

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mustapha stambouli de Mascara
Faculté des science et de la technologie
Département de Génie Civil



Polycopié de

Cours résistance des matériaux I

Réalisé par

Dr. SADOUN MOHAMED

2023-2024

Table des matières

Chapitre : 1	Introduction à la résistance des matériaux	
1.1	Première hypothèse fondamentale de la théorie des poutres	03
1.2	Seconde hypothèse fondamentale de la théorie des poutres	05
1.3	Notion de forces	06
1.4	Types de forces	07
1.5	Types de liaisons	07
Chapitre : 2	Traction et compression	
2.1	Introduction	12
2.2	Loi de Hooke	12
2.3	Déformation	14
2.4	Contrainte	14
Chapitre : 3	Caractéristiques géométriques des sections droites	
3.1	Introduction	19
3.2	Centre de gravité	19
3.3	Moment statique	20
3.4	Moment d'inertie	20
3.5	Produit d'inertie	21
3.6	Moment polaire	21
3.7	Rayon de giration	21
3.8	Théorème de Huygens	22
Chapitre :4	Cisaillement	
4.1	Introduction	26
4.2	Cisaillement pur	26
4.3	Effet de l'effort tranchant	27
4.4	Condition de résistance	28
Chapitre :5	Torsion	
5.1	Introduction	32
5.2	Domaines d'application	32
5.3	Observations expérimentales	35
5.4	Effet du moment de torsion	36
Chapitre :6	Flexion plane simple	
6.1	Introduction	41
6.2	Efforts et conditions de liaisons	42
6.3	Degré d'hyperstaticité	43
6.4	Systèmes isostatiques	44
6.5	Etudes des contraintes normales	47
6.6	Etude de la déformée	48
6.7	Exemple d'aplication	51

INTRODUCTION

Chapitre 1 : Introduction à la résistance des matériaux

But de la résistance des matériaux a pour objectif de donner à l'auteur d'un projet tous les éléments nécessaires pour réaliser une construction stable. C'est une science qui s'appuie sur la mécanique rationnelle, en particulier la statique ; mais si la statique ne considère que les actions extérieures appliquées aux systèmes étudiés, la résistance des matériaux, au contraire, pénètre à l'intérieur des systèmes, pour étudier les forces appliquées à chaque élément de la matière, et donc les déformations qui en résultent. En effet, aucun solide n'est strictement indéformable sans parler de la dilatation des corps lors d'une augmentation de température, le lecteur a en mémoire la planche qui plie sous une charge, le fil qui s'allonge sous un effort de traction, etc.

Toutefois, si la charge ne dépasse pas une certaine limite, la planche qui plie, le fil qui s'allonge, ne se rompent pas, car il s'établit à la fois un équilibre extérieur (déterminé par la statique) et un équilibre intérieur des liaisons entre éléments du corps solide (déterminé par la résistance des matériaux). Cet équilibre intérieur amène à définir la notion de contrainte.

I.1. Première hypothèse fondamentale de la théorie des poutres :

Principe de Saint-Venant

Les contraintes, dans une région éloignée des points d'application d'un système de forces, dépendent uniquement de la résultante générale et du moment résultant de ce système de forces .

En particulier,

deux systèmes de forces équivalentes produisent mêmes contraintes et mêmes déformations

(toujours dans une région suffisamment éloignée de leurs points d'application).

Chapitre 1 : Introduction à la résistance des matériaux

Considérons, par exemple, une poutre soumise à des efforts quelconques et séparons-la en deux parties (A) et (B) situées de part et d'autre d'une section droite (S).

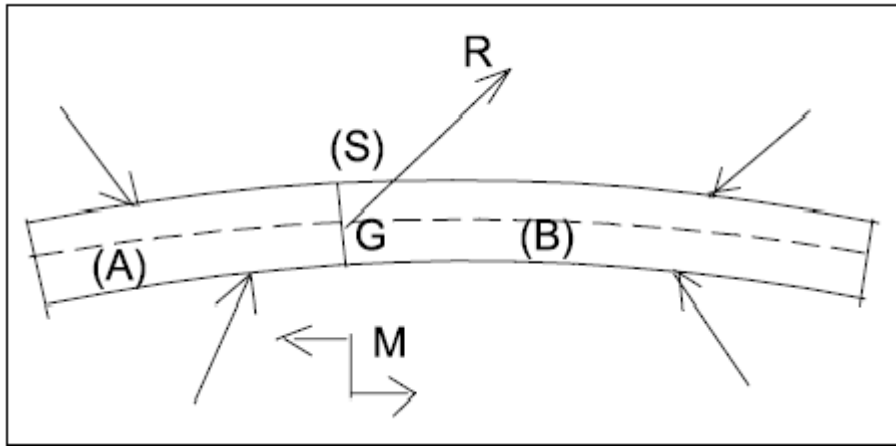


Figure1. Poutre soumise a différents efforts extérieurs.

la partie (B) est en équilibre sous l'action des forces qui lui sont directement appliquées,

forces situées à droite de (S), et sous l'action des forces élastiques qu'exerce (A) sur (B). Ces forces élastiques appliquées en (S) ont pour densité, en chaque point de (S), le vecteur contrainte correspondant en ce point.

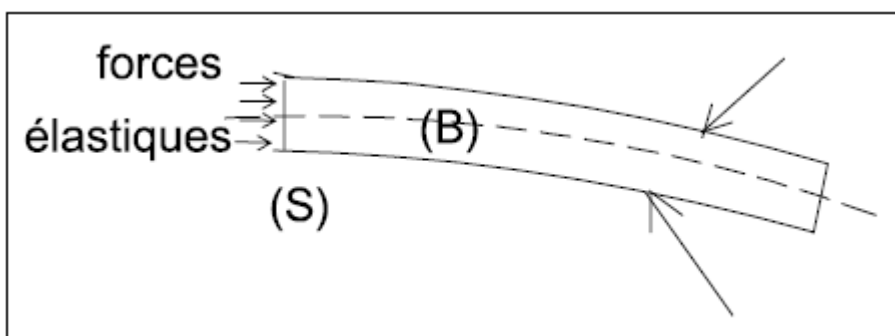


Figure 2. Equilibre d'un tronçon de poutre.

Chapitre 1 : Introduction à la résistance des matériaux

Puisque la partie (B) de la poutre est en équilibre sous l'action des forces directement Appliquées et de celles appliquées à la partie (A), il en résulte que *le système des forces élastiques s'exerçant sur la section (S) considérée comme appartenant à la partie (B) de la poutre est équivalent au système des forces appliquées à la partie (A)* : c'est le **principe d'équivalence**

Appliquons maintenant le principe de Saint- Venant : les contraintes sur la section (S) ne dépendent que de la résultante générale R et du moment résultant M des forces appliquées sur la partie (A), pris par rapport au centre de gravité G de cette section.

En toute rigueur, il faut supposer qu'il n'y a pas de forces appliquées au voisinage de la section (S), soit, s'il y en a, que leur influence est faible par rapport à celle de l'ensemble des forces appliquées.

I.2. Seconde hypothèse fondamentale de la théorie des poutres :

Principe de Navier-Bernoulli

L'hypothèse de Navier-Bernoulli consiste à supposer que, dans la déformation de la poutre, les sections normales à la fibre moyenne restent *planes*. Cette hypothèse est vérifiée pour les déformations dues au seul moment fléchissant, mais n'est plus valable dans le cas où la poutre est soumise à un moment de torsion (cas quasiment exclu dans le présent ouvrage).

Il est également admis que cette hypothèse est aussi valable dans le cas général où il y a un effort tranchant.

Cette hypothèse est maintenue dans les règlements de béton armé ou précontraint, même lors des calculs aux états-limites de rupture.

I.3. Notion de forces

Quelle que soit leur nature, et quelle que soit la façon dont elles se manifestent (à Distance ou au contact de deux corps), les forces (par exemple le poids d'un corps), sont, en résistance des matériaux comme en physique traditionnelle, des *grandeurs vectorielles*.

Il faut donc, chaque fois que l'on considère une force, rechercher :

la droite d'action (la direction),

le sens,

le point d'application,

l'intensité.

• La droite d'action

Si une force s'exerce, par exemple, par l'intermédiaire d'un fil tendu, la droite d'action de la force est celle que matérialise le fil. De même, si une force est transmise par une tige rigide, cette tige matérialise la droite d'action de la force.

• Le sens

Le sens d'une force est celui du mouvement qu'elle tend à produire ; si force et Mouvement sont dans le même sens la force est dite *motrice* ; dans le cas contraire, la force est dite *résistante*.

Par exemple, les forces de frottement sont des forces résistantes.

• Le point d'application

Si un solide est tiré par un fil ou poussé par une tige rigide, le point d'application est le point d'attache du fil ou le point de contact de la tige.

Dans le cas du poids d'un corps, le point d'application est le centre de gravité de ce corps

• L'intensité

L'intensité mesure la grandeur de la force. Elle s'exprime en Newton (N).

I.4.Types de forces :

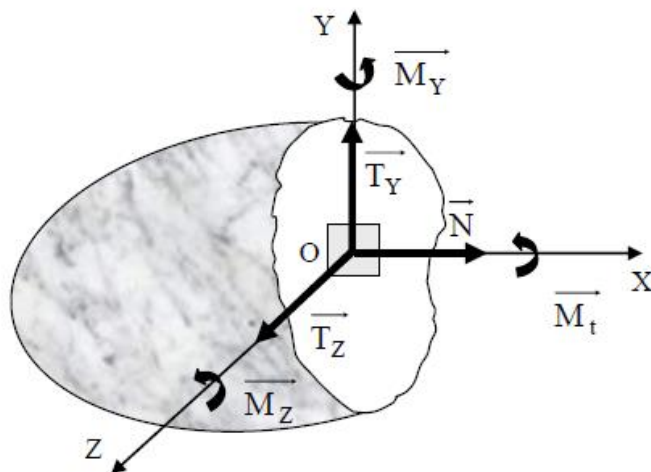


Figure 3. Efforts intérieurs en un point de la ligne moyenne d'une poutre.

N est l'effort normal

T est l'effort tranchant

M_t est le moment de torsion

M est le moment de flexion

I.5.Types de liaisons

Les principales liaisons sont résumés dans le tableau suivant:

Tableau 1.1 : Les principales liaisons

Type de liaisons	Schémas	Réactions d'appuis
Rotule		$H \neq 0, V \neq 0,$ $M = 0$
Appui simple		$V \neq 0, H = 0,$ $M = 0$
Encastrement		$V \neq 0, H \neq 0,$ $M \neq 0$

Chapitre 1 : Introduction à la résistance des matériaux

Les efforts verticaux sont notés V , les horizontaux H et les moments fléchissants M .

Application

Détermination des réactions d'appuis de la poutre suivante ?

Déterminer l'effort normal, l'effort tranchant et le moment fléchissant ?

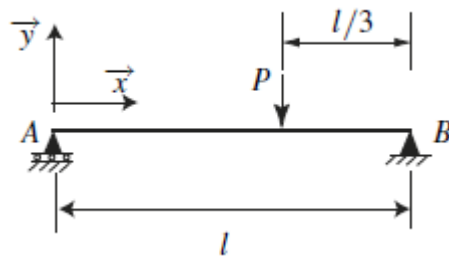


Figure 4

Solution

01. réactions d'appuis

Les équations d'équilibre en effort ($\sum F_x$ et $\sum F_y$) nous indiquent que :

Chapitre 1 : Introduction à la résistance des matériaux

$$H_A = H_B = 0$$

$$V_A + V_B - p = 0$$

L'équation d'équilibre en moment, écrite au point A nous permet de déterminer les réactions verticales en A et B.

$$V_B = \frac{2P}{3}$$

$$V_A = \frac{P}{3}$$

2. Effort normal, Effort tranchant et moment fléchissant.

nous appliquerons la méthode des coupures. Par application du principe fondamental de la statique, cette méthode permet de calculer le torseur des efforts intérieurs en tout point d'une section droite. Pour une section comprise entre le point A et le point d'application de l'effort extérieur P :

l'équilibre en effort de la section d'abscisse x , nous indique que :

$$N(x) = 0$$

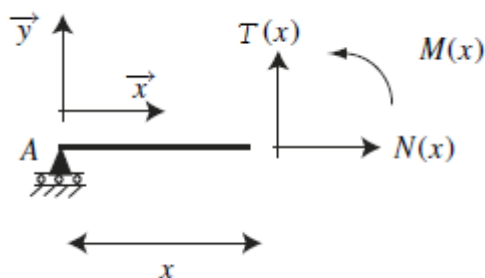


Figure 5

l'équilibre en effort selon y nous permet de déterminer l'effort tranchant

Chapitre 1 : Introduction à la résistance des matériaux

$$V(x) = -V_A = -\frac{P}{3}$$

l'équilibre en moment autour de nous permet de déterminer le moment fléchissant :

$$M(x) = V_A x = \frac{Px}{3}$$

De même pour les sections de poutre situées entre le point d'application de P et B .

$$N(x) = 0$$

$$V(x) = -V_A + P = \frac{2P}{3}$$

$$M(x) = V_A x - p\left(x - \frac{2l}{3}\right) = \frac{2Pl}{3} - \frac{2Px}{3}$$

Les diagrammes des efforts tranchants et moments fléchissants ainsi calculés sont tracés sur la figure ci-après :

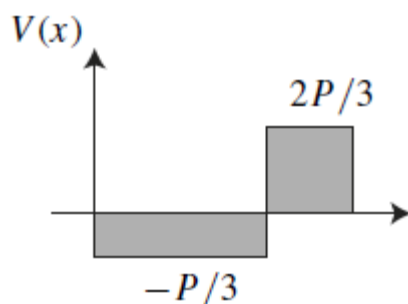


Fig 06 : diagrammes des efforts tranchants
moments fléchissants

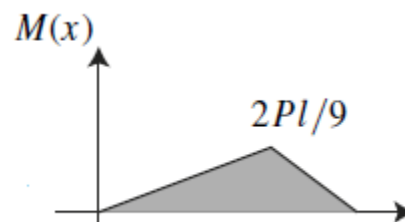


Fig07 : diagramme des

Chapitre 2 : Traction et compression

2.1.Introduction

L'élasticité est la propriété physique d'un corps de reprendre sa forme initiale après suppression de la sollicitation .le corps est parfaitement élastique s'il recouvre complètement sa forme originale après suppression de la charge,il partiellement élastique si la déformation produite par les forces externes ne disparaît pas complètement après qu'on a retiré la charge.

Une poutre, ou un tronçon de poutre cylindrique, est en Traction dès que le tenseur des efforts intérieurs se présente sous la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} ; \text{ avec } \sigma \text{ est constant}$$

2.2. Loi de Hooke

A l'aide de l'expérience sur l'allongement des barres prismatiques (Fig.1),on a établi que l'allongement d'une barre est proportionnel à l'effort de traction,ceci pour plusieurs matériaux de construction.

Cette simple relation linéaire entre effort et allongement fut formulée en 1678 par le savant anglais Robert Hook et porte son nom à juste titre,utilisons les notations :

N Effort produit l'allongement de la barre

L Longueur de la barre

A Aire de la section transversale de la barre

Δ Allongement total de la barre

E Constante élastique du matériau,appelée module d'élasticité

La loi expérimentale de Hooke s'écrit alors :

$$\Delta L = \frac{N \cdot A}{E \cdot L} \quad (1)$$

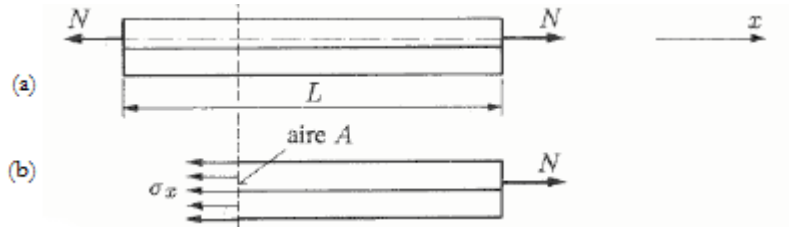


Fig 01 :Sollicitation a l'effort normal

Dans le cas d'une traction axiale,ou' toutes les fibres subissent unallongement égale ,la distibution des forces passera par le centre de gravité de la section transversale et agira le long de la barre .tenant compte du fait que la somme de ces forces,à partir de la condition d'équilibre (fig 1 b),doit être égale à N,et soit σ la force par unité d'aire de section transversale,on obtient :

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (2)$$

Cette force par unité d'aire s'appelle contrainte de traction unitaire ou contrainte

Les efforts sont mesurés en newtons

Les aires en centimètres carrés

La contrainte séxprime en bars (kgf/cm^2).

2.3.Déformation:

On détermine l'allongement de la barre par unité de longueur à l'aide de l'équation:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (3)$$

2.4.Contrainte:

C'est l'allongement unitaire ou déformation de traction .

Utilisant les équations (1),(2) et (3),la loi de Hooke s'écrit sous la forme suivante:

$$\sigma = E * \varepsilon \quad (4)$$

TableauII.01 :propriété mécanique des matériaux

Matériau	E (bar)
Acier au carbon(0.15 à 0.25 % de carbone)	21* 10 ⁵
Acier au nickel(3 à 3.5% de nickel)	20* 10 ⁵
Duralumin	07* 10 ⁵
Cuivre laminé à froid	11* 10 ⁵
verre	07* 10 ⁵
Béton en compression	2.8* 10 ⁵

Application :

Calculer les contraintes dans chaque section ?

Vérifier la résistance de la barre métallique schématisée par la figure ci-dessous ,sachant que $[\sigma]=15 \text{ KN/cm}^2$?

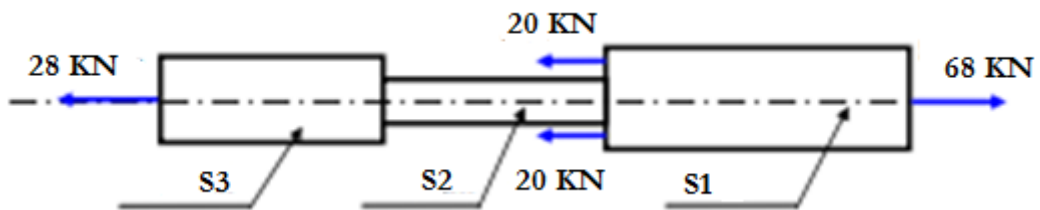


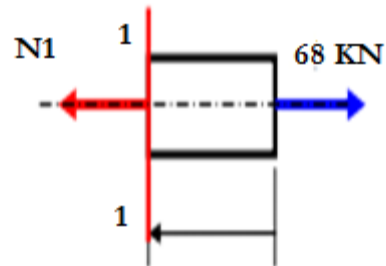
Fig 2.2

Solution

Section 1-1

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_1 = 68 \text{ KN}$$

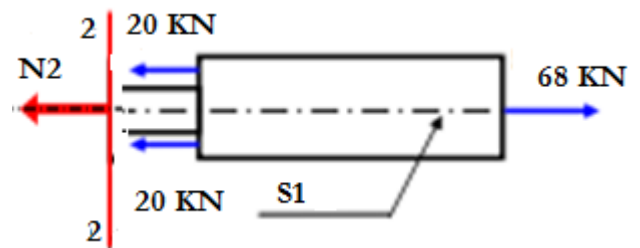
$$\sigma_{1-1} = \frac{N_1}{S_1} = \frac{68}{7} = 9.71 \text{ KN/cm}^2$$



Section 2-2

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_2 = 28 \text{ KN}$$

$$\sigma_{1-1} = \frac{N_2}{S_2} = \frac{28}{2.5} = 11.2 \text{ KN/cm}^2$$



Section 3-3

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_3 = 28 \text{ KN}$$

$$\sigma_{1-1} = \frac{N_3}{S_3} = \frac{28}{4} = 7 \text{ KN/cm}^2$$

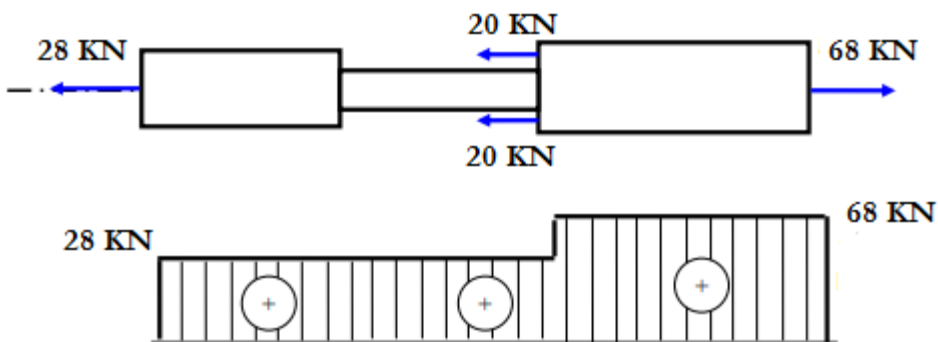
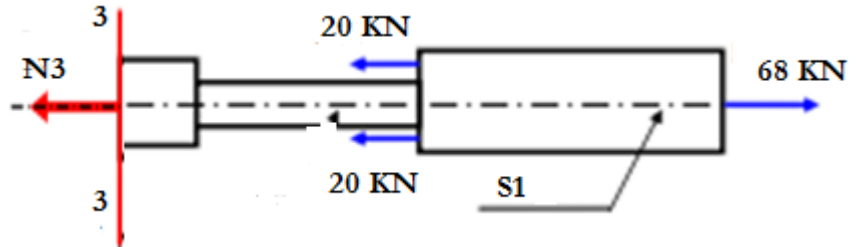


Diagramme de l'effort normal

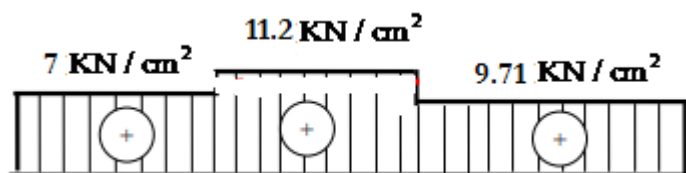


Diagramme de contrainte normal

Nous remarquons que :

la contrainte admissible est égale à : $[\sigma] = 15 \text{ KN/cm}^2$

la contrainte maximale est égale à : $\sigma_{\max} = 11.2 \text{ KN/cm}^2$

$\sigma_{\max} \geq [\sigma] \Rightarrow$ la barre ne résiste pas à la traction

2.5.Conclusion

Pour la plupart des matériaux de construction le module d'élasticité de compression est le même qu'en cas de traction .Dans les calculs ,la contrainte de traction et la déformation de traction sont positives,la contrainte et la déformation de compression sont négatives.

Chapitre 3. Caractéristique Géométrique

Chapitre 3 : Caractéristiques géométriques des sections droites

3.1.Introduction

Dans cette partie, on s'intéresse au calcul du centre de gravité, du moment d'inertie, du produit d'inertie et du moment d'une section plane.

Surface de la section (Σ) :

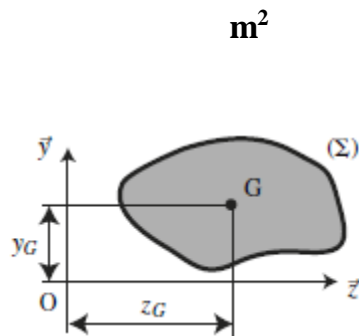


Figure 3.1

3.2.Centre de gravité :

Position du centre de gravité de la section (S) par rapport à l'axe Oy :

$$y_G = \frac{\iint_{\Sigma} y \, ds}{\iint_{\Sigma} ds} = \frac{\mathcal{H}_{Oz}}{S} \quad m$$

Position du centre de gravité de la section (S) par rapport à l'axe Oz :

$$z_G = \frac{\iint_{\Sigma} z \, ds}{\iint_{\Sigma} ds} = \frac{\mathcal{H}_{Oy}}{S} \quad m$$

Chapitre 3 : Caractéristiques géométriques des sections droites

3.3. Moment statique :

Moment statique de la section (Σ) par rapport à l'axe oy

$$\mathcal{H}_{Oy} = \iint_{\Sigma} z ds \quad \text{m}^3$$

Moment statique de la section (Σ) par rapport à l'axe oz

$$\mathcal{H}_{Oz} = \iint_{\Sigma} y ds \quad \text{m}^3$$

3.4. Moment d'inertie :

Moment d'inertie (moment quadratique) de la section (Σ) par rapport à l'axe Oy :

$$I_{Oy} = \iint_{\Sigma} z^2 ds \quad \text{m}^4$$

Moment d'inertie de la section (Σ) par rapport à l'axe Oz :

$$I_{Oz} = \iint_{\Sigma} y^2 ds \quad \text{m}^4$$

Chapitre 3 : Caractéristiques géométriques des sections droites

3.5. Produit d'inertie

Produit d'inertie de la section (Σ) par rapport aux axes Oy et Oz :

$$I_{Oyx} = \iint_{\Sigma} yz \, ds \quad \text{m}^4$$

3.6. Moment polaire

Moment polaire de la section (S) par rapport à l'axe Ox :

$$I_O = \iint_{\Sigma} r^2 \, ds \quad \text{m}^4$$

3.7. Rayon de giration

Rayon de giration d'une surface (S) par rapport à l'axe Oy :

$$i_{oy} = \sqrt{\frac{I_{oy}}{S}} \quad \text{m}$$

Rayon de giration d'une surface (S) par rapport à l'axe Oz :

$$i_{oz} = \sqrt{\frac{I_{oz}}{S}} \quad \text{m}$$

Chapitre 3 : Caractéristiques géométriques des sections droites

3.8. Théorème de Huygens

Connaissant les inerties d'une surface dans un repère (G, y, z) , le théorème de Huygens permet d'exprimer les inerties dans un repère d'axes parallèles (O, y, z) . La réciproque est naturellement vraie.

$$I_{Oy} = I_{Gy} + S z_G^2$$

$$I_{Oz} = I_{Gz} + S y_G^2$$

$$I_{Oyz} = I_{Gyz} + S |y_G z_G$$

3.9. CARACTÉRISTIQUES DES PRINCIPALES SECTIONS

Géométrie	Section	Centre de gravité	Moment statique	Moment quadratique
	$S = a^2$	$z_G = \frac{a}{2}$ $y_G = \frac{a}{2}$	$\mathcal{H}_{Oz} = \frac{a^3}{2}$ $\mathcal{H}_{Oy} = \frac{a^3}{2}$	$I_{Gz} = \frac{a^4}{12}$ $I_{Gy} = \frac{a^4}{12}$
	$S = A^2 - a^2$	$z_G = \frac{A}{2}$ $y_G = \frac{A}{2}$	$\mathcal{H}_{Oz} = \frac{A^3 - a^2 A}{2}$ $\mathcal{H}_{Oy} = \frac{A^3 - a^2 A}{2}$	$I_{Gz} = \frac{A^4 - a^4}{12}$ $I_{Gy} = \frac{A^4 - a^4}{12}$
	$S = bh$	$z_G = \frac{b}{2}$ $y_G = \frac{h}{2}$	$\mathcal{H}_{Oz} = \frac{bh^2}{2}$ $\mathcal{H}_{Oy} = \frac{b^2 h}{2}$	$I_{Gz} = \frac{bh^3}{12}$ $I_{Gy} = \frac{hb^3}{12}$
	$S = BH - bh$	$z_G = \frac{B}{2}$ $y_G = \frac{H}{2}$	$\mathcal{H}_{Oz} = \frac{BH^2 - bhH}{2}$ $\mathcal{H}_{Oy} = \frac{B^2 H - bhB}{2}$	$I_{Gz} = \frac{BH^3 - bh^3}{12}$ $I_{Gy} = \frac{HB^3 - hb^3}{12}$
	$S = BH - h(B - b)$	$z_G = \frac{B}{2}$ $y_G = \frac{H}{2}$	$\mathcal{H}_{Oz} = \frac{BH^2 - hH(B - b)}{2}$ $\mathcal{H}_{Oy} = \frac{B^2 H - hB(B - b)}{2}$	$I_{Gz} = \frac{BH^3 - h^3(B - b)}{12}$ $I_{Gy} = \frac{B^3 H - h(B^3 - b^3)}{12}$
	$S = BH - h(B - b)$	$z_G = \frac{B}{2}$ $y_G = \frac{H_{Oz}}{S}$	$\mathcal{H}_{Oz} = \frac{BH^2 - h^2(B - b)}{2}$ $\mathcal{H}_{Oy} = \frac{B^2 H - hB(B - b)}{2}$	$I_{Gz} = \frac{BH^3 - h^3(B - b)}{3} - y_G^2 S$ $I_{Gy} = \frac{B^3 H - h(B^3 - b^3)}{12}$

Chapitre 3 : Caractéristiques géométriques des sections droites

3.10.Exemple d'application

Déterminer les caractéristiques géométriques de la section si dessous ;

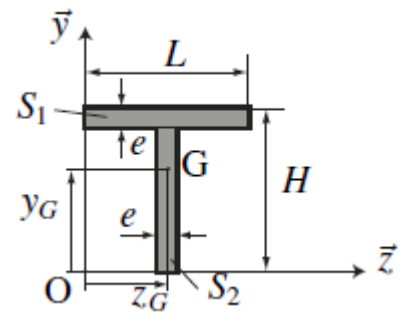
01. la surface de la section

02. moment statique

03. Centre de gravité

04. moment d'inertie

$$e = 10\text{mm} ; H = 120\text{ mm} ; L = 120\text{ mm}$$



1. Surface

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 = e L + e (H - e) \\ &= 10 \times 120 + (120 - 10) = 2300 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

2. Moments statiques

$$\begin{aligned} M_{oy} &= M_{oy}^{S_1} + M_{oy}^{S_2} \\ &= \int_{z=0}^{z=L} \int_{y=H-e}^{y=H} z \, dy \, dz + \int_{z=L/2-e/2}^{z=L/2+e/2} \int_{y=0}^{y=H-e} z \, dy \, dz \Rightarrow \left| \frac{z^2}{2} \right|_0^{120} \left| y \right|_{110}^{120} + \left| \frac{z^2}{2} \right|_{55}^{65} \left| y \right|_0^{110} = 138000 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{oz} &= M_{oz}^{S_1} + M_{oz}^{S_2} \\ &= \int_{z=0}^{z=L} \int_{y=H-e}^{y=H} y \, dy \, dz + \int_{z=L/2-e/2}^{z=L/2+e/2} \int_{y=0}^{y=H-e} y \, dy \, dz \Rightarrow \left| z \right|_0^{120} \left| \frac{y^2}{2} \right|_{110}^{120} + \left| z \right|_{55}^{65} \left| \frac{y^2}{2} \right|_0^{110} = 198000 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

03. Centre de gravité

$$y_G = \frac{M_{oz}}{S} = 86.3 \text{ mm}$$

$$z_G = \frac{M_{oy}}{S} = 60 \text{ mm}$$

Chapitre 3 : Caractéristiques géométriques des sections droites

4. moments d'inertie

au point o

$$\begin{aligned} I_{oy} &= I_{oy}^{S_1} + I_{oy}^{S_2} \\ &= \int_{z=0}^{z=L} \int_{y=H-c}^{y=H} z^2 dy dz + \int_{z=L/2+c/2}^{z=L/2+e/2} \int_{y=0}^{y=H-c} z^2 dy dz \Rightarrow \left| \frac{z^3}{2} \right|_0^{120} \left| y \right|_{110}^{120} + \left| \frac{z^3}{2} \right|_{55}^{65} \left| y \right|_0^{110} = 9.73 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{oz} &= I_{oz}^{S_1} + I_{oz}^{S_2} \\ &= \int_{z=0}^{z=L} \int_{y=H-c}^{y=H} y^2 dy dz + \int_{z=L/2+c/2}^{z=L/2+e/2} \int_{y=0}^{y=H-c} y^2 dy dz \Rightarrow \left| z \right|_0^{120} \left| \frac{y^3}{2} \right|_{110}^{120} + \left| z \right|_{55}^{65} \left| \frac{y^3}{2} \right|_0^{110} = 20.310^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

au point G

$$I_{Gy} = I_{oy} - z_G^2 S = 1.45 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{Gz} = I_{oz} - y_G^2 S = 3.19 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Produit d'inertie :

$$\begin{aligned} I_{oyz} &= I_{oyz}^{S_1} + I_{oyz}^{S_2} \\ &= \int_{z=0}^{z=L} \int_{y=H-c}^{y=H} yz dy dz + \int_{z=L/2+c/2}^{z=L/2+e/2} \int_{y=0}^{y=H-c} yz dy dz \Rightarrow \left| \frac{z^2}{2} \right|_0^{120} \left| \frac{y^2}{2} \right|_{110}^{120} + \left| \frac{z^2}{2} \right|_{55}^{65} \left| \frac{y^2}{2} \right|_0^{110} = 11.9 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

Rayon de giration :

$$i_{oy} = \sqrt{\frac{I_{oy}}{S}} = 65.00 \text{ mm}$$

$$i_{oz} = \sqrt{\frac{I_{oz}}{S}} = 94.00 \text{ mm}$$

Chapitre 4.Cisaillement

4.1.Introduction

L'effort tranchant relatif à une section de poutre a pour effet de faire glisser la partie de la poutre par rapport à la partie droite, le long de cette section : l'effort tranchant produit donc dans la section des efforts tangentiels, appelés aussi efforts de cisaillement.

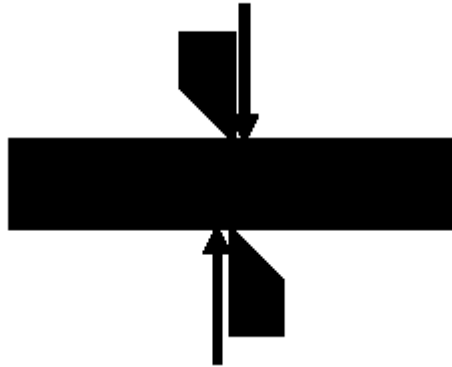


Figure 4.1. Cisaillement

4.2 .Cisaillement pur

On dit qu'une section droite A d'une poutre est sollicitée en cisaillement pur lorsque les éléments de réduction par rapport au centre de gravité G de la section dus aux forces externes se réduisent au seul effort tranchant T_y .

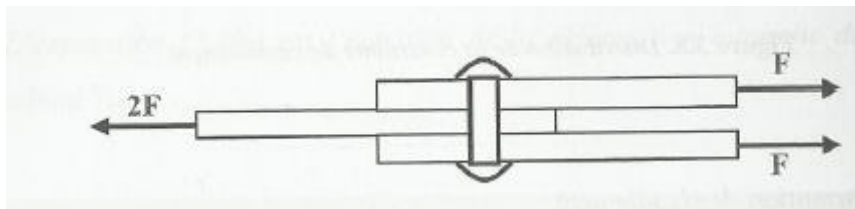


Figure 4.2.Assemblage des pièces par boulons

4.3 Effet de l'effort tranchant

4.3.1. Contrainte de cisaillement

Chaque élément de la poutre supporte un effort tranchant T_y perpendiculaire à la ligne moyenne de la poutre, il y a une répartition unique et uniforme des contraintes de cisaillement dans la section droite (Figure 4.3).

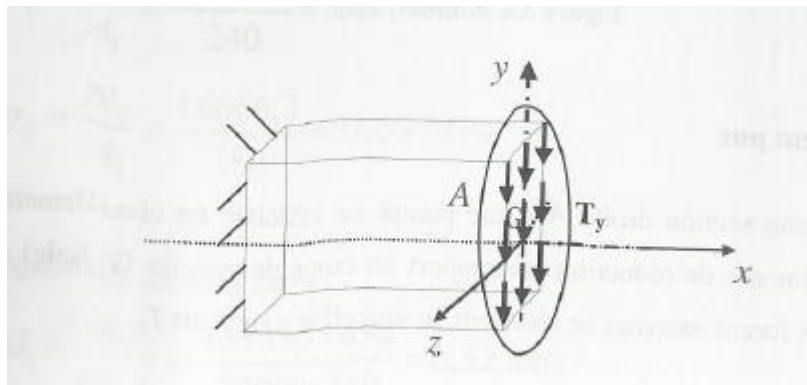


Figure 4.3 : distribution de la contrainte de cisaillement

4.3.2. Déformation de cisaillement

En déformation élastique, la contrainte de cisaillement τ_{xy} varie linéairement en fonction de l'angle de glissement γ_{xy} .

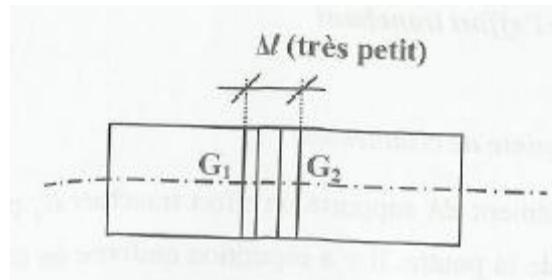
D'où :

$$\tau_{xy} = \frac{T_y}{A} \quad (4.1)$$

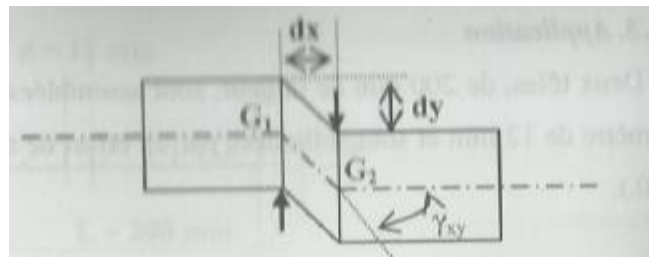
τ_{xy} : Contrainte tangentielle en MPa ou N/mm²

T_y : effort tranchant en Newton

A : aire de la section droite cisailée en mm²



(a) avant chargement



(b) Après chargement

Figure 4.4 effet de cisaillement

$$\tau_{xy} = \frac{T_y}{A} = G \gamma_{xy} = G \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{T_y}{GA}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{T_y}{GA}$$

(4.2)

G : étant le module de cisaillement

L'expression (4.2) est l'équation de la déformation moyenne due à l'effort tranchant T_y

Le produit GA représente la rigidité transversale de la section.

4.4. Condition de résistance

La condition de résistance s'écrit :

$$\tau_{\max} = \frac{T_y}{A} \leq \bar{\tau} = \frac{\tau_e}{s}$$

$\bar{\tau}$: contrainte de cisaillement admissible en Mpa

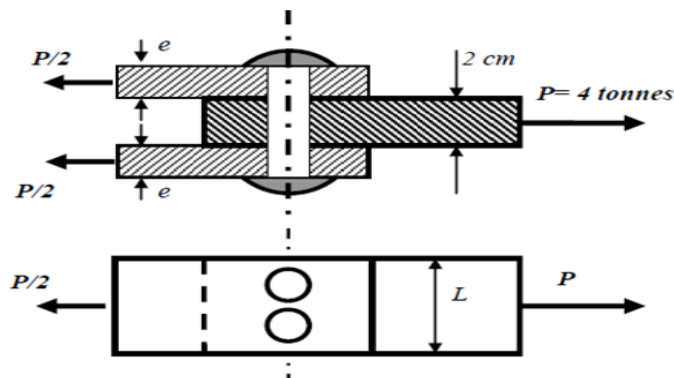
s : coefficient de sécurité.

4.5.Application

Trois tôles en acier de largeur $L=5\text{cm}$ sont assemblées entre elles par deux rivets de diamètre chacun égale à 17 mm.

1- Vérifier la résistance des rivets si la contrainte admissible de cisaillement $[\tau_e] = 900 \text{ kg/cm}^2$.

2- Déterminer l'épaisseur minimale de chacune des deux tôles si $[\sigma_e]= 1200 \text{ kg/cm}^2$.



Solution

$Z=2$ Le nombre de rivet

$N=2$ Le nombre des sections cisailées dans un seul rivet

Contrainte normale admissible : $[\sigma_e]= 1200 \text{ kg/cm}^2$

Contrainte de cisaillement admissible : $[\tau_e] = 900 \text{ kg/cm}^2$.

Diamètre de rivets $d=17 \text{ mm}$

$$\tau_{\max} = \frac{F}{S_{\text{cisailée}}}$$

Chapitre 04 : Cisaillement

F=4 tonnes

$$S_{\text{Cisaillée}} = z \times n \times \frac{\pi d^2}{4}$$

Z=2 : nombre de rivet

n=2 : nombre de section cisaillés dans un seul rivet

$$\sigma_{\text{max}} \leq [\sigma_e]$$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{p/2}{S_{\text{min}}}$$

$$S_{\text{min}} = L \times e - 2 \times e \times d = e(L - 2 \times d)$$

On determine l'épaisseur e:

$$\frac{p/2}{[\sigma_e](L - 2d)} \leq e$$

$$1.041 \leq e$$

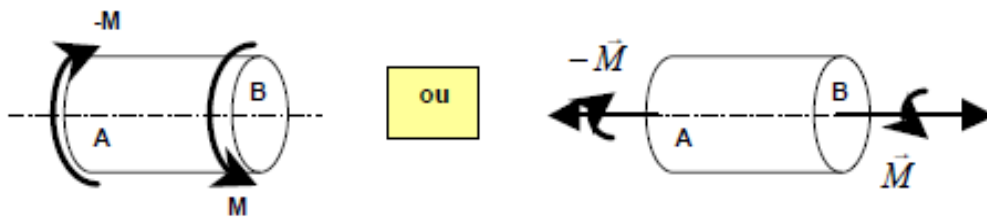
$$e = 1.041 \text{ cm}$$

Donc l'épaisseur minimale de la tôle est au moins égale à 10,4 mm.

Chapitre 5.Torsion

5.1.introduction

Une poutre droite est sollicitée en torsion chaque fois que les actions aux extrémités (A et B) se réduisent à deux couples M et $-M$ égaux et opposés d'axe la ligne moyenne L_m .



Une poutre, ou un tronçon de poutre cylindrique, est en torsion dès que le torseur des efforts intérieurs se présente sous la forme suivante :

$$\boxed{\{T_{\text{eff int}}\}_x = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ Mt \vec{x} \end{array} \right\}_G}$$

5.2.Domains d'application:

- ponts courbes et ponts biais
- ponts avec charges excentrées
- mâts
- sheds, tôles pliées, constructions plissées
- wagons, fuselage et ailes d'avion



Figure 01. Illustration: pont courbe

On considère un barreau cylindrique soumis à une de ces deux extrémités à un moment porté par l'axe du barreau, et bloqué en rotation à son autre extrémité.

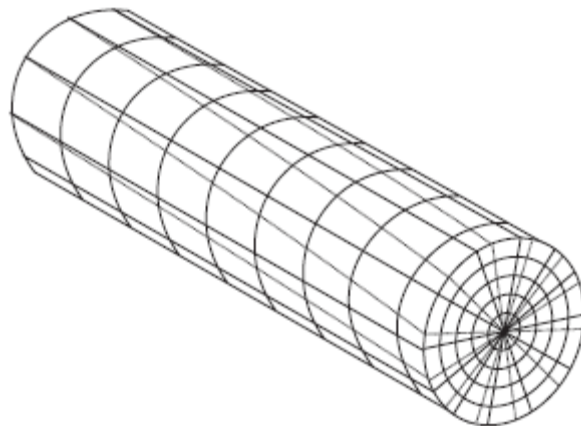


Figure 5.2 – Vue "3D" idéalisée de la grille avant et après déformation

L'étude de ce barreau montre immédiatement que l'on est bien dans le cadre de la torsion pure. Pour visualiser les déformations sur le barreau, on a dessiné une grille sur la surface cylindrique, ainsi que sur l'extrémité du barreau on en donne une représentation sur la figure 5.2. Sur la figure 5.3 on a aussi représenté en vue de face et en vue de côté le même barreau. Sur ces deux figures, on a représenté aussi la grille

une fois déformée par le moment de torsion. À l'issue de cette petite manipulation, on peut faire les constats suivants :

toute section plane et normale à l'axe du cylindre reste plane et normale à l'axe ,

ce qui vérifie bien l'hypothèse de Navier-Bernoulli.

_ la distance entre deux sections droites données reste sensiblement constante, Le mouvement d'une section droite est uniquement une rotation autour de son axe et cette rotation est proportionnelle à sa distance à la section encastree.

Ainsi, une génératrice du cylindre (une droite avant déformation) se transforme en une hélice sur le cylindre.

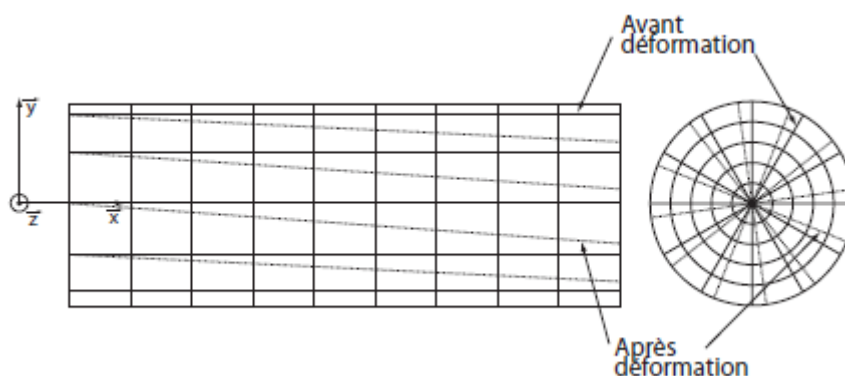


Figure 5.3 – Vue idéalisée de la grille avant et après déformation

Remarque

- dans une section droite, il n'y a pas de déformation longitudinale donc de contrainte normale, les sections ont seulement un mouvement de rotation sans aucune translation,

- les seules contraintes sont donc des contraintes tangentielles

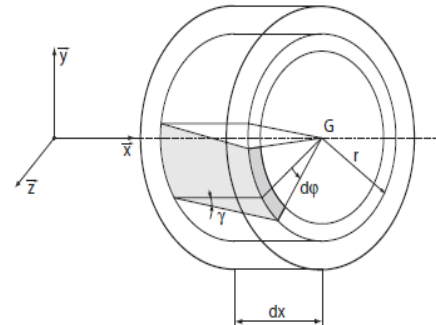
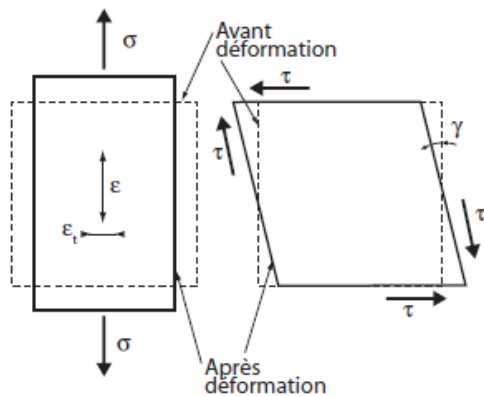


Figure 5.6 Déformations longitudinale/transverse et de cisaillement.

Figure 5.5 – Isolement d'un disque

5.3. Observations expérimentales :

- La longueur et le diamètre de la poutre restent constants après déformation.
- Les lignes génératrices restent rectilignes après déformation.
- Les surfaces planes restent planes après déformation (hypothèses de Bernoulli).

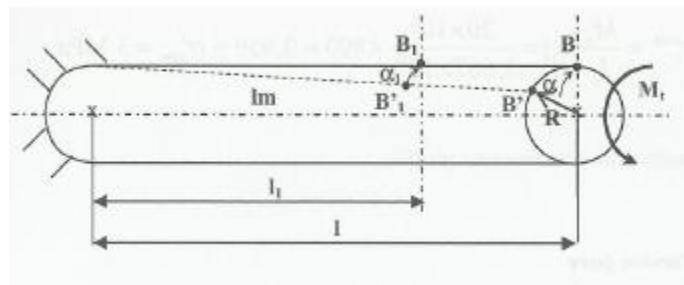


Figure02 : Torsion d'une barre circulaire

On peut écrire : $\frac{BB'}{l} = \frac{B_1B'_1}{l_1} \Leftrightarrow \frac{R\alpha}{l} = \frac{R\alpha_1}{l_1} = \text{constante}$

D'où : $\frac{\alpha}{l} = \frac{\alpha_1}{l_1} = \theta$

(5.1)

θ : angle de rotation unitaire (Rad/mm)

5.3.Effet du moment de torsion

Dans une section circulaire. On admet que les contraintes de cisaillement sont tangentes aux cercles concentriques.(figure 03)

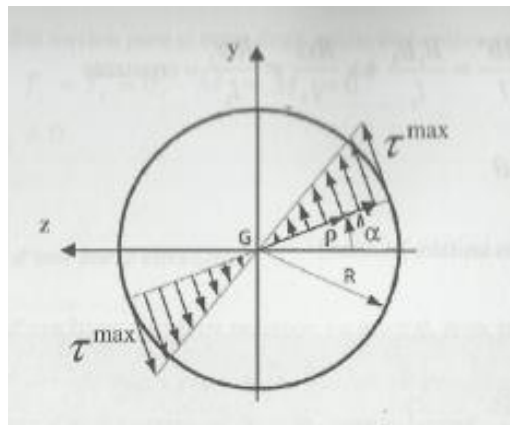


Figure03. Contraintes de cisaillement dues à la torsion

On peut écrire

$$BB' = \rho d\alpha$$

$$\frac{BB'}{dx} = \gamma \Rightarrow BB' = \gamma dx = \rho d\alpha \Rightarrow \frac{d\alpha}{dx} = \frac{\gamma}{\rho} = \theta \Rightarrow \gamma = \rho\theta \quad (5.2)$$

Le glissement γ est maximal pour $\rho = R$. d'où : $\gamma_{max} = R\theta$

D'après la loi de Hooke :

$$\tau = G \gamma = G\rho\theta \Rightarrow \tau_{max} = G\gamma_{max} = GR\theta \quad (5.3)$$

05.Efforts dus à la torsion

$$DF = \tau dA$$

$$M_t = \int \rho dF = \int \rho \tau dA = \int \rho G \rho \theta dA = G \theta \int \rho^2 dA = G \theta I_0 \quad (5.4)$$

Pour une barre circulaire : $I_0 = \frac{\pi}{32} d^4$

I_0 : moment d'inertie polaire

d: diamètre de la barre

$$M_t = G \theta I_0 \Rightarrow G \theta = \frac{M_t}{I_0} \Rightarrow \tau = \frac{M_t}{I_0} \rho \Rightarrow \tau_{max} = \frac{M_t}{I_0} R \quad (5.4)$$

5.6.Condition de la résistance

la condition de résistance s'écrit : $\tau_{max} \leq \tau$

la condition de rigidité s'écrit : $\theta_{max} \leq \theta$

5.4.Application

Soit un tube (D,d), de longueur $l=1.5\text{m}$, encastré à l'une de ces extrémités et soumis à un moment de torsion $M_t = 1.5\text{ kN.m}$ à l'autre (figure 04).

Déterminer la contrainte de cisaillement maximale et la rotation de l'extrémité libre.

Données :

$$D = 30\text{mm}$$

$$d = 25\text{mm}$$

$$G = 80\,000\text{ MPa}$$

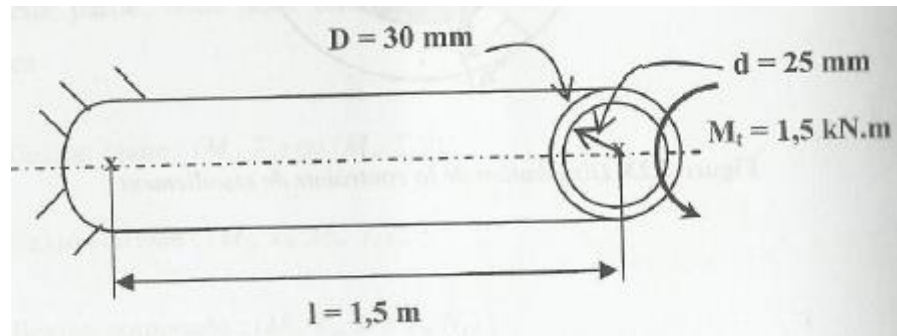


Figure 06. Tube circulaire en torsion

Le moment d'inertie polaire

$$I_0 = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) = \frac{\pi}{32} (30^4 - 25^4) = 41151.2\text{ mm}^2$$

La contrainte de cisaillement maximale :

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{I_0} R = \frac{1.5 \cdot 10^6}{41151.2} \cdot \frac{30}{2} = 546.76\text{ MPa}$$

La contrainte de cisaillement minimale :

$$\tau_{min} = \frac{M_t}{I_0} \frac{d}{2} = \frac{1.5 \cdot 10^6}{41151.2} \cdot \frac{25}{2} = 455.64\text{ MPa}$$

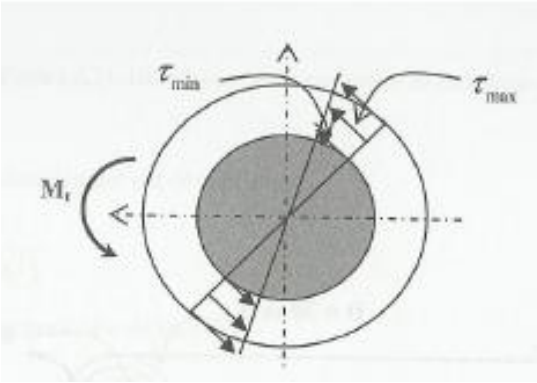


Figure 07.distribution de la contrainte de cisaillement

Chapitre 6 :Flexion

6.1.introduction

L'objectif de ce chapitre est de donner les solutions de base en terme de réactions d'appuis, diagramme de contraintes généralisées et déplacement, pour des systèmes de poutres isostatiques.

Flexion :

L'action des forces latérales sur une poutre se traduit en une déformation de l'axe longitudinal initialement droit en une courbe curviligne Figure 6.1.

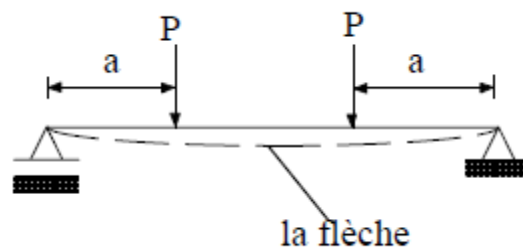


Figure 6.1

Une poutre, ou un tronçon de poutre, est en flexion dès que le torseur des efforts intérieurs se présente sous la forme suivante :

Flexion pure : Une poutre est soumise à la flexion pure lorsque:

$$M_{fz} \neq 0 \quad \{ \mathbf{t}_{eff\ int} \} = \begin{Bmatrix} 0 \\ M_{fz} \end{Bmatrix}$$

Flexion simple : Une poutre est soumise à la flexion pure lorsque:

$$T \neq 0, \quad M_{fz} \neq 0 \quad \{ \mathbf{t}_{eff\ int} \} = \begin{Bmatrix} T \\ M_{fz} \end{Bmatrix}$$

Flexion composé : Une poutre est soumise à la flexion pure lorsque :

$$N \neq 0, \quad T \neq 0, \quad M_{fz} \neq 0 \quad \{ \mathbf{t}_{eff\ int} \} = \begin{Bmatrix} N + T \\ M_{fz} \end{Bmatrix}$$

M_{fz} : Moment fléchissant ;




T : effort tranchant ;

N : effort normal

6.2.Efforts et conditions de liaisons

Nous ne considérerons dans ce chapitre, dans un souci de simplicité d'écriture, que des structures planes dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) . Les rotations et moments fléchissant sont donc définis autour de l'axe \vec{z} . La structure est en équilibre sous l'action de ces efforts et de conditions de liaisons.

Les principales liaisons entre la structure et son environnement sont résumées dans le tableau ci-dessous. Nous donnons les réactions d'appuis produites ainsi que les degrés de liberté en déplacement bloqués ou autorisés. Les efforts verticaux sont notés V , les horizontaux H et les moments fléchissant M . Les déplacements axiaux sont notés u , transversaux v et les rotations θ .

Type de liaisons	Schémas	Réactions d'appuis	Degrés de liberté
Appui double		$H \neq 0, V \neq 0, M = 0$	$u = 0, v = 0, \theta \neq 0$
Appui simple		$H = 0, V \neq 0, M = 0$	$u \neq 0, v = 0, \theta \neq 0$
Encastrement		$H \neq 0, V \neq 0, M \neq 0$	$u = 0, v = 0, \theta = 0$

6.3.Degré d'hyperstaticité

nombre de composantes de réaction moins le nombre d'équations

Si l'on travaille dans le plan (cadre de ce cours) alors nous avons :

$$\sum F_{/x} = 0, \quad \sum F_{/y} = 0, \quad \sum M_{/z} = 0$$

$$n = N_r - N_e$$

N_e : Nombre d'équations (pour un solide dans le plan, $N_e=3$) ;

N_r : Nombre de composantes de réaction.

n : Degré d'hyperstaticité.

Si $n = 0$ le système est **isostatique** (cadre de ce cours)

Si $n < 0$ hypostatique, instable (pb. insoluble)

6.4. Systèmes isostatiques

Un système est dit isostatique si toutes les réactions d'appuis ainsi que les contraintes généralisées en tout point de la structure peuvent être déterminées par la seule utilisation des équations d'équilibre. Les caractéristiques géométriques de la structure (inertie, section, matériau) n'entrent à aucun moment dans le calcul de la distribution des efforts.

Exemple :

Soit une poutre isostatique de longueur l , de moment quadratique I et de module d'Young E supportant une charge concentrée comme indiqué sur la figure ci-dessous.

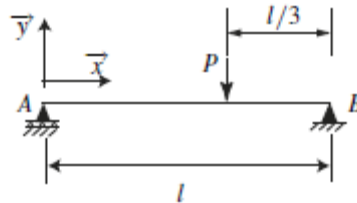


Figure 6.2

Détermination des réactions d'appuis

Nous noterons H les réactions d'appuis Horizontales en un point donné, V les verticales et M les moments fléchissant . Les équations d'équilibre en effort $\sum F_{/x}$ et $\sum F_{/y}$ nous indiquent que :

$$H_A = H_B = 0$$

$$V_A + V_B - p = 0$$

L'équation d'équilibre en moment, écrite au point A nous permet de déterminer les réactions verticales en A et B.

$$V_B = \frac{2P}{3}$$

$$V_A = \frac{P}{3}$$

Détermination des efforts internes

nous appliquerons la méthode des coupures. Par application du principe fondamental de la statique, cette méthode permet de calculer le torseur des efforts intérieurs en tout point d'une section droite. Pour une section comprise entre le point A et le point d'application de l'effort extérieur P :

l'équilibre en effort de la section d'abscisse x , selon \vec{x} nous indique que :

$$N(x) = 0$$

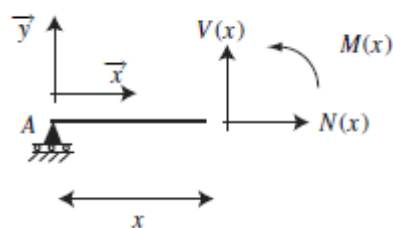


Figure 6.3

L'équilibre en effort selon \vec{y} nous permet de déterminer l'effort tranchant :

$$V(x) = V_A = -\frac{P}{3}$$

L'équilibre en moment autour de \vec{z} nous permet de déterminer le moment fléchissant :

$$M(x) = V_A x = -\frac{Px}{3}$$

De même pour les sections de poutre situées entre le point d'application de P et B .

$$N(x) = 0$$

$$V(x) = -V_A + P = \frac{2P}{3}$$

$$M(x) = V_A x - P \left(x - \frac{2l}{3} \right) = \frac{2P}{3} x - \frac{2Px}{3}$$

Les diagrammes des efforts tranchants et moments fléchissant sont tracés sur la figure ci-après :

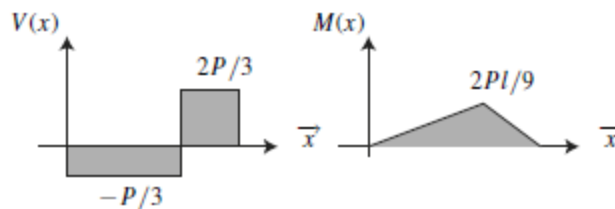


Figure 6.4

Exemple d'Etude d'un tronçon dx

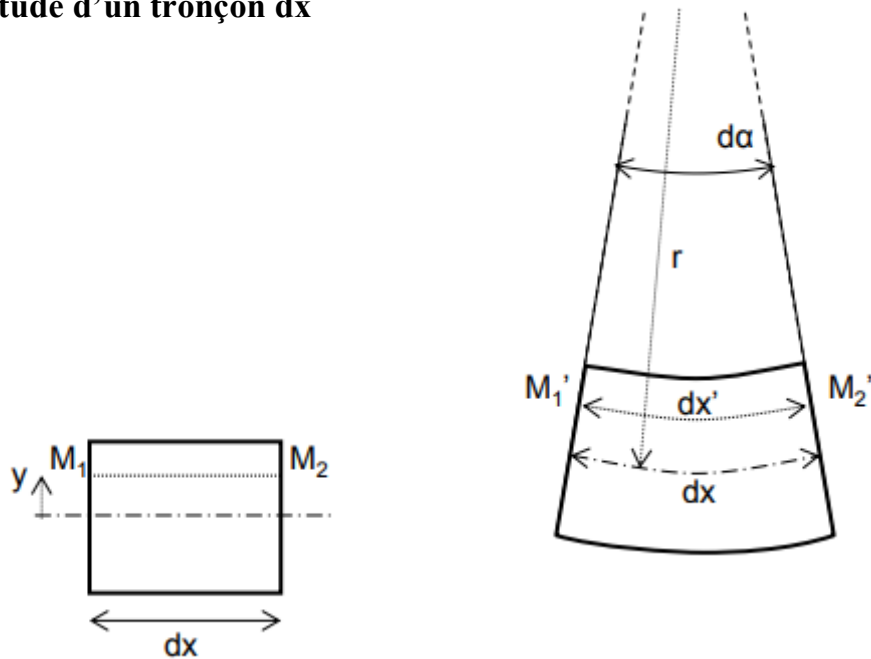


Figure 6.5

$$d\alpha = \frac{d_x}{r} = \frac{d_{x'}}{r - y}$$

$$\varepsilon_x(y) = \frac{d_{x'} - d_x}{d_x} \Rightarrow \varepsilon_x(y) = \frac{r - y}{r} - 1 = -\frac{y}{r}$$

De façon plus générale : $\varepsilon_x(x, y) = -\frac{y}{r(x)} = -\frac{d\alpha}{dx}$

6.5. Etudes des contraintes normales

Expression de la contrainte normale en flexion pure :

$$\sigma_x = E \varepsilon = -E \frac{y}{r}$$

$$M_{fz} = \int_s y \sigma_x ds$$

$$= \int_s y^2 E \frac{d\alpha}{dx} ds = E \frac{d\alpha}{dx} \int_s y^2 ds = -\frac{\sigma_x}{y} \int_s y^2 ds \Rightarrow \sigma_x = \frac{M_{fz(x)} y}{\int_s y^2 ds} = \frac{M_{fz(x)} y}{I_G}$$

$$\sigma_x = \frac{M_{fz}(x)}{I_G} y$$

Avec $I_G = \int_S y^2 ds$ Moment quadratique de S par rapport à (G,z)

6.6. Etude de la déformée

On appelle déformée, l'équation $v(x)$ de la courbe de la ligne moyenne

La valeur de la déformée en un point est appelée flèche :

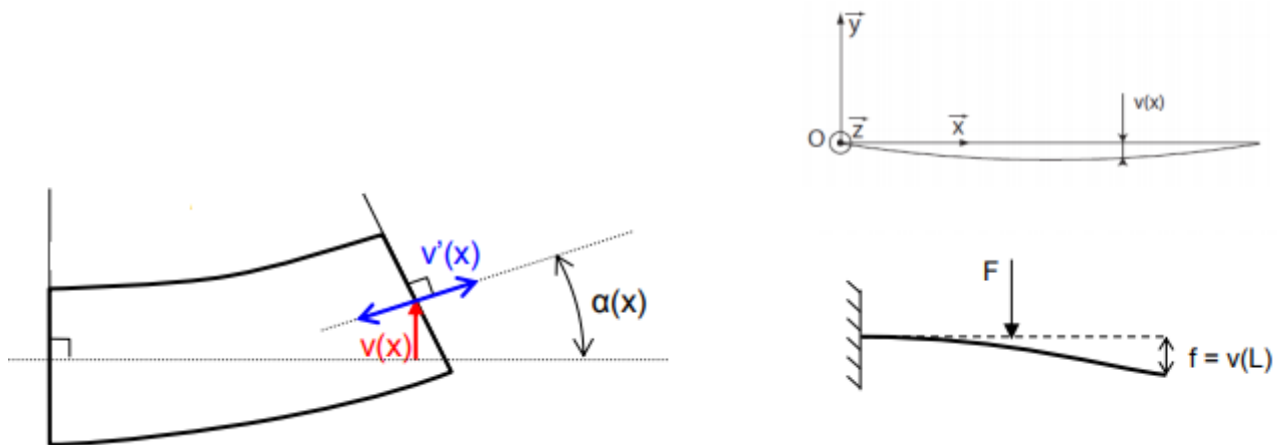


Figure 6.6

$v'(x) = \tan(\alpha) \simeq \alpha(x)$ (Hypothèse de la petite déformation).

Par suite, il vient $v''(x) = \frac{d\alpha}{dx} = \frac{M_{fz}(x)}{EI_{Gz}(s)}$ Equation de la déformée.

Remarque :

Par intégration, et avec les conditions aux limites, on obtient la déformée ($f=v(x)$).

Détermination de la Déformations longitudinales

Considérons un tronçon de poutre de longueur dx soumis à un effort tranchant constant et un moment fléchissant.

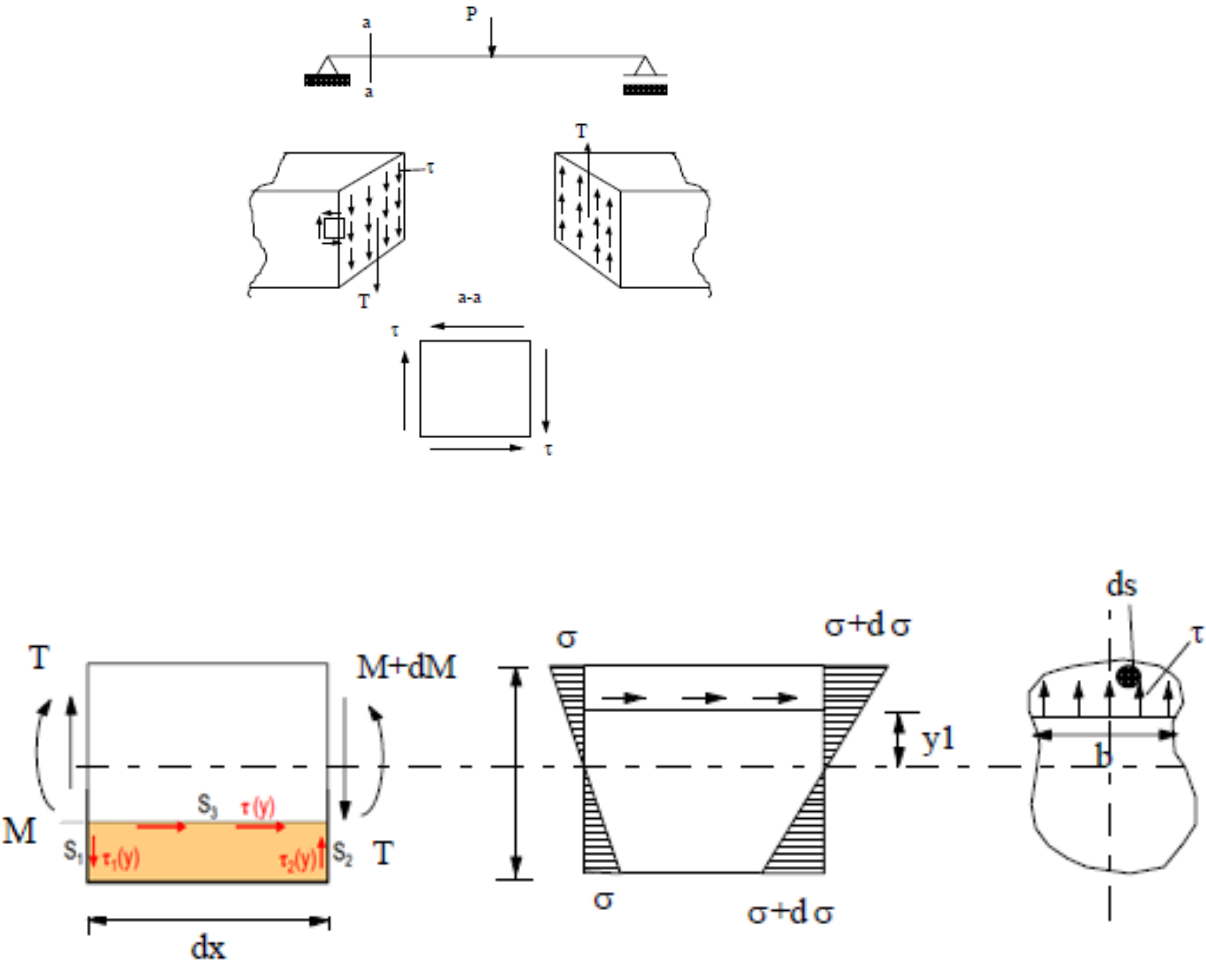


Figure 6.7

$$\text{Sur } S1 : \sigma_1 = \frac{M_{fz}}{I_{Gz}} y$$

$$\text{Sur } S2 : \sigma_2 = -\frac{M_{fz} + dM_{fz}}{I_{Gz}} y$$

$$\text{Sur } S3 : \tau(y)$$

Ecrivons l'équation d'équilibre.

$$\iint_{s1} \sigma ds - \iint_{s2} (\sigma + d\sigma) ds + \int_{s3} \tau b dx = 0$$

En supposant que les contraintes tangentielles sont constantes dans la section $b dx$:

$$\iint_{s1} \sigma ds - \iint_{s2} (\sigma + d\sigma) ds + \int_{s3} \tau b dx = 0$$

$$\tau b dx = \iint_{s1} d\sigma ds = \iint_{s1} \frac{dM_f}{I_{Gz}} y ds$$

$$= \frac{dM_f}{I_{Gz}} \iint_{s1} y ds$$

$$= \frac{dM}{I_{Gz}} M_S$$

$$\tau = \frac{dM}{dx} \frac{M_S}{I_{Gz}} = \frac{T M_S}{I_{Gz}}$$

Avec

τ : Contrainte tangentielle

b : largeur de la section dans la couche considérée

I_{Gz} : Moment d'inertie

M_s : Moment statique

T : L'effort tranchant

6.7.Exemple d'application

Vérifier la résistance de la poutre ci-dessous si la contrainte admissible

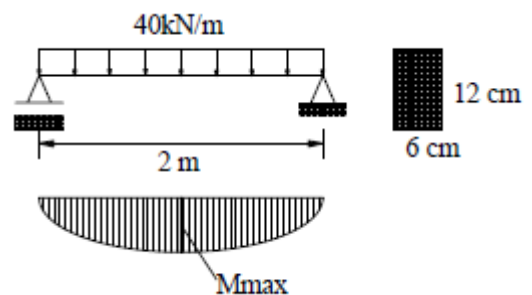
$$[\sigma] = 150 \text{ N/mm}^2$$

Le moment maximal est :

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{40 * 4}{8} = 20 \text{ KN.m}$$

$$I_z = \frac{60 * 120^3}{12} = 864 * 10^4 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} y_{max}}{I_z} = \frac{2 * 10^6 * 60}{864 * 10^4} = 138.8 \text{ N/mm}^2 < 150 \text{ N/mm}^2$$



Conclusion

Conclusion

La résistance des matériaux est une science qui traite les méthodes d'ingénieurs employés pour le calcul de la résistance ,la rigidité et la stabilité des éléments de la construction et des ouvrages.

La résistance

La résistance est la capacité d'une structure et de ses éléments de supporter une charge déterminée sans détruire.

La rigidité

La rigidité est la capacité d'une structure et de ses éléments de s'opposer à l'action déformatrice des charges extérieures.

La stabilité

La stabilité est la capacité d'une structure et de ses éléments de conserver une position d'équilibre donnée correspondant à l'état d'équilibre initial.

References :

Résistance des matériaux « **Jean-Claude Doubrère** » 11e édition , Cours et exercices corrigés

Cours résistance des matériaux »**Dr.M.khlefa**. Cours et exercices corrigés.Cours de Dimensionnement des Structures Résistance des Matériaux « **Pierre-Alain Boucard** ».

Mécaniques des structures et solides P. Lestuzzi.

Cours de résistance des matériaux Pierre Badel Ecole des Mines Saint Etienne

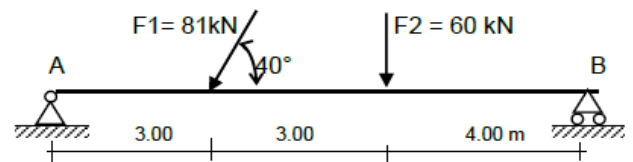
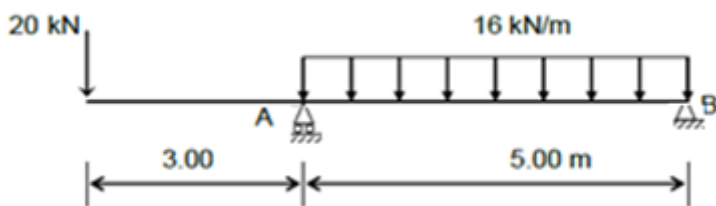
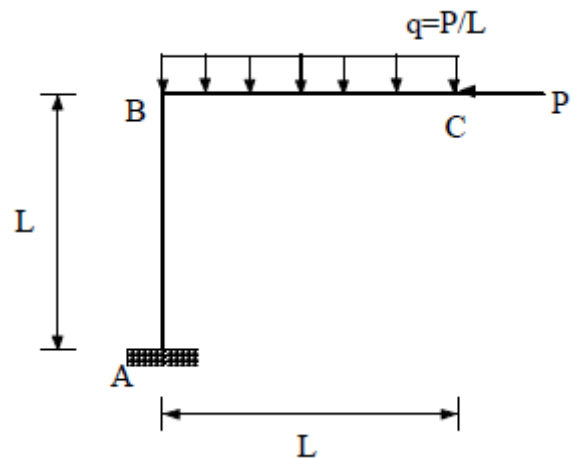
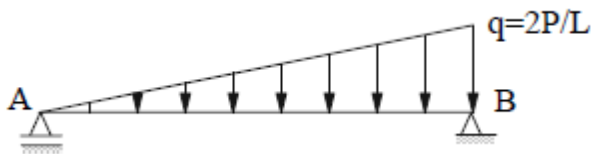
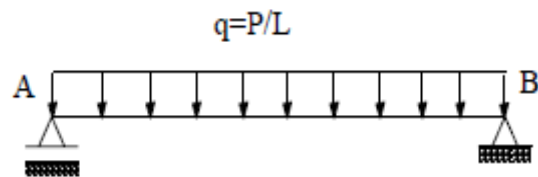
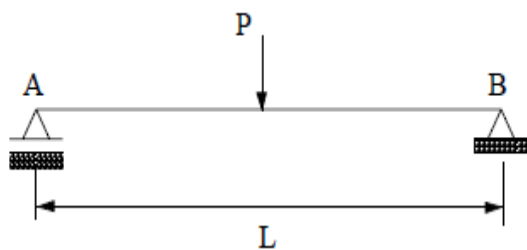
Cours de résistance des matériaux de base N.Bourahla université saad dahleb Blida

Annexe

Fiche de TD N° 1 (RDM 1) 2^{ème} Année ST
(Génie Civil et Travaux publics)

Déterminer les réactions des poutres suivantes ?

Tracer le diagramme des efforts internes (N,T et M) des poutres montrées ci après :



Fiche de TD N°2 (RDM 1)
2^{ème} Année ST(GC et TP)

EX N°1

Déterminer les efforts, les contraintes et les déformations dans les différents tronçons de la colonne représentée sur la Fig.2.1, sachant que $d_{1-1} = 50 \text{ mm}$, $d_{2-2} = 100 \text{ mm}$, $d_{3-3} = 200 \text{ mm}$ et $E = 2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$

EX N°2

Soit le système de barres défini sur la figure 2.2 ci-après.

Etant données: $L_1, S_1, L_2, S_2, L_3, S_3, P$ et α

avec $L_2 = L_3$

déterminer les efforts dans les barres.

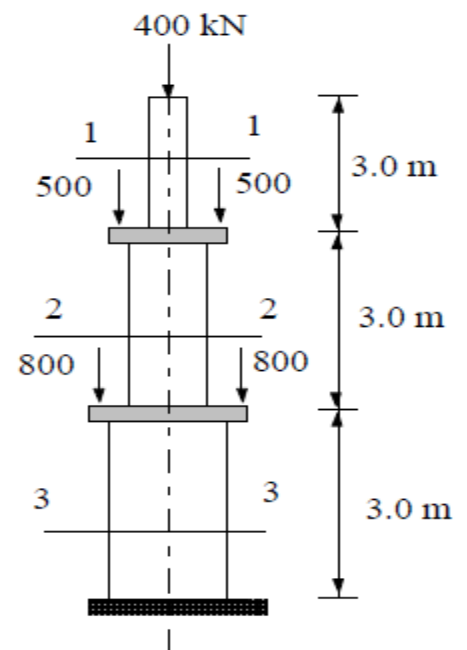


Fig.2.1

EX N°3

Déterminer la contrainte normale dans les deux sections de la barre ci-dessous, et l'allongement total ΔL sachant que $E = 2.0 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

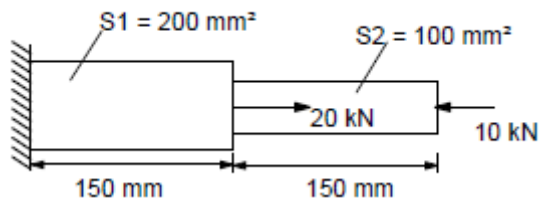


Fig. 2.3

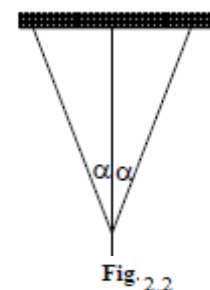


Fig. 2.2

Fiche de TD N° 3 (RDM 1)

2^{ème} Année ST (GC et TP)

(Génie Civil et Travaux Publics)

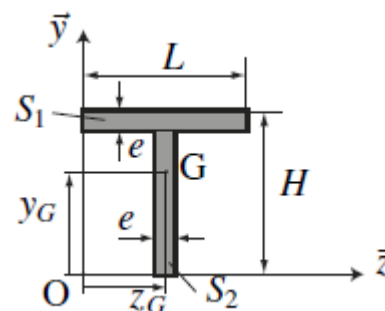
Ex01 : Déterminer

01. la surface de la section
02. moment statique
03. Centre de gravité
04. moment d'inertie
au point O ;
au point G ;

$e = 10\text{mm}$

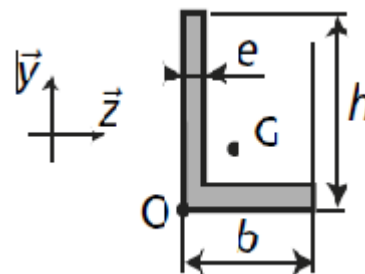
$H = 120\text{ mm}$

$L = 120\text{ mm}$



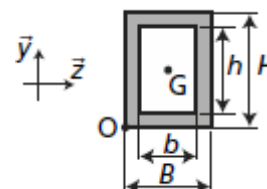
Ex02 : Déterminer

01. la surface de la section
02. moment statique
03. moment d'inertie



Ex03 : Déterminer

01. la surface de la section
02. Centre de gravité
03. moment statique
04. moment d'inertie

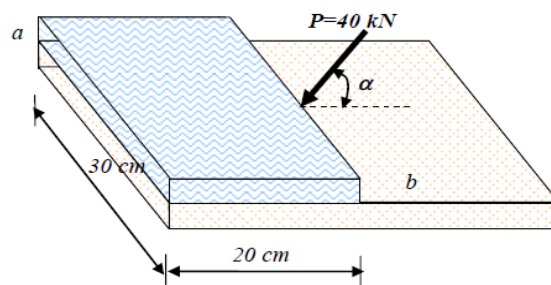


Fiche de TD N°4 (RDM 1) 2^{ème} Année ST

(Génie Civil et Travaux Publics)

Exercice 01 :

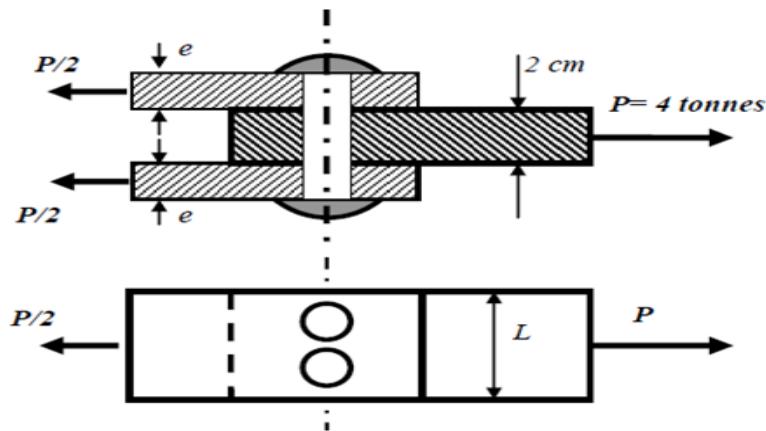
Calculer la contrainte de cisaillement sur le plan ab sur la figure ci-dessous.



Exercice N° 02

Trois tôles en acier de largeur $L=5\text{cm}$ sont assemblées entre elles par deux rivets de diamètre chacun égale à 17 mm.

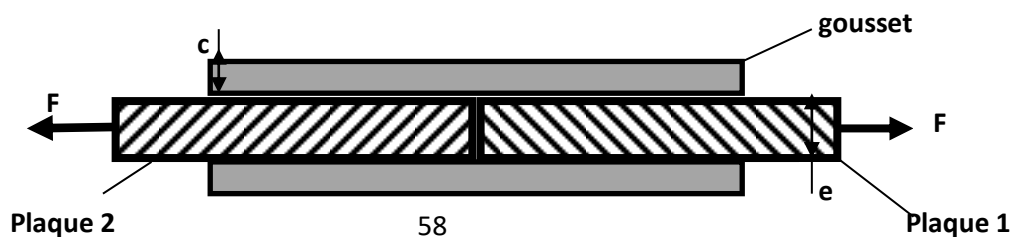
- 1- Vérifier la résistance des rivets si la contrainte admissible de cisaillement $[\tau] = 900 \text{ kg/cm}^2$.
- 2- Déterminer l'épaisseur minimale de chacune des deux tôles si $[\sigma] = 1200 \text{ kg/cm}^2$.



Exercice N° 03

Deux plaques d'acier de même épaisseur $e=10\text{mm}$ et de largeur $b=150\text{mm}$ sont liées par deux goussets et des rivets. Le diamètre des rivets est $d=16\text{mm}$. L'épaisseur des goussets est de $c=6\text{mm}$, ils ont la même largeur que les plaques.

Déterminer le nombre nécessaire des rivets sachant : la force de traction $F= 80\text{KN}$, $[\tau] = 80 \text{ MN/m}^2$ et $[\sigma_{tr}] = 200 \text{ MN/m}^2$.

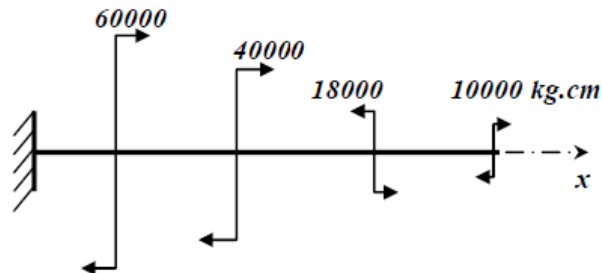


Fiche de TD N° 5 (RDM 1) 2^{ème} Année ST

(Génie civil / travaux publics)

Exercice N° 01 :

Tracer le diagramme du moment de torsion pour la barre montrée par la figure suivante :



Exercice N° 02

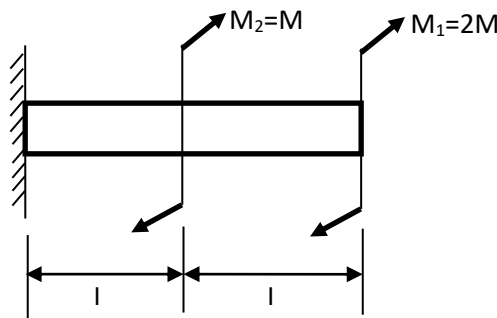
Quelle est la contrainte de torsion maximale produite dans un arbre de 45mm de diamètre par un moment de torsion de 10000Kg cm. Quel est l'angle de torsion pour une longueur de l'arbre de 1,2m. Sachant que $G=8.4 \cdot 10^5 \text{ Kg/cm}^2$

Exercice N° 03

Un arbre en acier de 3m de long transmettre un couple de $25 \cdot 10^4 \text{ Kg cm}$. L'angle total de torsion sur cette longueur ne doit pas dépasser 2,5 degré et la contrainte de torsion admissible est de 850 Kg/cm^2 . Sachant que $G=8.4 \cdot 10^5 \text{ Kg/cm}^2$, calculer le diamètre de l'arbre.

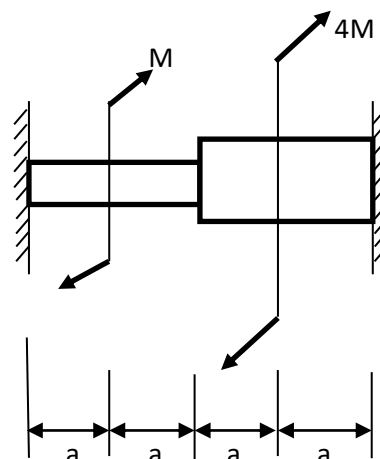
Exercice N° 04

Une barre d'une extrémité encastree est sollicitée à deux moments de torsion M_1 et M_2 sachant : le module de coulomb (G), le diamètre de l'arbre (d) et la longueur de l'arbre (l), déterminer la contrainte maximale et l'angle de torsion maximum



Exercice N° 05

Une barre encastree en deux extrémités soumise à deux moments de torsion. Cette barre est constituée de deux parties une de diamètre (d) et l'autre de diamètre ($2d$). Construire les diagrammes des moments de torsion et de l'angle de torsion.



Fiche de TD N° 6 (RDM 1) 2^{ème} Année ST

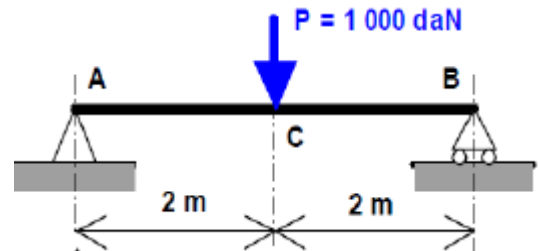
(Génie civil / Travaux publics)

Exercice 01 : Compléter le tableau suivant : (V effort vertical, H effort horizontal, M moment fléchissant. u déplacement axial, v déplacement transversal et θ la rotation.)

Type de liaisons	Schémas	Réactions d'appuis	Degrés de liberté
Appui double		$H \neq 0, V \neq 0, M = 0$	$u = 0, v = 0, \theta \neq 0$
Appui simple			
Encastrement			

Exercice 01 : Considérons la poutre ci-dessous de longueur $L = 4$ m, soumise à une charge ponctuelle en son milieu.

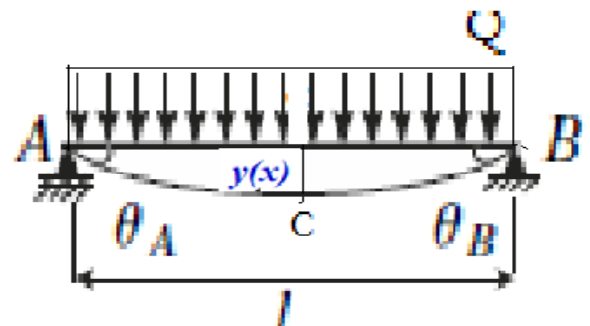
01. Déterminer l'équation de la déformée ?
02. Calculer la rotation à l'appui A et B ?
03. Calculer la flèche maximale au point c ?



Exercice 03 : Considérons la poutre rectangulaire ($b=20$ cm, $h=30$ cm)

de longueur $L = 4$ m, soumise à une charge uniformément répartie $q = 400$ N/m

01. Déterminer l'équation de la déformée ?
02. Calculer la rotation à l'appui A et B ?
03. Calculer la flèche maximale au point c ?
04. Vérifier la résistance de la poutre si la contrainte admissible admissible



$\sigma = 200$ N/mm² ?