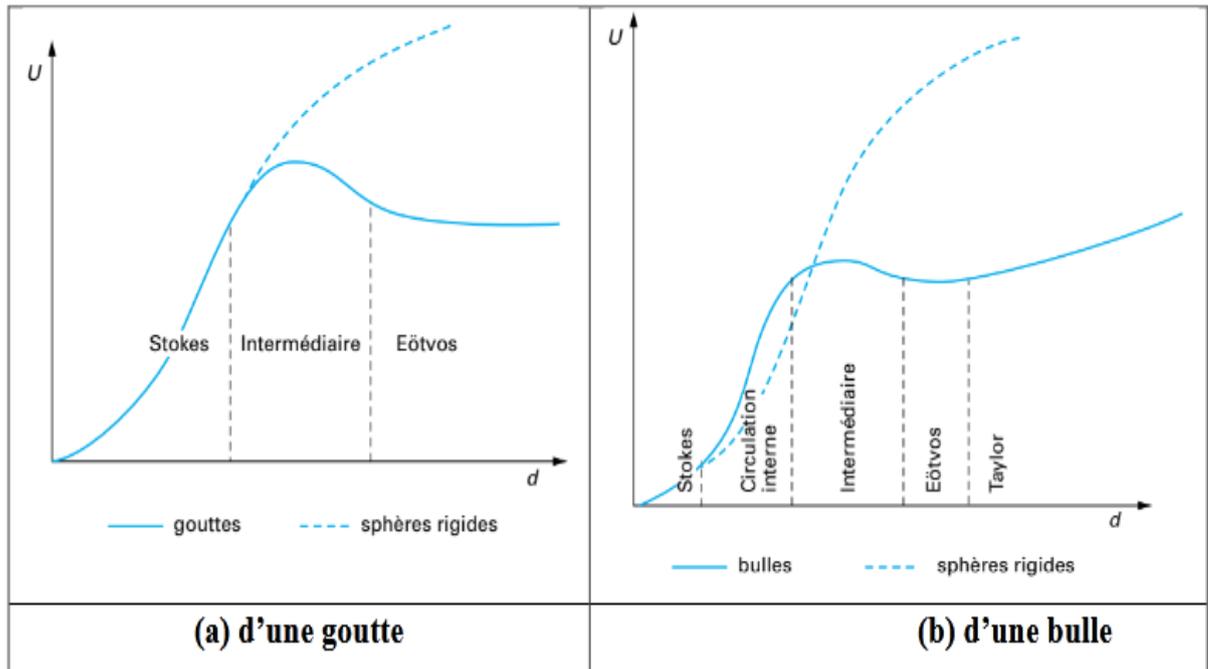


Figure 35 : Allure des variations de la vitesse de déplacement d'une goutte et d'une bulle en fonction de son diamètre.

- **Régime de Stokes :** La goutte est une sphère rigide.

$$E\ddot{o} = \frac{\rho_f U^2}{g d (\rho_g - \rho_f)} = \frac{Re p}{18}$$

- **Régime intermédiaire :** La déformation de la goutte n'est plus négligeable. La vitesse passe par un maximum quand le diamètre croît.

$$Fr = 0.116 (Re p)^{1/2} \left(1 - \frac{E\ddot{o}}{6}\right)^{3/2}$$

- **Régime d'Eötvös :** La déformation est grande et la vitesse de la goutte est constante.

$$Fr = 2.3 E\ddot{o}^{-1/2}$$

III.5.2. Vitesse de déplacement d'une bulle :

Quand une bulle monte dans un liquide, l'allure des variations de sa vitesse en fonction de son diamètre, représentée sur la figure 35b, laisse apparaître l'existence de cinq régimes.

- **Régime de Stokes** : La bulle est une sphère rigide.
- **Régime de circulation interne** : La vitesse de la bulle peut être au maximum augmentée de 50 % par rapport à celle de la loi de Stokes, selon le coefficient de Hadamard H.
- **Régime intermédiaire** : La déformation de la bulle n'est pas négligeable. La vitesse passe par un maximum.
- **Régime d'Eötvös** : La déformation est importante. La vitesse est indépendante du diamètre.
- **Régime de Taylor** : Ce régime est obtenu pour les très grosses bulles en forme de champignon. On a alors :

$$U \approx \sqrt{\frac{gd}{2}} \text{ soit } Fr \approx 0.5$$

Chapitre IV : Ecoulement des fluides à travers un milieu poreux.

IV.1. Rappel : Equation de continuité de Bernoulli :

IV.1.1. Principe de continuité :

Avec un fluide compressible, le problème est plus complexe que pour un fluide incompressible car le volume est fonction de la température et de la pression. Le débit volumique, $q_v = q_m/\rho$, n'est pas constant dans une canalisation et seul le débit massique est invariable en régime permanent puisque la masse volumique est fonction des conditions de température et de pression. Pour un gaz parfait en régime stationnaire, il est donné par $q_m = \rho \cdot u \cdot S = C^{te}$. La masse volumique du fluide lors du transfert (conditions B) est déduite des conditions normales de température et de pression (conditions A) à l'aide de l'équation :

$$\rho_B = \rho_A \frac{p_B}{p_A} \frac{T_A}{T_B}$$

Le débit gazeux dans des conditions particulières est donné par la relation :

$$q_{vB} = q_{vA} \frac{p_A}{p_B} \frac{T_B}{T_A}$$

Si le fluide se comporte comme un gaz parfait en régime stationnaire, la masse volumique peut aussi s'écrire sous la forme :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{R T} p$$

Et le débit volumique du fluide compressible est égal à :

$$q_v = \frac{dV}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dm}{dt} = \frac{R T}{M p} q_m$$

Si l'on considère un tube de courant parcouru par un fluide compressible en régime permanent et, comme $d_m = \rho \cdot dV = \rho \cdot S \cdot dx$, la relation de continuité s'écrit :

$$\frac{dm_A}{dt} = \frac{dm_B}{dt} = \frac{dm}{dt} = q_m = C^{te}, \text{ soit } \rho \frac{dV}{dt} = \rho S \frac{dx}{dt} = \rho S u_x.$$

Sous forme différentielle, l'équation de continuité ($\rho S u_x$), s'écrit donc :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} + \frac{du_x}{u_x} = 0$$

IV.1.2. Théorème de Bernoulli :

Lorsqu'un fluide compressible est soumis à des modifications de pression et de température, la variation de masse volumique se détermine à partir de l'expression différentielle de :

$$\rho = \frac{M p}{R T}, \text{ soit } \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T}$$

Cette variation peut d'ailleurs être très faible par effet de compression puisque ces deux grandeurs varient en sens inverse. Dans l'expression de Bernoulli, le terme $dp/(\rho \cdot g)$ ne peut être intégré que si la variation de la masse volumique en fonction de la pression est connue. Dans la pratique, il faut donc distinguer deux cas. L'écoulement se fait à masse volumique constante ou à masse volumique variable.

IV.2. Loi de Darcy :

La loi de Darcy représente les caractéristiques de résistance d'un milieu poreux à l'écoulement d'un fluide en prenant uniquement en compte la perméabilité du milieu. Cette détermination peut se faire expérimentalement en utilisant, par exemple, le montage de la figure 36 mais ne permet pas d'expliquer le phénomène. On considère le gâteau comme un milieu dense percé de pores que l'on assimile à des capillaires

parfaitement cylindriques de diamètre d_p et de longueur z (épaisseur du gâteau), de porosité ε , et de surface spécifique S_{lit} . La détermination de la valeur de la perméabilité peut se faire en utilisant le modèle de Darcy. Ce modèle représente la résistance du milieu poreux à l'écoulement uniquement par l'influence des relations qui existent entre la porosité et la tortuosité ou la finesse des particules et la perméabilité du lit.

La relation de Darcy :

$$\frac{\Delta p_f}{\mu_f} = \left(\frac{z}{B A} \right) Q_v = R Q_v$$

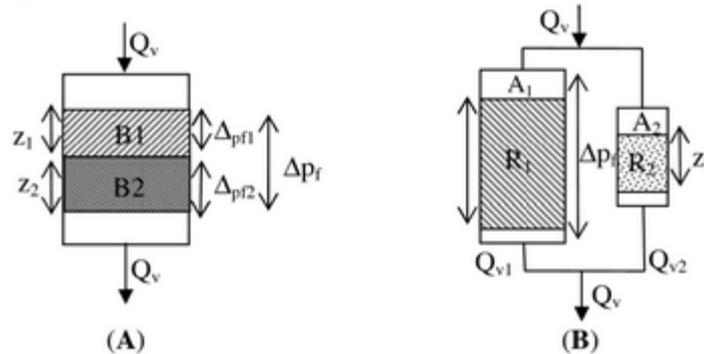


Figure 36 : Association des résistances en milieux poreux : (A) En série ; (B) En parallèle.

IV.3. Relation entre l'équation de continuité de Bernoulli et loi de Darcy :

Si l'énergie potentielle est négligée et si la perte de charge est uniquement due aux frottements sur les parois puisque la longueur de la conduite est relativement petite, les pertes de charge par frottement, pour un fluide s'écoulant à vitesse constante, sont données par l'équation de Darcy écrite sous forme différentielle :

$$dh_f = \tilde{\lambda} \cdot \frac{u^2}{2g} \cdot \frac{dl}{D}$$

L'équation de Bernoulli pour un fluide compressible est alors de la forme suivante :

$$\frac{dp}{\rho g} + \frac{u du}{g} + \lambda \frac{u^2 dl}{2g D} = 0$$

IV.4. Perméabilité d'un milieu poreux :

La perméabilité est la capacité d'un lit de particules à se laisser traverser par un fluide sous l'effet d'un gradient de pression. Elle est directement fonction de la porosité du lit. Elle est proportionnelle à l'épaisseur de la couche résistante, z , à la vitesse d'écoulement du fluide, u , et à la viscosité dynamique du fluide, μ_f , et inversement proportionnelle à la différence de pression mesurée de part et d'autre de la couche poreuse, Δp . Elle se définit donc par l'équation suivante :

$$B = \frac{\mu_f u z}{\Delta p}$$

Cette relation est parfaitement vérifiée en régime laminaire, la dégradation de l'énergie provenant uniquement des frottements visqueux. La perméabilité a les dimensions d'une surface et devrait donc se mesurer légalement en m^2 . Dans la pratique industrielle, on préfère utiliser une unité plus petite, le darcy ($1 \text{ darcy} = 0,987 \cdot 10^{-12} m^2 = 1 \mu m^2$), un liquide de viscosité $10^{-3} Pa \cdot s$ à $20^\circ C$ avec une vitesse de $1 \text{ cm} \cdot s^{-1}$, la perte de charge étant voisine de 1 bar ($10^5 Pa$)

IV.5. Modèle de Kozeny–Carman :

Kozeny (en 1927) et Carman (en 1956) ont établi un modèle simplifié en assimilant l'espace dans lequel s'écoule le fluide à un assemblage de capillaires montés en parallèle. Ces tubes ont globalement la même surface interne que celle présentée par les particules et un volume égal au volume interstitiel. Cette théorie physique permet de tenir compte de la dégradation de l'énergie par turbulence suite aux augmentations de vitesse et d'obtenir des résultats corrects.

Dans le modèle de Kozeny-Carman, le volume du milieu poreux dans lequel A est la section droite et z la hauteur du lit est égale à $\varepsilon A z$. Ce milieu est assimilé à un faisceau de capillaires rectilignes, identiques et indépendants, de longueur z_p , corrigé

d'un facteur de tortuosité, $\tau(z_p = \tau z)$ et de diamètre d_p mais dont la section n'est pas forcément circulaire. Ce terme est corrigé par un facteur de circularité, $\gamma(d_p = \gamma.d)$.

Il est possible de faire les approximations suivantes en utilisant les figures 37 et 38 :

- Le volume total du milieu poreux est $V_t = A z$;
- Le solide est traversé par n_p pores cylindriques identiques de diamètre d_p et ne possédant pas de ramification ;
- La longueur des pores, z_p , en fonction de l'épaisseur du lit selon la relation $z_p = \tau z$;
- Le diamètre des pores doit également être corrigé par un coefficient de circulation, γ , pour tenir compte de la non circularité des pores selon la relation $d_p = \gamma.d$ (avec $0,8 < \gamma < 1,2$). Le diamètre d'un pore parfaitement cylindrique est exprimé par d .

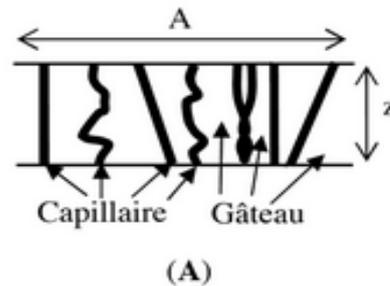


Figure 37 : Ecoulement d'un liquide à travers plusieurs types de pores.

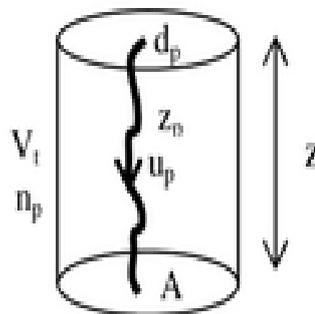


Figure 38 : Ecoulement d'un liquide à travers un milieu poreux.

Dans ces conditions, la porosité qui représente le quotient du volume total des pores par le volume total du gâteau, s'exprime par les relations suivantes :

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V_t} = \frac{n_p z_p \pi d_p^2}{A z 4} = \frac{n_p \tau \pi d_p^2}{4 A} = \frac{\tau A_p}{A}$$

Dans cette relation, A est la surface du gâteau et A_p la surface totale des pores. La porosité est donc égale au rapport de la surface totale des pores, A_p, par la surface du lit, A, corrigé par le facteur de tortuosité, τ. Le principe de continuité appliquée à ce cas donne q_v = A u₀ = A_p u_p, dans laquelle u₀ est la vitesse moyenne du fluide et u_p la vitesse dans le pore de section A_p. En combinant cette expression avec la relation ci-dessus, il en résulte que :

$$q_v = \frac{\varepsilon A}{\tau} u_p$$

En remplaçant la section d'un pore par sa valeur déduite de l'équation d'auparavant (A_p = (ε A)/ τ) dans le bilan-matière, il est obtenu la vitesse d'écoulement dans un pore.

$$u_p = u_0 \frac{\tau}{\varepsilon}$$

Cette équation permet d'avoir une idée sur l'importance de la porosité, paramètre fondamental, pouvant être déterminé expérimentalement, en tenant compte des paramètres théoriques de Kozeny-Carman, impossibles à mesurer seuls. Par ailleurs, le milieu poreux peut se caractériser expérimentalement par sa surface spécifique, S_s. En supposant que la surface interne totale des pores est S_{int}, la surface est donnée par l'équation :

$$s_s = \frac{S_{int}}{A z (1-\varepsilon)} = \frac{z_p n_p \pi d_p}{V_t (1-\varepsilon)}$$

Le nombre de pores identiques peut être obtenu à partir de l'équation précédente et, la surface spécifique peut être déduite de la dernière équation selon la séquence suivante :

$$n_p = \frac{4 A \varepsilon}{\tau \pi d_p^2} \Rightarrow s_s = \frac{4 A \varepsilon}{\tau \pi d_p^2} \times \frac{z_p \pi d_p}{V_t (1-\varepsilon)} = \frac{4 A z_p \varepsilon}{\tau V_t d_p (1-\varepsilon)} = \frac{4 \varepsilon}{d_p (1-\varepsilon)}$$

Puisque $V_t = A z$ et $z_p = \tau z$. Le diamètre des pores est alors donné par l'équation suivante dans laquelle s_v est la surface spécifique volumique du solide.

$$d_p = \frac{4 \varepsilon}{s_v (1 - \varepsilon)}$$

IV.6. Cohérence entre loi de Darcy et l'équation de Kozeny-Carmen :

Les relations entre les lois de Kozeny-Carman et Darcy permettent d'exprimer certaines grandeurs caractéristiques du gâteau en fonction de la constante de Kozeny.

IV.6.1. Perméabilité :

Comme dans la loi de Darcy, l'expression de Kozeny-Carman montre que la perte de charge engendrée par un fluide qui s'écoule à travers un milieu poreux est proportionnelle à la hauteur du lit, à la viscosité et à la vitesse d'écoulement du fluide et inversement proportionnelle à la perméabilité. La perméabilité qui caractérise la résistance du milieu poreux à l'écoulement dans l'expression de Darcy :

$$(B = \frac{z \mu_f u_0}{\Delta p_f})$$

Peut aussi s'exprimer à partir de la relation de Kozeny-Carman. Dans ce cas, la perméabilité s'exprime par :

$$B = \frac{\varepsilon^3}{h_K s_v^2 (1 - \varepsilon)^2}$$

IV.6.2. Résistance spécifique du gâteau :

La vitesse moyenne d'écoulement dans un lit s'exprime par $u_0 = B \Delta p_f / \mu_f$. Si l'on s'intéresse uniquement à la résistance du gâteau, celui-ci induit une perte de charge égale à $\Delta p_f = \mu_f u_0 R_0$. La résistance spécifique du gâteau est égale à $R_0 = 1/B_s = (\alpha c V) / A = z / B$ et $B = A z / (\alpha c V)$.

Comme $c V = m = A z (1-\varepsilon) \rho_s$, il en résulte, que la perméabilité est égale à :

$$B = \frac{A z}{\alpha A z (1-\varepsilon) \rho_s} = \frac{1}{\alpha (1-\varepsilon) \rho_s} = \frac{\varepsilon^3}{h_K s_s^2 (1-\varepsilon)^2}$$

Soit pour des particules sphériques ($s_s = 6/d_s$)

$$\alpha = \frac{h_K s_s^2 (1-\varepsilon)}{\varepsilon^3 \rho_s} = \frac{36 h_K (1-\varepsilon)}{d_s^2 \varepsilon^3 \rho_s}$$

IV.7. Modèle de Burke-Plummer :

Burke et Plummer considèrent un faisceau de pores avec un diamètre équivalent au diamètre des grains empilés ou encore du diamètre des pores pour les milieux de porosité moyenne, Soit $\Delta Z_p = \lambda d_p$, $\lambda \geq 1$.

Soit nombre de coudes par pores, $n_c = Z_p / (\lambda \cdot d_p)$

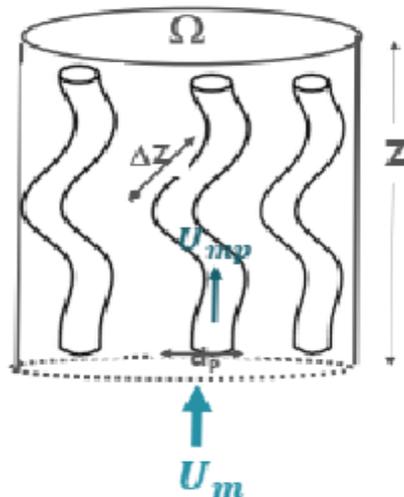


Figure 39 : L'écoulement du fluide dans le milieu poreux selon Burke-Plummer.

Chaque coude est le siège d'un remous dans lequel une certaine fraction de l'énergie cinétique du fluide est convertie en chaleur. En plus, de la chute de pression par glissement visqueux représentée par l'équation de Kozeny-Carman, il existe donc une seconde chute de pression, que nous exprimons comme une fraction β de l'énergie cinétique du fluide soit :

$$\frac{\Delta P}{Z} = \beta n_c \rho_f \frac{U_{mp}^2}{2}$$

En remplaçant U_{mp} , n_c , Z_p , d_p par leur expression, on aurait :

$$\frac{\Delta P}{Z} = \frac{\beta \tau^3}{8 \lambda} \rho_f a_g \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} V_0^2$$

$$\text{Avec } h_B = \frac{\beta \tau^3}{8 \lambda}$$

h_B est constante de Burke et Plummer $\approx 0,3$.

La relation de Burke-Plummer peut s'exprimer en fonction du diamètre $d=6/a_g$, diamètre de la sphère possédant la même surface spécifique que le grain.

$$\frac{\Delta P}{Z} = 1,75 \frac{\rho_f}{d_p} \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} U_0^2$$

Chapitre V : Filtration.

V.1. Théorie de la filtration :

La filtration est une opération de séparation de particules solides (phase dispersée) en suspension dans une phase continue, liquide ou gazeuse, par passage à travers un milieu filtrant chargé d'arrêter les particules solides. Cette technique peut être gravimétrique ou réalisée sous pression, sous vide ou en utilisant la force centrifuge. Elle consiste à mettre la suspension (ou préfilt) dans un filtre constitué par un milieu filtrant (membrane ou plaque poreuse) capable de retenir physiquement les particules solides. Le liquide purifié récupéré après filtration est appelé le filtrat (eaux-mères) et l'ensemble des particules solides déposées est appelé le gâteau (ou tourteau) qui constitue lui-même un nouveau milieu de filtration. Pour que la filtration se déroule à une vitesse correcte, il est nécessaire de l'activer en effectuant une surpression au niveau du gâteau ou d'une dépression au niveau du filtrat.

La filtration dépend d'autres lois puisqu'elle est réalisée en faisant passer une suspension solide-fluide à travers un support (filtration sur support), jouant le rôle de tamis. Celui-ci va retenir les particules dont la grosseur est supérieure à celle des orifices du support filtrant qui laissera passer le fluide (et aussi les particules dont la grosseur est inférieure à celle des pores). La membrane poreuse est parfois remplacée par un lit de particules (filtration en masse) qui va retenir le solide et laisser passer le liquide.

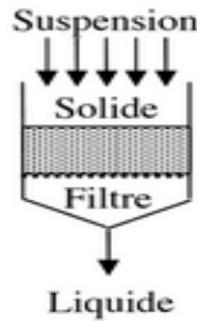


Figure 40 : Filtration gravimétrique d'une suspension.

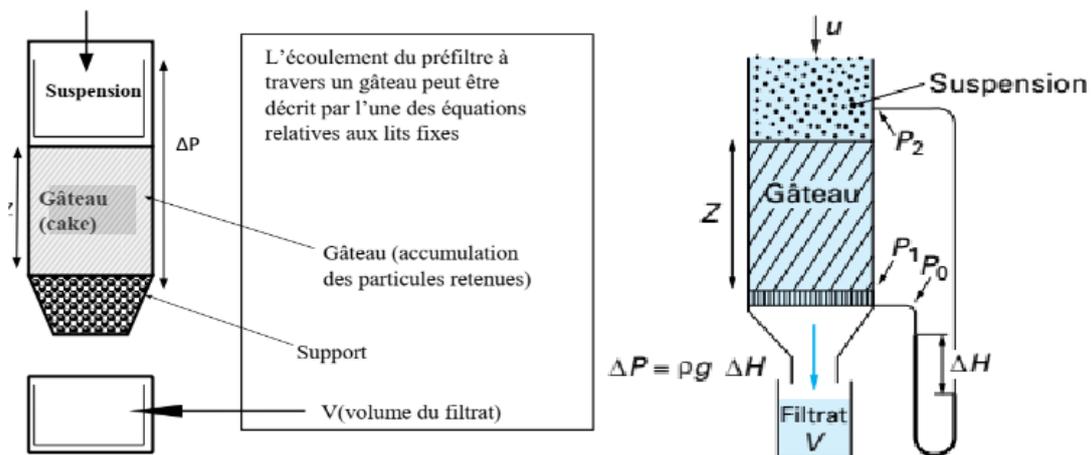


Figure 41 : Filtration des liquides

V.1.1. Classification :

Comme on l'a vu, la suspension à filtrer est dirigée vers un support filtrant que le liquide seul traverse sous l'influence d'une différence de pression. Une méthode pour classer les filtres se base sur la manière de réaliser ce gradient de pression. On a :

- La filtration sous pression, lorsque la pression est appliquée sur la face amont de la surface filtrante, l'autre face restant à la pression atmosphérique ;
- La filtration sous vide, si l'on crée une dépression sur la face aval du milieu poreux, l'autre face restant à la pression atmosphérique ;

– La filtration par gravité, quand la suspension s'écoule due à la pression hydrostatique, cette méthode est généralement utilisée lorsqu'il s'agit de traiter d'importantes quantités de suspension contenant peu de particules solides, par exemple pour la filtration de l'eau.

D'autres critères de classification de la filtration sont :

- Le mode d'opération : en continu, semi-continu ou en discontinu ;
- La technique de filtration : sur gâteau, à courants croisés ou sur membrane.

La séparation peut être effectuée de deux façons différentes.

■ **Filtration dans la masse** : La suspension s'écoule à travers une masse poreuse (lit de particules consolidé ou non, papier, feutre...) à l'intérieur de laquelle les particules ou globules de la phase dispersée sont plus ou moins retenus, entraînant un colmatage progressif de la masse filtrante. La phase continue sortant de la masse poreuse, appelée filtrat pour les liquides, sera soit parfaitement pure, soit appauvrie en phase dispersée.

■ **Filtration sur support** : On amène la suspension au-dessus d'un support (toile, feutre, membrane, grille...) sur lesquelles les particules vont se déposer sous la forme d'un gâteau d'épaisseur croissante. Le filtrat est recueilli sous le support.

Matériel : Sous vide, Büchner : dispositif de laboratoire monté sur fiole à vide.



Figure 42 : Filtration sous vide par Büchner.

Le filtre presse : Ils sont constitués par des éléments verticaux alternés (plateau - cadre), l'ensemble étant maintenu par des rails et serré entre deux plaques.

Les éléments de filtre (plateaux et cadres) sont serrés avec une presse. Les toiles filtrantes séparent les plateaux et les cadres. Le gâteau se dépose entre les toiles ; on peut alors procéder au lavage du gâteau en faisant circuler le liquide de lavage dans le filtre.



Figure 43 : Filtration par filtre presse.

V.2. Théorie de la filtration support :

V.2.1. Loi de la filtration membranaire :

Lorsque la membrane retient un soluté, sa perméabilité décroît. Il est possible de décrire l'évolution du flux de perméat, J_v , en fonction de la pression transmembranaire, Δp , en présence d'un ou plusieurs solutés. Le modèle le plus utilisé est l'équation de Darcy modifiée en prenant en compte une possible contre-pression osmotique, $\Delta \Pi$, et une résistance hydraulique supplémentaire, R_c , qui s'ajoute à la résistance de la membrane « propre », R_M , pour traduire le colmatage :

$$J_v = \frac{\Delta p - \Delta \Pi}{\mu_f (R_M + R_c)}$$

Le principe général d'une filtration membranaire est représenté par la figure V.5. La solution à traiter est mise en contact avec la membrane semi-perméable. Sous l'effet par exemple d'un gradient de pression, le solvant et certaines molécules passent au travers de la membrane (perméat) alors que d'autres sont retenues par celle-ci (rétentat).

Il existe deux modes de circulation différents du fluide à filtrer schématisés sur la figure V.6 : la filtration frontale et la filtration tangentielle. Dans la filtration frontale (figure V.6.A), comme en filtration classique, le fluide s'écoule perpendiculairement à la membrane ce qui provoque l'accumulation de matière et la formation d'un gâteau à la surface de la membrane qui fait diminuer les performances de la filtration à mesure que la matière se dépose.

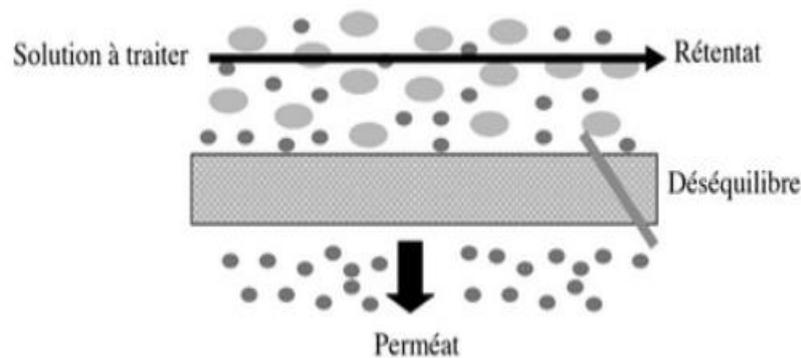


Figure 44 : Représentation schématique de la séparation membranaire.

Par contre, lors d'une filtration tangentielle (figure V.5.B), l'écoulement du fluide se fait tangentiellement à la membrane et permet de limiter la formation d'un gâteau, des particules pouvant être entraînées par le courant de fluide.

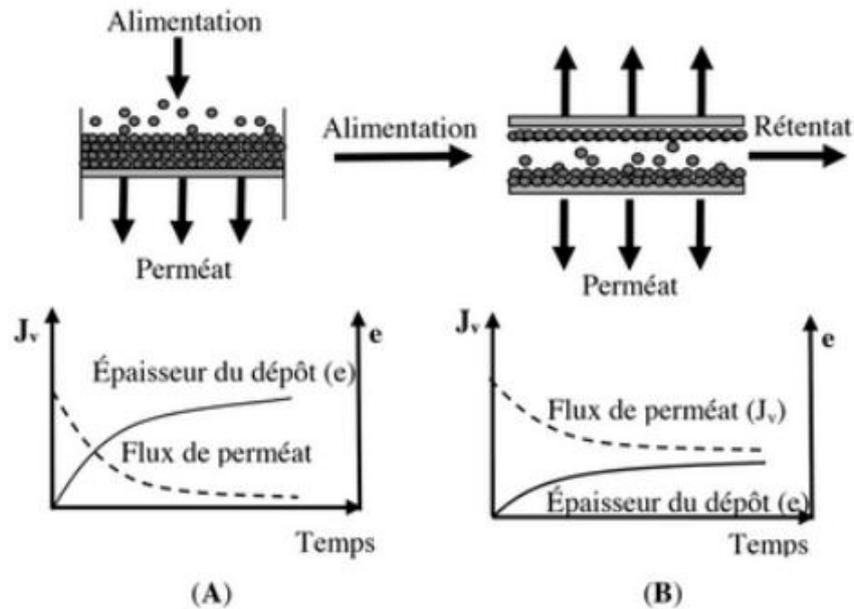


Figure 45 : Comparaison des modes de circulation sur une membrane : (A) Filtration frontale ; (B) Filtration tangentielle.

V.3. Filtration à débit constant :

Le bilan de matière repose sur les caractéristiques de la suspension, du gâteau et du filtrat. On peut citer la liste suivante :

a. Suspension : Teneur de la suspensions, exprimée en kg de solide par kg de suspension ; masse volumique de la suspension ρ_a exprimée en kg.m^{-3} .

b. Liquide : Masse volumique du fluide ρ_f exprimée en kg.m^{-3} ; viscosité dynamique μ [Pa.s].

c. Solide : Masse volumique ρ_s exprimée en kg.m^{-3} ; dimension des particules, granulométrie. Ces informations ne sont pas utiles au calcul du filtre mais servent au choix du support filtrant et permettent d'interpréter le fonctionnement du filtre.

d. Gâteau : Masse totale du gâteau M_t [kg] ; masse de solide M [kg] ; masse de liquide M_l [kg] ; porosité du gâteau ε ; Siccité S ; rapport d'humidité m ; épaisseur du gâteau Z [m] ; surface du gâteau Ω [m^2]. Cette surface correspond à la surface filtrante.

Siccité : La siccité est le rapport de la masse de solide dans le gâteau à la masse du gâteau humide.

Rapport d'humidité : Le rapport d'humidité est le rapport de la masse du gâteau humide à la masse du solide dans le gâteau. C'est l'inverse de la siccité.

$$q_v = \frac{dV}{dt}$$

q_v : Le débit volumique instantané de filtrat ;

V : Le volume du filtrat ;

$$U = \frac{q_v}{\Omega} = \frac{1}{\Omega} \frac{dV}{dt}$$

Ω : Étant la surface filtrante. Supposons par ailleurs que le gâteau est homogène et incompressible et que le régime d'écoulement à travers le gâteau est laminaire.

Chaque unité de volume du filtrat va assurer un dépôt d'une certaine masse de particules qui forme un certain volume du cake ; ce volume est exprimé par :

Volume du cake par unité de volume du filtrat = $Z \Omega / V$

Z : Epaisseur du cake ;

Ω : Section droite ;

$Z \cdot \Omega$ = Volume du cake ;

V : Volume du filtrat ;

On observe que la perte de charge ΔP est proportionnelle au débit instantané et à la viscosité du fluide sur la longueur Z (loi de Darcy) :

$$-\frac{\Delta P}{Z} = \frac{\mu}{B} U$$

B étant la perméabilité dont la dimension est le carré d'une longueur (L^2).

Pour simplifier l'écriture, l'équation sera écrite $\Delta p = R \mu U$

Avec la perméabilité $B=Z/R$.

R (m^{-1}) : Somme des résistances du support R_S et du gâteau en cours de formation R_G .

$$R = R_S + R_G$$

Résistance spécifique du gâteau α : Ecrivons que la résistance à l'écoulement par unité de surface de gâteau est proportionnelle à la masse de matériau séché déposé M par unité de surface filtrante Ω :

$R_G = \alpha M / \Omega$ avec $M = \Omega Z (1 - \varepsilon) \rho_s$: masse de gâteau séché.

ρ_s : Masse volumique du gâteau, donc masse de matériau séché déposé par unité de surface filtrante.

Expression de α en fonction de la perméabilité B :

La comparaison avec la loi de Darcy où intervient la perméabilité B du gâteau donne :

$$R_G = \alpha \frac{M}{\Omega} \rightarrow \alpha = \frac{\Omega R_G}{M} = \frac{\Omega R_G}{\Omega Z (1 - \varepsilon) \rho_s} = \frac{R_G}{Z (1 - \varepsilon) \rho_s} = \frac{1}{B (1 - \varepsilon) \rho_s}$$

$$\alpha = \frac{1}{B (1 - \varepsilon) \rho_s}$$

Relation entre W et s :

On suppose que la masse M du gâteau est à chaque instant, proportionnelle au volume V de filtrat recueilli : $M = W V$

W : Masse des particules de gâteau séché par unité de volume de filtrat (facteur de proportionnalité)

La filtration d'une masse S de suspension donne :

— un gâteau séché de masse $M = s S$;

— un gâteau humide de masse $M' = m s S$;

— une masse de filtrat $\rho_f V = (1 - m s) S$.

Avec

s : Teneur en particules de la suspension ; ρ_f : Masse volumique du filtrat.

M rapport d'humidité : $\frac{\text{masse de gâteau humide}}{\text{masse de gâteau séché}}$

$$\text{d'où } M = WV \Rightarrow W = \frac{M}{V} = \frac{sS}{\frac{S(1-ms)}{\rho_f}} \Rightarrow W = \frac{s\rho_f}{(1-ms)}$$

Relation entre le rapport d'humidité m et la porosité ε :

Avec la relation entre le rapport d'humidité m et la porosité ε :

$$m = \frac{\text{masse de gâteau humide}}{\text{masse de gâteau séché}} = \frac{V_G(1-\varepsilon)\rho_s + V_G\varepsilon\rho_f}{V_G(1-\varepsilon)\rho_s} = 1 + \frac{\varepsilon\rho_f}{(1-\varepsilon)\rho_s}$$

$$m = 1 + \frac{\varepsilon\rho_f}{(1-\varepsilon)\rho_s}$$

Relation entre l'épaisseur Z du gâteau et le volume de filtrat V :

$$M = WV = \Omega Z(1-\varepsilon)\rho_s$$

$$Z = \frac{WV}{\Omega(1-\varepsilon)\rho_s}$$

L'expression de la vitesse filtration :

$$\Delta P = R \mu U \quad \Delta P = (R_s + R_G) \mu U$$

$$\text{avec } R = R_s + R_G \quad \text{avec } R_G = \alpha \frac{M}{\Omega}$$

$$U = \frac{1}{\Omega} \frac{dV}{dt}$$

$$\Delta P = \left(R_s + \alpha \frac{M}{\Omega} \right) \mu U = \left(R_s + \alpha \frac{M}{\Omega} \right) \mu \frac{1}{\Omega} \frac{dV}{dt}$$

$$\Delta P = \left(R_s + \alpha \frac{M}{\Omega} \right) \mu \frac{1}{\Omega} \frac{dV}{dt}$$

C'est une équation différentielle en V.

$$\frac{dV}{dt} = q_v = \Omega U$$

$$dV = \Omega U dt \quad \int_0^V dV = \int_0^t \Omega U dt \Rightarrow V = \Omega U t$$

$$\Delta P = \left(R_s + \alpha \frac{M}{\Omega} \right) \mu \frac{1}{\Omega} \frac{dV}{dt} = \left(R_s + \alpha \frac{W V}{\Omega} \right) \mu \frac{1}{\Omega} \frac{dV}{dt} = R_s \mu \frac{1}{\Omega} \frac{dV}{dt} + \alpha \mu \frac{W V}{\Omega^2} \frac{dV}{dt}$$

$$\Delta P = R_s \mu U + \alpha \mu W U^2 t$$

V.4. Filtration à pression constante :

Si la filtration est à pression constante (sous vide ou sous pression), alors $\Delta P = C^{te}$ et l'équation précédente devient :

$$dt = \left(R_s + \alpha \frac{M}{\Omega} \right) \mu \frac{1}{\Omega \Delta P} dV = \left(R_s + \alpha \frac{W V}{\Omega} \right) \mu \frac{1}{\Omega \Delta P} dV = R_s \mu \frac{1}{\Omega \Delta P} dV + \alpha \mu \frac{W V}{\Omega^2} \frac{dV}{\Delta P}$$

En supposant à $t=0$ et $V=0$

$$t = R_s \frac{\mu}{\Omega \Delta P} V + \alpha W \frac{\mu}{2 \Omega^2 \Delta P} V^2$$

En divisant cette équation sur V.

$$\frac{t}{V} = R_s \frac{\mu}{\Omega \Delta P} + \alpha W \frac{\mu}{2 \Omega^2 \Delta P} V$$

On trace t/V en fonction de V, puis on obtient une droite (la pente, B et l'ordonnée à l'origine, A).

$$A = R_s \frac{\mu}{\Omega \Delta P} \quad \text{et} \quad B = \alpha W \frac{\mu}{2 \Omega^2 \Delta P}$$

Les constantes A et B sont déterminées expérimentalement dans une installation de laboratoire.

Résistance du support R_s et résistance spécifique du gâteau (α). Équation de Ruth.

L'utilité de l'équation de Ruth réside dans la comparaison de la résistance spécifique du gâteau avec la résistance du support, pour savoir s'il est possible de négliger cette dernière.

On définit :

$$R_s = \alpha \frac{W V_f}{\Omega}$$

Avec V_f : volume fictif de filtrat qui correspondrait à la formation d'un gâteau de même résistance que la membrane. Le temps nécessaire à cette formation est t_f .

L'équation différentielle devient alors :

$$\Delta P = \left(\alpha \frac{W V_f}{\Omega} + \alpha \frac{W V}{\Omega} \right) \mu \frac{1}{\Omega} \frac{dV}{dt} \Rightarrow \Delta P = \frac{\alpha W \mu}{\Omega^2} (V_f + V) \frac{dV}{dt}$$

Qui devient, après intégration à pression constante :

$$t = a(V_f + V)^2 + \text{Cste}$$

$$t = 0, V = 0 \Rightarrow \text{Cste} = aV_f^2 = t_f$$

$$(t + t_f) = a(V_f + V)^2$$

$$\text{Ou bien } (V_f + V)^2 = K(t + t_f)$$

Avec

$$K = \frac{1}{a}$$

$$K = \frac{2\Omega^2 \Delta P}{\mu \alpha W}$$

$$V_f = \frac{R_s \Omega}{\alpha W} \quad \text{et} \quad t_f = \frac{V_f^2}{K} = \frac{R_s^2 \mu}{2\alpha W \Delta P}$$

Exercices d'application

Exercice 1/ Calculer la surface spécifique massique d'un lot de particules de pyrite de fer ainsi que ses diamètres moyens massique et volume-surface. Ce lot possède la répartition granulométrique donnée le tableau ci-dessous. La masse volumique de la pyrite est de 5000kg/m^3 et le facteur de sphéricité est de 0,65.

Diamètre ouverture (mm)	Diamètre moyen (mm) calculé	Pourcentage de retenu (%)
5	>5	0
4	4.50	4
3,15	3.57	7,2
2,5	2.82	12,5
2	2.25	18,1
1,6	1.80	15,4
1,25	1.42	12
1	1.12	10
0,8	0.90	7,2
0,63	0.71	6
0,5	0.56	3,8
0,4	0.45	2,8
0,315	0.36	1
0,25	0.28	0
0,2	0.22	0

Solution :

$d_{moy} = (d_1 + d_2) / 2$ (les valeurs sont en rouge dans le tableau ci-dessus).

$$S_m = \frac{6}{\phi_s * \rho_s} \sum \frac{W_i}{d_i} = 1,358 \text{ m}^2/\text{Kg}.$$

$$d_m = \sum W_i * d_i = 1,90 \text{ mm}.$$

$$d_s = \frac{1}{\sum \frac{w_i}{d_i}} = 1,36 \text{ mm}.$$

Exercice 2/L L'analyse granulométrique d'un matériau minéral broyé sur une série de tamis normalisé (norme AFNOR) donne les résultats suivants :

Diamètre ouverture (mm)	Diamètre moyen (mm) Calculé	Pourcentage de retenu (%)	Pourcentage de retenu cumulé (%)
5	—	0	0
4	4.50	2,5	2,5
3,15	3.57	12,5	15,00
2,5	2.82	32,1	47,1
2	2.25	25,7	72,8
1,6	1.80	15,9	88,7
1,25	1.42	5,4	94,1
1	1.12	2,1	96,2
0,8	0.90	1,0	97,2
0,63	0.71	0,8	98,00
0,5	0.56	0,6	98,6
0,4	0.45	0,4	99,00
0,315	0.36	0,3	99,30
Fond		0,7	100

La masse volumique vraie des particules est 2700kg/m³. La sphéricité de 0,60 et de facteur de forme volumique est égal à 2. Calculer, pour la fraction comprise entre

0,315 et 5mm : Le diamètre moyen massique et surfacique du lot de particules ; la surface spécifique massique du lot de particules et le nombre de particules.

Solution :

$d_{moy} = (d_1 + d_2) / 2$ (les valeurs sont en rouge dans le tableau ci-dessus).

$$d_m = \sum W_i * d_i = 2,45 \text{ mm.}$$

$$d_s = \frac{1}{\sum \frac{w_i}{d_i}} = 2,15 \text{ mm.}$$

$$S_m = \frac{6}{\phi_s * \rho_s} \sum \frac{W_i}{d_i} = 1,723 \text{ m}^2/\text{Kg.}$$

$$N = \frac{6}{\phi_v * \rho_s} \sum \frac{W_i}{d_i^3} = 51741 \text{ particules.}$$

Comme 0,7% de la masse des particules est contenue dans le fond,
 $N = \frac{51741}{1-0,007} = 52106 \text{ particules/ gramme de matériau.}$

Exercice 3/ Tamisage : Un solide est criblé avec un tamis de 0,5 mm d'ouverture de mailles. Les résultats de l'analyse granulométrique réalisée par la série AFNOR sur 100g d'échantillon sont donnés dans le tableau ci-dessous. Calculer :

- 1/ Le pourcentage de particule inférieure à 0,5 mm contenu dans le brut et le refus ;
- 2/ La répartition granulométrique massique du solide brut, du refusé et du tamisé, en supposant que le produit recherché doit avoir une taille supérieure à 0,5mm ;
- 3/ La quantité de refus obtenu à partir de 1000kg de brut ;
- 4/ L'efficacité du tamisage et la fraction de refus.

Université Mustapha Stambouli Mascara Faculté des Sciences & Technologie
Département Génie des procédés
Niveau : 1^{ère} année Master Génie des procédés et Environnement
Module : Milieux poreux et dispersés
Année universitaire : 2024/2025

Diamètre moyen (mm)	Brut		Refusé		Tamisât	
	m(g)	w%	m(g)	w%	m(g)	w%
> 2,5	0.95	0.95	1.25	1.25		
2.250	2.31	2.32	3.42	3.42		
1.800	6.90	6.92	8.67	8.67		
1.425	8.95	8.98	12.30	12.30		
1.125	12.80	12.84	20.03	20.03		
0.900	19.85	19.91	25.30	25.29		
0.715	14.72	14.76	13.86	13.86		
0.565	10.90	10.93	12.87	12.87	7.98	7.98
0.450	6.32	6.34	1.68	1.68	11.07	11.07
0.358	4.27	4.28	0.64	0.64	20.12	20.13
0.282	3.05	3.06			16.43	16.44
0.225	2.30	2.31			12.97	12.98
0.180	1.78	1.79			9.01	9.01
0.142	1.32	1.32			8.76	8.76
0.112	0.86	0.86			6.43	6.43
<0.1	2.43	2.44	0		7.19	7.19

Solution :

1/Une taille inférieure à 0,5mm :

Dans le brut : $a\% = 22,40\%$; dans le refus : $r\% = 2,32\%$.

2/Une taille supérieure à 0,5mm :

$a\% = 77,61\%$; $r\% = 97,69\%$; $p = 7,98\%$.

3/ $R/A = 0,7762$.

$R = 0,7762 \times 1000 = 776,2$ kg de refus.

4/ $\mu_t = r(a-p) / a(r-p) = 97,7\%$; $\mu_r = (1-r')(a'-p') / (1-a')r'-p' = 8\%$.

Exercice 4 : Caractérisation des milieux poreux :

Des vapeurs hydrocarbures sont craqués dans un réacteur catalytique constitué d'un garnissage ou les grains de forme cubique de cote $a = 0,5$ cm.

1/ Calculer le volume V_p ; la surface A_p et la surface spécifique a_p ?

2/ Calculer les diamètres des sphères équivalentes d_v , d_A , d_p ?

3/ Démontrer que $\varphi_a * \varphi_{A2} = 1$ et $\varphi_{v3} * \varphi_{A2} = 1$

Solution :

$$1/ A_p = 6 a^2 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

$$V_p = a^3 = 0,125 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

$$A_p = 6/a = 12 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}.$$

$$2/ d_v = \left(\frac{6V_p}{\pi} \right)^{1/3} = 6,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

$$d_A = \sqrt{A_p / \pi} = 6,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

$$d_p = a = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

$$3/ \varphi_A = (6/\pi)^{1/2}. \varphi_a = \pi/6. \rightarrow \varphi_a * \varphi_{A2} = 1$$

$$\varphi_v = (\pi/6)^{1/3} \rightarrow \varphi_{v3} * \varphi_{A2} = 1.$$

Exercice 5 : Diamètres équivalents et facteurs de forme

Considérons une particule cubique d'arête $l = 1$ dont on détermine le diamètre équivalent en surface projetée à partir d'une mesure au microscope. Le diamètre équivalent en surface projetée d_p est alors égal à 1,13.

1/ Déterminer l'erreur commise en calculant le volume de cette particule à partir de ce diamètre équivalent d_p par rapport à la valeur réelle. Quel type de diamètre équivalent il aurait fallu mesurer et utiliser pour minimiser l'erreur commise ?

2/ Calculer les trois facteurs de sphéricité pour un cube d'arête $l = 1$ et une aiguille de longueur $L = 1$ et largeur $l =$ épaisseur $e = 0,1$.

Solution :

$$1/ V_{dp} = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{dp}{2}\right)^3 = 0,755.$$

$$V_{réel} = a^3 = 1.$$

Calcul de l'erreur : $[(1-0,755)/1] \times 100 = 24,5\%$.

2/ a/ Cube : $d_v = 1,24$;

$$d_A = 1,38 ;$$

$$\varphi_v = 0,81 ;$$

$$\varphi_A = 1,38.$$

b / Aiguille : $d_v = 0,27$;

$$d_A = 0,36 ;$$

$$\varphi_v = 0,56 ;$$

$$\varphi_A = 2,37.$$

Exercice 6 : Analyse granulométrique/

Les résultats de l'essai d'analyse granulométrique d'un matériau sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Maille des tamis en mm	Tamisât cumulés en poids en g
8	2000
5	1900
2,5	1720
1.25	1300
0.63	860
0.315	500
0.16	200
0.08	40

a/ Quel est l'intérêt de la courbe granulométrique ?

b/ Calculer les tamisât en % pour tous les diamètres et déduire le refus pour chaque diamètre ?

c/ Dessiner sous échelle appropriée la courbe granulométrique (courbe de tamisât) ?

d/ Commenter la courbe granulométrique et donner la classe granulaire de ce matériau et sa nature ?

Solution :

A /La courbe granulométrique nous permet d'identifier le type de matériau ainsi sa classe granulaire et sa nature ?

B/

% de tamisât	% de refus
100	0
95	5
86	14
65	35
43	57
25	75
10	90
2	98

D/ La courbe est continue, l'échantillon est conforme. Le matériau est le sable.

Exercice 7 : Ci- dessous les résultats de l'analyse granulométrique d'un échantillon de sol grenu, de masse totale 516g :

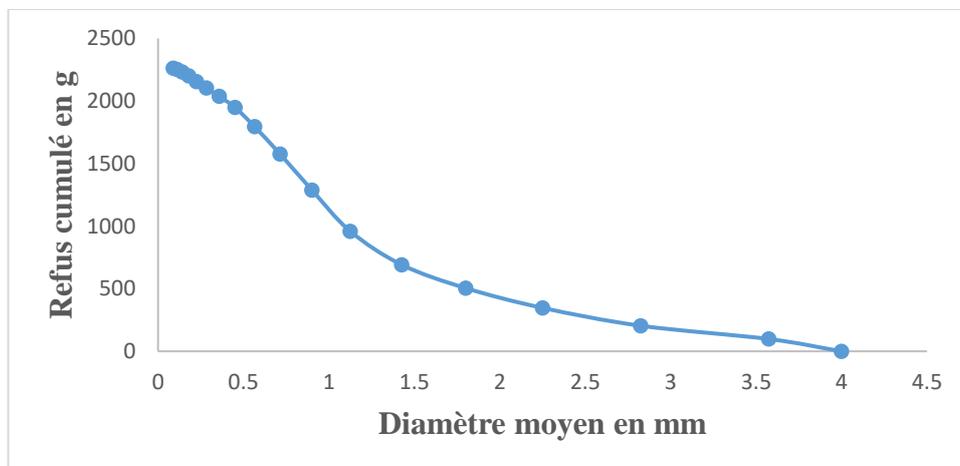
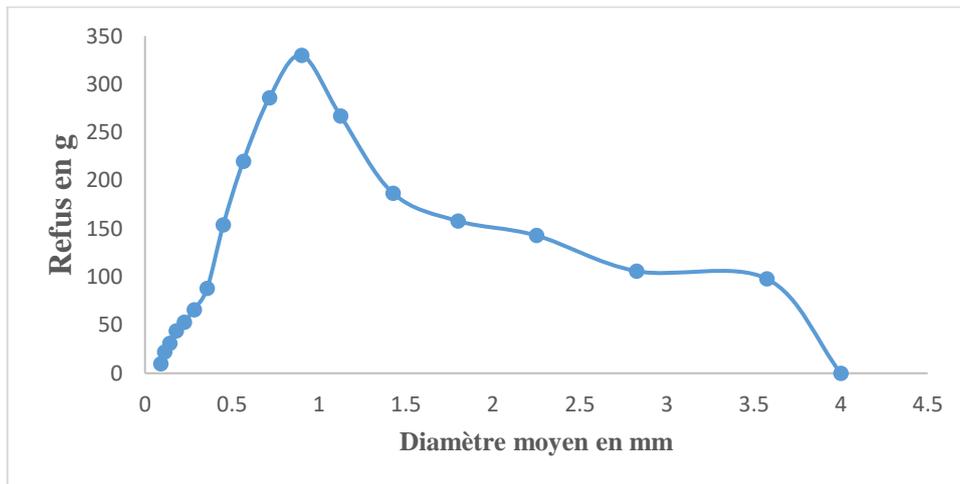
Diamètre de tamis en mm	0.1	0.16	0.25	0.40	0.63	1.00	2.00	3.15	4.00
Refus en g	29	56	94	49	110	59	66	39	0
Refus cumulé en g									
Refus cumulé en %									
Tamisât en %									

1/ Compléter le tableau précédent ?

2/ Tracer la courbe granulométrique ?

Solution :

Diamètre de tamis en mm	0.1	0.16	0.25	0.40	0.63	1.00	2.00	3.15	4.00
Refus en g	29	56	94	49	110	59	66	39	0
Refus cumulé en g	502	473	417	323	274	164	105	39	0
Refus cumulé en %	97	91,666	80,814	62,6	53,1	31,783	20,349	7,558	0
Tamisât en %	2,71	8,334	19,186	37,4	46,9	68,217	79,651	92,442	100



Refus massique et cumulée d'une distribution granulométrique

Exercice 8 :

Distribution granulométrique et diamètres moyens d'une poudre : Une poudre a été analysée par tamisage avec les résultats suivants.

ouverture du tamis [mm]	4	3,15	2,5	2	1,6	1,25	1	0,8	0,63	0,5	0,4	0,315	0,25	0,2	0,16	0,125	0,1	0,08
masse recueillie [g]	0	98	106	143	158	187	267	330	286	220	154	88	66	53	44	31	22	10

- Tracer la distribution granulométrique correspondante en fraction massique et en fraction cumulée ?
- Calculer les différents diamètres moyens ?

Solution :

Diamètre moyen (mm)	> 4	3,575	2,825	2,25	1,8	1,425	1,125	0,9	0,715	0,565	0,45	0,357	0,282	0,2	0,16	0,125	0,1	0,08
Refus cumulé en g	0	98	204	347	505	692	959	1289	1575	1795	1949	2037	2103	2156	2200	2231	2253	2263
Fraction massique %	0	4.33	4.68	6.31	6.88	8.26	11.79	14.58	12.63	9.72	6.80	3.88	2.91	2.34	1.94	1.36	0.97	0.44
Fraction cumulée %	0	4.33	9.014	15.33	22.31	30.57	42.37	56.95	69.59	79.31	86.12	90.01	92.92	95.27	97.21	98.58	99.55	100

Exercice 9/Calculer la vitesse limite de chute de particules sphériques d'acier de 0,4mm de diamètre et de 7890 kg/m³ de masse volumique lorsqu'elles se déposent dans l'huile de 830 kg/m³ de masse volumique et de 10⁻² Pa.s de viscosité dynamique.

Solution :

- Si le régime est laminaire, la vitesse est donnée par la loi de Stokes

$$U_l = [\rho_s - \rho_f] \cdot d^2 \cdot g / 18\mu = 6,16 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$Re = \rho_f \cdot u_l \cdot d / \mu = 2,05 > 1 \text{ et ne correspond pas en régime laminaire}$$

- Si le régime est turbulent, la vitesse est donnée par la relation de Newton

$$U_l^2 = 3[\rho_s - \rho_f] \cdot d \cdot g / \rho_f = 0,316 \text{ m/s}$$

$$Re = \rho_f \cdot u_l \cdot d / \mu = 10,49 < 500 \text{ et ne correspond pas en régime turbulent}$$

- Si le régime est intermédiaire

$$U_l^2 = 4[\rho_s - \rho_f] \cdot d \cdot g / 3 \cdot c \cdot \rho_f \quad \text{avec} \quad c = 18,5 / Re^{0,6}$$

$$U_l = 0,061 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad Re = 2,03 < 500 \text{ et correspond bien en régime intermédiaire}$$

Exercice 10/Calculer la vitesse limite atteinte par la chute de particules solides sphériques (de 2450 kg/m³ de masse volumique) de 0,4 mm de diamètre dans l'eau à 20°C (de 1000 kg/m³ de masse volumique et de 10⁻³ Pa.s de viscosité dynamique). Que deviendrait cette vitesse pour des particules sphériques de 2mm et 4mm ?

Solution :

Particules de 0,4mm :

- Si le régime est laminaire, la vitesse est donnée par la loi de Stokes

$$U_l = [\rho_s - \rho_f] \cdot d^2 \cdot g / 18\mu = 0,126 \text{ m/s}$$

$$Re = \rho_f \cdot u_l \cdot d / \mu = 50,576 > 1 \text{ et ne correspond pas en régime laminaire}$$

Si le régime est intermédiaire

$$U_l^2 = 4[\rho_s - \rho_f] \cdot d \cdot g / 3 \cdot c \cdot \rho_f \quad \text{avec} \quad c = 18,5 / Re^{0,6}$$

$$U_l = 0,0496 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad Re = 19,943 < 500 \text{ et correspond bien en régime intermédiaire}$$

Particules de 2mm :

Compte tenu des résultats précédents, supposons que le régime soit maintenant turbulent ; Dans ces conditions, $c=0,44$

- La vitesse est donnée par la relation de Newton

$$U_1^2 = 3[\rho_s - \rho_f] \cdot d \cdot g / \rho_f$$

$$U_1 = 0,292 \text{ m/s}$$

$$Re = \rho_f \cdot u_1 \cdot d / \mu = 584,123 > 500 \text{ et correspond en régime turbulent}$$

Particules de 4mm :

Le régime est turbulent, la vitesse est donnée par la relation de Newton

$$U_1^2 = 3[\rho_s - \rho_f] \cdot d \cdot g / \rho_f$$

$$U_1 = 0,413 \text{ m/s}$$

$$Re = \rho_f \cdot u_1 \cdot d / \mu = 1652,634 > 500 \text{ et correspond en régime turbulent.}$$

Exercice 11 /Déterminer les diamètres limites de particules sphériques de 2450 kg/m^3 de masse volumique pouvant tomber dans l'eau à 20°C . Dans ces conditions, on suppose que l'eau possède une masse volumique de 1000 kg/m^3 et une viscosité dynamique de 10^{-3} Pa.s .

Solution :

- Si le régime est laminaire, la vitesse est donnée par la loi de Stokes

$$U_1 = [\rho_s - \rho_f] \cdot d^2 \cdot g / 18\mu = 790,25 \cdot 10^3 d^2 \text{ m/s}$$

$$Re = \rho_f \cdot u_1 \cdot d / \mu = 790,25 \cdot 10^9 d^3 < 1 \text{ et } d^3 < 1,265 \cdot 10^{-12}$$

- Si le régime est turbulent, la vitesse est donnée par la relation de Newton

$$U_1^2 = 3[\rho_s - \rho_f] \cdot d \cdot g / \rho_f = 42,673 d \text{ m/s}$$

$$Re = \rho_f \cdot u_1 \cdot d / \mu = 6,532 \cdot 10^6 \cdot d^{3/2} > 500 \text{ et } d^{3/2} > 76,546 \cdot 10^{-6}$$

Les particules dont le diamètre est compris entre $0,1081 \text{ mm}$ et $1,80 \text{ mm}$ tomberont en régime intermédiaire.

Exercice 12/ Calculer la puissance nécessaire pour broyer 100 t/hr de carbonate de calcium lorsque 80% du produit à un diamètre inférieur à 50mm et que 80% du broyat doit avoir 3mm de diamètre.

L'indice énergétique est de 1200k/t.

Solution :

La loi de Bond : $E = 10 E_i \left(\left(\frac{1}{\sqrt{d}} \right) - \left(\frac{1}{\sqrt{D}} \right) \right) = 165,42 \text{ kJ/kg}$.

Pour 100 t/hr : $P = 4,595 \text{ kw}$.

Exercice 13/ Un produit minéral est réduit dans un concasseur à mâchoires de 60 à 10 mm. L'énergie consommée pour cette opération est de 17kj/kg. Calculer la consommation énergétique pour broyer le même matériau de 90 à 20 mm en supposant que la loi de :

a/ Rittinger s'applique :

b/ Kick s'applique :

c/ Bond s'applique :

- Déterminer la loi la mieux adaptée à ce cas et calculer le taux de réduction ?

Solution:

a/ Rittinger s'applique :

$$K_R = E' / \left(\left(\frac{1}{d} \right) - \left(\frac{1}{D} \right) \right) = 0,204 \text{ kJ.m/kg}$$

L'énergie nécessaire pour broyer le même minéral de 90 à 20 mm avec le même broyeur serait : $E' = 7,93 \text{ kJ/kg}$

b/ Kick s'applique :

$$E' = K_K \cdot \ln(D/d) = 9,49 \text{ KJ/Kg}$$

L'énergie nécessaire pour broyer le même minéral de 90 à 20 mm avec le même broyeur serait : $E' = 14,27 \text{ kJ/kg}$.

c/ Bond s'applique :

$$E = 10 E_i \left(\left(\frac{1}{\sqrt{a}} \right) - (1/\sqrt{D}) \right) = 0,287 \text{Kj.m/kg.}$$

L'énergie nécessaire pour broyer le même minerai de 90 à 20 mm avec le même broyeur serait : $E' = 10,73 \text{kJ/kg.}$

$$R = 90/20 = 4,5.$$

Exercice 14/

Des vapeurs hydrocarbures sont craqués dans un réacteur catalytique constitué d'un garnissage ou les grains de forme cubique de cote $a = 0,5 \text{ cm}$; $\rho_s = 500 \text{kg/m}^3$; $\rho_{lit} = 300 \text{kg/m}^3$. La section droite du réacteur est 1m^2 et la couche du catalyseur à une profondeur de $1,8 \text{ m}$.

Calculer les pertes de charge subit au passage d'un gaz à travers la couche où $V_s = 0,9 \text{m/s}$.

$$\text{Avec : } \rho_f = 0,14 \text{ kg/m}^3 ; \mu = 0,015 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s.m}$$

Solution :

$$\text{Re}_p = \frac{\rho_f \cdot U_f \cdot d_a}{\mu \cdot (1-\varepsilon)} = 370 > 10 \quad (\text{Régime turbulent}) \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \frac{\rho_{lit} - \rho_s}{\rho_f - \rho_s} = 0,4.$$

Pour le calcul de perte de charge, on a le modèle de Burke-Plummer à appliquer :

$$\frac{\Delta P}{Z} = h \cdot \rho_f \cdot a_p \cdot \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \cdot U_f^2$$

Références bibliographiques

- Allen T. (1988). Granulométrie (études de structure). Les techniques de l'Ingénieur, P 1040: 1-26.
- Blazy P., did E.-A. (1991). Fragmentation- Technologie, les Techniques de l'Ingénieur, A 5 060: 1:22.
- Coulson J.M., J.F Richardson, J.R Backhurst And J.H. Harker. (2002). "Chemical Engineering", volume two, Fifth edition, Pergamon Press.
- Darton R.C. (1985). Fluidization. Ed. by J.F. Davidson, R. Clift and D. Harrison, Academic Press.
- Darrigo. R.(1970). Notions de génie chimique. 1- Traitement des solides, Armand Colin Ed.Paris.
- Etienne A. (1966). Chimie Industrielle. Opérations fondamentales de l'industrie chimique – Mécanique des solides, vol. 1, Editions Scientifiques Riber, Paris.
- Henri Fauduet. (2011). Mécanique des fluides et des solides appliquée à la chimie. Lavoisier. ISBN : 978-2-7430-1315-88. Editions TEC &DOC.
- Henri Fauduet ; Johanne Bonnin.(2019).Opérations unitaires des séparations mécaniques des milieux diphasiques en chimie –génie des procédés- . ISBN 9782340-091580 ; Ellipses édition marketing S.A.
- Gibilaro, L. G., Fluidization - Dynamics, Butterworth - Heinemann (2001).

K.Saleh, P.Guigon, (2009), Caractérisation et analyse des poudres- Propriétés physiques des solides divisés. Les techniques de l'ingénieur, J 2 251,1-13.

Kunii D. And O. Levenspiel. (1991). "Fluidization Engineering", second ed. Butterworth—Heinemann.

McCabe W.L., J.C. Smith and P. Harriott. (2004). "Unit Operations of Chemical Engineering", seventh edition, ed. McGraw-Hill.

Perry R. H., D. W. Green And J. O. Maloney. (1999). "Perry's Chemical Engineers' Handbook " seventh edition, , McGraw Hill.

R. Houot et R. Joussemet. (1995). Criblage, les techniques de l'ingénieur, J 3 100 :1-23.

Rhodes, M., Introduction to Particle Technology, 2nd Ed., Wiley (2008).

Thierry Bourbié, Olivier Coussy ;Bernard Zinszner.(1986). Acoustique des milieux poreux. Publications de l'institut français du pétrole. Collection « Science et Technologie du pétrole » n°7. Editions technip 27 rue Ginoux 75737 Paris Cedex 15.

Université Djilali Bounaama Khemis Miliana. [http://moodle. Univ-dbkm](http://moodle.Univ-dbkm).