

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique Et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère De L'enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique
جامعة مصطفى اسطمبولي معسكر
Université Mustapha STAMBOULI de Mascara



Faculté des Sciences et de la Technologie
Domaine : Sciences et Technologie
Département de Génie Civil
Filière : Génie Civil

**THESE DE DOCTORAT EN VUE D'OBTENTION D'UN DIPLOME DE DOCTORAT
EN SCIENCE EN GENIE CIVIL**

THEME

**Analyse statique de la flexion des structures
en matériaux composites avancés avec la prise
en compte de l'effet d'échelle**

Présentée par:

- **Mr : BELKACEM Abdelkader**

Soutenue le 28/02/2024 Devant le jury composé de :

Mr : Youzera Hadj	Pr	Président	U-Mascara
Mr : Houari Mohammed Sid Ahmed	Pr	Directeur de thèse	U-Mascara
Mr : Tarek Merzouki	MC HDR	Co-Directeur de thèse	U-Versailles saint Quentin en Yvelines, Paris, France
Mr : Benyoucef Samir	Pr	Examineur	U-Sidi Bel Abbas
Mr : Bourada Mohamed	Pr	Examineur	U-Sidi Bel Abbas
Mme : Bachir Bouijra Rabab	MCA	Examinatrice	U-Mascara
Mr : Tounsi Abdelouahed	Pr	Invité	U-Sidi Bel Abbas

Année universitaire : 2023/2024

REMERCIEMENTS

*Je tiens à exprimer ma sincère gratitude envers mes encadrants exceptionnels pour ma thèse de doctorat. Le Professeur **HOUARI Mohamed Sid Ahmed**, vos précieuses directives et votre soutien continu ont été des éléments essentiels pour mener à bien ce voyage académique.*

*Je tiens également à remercier le co-encadrant, le HDR **Tarek MERZOUKI**, pour ses efforts et sa contribution à mon orientation tout au long de ce parcours. Ces efforts ont grandement contribué à la réalisation de mes objectifs de recherche et académiques.*

Je vous adresse ma plus profonde reconnaissance à tous les deux pour votre dévouement et votre soutien continu, et j'attends avec impatience une collaboration future.

Abdelkader Belkacem

DEDICACE

*Je dédie ce mémoire au Docteur **Daïkh Ahmed Amine**, qui m'a apporté son précieux soutien et ses conseils avisés tout au long de mon parcours académique et de la préparation de ma thèse de doctorat. Merci pour votre inspiration et vos orientations.*

Je dédie également ce mémoire à ma famille, à tous mes amis et collègues qui m'ont soutenu et encouragé tout au long de ce long voyage. Vous êtes ma source d'inspiration et de force.

*Avec toute ma gratitude et mon respect, [**Abdelkader BELKACEM**].*

ABSTRACT

In recent decades, functionally graded materials (FGMs) and nanomaterial have revolutionized engineering and materials science. These materials offer unique properties with applications spanning aerospace, energy, electronics, medicine, and more. However, their use presents challenges, especially at the nanoscale.

This thesis focuses on two key aspects. First, it investigates the bending behavior of two-dimensional functionally graded nanobeams, considering non-local deformation. Second, it explores layered composite beams reinforced with functionally graded carbon nanotubes on variable elastic foundations. Understanding these interactions is crucial for optimizing advanced material applications.

The research aims to deepen our understanding of nanoscale bending and its implications. It contributes both to fundamental knowledge and practical applications, offering insights for designing structures and devices with advanced materials.

The thesis structure includes literature review, model development, validation, and conclusions. This research advances our understanding of nanomaterial, laying the foundation for future innovations.

ملخص

في العقود الأخيرة أحدثت المواد المتدرجة وظيفياً (FGMs) والمواد ذات الحجم الصغير جداً على مستوى النانومتر ثورة في الهندسة وعلوم المواد. توفر هذه المواد خصائص فريدة من نوعها مع تطبيقات تشمل الطيران والطاقة والإلكترونيات والطب والمزيد. ومع ذلك، فإن استخدامها يمثل تحديات، خاصة على المستوى النانوي.

تركز هذه الأطروحة على جانبين رئيسيين. أولاً، يدرس سلوك الانحناء للعوارض ذات الحجم الصغير جداً على مستوى النانومتر ثنائية الأبعاد المتدرجة وظيفياً، مع الأخذ في الاعتبار التشوه غير المحلي. ثانياً، يستكشف عوارض مركبة ذات طبقات معززة بأنابيب نانوية كربونية متدرجة وظيفياً على أسس مرنة متغيرة. يعد فهم هذه التفاعلات أمراً ضرورياً لتحسين تطبيقات المواد المتقدمة.

يهدف هذا البحث إلى تعميق فهمنا للانحناء النانوي وأثاره. فهو يساهم في المعرفة الأساسية والتطبيقات العملية، ويقدم رؤى لتصميم الهياكل والأجهزة بـمواد متقدمة.

يتضمن هيكل الأطروحة مراجعة الأدبيات، وتطوير النموذج، والتحقق من الصحة، والاستنتاجات. يعمل هذا البحث على تطوير فهمنا للمواد النانوية، ويضع الأساس للابتكارات المستقبلية.

RESUME

Au cours des dernières décennies, les matériaux à gradient fonctionnel (FGM) et les nanomatériaux ont révolutionné l'ingénierie et les sciences des matériaux. Ces matériaux offrent des propriétés uniques avec des applications couvrant l'aérospatiale, l'énergie, l'électronique, la médecine, et bien plus encore. Cependant, leur utilisation présente des défis, notamment à l'échelle nanométrique.

Cette thèse se concentre sur deux aspects clés. Premièrement, elle examine le comportement en flexion de poutres nanométriques bidimensionnelles fonctionnellement graduées en tenant compte de la déformation non locale. Deuxièmement, elle explore des poutres composites stratifiées renforcées par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués sur des fondations élastiques variables. Comprendre ces interactions est crucial pour optimiser les applications des matériaux avancés.

La recherche vise à approfondir notre compréhension de la flexion à l'échelle nanométrique et de ses implications. Elle contribue à la fois aux connaissances fondamentales et aux applications pratiques, offrant des perspectives pour la conception de structures et de dispositifs avec des matériaux avancés.

La structure de la thèse comprend une revue de la littérature, le développement du modèle, la validation et les conclusions. Cette recherche fait progresser notre compréhension des nanomatériaux, jetant les bases pour les innovations futures.

Liste des Figures

Figure I.1. Caractéristiques des matériaux composites FGM.	05
Figure I.2. Secteurs application des matériaux FGM.	07
Figure I.3. Variation de la fraction volumique à travers l'épaisseur d'une poutre P-FGM.	13
Figure I.4. Variation de la fraction volumique à travers l'épaisseur d'une poutre S-FGM	14
Figure.I.5. Variation du module de Young à travers l'épaisseur d'une poutre E-FGM	15
Figure.I.6 Domaine des nanosciences(nano monde)	16
Figure I.7. Variation de la dureté du cuivre en fonction de la taille des grains	21
Figure II.1. Dépendance de la déflexion normalisée à l'extrémité libre de la poutre en fonction de la longueur microstructurale par rapport à la longueur de la poutre	31
Figure III.1. Géométrie et sections transversales de la poutre FGM	43
Figure III.2. Charge uniformément répartie.	50
Figure III.3. Charge statique sinusoïdale.	50
Figure III.4. Propriétés matérielles, géométrie et système de coordonnées de la poutre FG-CNTs.	51
Figure III.5. Schémas de fondations élastiques Winkler.	57
Figure.IV.1. L'effet de l'indice de loi de puissance p_x sur le déplacement transversal ($p_z = 0$)	61
Figure. IV.2. Effet de l'indice de loi de puissance p_z sur le déplacement transversal ($p_x=0$).	62
Figure. IV.3. Effet de l'indice de loi de puissance p_x et p_z sur le flèches central.	62
Figure . IV.4. Effet de l'indice de loi de puissance p_x sur les contraintes axiales.	63
Figure IV.5. Effet de l'indice de loi de puissance p_x sur les contraintes axiales.	64
Figure . IV.6. Effet du paramètre non local sur la flèche centrale de la poutre.	64
Figure. IV.7. Effet de divers indices de loi de puissance et paramètre d'échelle de longueur sur la déviation centrale.	65
Figure.V.1. Déflexion de diverses poutres composites renforcées par des fibres/CNT FG($a/h = 5$).	71
Figure V.2. Effet des différentes fondations élastiques variables de Winkler sur la déflexion de la poutre composite renforcée par des fibres/CNT FG-X ($a/h = 5$)	72

- Figure V.3.** Effet du premier paramètre de la fondation élastique linéaire de Winkler K_1 sur la déflexion de la poutre composite renforcée par des fibres/CNT FG-X ($a/h = 5$) 73
- Figure V.4.** Effet du deuxième paramètre de la fondation élastique linéaire de Winkler K_2 sur la déflexion de la poutre composite renforcée par des fibres/CNT FG-X ($a/h = 5$) 73
- Figure V.5.** Distribution des contraintes axiales sans dimension de différents types de poutres le long de l'épaisseur. ($V_{min}^f = 0.1, V_{max}^f = 0.3, V_{cnt} = 0.1, K_1 = K_2 = 0$) 74
- Figure V.6.** Distribution des contraintes axiales sans dimension de la poutre FG-X pour différentes proportions de fibres de carbone. ($V_{min}^f = 0, V_{cnt} = 0.1, K_1 = K_2 = 0$) 75
- Figure V.7.** Contraintes de cisaillement sans dimension de différents types de poutres le long de l'épaisseur. ($V_{min}^f = 0.1, V_{max}^f = 0.3, V_{cnt} = 0.1, K_1 = K_2 = 0$) 75

Liste des Tableaux

Tableau I.1. Modification de la conductivité électrique de l' Al_2O_3 suite à des ajouts de nanotubes de carbone	23
Tableau III.1. Modules élastiques de Hill pour les nanotubes de carbone à paroi unique (10, 10)	53
Tableau IV.1. Comparaison des déflexions sans dimension du poutre B-FG sous charge uniforme.	61
Tableau V.1. Effet de la fraction volumique des CNT et du rapport d'épaisseur sur la déflexion centrale sans dimension. ($V_{min}^f = 0.1, V_{max}^f = 0.3, V_{cnt} = 0.1, K_1 = K_2 = 0$)	69
Tableau v.2. Effet de la fraction volumique des CNT sur les contraintes axiales et de cisaillement sans dimension. ($V_{min}^f = 0.1, V_{max}^f = 0.3, V_{cnt} = 0.1, K_1 = K_2 = 0$)	70
Tableau v.3. Effet de trois types de fondations élastiques de Winkler sur la déflexion centrale sans dimension de la poutre FG-X ($V_{min}^f = 0.1, V_{max}^f = 0.3, V_{cnt} = 0.1$)	71

Table de matières

Dedicaces	I
Abstract	II
ملخص	III
Liste des figures	IV
Liste des Tableaux	VI
Table des matières	VII
Introduction General	01

CHAPITRE I : REVUE DE LA LETTERATURE

Introduction	04
I.1. matériaux fonctionnellement gradués (FGM).....	04
I.1.1. Concept de matériaux FGM	05
I.1.2. Secteurs d'application des matériaux (FGM).....	06
I.2. . Les méthodes d'élaboration des matériaux (FGM).....	07
I.2.1. les méthodes basées sur le dépôt.....	07
I.2.2. Méthodes à l'état solide	09
I.2.3. Méthodes hybrides avec fabrication additive	10
I.2.4. Méthodes à l'état liquide	11
I.3. Propriétés matérielles des structures FGM	13
I.3.1. Propriétés matérielles du P-FGM	13
I.3.2. Propriétés matérielles du S-FGM	14
I.3.3. Propriétés matérielles d'une poutre E-FGM	15
I.4. Présentation des nanomatériaux	16
I.4.1. Le nano monde	16
I.4.2. Nanosciences	16
I.4.3. Les nanotechnologies.....	16
I.4.4. Nanomatériaux	17

I.5. Les différentes familles de nanomatériaux	17
I.5.1. Les nano-objets	17
I.5.2. Les matériaux nanostructures	18
I.6. Classification des nanomatériaux	19
I.7. Différents types de nanomatériaux	20
I.8. Propriétés des nanomatériaux	20
I.8.1. Propriétés mécaniques	21
I.8.2. Propriétés thermiques	21
I.8.3. Propriétés optiques	21
I.8.4. Propriétés magnétiques	22
I.8.5. Propriétés électriques	22
I.9. Applications des nanomatériaux	23
I.9.1. Génie civil	23
I.9.2. Céramiques et matériaux de construction	24
I.9.3. Automobile et aéronautique	25
I.9.4. Electronique et communications	25
I.9.5. Chimie et matériaux	25
I.9.6. Pharmacie biomédical, biotechnologie et santé	25
I.9.7. cosmétique	26
I.9.8. Environnement et écologie	26
I.9.9. Energies	26
I.9.10. Defense	26
Conclusion	27

CHAPITRE II : ETAT DE L'ART

Introduction.....	28
II.1. Approche FG et déformation non-locale	29

II.1.1. Gradient fonctionnel	29
II.1.2. Déformation non-locale	29
II.1.3. Pertinence pour les nanostructures	29
II.2. État de l’art dans la réponse en flexion	30
II.2.1. Flexion des structures à petite échelle	30
II.2.1.1. Flexion statique linéaire des micro/nano-structures	32
II.2.1.2. Flexion statique non linéaire des micro/nano-structures	32
II.2.2. Élasticité non locale d’Eringen	34
II.2.2.1. Flexion des structures à petite échelle	34
II.2.2.1.1. Flexion statique linéaire des micro/nano-structures	35
II.2.2.1.2. Flexion statique non linéaire des micro/nano-structures	36
II.3. Implications et Applications	38
II-3-1. Utilisation potentielle dans la conception	38
II-3-2. Applications futures	39
II-3-3. Contributions originales	40
Conclusions.....	41

CHAPITRE III: MODELES ANALITIQUES PROPOSE

Introduction	42
--------------------	----

Première partie

Réponse en flexion des nano poutres bidimensionnelles FG .

III.1. Propriétés matérielles	43
III.2. Description des équations cinématiques	44
III.2.1. Les équations d’équilibre pour la poutre hyperbolique	44
III.2.2. Développement des équations d’équilibre	46
III.3. Méthode de résolution (méthode de Navier).....	49
III.3.1. Solutions exactes pour les nano poutres FGM	49
III.4. Charges prises en considération	49
a. Charge uniformément répartie	49
b. Charge sinusoïdale	49

Deuxième partie

Flexion des poutres composites stratifiées renforcées par des nanotubes de carbone .

III.5. Formulations mathématiques	51
III.5.1. Propriétés mécaniques et géométriques	51
III.5.2. Champ de déplacement	54
III.5.3. Équations gouvernantes	55
III.5.4. Méthode de résolution	57
Conclusion	58

CHAPITRE IV: VALIDATION ET ANALYSE DES RESULTATS

POUR LA REPOSE EN FLEXION DES NANOPOUTRES FG

Introduction	59
IV.1. Étude Comparative	60
IV.2. Étude paramétrique	61
Conclusion	66

CHAPITRE V: VALIDATION ET ANALYSE DES RESULTATS

POUR LA FLEXION DE POUTRES COMPOSITES STRATIFIEES RENFORCEES PAR DES NANOTUBES DE CARBONES FG SUR UNE FONDATION ELASTIQUE VARIABLE

Introduction	67
V.I. Résultats et discussion	68
V.2. Étude paramétrique	73
Conclusion	76
Conclusion general	79
References	81

Introduction générale

Au cours des dernières décennies, les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) et les nanomatériaux ont radicalement transformé le paysage de la recherche en ingénierie et en sciences des matériaux. Ces matériaux innovants présentent des propriétés uniques qui ouvrent de nouvelles perspectives dans un large éventail de domaines, de l'aérospatiale à l'énergie, en passant par l'électronique, la médecine et bien d'autres. Leur utilisation potentielle révolutionne notre capacité à concevoir et à fabriquer des dispositifs et des structures plus performants, plus légers et plus efficaces. Cependant, ces avancées ne sont pas sans défis. Comprendre en détail le comportement de ces matériaux à l'échelle nanométrique est devenu essentiel pour exploiter pleinement leur potentiel et relever les défis pratiques qui se posent lors de leur utilisation.

Cette recherche poursuit plusieurs objectifs clés. Tout d'abord, elle vise à comprendre en profondeur la réponse en flexion des nano poutres bidimensionnelles FG en utilisant une approche basée sur le gradient de contrainte de non-local d'ordre supérieur. Ensuite, elle s'attache à étudier la flexion de poutres composites stratifiées renforcées par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués, en prenant en compte les variations de distribution des matériaux et les paramètres de la fondation élastique variable. Enfin, elle s'efforce d'analyser les paramètres qui influencent la réponse en flexion de ces structures et d'évaluer leur impact sur la performance et la conception de matériaux composites et nanostructures.

L'importance de cette recherche est à la fois fondamentale et pratique. D'une part, elle contribue de manière significative à l'expansion des connaissances dans le domaine des matériaux nanostructures et des composites, en explorant des phénomènes complexes à l'échelle nanométrique. D'autre part, elle offre des perspectives pratiques en fournissant des informations cruciales pour la conception et l'ingénierie de structures et de dispositifs utilisant ces matériaux de pointe.

La justification de cette recherche s'étend des aspects académiques aux retombées pratiques. D'une part, cette étude approfondie de la réponse en flexion des nanopoutres FG à déformation non-locale contribuera substantiellement à l'élargissement des connaissances en mécanique des matériaux à l'échelle nanométrique. D'autre part, les résultats et les découvertes pourraient fournir des informations cruciales pour la conception et l'optimisation de futures applications utilisant des nanostructures, telles que des dispositifs miniaturisés, des matériaux composites avancés et même des dispositifs biomédicaux.

L'aperçu du plan de la thèse fournit un aperçu de la manière dont cette recherche est organisée. Après cette introduction éclairante, le premier chapitre entreprend une revue de la littérature détaillée, présentant en détail les matériaux FGM et nanomatériaux et leurs applications variées, explorant les concepts de matériaux fonctionnellement gradés et de déformation non-locale. Le deuxième chapitre revu l'état de l'art dans la modélisation de la flexion des nano poutres. Le troisième chapitre détaille les deux modèles analytiques proposés, en exposant minutieusement ses composantes, des relations cinématiques aux équations d'équilibre, en passant par la méthode employée pour résoudre ces équations.

Le quatrième et le cinquième chapitre constitue une étape cruciale, validant les modèles et analysant en profondeur les résultats obtenus. Il met en lumière les comparaisons entre les prédictions du modèle analytique et les données de la littérature, confirmant ainsi la validité et la pertinence des modèles proposés. De plus, il présente les résultats de deux études paramétriques, explorant les effets de différentes variables sur la réponse en flexion et les contraintes des nano poutres FG.

Enfin, clôt la thèse en synthétisant les conclusions majeures tirées de cette recherche exhaustive. Il souligne les contributions substantielles à la connaissance, notamment en éclairant le comportement mécanique complexe des nano poutres FG à déformation non-locale. Cette conclusion aborde également les limites inhérentes à l'étude et propose des pistes prometteuses pour des recherches futures, telles que l'extension du modèle à des géométries plus complexes ou l'exploration de matériaux nouveaux et innovants.

En conclusion, cette recherche vise à éclairer les mystères de la flexion des nano poutres 2D FG à déformation non-locale, et à ouvrir de nouvelles perspectives pour la conception et l'application de matériaux à l'échelle nanométrique, marquant ainsi une étape cruciale dans le domaine de la science des matériaux et de l'ingénierie. Elle démontre l'importance continue de la recherche dans ce domaine en rapide évolution et ouvre la voie à de futures avancées dans la compréhension et l'utilisation des nanomatériaux.

CHAPITRE I

Revue de la Littérature

Introduction

Le chapitre I de cette revue de littérature se consacre à l'exploration des matériaux fonctionnellement gradués (FGM) et des nanomatériaux, deux domaines de recherche essentiels dans le paysage scientifique contemporain. Les matériaux FGM, caractérisés par leurs propriétés variables de manière continue à travers leur épaisseur, ouvrent la voie à une gamme passionnante d'applications dans divers secteurs industriels. De plus, les nanomatériaux, qui exploitent les propriétés uniques des structures à l'échelle nanométrique, suscitent un intérêt croissant pour leurs capacités à révolutionner un large éventail de domaines, allant de la médecine à l'énergie.

Dans ce chapitre, nous plongerons dans la compréhension des concepts fondamentaux des matériaux FGM, de leurs méthodes d'élaboration, de leurs propriétés matérielles et de leurs applications potentielles. Nous explorerons également le domaine des nanomatériaux, en examinant les différentes familles de nanomatériaux, leurs propriétés remarquables et leurs applications diverses.

L'objectif de ce chapitre est de fournir une base solide de connaissances pour la suite de cette revue de littérature, qui se penchera sur les développements récents, les défis et les perspectives d'avenir dans ces domaines passionnants.

I.1. matériaux fonctionnellement gradués (FGM)

Dans un matériau appelé matériau à gradient fonctionnel (FGM), la composition et la structure se modifient progressivement, ce qui entraîne des changements simultanés dans les propriétés du matériau. Ce concept de FGM permet d'utiliser différents matériaux à des fins structurelles et fonctionnelles. Ces matériaux présentent de nombreux avantages, notamment une gradation des propriétés qui peut conduire à l'amélioration de la rigidité, de la résistance à la fatigue, de la résistance à la corrosion, ou de la conductivité thermique. Ces propriétés peuvent être utilisées pour augmenter ou contrôler les performances du matériau, comme la réduction des contraintes locales ou l'amélioration du transfert de chaleur. Les FGM offrent ainsi de nombreuses possibilités d'applications attractives.

I.1.1. Concept de matériaux FGM

En général, les FGM sont constitués de nombreuses couches avec des combinaisons variées d'éléments tels que les métaux et les céramiques. Par conséquent, ce sont des composites avec des propriétés macroscopiquement différentes.

Le gouvernement japonais a lancé l'initiative "Basic Technology Research for the Development of Function Gradient Materials and the Study of Thermal Stress Relaxation" en 1987. L'objectif de ce projet était de développer des matériaux possédant des structures utilisables dans des programmes aérospatiaux, tels que les barrières thermiques [1].

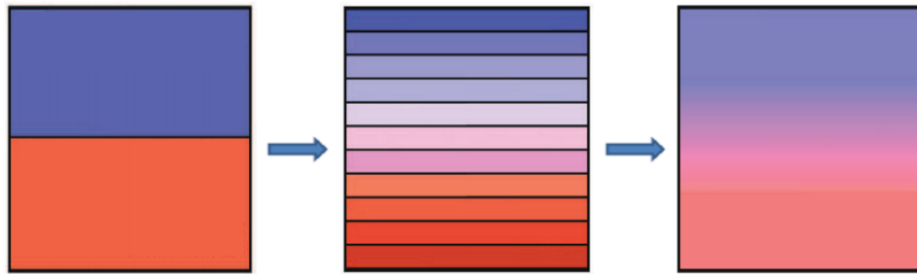


Figure I.1. Caractéristiques des matériaux composites FGM.

Les matériaux constituant les parois des vaisseaux spatiaux sont conçus pour fonctionner à des températures de surface de 1800°C et avec un gradient de température de l'ordre de 1300°C. À cette époque, aucun matériau industriel n'était connu pour résister à de telles contraintes thermomécaniques. Trois propriétés doivent être prises en compte pour la conception de tels matériaux :

- La résistance thermique et à l'oxydation de la couche de surface du matériau à hautes températures.
- La ténacité du matériau à basses températures.
- La relaxation efficace des contraintes thermiques le long du matériau.

Pour répondre à de telles spécifications, l'idée originale du FGM a été proposée pour développer un nouveau composite combinant les caractéristiques des céramiques (dimensions à haute température) et des métaux (dimensions à basse température).

À la fin de la première étape (1987-1989), les chercheurs ont réussi à construire de petites pièces expérimentales (épaisseur de 1 à 10 mm et diamètre de 30 mm) capables de résister à

des températures maximales de 2000K (température de surface) et à un gradient de température de 1000K.

L'objectif de la deuxième étape (1990-1991) était de créer des pièces plus grandes et de formes plus complexes que celles créées lors de la première étape.

Au cours des années 1990, les domaines d'application des FGM ont non seulement évolué pour les matériaux anatomiques fonctionnant à des températures très élevées, mais ils ont également été étendus à d'autres applications : biomécanique, technologie des capteurs, optique, etc. [2].

I.1.2. Secteurs d'application des matériaux (FGM)

Les avancées significatives dans les processus de fabrication et de traitement au cours de la dernière décennie ont permis la production de matériaux à gradient fonctionnel en utilisant des procédés qui offrent une grande latitude dans la composition microscopique et matérielle. Le concept de FGM s'applique à plusieurs domaines. Dans les applications d'ingénierie telles que les outils de coupe, les composants moteurs et les pièces de machines, des propriétés incompatibles telles que la légèreté, la liberté de forme, la résistance à la chaleur, l'usure, la résistance à la corrosion ainsi que la ténacité et l'usinabilité sont incorporées dans une seule pièce.

Actuellement, il est possible de produire des matériaux légers, solides et durables qui peuvent être utilisés dans un large éventail de domaines tels que les matériaux de construction, les matériaux de conversion d'énergie et autres. Surtout, cela deviendra une technologie indispensable pour la construction de fusées et de stations spatiales. Les FGM peuvent également être utilisés pour la paroi extérieure d'un vaisseau spatial et les pièces du moteur de fusée. Dans le corps humain, les FGM peuvent remplacer les os et les articulations car ils possèdent une grande résistance, une grande ténacité et une longue durée de vie. Certains des domaines d'application des FGM sont discutés dans la **Figure I.2**.

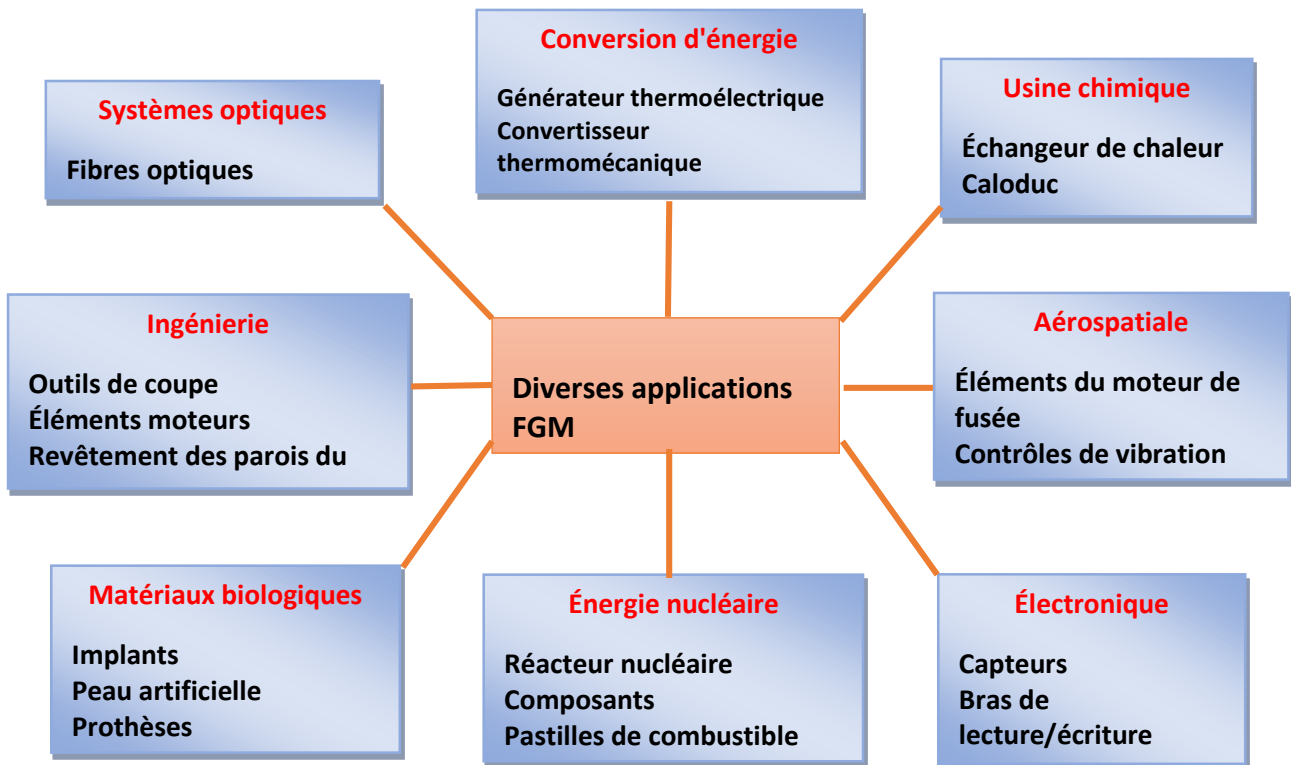


Figure I.2. Secteurs d'application des matériaux FGM.

I.2. Les méthodes d'élaboration des matériaux (FGM):

I.2.1. Méthodes basées sur le dépôt.

Les techniques les plus cruciales pour créer des FGM minces à l'échelle micro pour des applications de revêtement sont celles qui reposent sur le dépôt, y compris le dépôt électroforétique, la pulvérisation thermique et le dépôt en phase vapeur [2]. Grâce à ces techniques, des FGM avec des propriétés gradient dans une, deux ou trois dimensions peuvent également être produites, ainsi que des couches graduelles continues ou discontinues [3].

I.2.1.1. Méthodes de dépôt en phase vapeur

L'une des techniques les plus cruciales pour créer une couche mince et gradée via le processus de dépôt en phase vapeur (de nm à sub-mm) est la vaporisation. Lorsque les matériaux sont condensés pendant le cycle de vaporisation en une substance solide, le processus est connu sous le nom de dépôt en phase vapeur [4]. Cette technique était généralement utilisée pour créer des revêtements qui régulent les propriétés des substrats, telles que les propriétés mécaniques, d'usure, de corrosion et thermiques, en utilisant une couche gradée [5].

Le dépôt physique en phase vapeur (PVD) et le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) sont les deux principales catégories de dépôt en phase vapeur.

A. Méthode de dépôt physique en phase vapeur PVD

Le procédé utilisé dans le dépôt physique en phase vapeur (PVD) implique la transition du matériau d'un état condensé à un état de vapeur, puis de nouveau à un état de film mince condensé. Grâce à ses nombreux avantages, tels que sa capacité à produire des films minces extrêmement purs avec une structure gradée, à créer une large gamme de composés, du dépôt de métaux de base aux alliages, et à être plus respectueux de l'environnement que d'autres méthodes, la méthode PVD est l'une des techniques les plus importantes dans la production de FGM minces [6]. Le PVD peut être utilisé pour représenter plusieurs techniques de dépôt sous vide pour la création de films ou de revêtements.

B. Méthode de dépôt chimique en phase vapeur CVD

À l'aide d'un appareil de dépôt sous vide, la technique de dépôt chimique en phase vapeur (CVD) est utilisée pour produire des matériaux solides de haute qualité. Une fine couche lisse avec des propriétés gradées est créée à l'aide de différentes méthodes de CVD, notamment la pression atmosphérique, la basse pression, l'ultra-vide, le filament chaud, l'assistance laser, l'assistance électronique et l'injection directe de liquide [7]. Généralement, le processus CVD est utilisé pour créer des films minces aux caractéristiques variables pour des applications de semi-conducteurs. Le CVD traditionnel expose le substrat à un ou plusieurs précurseurs volatils, qui réagissent avec les précurseurs souhaités et se décomposent à la surface du substrat [8]. Cette technique consiste à placer le matériau à revêtir à l'intérieur du vide, suivi de la vaporisation du matériau.

I.2.1.2. Méthodes d'électrodéposition EPD

Ces dernières années, la technique de dépôt électro phorétique (EPD) a gagné en popularité pour la création de FGM en raison de sa simplicité et de son efficacité dans la génération de gradients de propriétés basés sur les principes de l'électrophorèse [9]. Cette méthode implique le dépôt de différentes particules actives sur la surface d'un substrat pour former un revêtement par électrolyse ou réactions chimiques [10]. Initialement, les particules sont chargées en interagissant avec le solvant et les additifs. Ensuite, ces particules chargées sont dirigées par un champ électrique appliqué. En conséquence, les particules s'accumulent et forment une structure stratifiée sur l'électrode. Le processus EPD se caractérise par sa simplicité, sa facilité d'utilisation, son contrôle précis et son faible coût. Cependant, il convient principalement pour

la production de corps minces FGM en feuille. L'EPD trouve des applications dans divers domaines tels que les matériaux gradués, les stratifiés, les revêtements d'épaisseurs nanométriques à millimétriques, les processus d'infiltration et les matériaux texturés [11].

I.2.1.3. Méthode de pulvérisation thermique

L'une des techniques cruciales utilisées dans la fabrication de FGM pour produire un revêtement de surface avec des dimensions minces par pulvérisation est la méthode de projection thermique [12]. La couche graduée de surface protège les composants car il est difficile pour ces pièces d'être soumises à un seul type de service, nécessitant une protection appropriée contre la corrosion, l'usure, l'isolation thermique et l'isolation électrique [13]. Le revêtement par pulvérisation thermique est l'une des techniques utilisées pour créer des FGM avec des caractéristiques graduées [14]. Les matières premières du revêtement sont d'abord fondues à l'aide d'une source de chaleur, puis le revêtement est créé en traitant des gaz et en les pulvérisant sur le matériau jusqu'à ce qu'ils se vaporisent [15]. Il existe deux approches pour vaporiser le matériau de revêtement : soit en réduisant la pression de surface, soit en chauffant le matériau.

I.2.2. Méthodes à l'état solide

Les techniques les plus prometteuses pour produire ces matériaux sont celles qui utilisent des FGM à l'état solide, telles que la fabrication additive par friction-malaxage, la métallurgie des poudres et la fabrication additive. Malgré le gradient discontinu créé par ces approches, le gradient peut être étroitement contrôlé à l'aide de ces méthodes, ce qui les rend adaptées à diverses applications industrielles [16].

I.2.2.1. Méthode de métallurgie des poudres

L'approche de la métallurgie des poudres (PM), qui a été utilisée récemment pour la fabrication de FGM [17], est désormais l'une des procédures les plus populaires dans ce secteur en raison de ses nombreux avantages. Il s'agit en outre de l'une des plus anciennes techniques de fabrication de composants et l'une des plus importantes techniques à l'état solide pour créer des FGM en vrac avec des propriétés de gradient discontinu.

I.2.2.2. Méthodes de fabrication additive:

Pour avoir un impact significatif sur le développement des FGM, les techniques de fabrication additive (AM) ont été mises en œuvre récemment. Ces techniques transforment le modèle traditionnel de production de métal, qui utilise des machines complexes de couche en couche, en un processus de moulage simple. Plusieurs techniques de fabrication additive ont

récemment été populaires dans diverses applications, y compris celles qui nécessitent des qualités graduées et qui peuvent traiter une variété de matériaux, telles que l'architecture, le domaine médical, les robots, l'automobile, l'aérospatiale, l'énergie et les applications sportives [18]. De plus, pour obtenir des performances supérieures, les processus de fabrication additive dépendent souvent de la conception du produit et de la technologie utilisée. Pour produire des FGM avec des gradients discrets, les techniques de fabrication additive qui peuvent être largement classées incluent les techniques basées sur le laser [19, 20], les techniques de stéréolithographie [21], les procédés d'impression de matériaux [22] et les simulations de fusion par dépôt [23].

I.2.3. Méthodes hybrides avec fabrication additive

I.2.3.1. Méthode de fabrication additive fil et arc

En raison des coûts élevés et du temps nécessaire pour les méthodes de fabrication additive dans la production de FGM, les chercheurs explorent des approches alternatives qui peuvent conserver certains des avantages de la fabrication additive [24]. En conséquence, la combinaison du soudage à l'arc et de la fabrication additive a été utilisée, offrant des avantages significatifs en termes de rentabilité et de périodes de production plus courtes pour la création de structures graduées avec de grands composants métalliques [25]. Au cours des dernières années, diverses techniques ont été utilisées en conjonction avec la fabrication additive pour produire des structures graduées, notamment le soudage à l'arc transféré par plasma (PTA), le soudage à l'arc au plasma (PAW), le soudage à l'arc à tungstène sous gaz inerte (TIG) et le soudage à l'arc métallique sous gaz inerte (MIG) [26]. Ces méthodes sont collectivement appelées fabrication additive par fil et arc (WAAM) en raison de leur utilisation de systèmes d'alimentation de fil [27].

I.2.3.2. Friction remue méthode de fabrication additive

FSAM est une méthode novatrice de fabrication des matériaux à gradients fonctionnels (FGM) qui offre une meilleure maîtrise et de nombreux avantages par rapport aux techniques traditionnelles. FSAM est basé sur le principe du soudage par friction-malaxage (FSW) [28]. Dans le FSW, un outil rotatif avec une pointe est appliqué sur une surface, générant de la friction lorsqu'il se déplace sur le matériau. Dans le FSAM, des plaques de soudure individuelles sont soudées bout à bout pour former une structure en couches, puis le FSW est appliqué [29].

Le FSAM permet la création de formes complexes et de structures graduées avec des propriétés mécaniques améliorées et des défauts réduits. Il offre plusieurs avantages, notamment une moindre perte de matériau, des taux de production plus élevés et la possibilité de travailler avec une large gamme de matériaux, y compris les métaux, les alliages et les composites. En conséquence, le FSAM est étudié comme une méthode prometteuse pour la fabrication de FGM dans diverses applications industrielles.

I.2.4. Méthodes à l'état liquide

Plusieurs techniques, y compris celles utilisant la force centrifuge et le glissement.

I.2.4.1. Méthodes de force centrifuge

Outre une gradation continue avec des propriétés particulières qui peut être utilisée pour diverses applications industrielles, la force centrifuge est le principal facteur déterminant derrière la production de FGM en vrac [30]. La distribution inégale entre deux ou plusieurs phases des matériaux se produit dans la direction radiale en raison de la force centrifuge produite par la rotation du moule [31]. De nombreuses techniques ont été récemment développées pour la fabrication de FGM qui dépendent directement des caractéristiques de la force centrifuge :

- Méthodes de moulage centrifuge
- Méthode de coulée de suspension centrifuge
- Méthode de pressurisation centrifuge

I.2.4.2. Méthode de coulée en barbotine

Dans la méthode de coulée de suspension centrifuge, des particules céramiques sont suspendues dans une matrice liquide à grain fin. Par action capillaire, la surface est versée dans un moule perméable, où la matrice est extraite de la suspension. À l'intérieur des parois du moule, un revêtement d'argile recouvre toujours le moule. Une fois l'épaisseur de paroi souhaitée atteinte, le fluide restant est évacué du moule. Après séchage, la pièce coulée est retirée du moule. La méthode de coulée de suspension offre de nombreux avantages, notamment la possibilité de créer des formes complexes et de produire des grades continus, ce qui en fait une méthode utilisée dans la fabrication de FGMs [32].

I.2.4.3. Méthode de coulée de bande

Une autre méthode de production de FGMs minces, qui était initialement utilisée dans la céramique traditionnelle mais qui a évolué vers un niveau élevé de complexité dans la céramique contemporaine, est le moulage par bande [33]. Plus précisément, les techniques de moulage par bande sont utilisées pour créer des substrats multicouches et des substrats de circuits intégrés pour les condensateurs multicouches. Une méthode typique de moulage par bande est le raclage au doct. Ce processus consiste à verser en continu une suspension de poudre céramique sur une couche flexible de support en Téflon, un matériau plat et non adhésif, ainsi que de nombreux additifs supplémentaires (tels qu'un liant polymère) et un solvant organique comme l'éthanol.

I.2.4.4. Méthode d'infiltration

L'infiltration est un processus à l'état liquide utilisé pour produire des matériaux fonctionnellement gradués (FGMs) en plongeant une phase dispersée préformée (particules céramiques) dans un espace de matrice fondue, remplissant ainsi les vides entre les particules dispersées [34]. L'infiltration peut être réalisée sans application de pression (par action capillaire) ou avec application de pression (soit gazeuse, soit mécanique). La phase dispersée préformée réagit chimiquement avec le matériau de la matrice à l'interface, ce qui entraîne la formation d'une structure FG. Cette méthode présente les avantages d'un temps de préparation relativement court et de la capacité à atteindre des tailles désirées de manière précise.

I.2.4.5. Méthode de Langmuir-Blodgett

Au cours des dernières années, les structures graduées ont commencé à attirer l'attention des chercheurs et de la communauté technique grâce à l'approche du film de Langmuir-Blodgett (LB). Cette méthode permet le dépôt très précis de matériaux de film homogènes jusqu'à une épaisseur d'une seule couche moléculaire [35]. Les films créés avec l'approche LB peuvent être utilisés dans des applications électroniques en tant que couches actives ou isolants passifs. De plus, la structure interne des films LB est minutieusement régulée jusqu'au niveau moléculaire, et l'épaisseur du film est précisément contrôlée. De plus, avec des systèmes de films minces organiques construits moléculairement, des cuvettes LB hautement développées nous permettent de gérer une variété de matériaux aux fonctions distinctes et de modifier l'architecture en couches selon les besoins. Le principe fondamental derrière l'approche LB est de recouvrir une substance amphiphile en monocouche moléculaire à la surface de l'eau avant

de la transférer sur un substrat solide. Pendant l'étape aqueuse, les molécules amphiphiles sont organisées au contact air-eau.

I.3. Propriétés matériels des structures FGM

Les FGM peuvent être produits en modifiant continuellement les composants des matériaux avec une microstructure non uniforme et des propriétés macro spatiales graduées. Un FGM peut être défini en fractions de différentes tailles. La plupart des chercheurs utilisent la fonction puissance, la fonction exponentielle ou la fonction sigmoïde pour décrire les fractions volumiques [2].

I.3.1. Propriétés matériels du P-FGM

La fraction volumique de la classe P-FGM obtenue a une fonction de loi de puissance comme suit :

$$V(z) = \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^k \quad (\text{I.1})$$

Ici, k est le paramètre matériel qui reflète le type de distribution des propriétés matérielles à travers l'épaisseur de la structure.

Les propriétés matérielles du P-FGM peuvent être déterminées par la loi des mélanges :

$$p(z) = V(z)P_1 + [1 - V(z)]P_2 \quad (\text{I.2})$$

Où P_1 et P_2 représentent respectivement les propriétés matérielles de la surface inférieure ($z=-h/2$) et de la surface supérieure ($z=h/2$) de la poutre FGM.

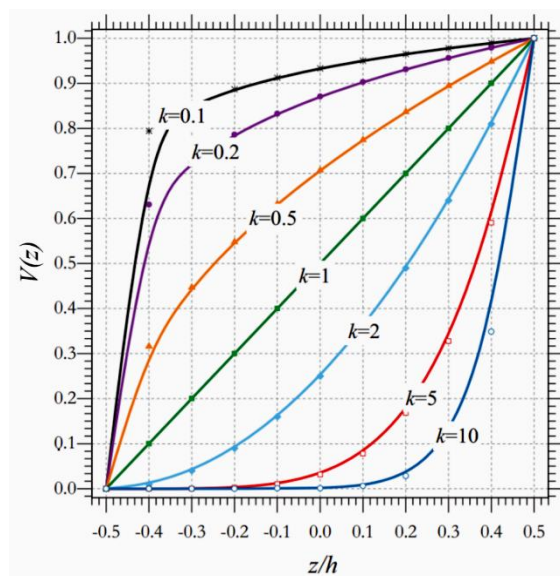


Figure I.3. Variation de la fraction volumique à travers l'épaisseur d'une poutre P-FGM.

I.3.2. Propriétés matérielles du S-FGM

Pour la poutre S-FGM, la fraction volumique est définie à l'aide de deux fonctions de loi de puissance pour assurer une répartition harmonieuse des contraintes entre toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance et les propriétés matérielles sont définies par :

Pour $-h/2 \leq z \leq 0$:

$$V_1(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^k \quad (\text{I.3})$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la poutre S-FGM est présentée dans la **Figure I.4**.

$$P(z) = V_1(z)P_1 + [1 - V_1(z)]P_2 \quad (\text{I.4})$$

Pour $0 \leq z \leq h/2$:

$$V_2(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{h} \right)^k \quad (\text{I.5})$$

Et

$$P(z) = V_2(z)P_1 + [1 - V_2(z)]P_2 \quad (\text{I.6})$$

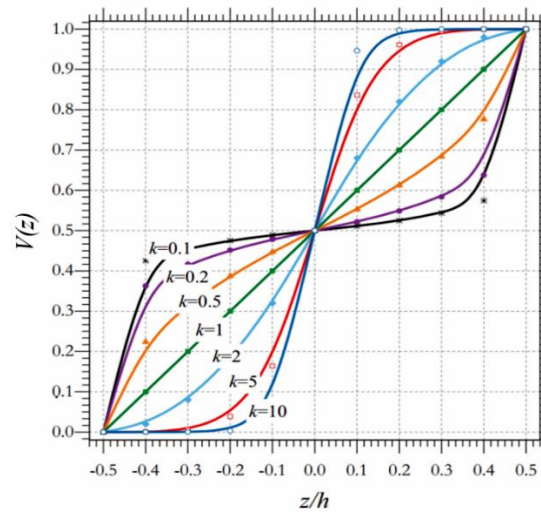


Figure I.4. Variation de la fraction volumique à travers l'épaisseur d'une poutre S-FGM

I.3.3. Propriétés matérielles d'une poutre E-FGM :

De nombreux chercheurs utilisent la fonction exponentielle pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, qui s'exprime comme suit :

$$P(z) = P_2 \cdot e^{B(z+\frac{h}{2})} \quad (\text{I.7})$$

De :

$$B = \frac{1}{h} \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \quad (\text{I.8})$$

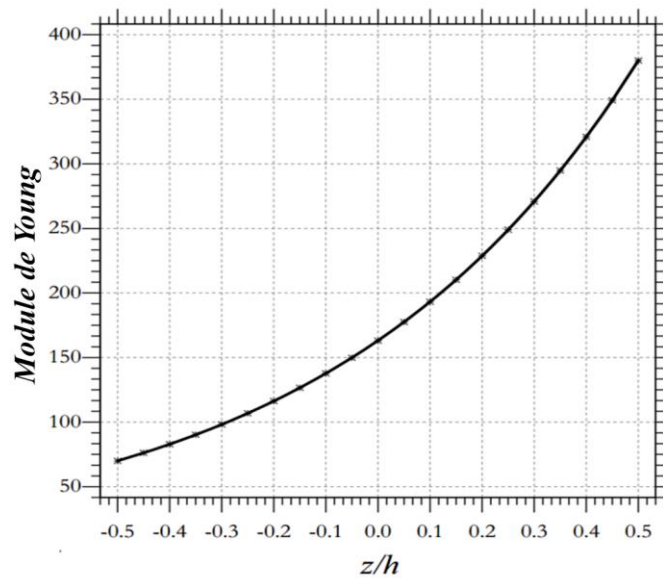


Figure.I.5. Variation du module de Young à travers l'épaisseur d'un poutre E-FGM

I.4. Présentation des nanomatériaux :

I.4.1. Nano monde

L'unité de référence du nano monde est le nanomètre (noté en abrégé nm). Le préfixe nano vient du grec Nanos qui signifie nain. Un nanomètre équivaut à un milliardième de mètre ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m} = 0,000000001 \text{ m}$) soit approximativement 1/50 000 de l'épaisseur d'un cheveu humain.

Le domaine étudié est celui de l'infiniment petit. L'échelle caractéristique varie approximativement de 1 à 100 nanomètres (nm).

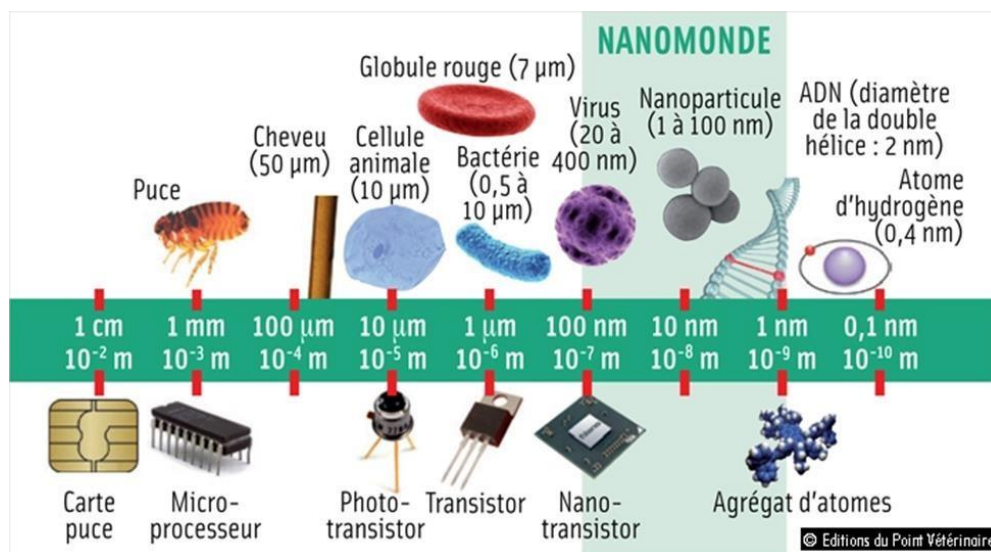


Figure I.6- domaine des nanosciences(nano monde) [36].

I.4.2. Nanosciences

La nanoscience est définie comme l'étude des phénomènes et la manipulation de matériaux aux échelles atomiques, moléculaires ou macromoléculaires, où les propriétés diffèrent significativement de celles observées à plus grande échelle.

I.4.3. Les nanotechnologies

Les nanotechnologies recouvrent la conception, la caractérisation, la production et l'application de structures, de dispositifs et de systèmes par un contrôle de la forme et de la taille exercé à l'échelle nanométrique.

Les termes nanoscience et nanotechnologie englobent un ensemble de connaissances et de technologies communes à beaucoup de disciplines scientifiques traditionnelles : chimie, physique, science des matériaux, technologie, biosciences, médecine et sciences de

l'environnement. L'élément unificateur est la dimension nanométrique des objets étudiés et/ou des outils permettant leur manipulation.

I.4.4. Nanomatériaux

La Commission européenne a proposé en octobre 2011, dans le cadre d'une recommandation, une définition pour le terme « nanomatériau ». Un nanomatériau est un matériau naturel, formé accidentellement ou manufacturé contenant des particules libres, sous forme d'agrégat ou sous forme d'agglomérat, dont au moins 50 % des particules, dans la répartition numérique par taille, présentent une ou plusieurs dimensions externes se situant entre 1 nm et 100 nm. Est également mentionné dans cette recommandation, que tout matériau est à considérer comme relevant de la définition mentionnée ci-dessus dès lors qu'il présente une surface spécifique en volume supérieure à 60 m²/cm³.

Selon la norme ISO TS 80004-1, un nanomatériau est un matériau dont au moins une dimension externe est à l'échelle nanométrique c'est-à-dire comprise approximativement entre 1 et 100 nm ou qui possède une structure interne ou de surface à l'échelle nanométrique, Et qui présente la particularité d'avoir des caractéristiques différentes par rapport au même matériau à l'échelle macro.

Le passage de la matière à des dimensions nanométriques fait apparaître des propriétés inattendues et souvent totalement différentes de celles des mêmes matériaux à l'échelle micro ou macroscopique, notamment en termes de résistance mécanique, de réactivité chimique, de conductivité électrique et de fluorescence. Les nanotechnologies conduisent donc à l'élaboration de matériaux (dont les dimensions sont comprises entre 1 et 1 000 nm) dont les propriétés fondamentales (chimiques, mécaniques, optiques, biologiques, etc.) peuvent être modifiées.

I.5. Différentes familles de nanomatériaux

D'après la plus récente définition, un nanomatériau est un composé dont au moins une propriété physique est à l'échelle nanométrique. Il existe deux grandes familles de nanomatériaux :

I.5.1. Nano-objets

Ils sont des matériaux à deux ou trois dimensions externes se situent à l'échelle nanométrique, entre 1 et 100 nm. Parmi les nano-objets, il est possible de distinguer trois catégories :

I.5.1.1. Nanoparticules ou particules ultrafine (PUF)

Qui désignent les nano-objets dont les trois dimensions externes se situent à l'échelle nanométrique : nanoparticules de latex, d'oxyde de zinc, de fer et de cérium, d'alumine, etc. [37].

I.5.1.2. Nano-fibres, nanotubes, nano-filaments ou nano-bâtonnets

Qui désignent les nano-objets dont deux dimensions externes sont à l'échelle nanométrique et la troisième significativement supérieure : nanotubes de carbone, nano fibres de polyester, nanotubes de bore etc. ces termes désignent des nano-objets longilignes de section comprise entre 1 et quelques dizaines de nanomètre et une longueur comprise entre 500nm de 10000 nm.

I.5.1.3. Nano-feuillets, nano-plats ou nano-plaquettes

Qui définissent des nano-objets dont une dimension externe se situe à l'échelle nanométrique et les deux autres dimensions sont significativement supérieures (nano-feuillets d'argile, nano-plaquettes de séléniure de cadmium, etc...) [38].

I.5.2. Matériaux nanostructures

Les matériaux nanostructures ce sont des matériaux qui possèdent des structures internes ou des surfaces à l'échelle nanométrique. Il est possible de distinguer plusieurs familles des nanostructures parmi lesquelles :

I.5.2.1. Agrégats agglomérats de nano-objets

Les nano-objets peuvent se présenter soit sous forme individuelle (c'est-à-dire sous forme de particules primaires) ou soit sous forme d'agrégats ou d'agglomérats dont la taille est sensiblement supérieure à 100nm.

I.5.2.2. Nano composites

Ces matériaux sont composés pour tout ou partie de nano-objets qui leurs confèrent des propriétés améliorées ou spécifiques de la dimension nanométrique. Les nano-objets sont incorporés dans une matrice ou sur une surface afin d'apporter une nouvelle fonctionnalité ou modifier certaines propriétés mécaniques, magnétique, thermiques, etc.

I.5.2.3. Matériaux nano poreux

Ces matériaux possèdent des pores de taille nanométrique. Les aérogels de silice sont des matériaux nano poreux qui présentent d'excellentes propriétés d'isolation thermique [38].

Nous nous sommes fixés comme objectif final d'obtenir de nano-objets à base d'un métal de transition.

I.6. Classification des nanomatériaux

Les nanomatériaux peuvent être classés en quatre familles selon leurs formes d'utilisation :

- ✓ *Matériaux de dimension 0* : matériaux sous forme dispersée, aléatoire ou organisée, comme dans les cristaux colloïdaux pour l'optique ou les fluides magnétiques.
- ✓ *Matériaux de dimension 1* : matériaux sous forme de nanofils ou de nanotubes.
- ✓ *Matériaux de dimension 2* : matériaux sous forme de couche mince, comme dans les dépôts d'agrégats ou de revêtements épais obtenus par projection plasma ou voie électrochimique.

I.6.2. Nanomatériaux de dimension 1 : nano fils, nanotubes et tétrapodes

Dans le domaine des nanomatériaux à une dimension, il convient de considérer les nano fils, les nanotubes et les tétrapodes.

I.6.3. Nanomatériaux de dimension 2: matériaux pour revêtements de Surface

À partir de nanomatériaux les revêtements réalisés constituent une voie de recherche très importante. Un revêtement peut être réalisé à partir de nano-couches élémentaires ou de multi-nano couches pour doter la surface de propriétés mécaniques (dureté), liées à l'eau (hydrophobe, hydrophile, antiadhésif), thermiques (résistance à la chaleur, isolation), chimiques (résistance à la corrosion), biologiques, électroniques, magnétiques ou optiques.

Ces revêtements sont fabriqués par dépôt physique ou chimique.

Pour les besoins dans le domaine de l'électronique et des circuits intégrés ou encore dans le domaine des surfaces pour applications tribologiques, des multicouches peuvent être élaborées afin d'améliorer certaines propriétés physico-chimiques.

I.6.4. Nanomatériaux de dimension 3 : les nano composites

Les nano composites sont des matériaux qui, de par leur structure intrinsèque, disposent de propriétés physiques particulières (optiques, diélectriques, etc.) et d'une grande surface d'échange. Les nanoparticules peuvent être incorporées ou produites dans une matrice pour

apporter une nouvelle fonctionnalité ou modifier des propriétés mécaniques, optiques, magnétiques ou thermiques. De nombreuses applications utilisent ces nouvelles propriétés.

Le terme nano composite connaît de nombreuses définitions, qui ont toutefois en commun la taille nanométrique du ou des renforts dans la matrice ou des domaines multiphasiques qui constituent le composite [39].

I.7. Différents types de nanomatériaux

Les nano-objets peuvent se présenter sous la forme de particules, fibres ou tubes (on parle de charges ou renforts), de couches minces ou de constituants structurels.

Les nano-objets sont utilisés soit en tant que tels (comme catalyseur, pour transporter des médicaments, pour le polissage de wafers et disques durs en microélectronique...), soit en vue d'élaborer des matériaux.

Ces derniers peuvent être regroupés selon 3 familles de produits :

- ✓ Les matériaux nano-charges ou nano-renforcés,
- ✓ Les matériaux nanostructures en surface,
- ✓ Les matériaux nanostructures en volume [40].

I.8. Propriétés des nanomatériaux

Les propriétés des nanomatériaux justifient leur développement, qui dépend des matériaux normaux constitués des mêmes éléments chimiques grâce aux différentes techniques de synthèse utilisées, on peut en effet obtenir des matériaux plus durs, plus malléables...etc., citons quelques-unes de ces propriétés. Un accent particulier sera porté aux relations entre les caractéristiques granulométriques, morphologiques et structurales des nanomatériaux et leurs propriétés physico-chimiques, les domaines tels que la thermodynamique hors équilibre, la cinétique, la modélisation et la simulation seront considérées.

Le spectre des propriétés des nanomatériaux est très vaste : propriétés mécanique, thermiques, nanostructure aura un module d'élasticité et une dureté plus élevée à haute température. Ainsi, le cuivre devient six fois plus dur lorsqu'on diminue par dix la taille des grains qui le constituent.

I.8.1. Propriétés mécaniques

La dureté d'un matériau correspond à sa capacité de résister à des pressions pour un métal, plus il est constitué de grains très fins, plus est dur, (figure I.4) ceci est expliqué par la difficulté de génération et de mouvement des dislocation il s'avère aussi que les céramiques nanostructurées sont beaucoup plus malléable que les céramiques classiques, à qui l'on rapproche souvent d'être très fragiles cassantes ; en effet, lorsqu'une fracture se forme dans un bloque solide de céramique, les atomes proches se déplacent et se réarrangent pour la combler. Plus les grains sont fins, plus le mécanisme de réparation s'opère facilement et rapidement [36].

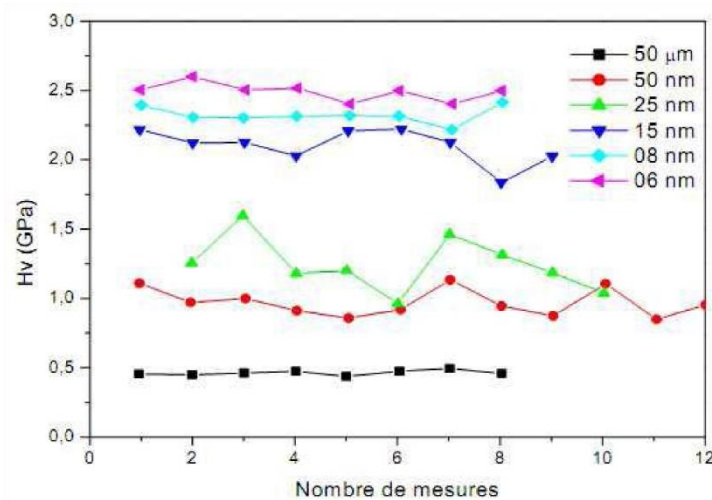


Figure I.7- Variation de la dureté du cuivre en fonction de la taille des grains [36].

I.8.2. Propriétés thermiques

Une diminution de la taille d'une particule entraîne une diminution de la température de transition entre l'état solide et l'état liquide (température de fusion) dans la plupart des matériaux. Les atomes de surface ont un nombre de coordination plus bas, ils sont dans un état métastable. Plus le nano cristal est de taille réduite, plus la contribution de l'énergie de surface à l'énergie totale du système augmente, et donc, plus la température de fusion est diminuée.

Expérimentalement, il a été observé que l'origine du processus de fusion se déclenche sur les atomes de surface puis se propage de proche en proche aux autres atomes [41].

I.8.3. Propriétés optiques

L'absorption d'un photon par les nanoparticules a lieu si son énergie est supérieure au gap. A cause du confinement quantique, une diminution de la taille entraîne un déplacement hypochrome (c'est-à-dire vers des énergies plus élevées et donc des longueurs d'onde plus

faibles) du seuil d'absorption. On parle d'effet de confinement quantique quand la taille des nanoparticules est comparable à celle du rayon de Bohr de l'exciton.

La figure ci-dessous montre des spectres d'absorption UV-visible de ZnS massif et de solutions colloïdales de nano cristaux de ZnS de taille 3.5 nm, 2.5 nm et 1.8 nm [36].

I.8.4. Propriétés magnétiques

Les grandes différences entre les propriétés magnétiques d'un matériau massif et de son équivalent nanométrique peuvent être constatées. Les éléments ferromagnétiques, tels que le fer, le cobalt ou le nickel voient leurs propriétés magnétiques s'intensifier avec la diminution du nombre d'atomes dans la structure, jusqu'à atteindre la taille d'un nano domaine [42].

Dans les systèmes confinés nanométriques, comme les nanoparticules ou les nano fils dont le diamètre ne comprend que quelques atomes, le degré de coordination et le nombre de liaisons réduits favorisent des états électroniques plus localisés, des bandes plus fines et donc de plus grandes densités d'état. Ceci conduit à des comportements magnétiques très importants.

Plusieurs métaux nobles 4d ou 5d comme le platine, le palladium et l'or ont présenté expérimentalement des comportements ferromagnétiques lorsqu'ils sont sous la forme de nano clusters, de fils ou même sous forme de couches atomiques bidimensionnelles, alors que leur forme macroscopique est diamagnétique ou paramagnétique. Des études théoriques et expérimentales ont montré qu'en deçà d'une certaine taille, les nanoparticules révèlent des moments magnétiques importants correspondant à la présence de plusieurs spins d'électrons non appariés.

I.8.5. Propriétés électriques

L'introduction de nanoparticules et/ou de nanotubes peut modifier de façon drastique la conductivité électrique de matériaux réputés isolants. Dans l'exemple ci-dessous, la conductivité électrique atteint 3345 S/m pour un ajout de 15 % vol. De nanotubes de carbone de type mono feuillet dans une matrice d'alumine, correspondant à une modification de 13 ordres de grandeur de la valeur initiale.

Tableau I.1- Modification de la conductivité électrique de l' Al_2O_3 suite à des ajouts de nanotubes de carbone [39].

Matériaux	Conditions de fabrication $^{\circ}C/3min$	Densité relative (% TD)	Taille de grain (nm)	Conductivité électrique (S/m)
Pur	SPS 1150	100	350	$Al_2O_3 10^{-12}$
5,7 –vol % noir de carbone / Al_2O_3	SPS 1150	100	200	15
5,7 –vol % NTC monofeuillet / Al_2O_3	SPS 1150	100	200	1050
10–vol % NTC monofeuillet / Al_2O_3	SPS 1200	99	100	1510
15–vol % NTC monofeuillet / Al_2O_3	SPS 1150	99	100	3345
8,5–vol% NTC /4,3 – vol % Fe/ Al_2O_3	HP 1150	88,7	300	40-80
10–vol% NTC /4,3 – vol % Fe/ Al_2O_3	HPS 1150	87,5	300	280-400

I.9.Applications des nanomatériaux

Aujourd'hui, les nanomatériaux sont présents en masse dans des domaines divers et variés. Les paragraphes suivants présentent les principaux secteurs d'activités dans lesquels on retrouve les nanomatériaux ainsi que quelques exemples d'utilisation actuelle.

I.9.1. Génie civil :

Les nanomatériaux ont de nombreuses applications potentielles dans le génie civil en raison de leurs propriétés uniques. Voici quelques-unes des applications possibles des nanomatériaux dans le domaine du génie civil :

- ✓ Renforcement des matériaux de construction : Les nanomatériaux tels que les nanotubes de carbone peuvent être ajoutés aux matériaux de construction traditionnels tels que le béton et l'acier pour renforcer leur résistance et leur durabilité.
- ✓ Revêtements anticorrosion : Les revêtements nano composites peuvent être utilisés pour protéger les structures métalliques contre la corrosion.
- ✓ Capteurs de santé des structures : Les nano capteurs intégrés dans les structures peuvent surveiller en temps réel l'état de santé des bâtiments et des ponts, détectant les fissures, les déformations et d'autres problèmes potentiels.

- ✓ Isolation thermique et acoustique : Les nanomatériaux peuvent être utilisés pour améliorer l'isolation thermique et acoustique des bâtiments, réduisant ainsi la consommation d'énergie.
- ✓ Matériaux autonettoyants : Les revêtements nano composites peuvent rendre les surfaces des bâtiments autonettoyantes, réduisant ainsi les coûts d'entretien.
- ✓ Matériaux auto-réparateurs : Les nanomatériaux peuvent être utilisés pour développer des matériaux capables de s'auto réparer en cas de dommages, prolongeant ainsi la durée de vie des structures.
- ✓ Énergie solaire : Les nanomatériaux peuvent être utilisés pour développer des revêtements solaires plus efficaces, ce qui peut contribuer à l'efficacité énergétique des bâtiments.
- ✓ Réduction de la consommation d'eau : Les nanomatériaux peuvent être utilisés pour développer des revêtements qui réduisent la perméabilité de certaines surfaces, ce qui peut contribuer à la conservation de l'eau.
- ✓ Gestion des déchets de construction : Les nanomatériaux peuvent être utilisés pour développer des matériaux de construction plus durables, réduisant ainsi la quantité de déchets de construction générés.
- ✓ Surveillance des matériaux : Les nano capteurs peuvent être utilisés pour surveiller la qualité des matériaux de construction tout au long de leur cycle de vie, garantissant ainsi leur durabilité.

Ces applications montrent le potentiel des nanomatériaux pour améliorer la résilience, la durabilité et l'efficacité énergétique des infrastructures et des bâtiments du génie civil. Cependant, il est important de noter que de nombreuses recherches et développements sont encore nécessaires pour pleinement exploiter ces avantages potentiels.

I.9.2. Céramiques et matériaux de construction

L'industrie des produits céramiques cherche à renforcer les céramiques en introduisant des nano poudres comme les nanoparticules de nitrure de silicium qui permettent de renforcer l'alumine. L'industrie du bâtiment développe des capteurs miniaturisés qui seront intégrés dans l'habitat afin d'améliorer le confort et la sécurité. Des recherches sont en cours pour réaliser des revêtements plus résistants ou présentant des propriétés anti-salissures ou antidérapantes.

I.9.3. Automobile et aéronautique :

Matériaux renforcés et plus légers ; peintures extérieures avec effets de couleur, plus brillantes, anti-rayures, anticorrosion et anti-salissures ; capteurs optimisant les performances des moteurs ; détecteurs de glace sur les ailes d'avion ; additifs pour diesel permettant une meilleure combustion ; pneumatiques plus durables et recyclables

Les nanomatériaux font aussi l'objet de nombreuses recherches dans le secteur aéronautique et spatial afin, notamment, d'améliorer la performance et de diminuer le poids des matériaux, d'augmenter la durée de vie, de diminuer la consommation et d'améliorer la performance des moteurs. Pour atteindre ces objectifs, des recherches sont menées notamment pour améliorer les procédés de dépôt de surface sur pièces mécaniques et réaliser des revêtements permettant une protection mécanique, contre la corrosion, contre les agressions chimiques et constituant une barrière thermique.

I.9.4. Electronique et communications

Mémoires à haute densité et processeurs miniaturisés ; cellules solaires ; bibliothèques électroniques de poche ; ordinateurs et jeux électroniques ultra-rapide ; technologies sans fil ; écrans plats.

I.9.5. Chimie et matériaux

Pigments; poudres céramiques ; inhibiteurs de corrosion ; catalyseurs multifonctionnels ; vitres anti-salissures et autonettoyante ; textiles et revêtements antibactériens et ultra résistants ; Membranes pour la séparation des matériaux (traitement de l'eau) ; couches ou multicouches fonctionnelles : isolation thermique.

I.9.6. Pharmacie biomédicale, biotechnologie et santé

Médicaments et agents actifs ; surfaces adhésives médicales anti allergènes ; médicaments sur mesure délivrés uniquement à des organes précis ; surfaces biocompatibles pour implants ; vaccins oraux ; régénération des os et des tissus ; kits d'autodiagnostic

En ce qui concerne les soins de santé, les nanomatériaux permettront de réaliser des moyens de diagnostic miniaturisés implantés afin d'obtenir des diagnostics précoces, en chirurgie d'améliorer l'ingénierie tissulaire et des implants avec des revêtements améliorant la biocompatibilité et la bio activité, l'analyse d'ADN, la construction d'appareils d'ultra précision, des systèmes d'analyse et de positionnement, de meilleurs systèmes optiques, des bio puces à haute densité, la bio détection de pathogènes, la détection de protéines, etc.

I.9.7. Cosmétique

L'industrie cosmétique cherche à améliorer les propriétés des produits cosmétiques telles que la tenue, la transparence, la brillance et les propriétés optiques. A cet effet, des études portent notamment sur l'utilisation de nanoparticules en nano-dispersions et en microémulsions.

Plusieurs types d'applications sont développés par l'industrie cosmétique, notamment : filtration des rayonnements ultraviolets ; tenue des crèmes solaires à l'eau ; adaptation à l'environnement par effet photochromique ; nouveaux effets visuels ; antiviellissement de la peau ; crèmes solaires transparentes ; pâtes à dentifrice plus abrasives ; maquillage et notamment rouge à lèvres avec une meilleure tenue

I.9.8. Environnement et écologie

Diminution des émissions de dioxyde de carbone ; production d'eau ultra pure à partir d'eau de mer ; pesticides et fertilisants plus efficaces et moins dommageables ; couches non toxiques fonctionnelles de capteurs pour la dépollution environnementale ; récupération et recyclage des ressources existantes ; analyseurs chimiques spécifiques

I.9.9. Energie

cellules photovoltaïques nouvelle génération ; nouveaux types de batteries ; fenêtres intelligentes ; matériaux isolants plus efficaces ; photosynthèse artificielle (énergie «verte») ; entreposage d'hydrogène combustible ; éclairage plus économique ; lasers à puits quantique ; matériaux isolants plus efficaces. Les nanoparticules sont utilisées en tant que supports de catalyse dans l'industrie automobile, membranes céramiques, piles à combustibles, photocatalyse, propulseurs et explosifs, revêtements anti-rayures, céramiques structurales et revêtement par vaporisation thermique.

I.9.10. Défense

Détecteurs et correcteurs d'agents chimiques et biologiques ; systèmes de surveillance miniaturisés ; systèmes de guidage plus précis ; textiles légers et qui se réparent d'eux-mêmes.

Conclusion :

Le chapitre I de cette revue de littérature a jeté les bases pour notre exploration des matériaux fonctionnellement gradués (FGM) et des nanomatériaux. Nous avons découvert que les FGM représentent une classe de matériaux novateurs avec des propriétés variables, ouvrant ainsi de vastes horizons pour des applications sur mesure dans des domaines tels que l'ingénierie, l'aérospatiale et bien d'autres. Les nanomatériaux, quant à eux, ont révolutionné notre compréhension des propriétés matérielles à l'échelle nanométrique, ouvrant la voie à de nouvelles avancées dans des domaines aussi variés que la médecine, l'électronique et l'énergie.

À mesure que nous progresserons dans cette revue de littérature, nous continuerons à explorer les développements récents, les implications et les défis liés à ces domaines passionnants. Le chapitre suivant se concentrera sur les avancées dans la synthèse et la caractérisation des matériaux FGM, ouvrant ainsi la voie à des applications innovantes.

CHAPITRE II

Etat de l'art

Introduction :

Le chapitre précédent a exposé les bases de notre recherche axée sur l'analyse de la réponse en flexion des structures composites renforcées par des nanotubes de carbone (CNTs) et des fibres, reposant sur une fondation élastique variable. Cette investigation nécessite une compréhension approfondie des concepts et des avancées dans le domaine des matériaux fonctionnellement gradués (FG), de la déformation non-locale, et de la flexion des structures à petite échelle.

Dans ce chapitre, nous entreprendrons un examen exhaustif de l'état de l'art dans ces domaines, fournissant ainsi une base solide pour notre propre recherche. Nous explorerons les notions de gradient fonctionnel et de déformation non-locale, en mettant en évidence leur pertinence dans le contexte des nanostructures et des composites avancés.

De plus, nous analyserons les développements récents en matière de flexion des structures à petite échelle, en nous concentrant à la fois sur la flexion statique linéaire et non linéaire des micro/nanostructures. Nous aborderons également le concept d'élasticité non-locale d'Eringen et son application à la flexion des structures à petite échelle.

Enfin, nous discuterons des implications et des applications potentielles de ces avancées dans la conception de structures innovantes. Nous mettrons en évidence les contributions originales attendues de notre propre recherche et évoquerons les pistes pour les futures applications.

Ce chapitre servira de base théorique solide pour notre propre étude, en fournissant un aperçu complet des avancées récentes et des concepts clés dans le domaine de la flexion des nanostructures et des composites FG. Il posera également les bases conceptuelles pour notre propre recherche, en mettant en évidence les lacunes actuelles dans la compréhension et les applications potentielles à explorer.

II.1. Approche FG et déformation non-locale :

Les concepts de gradient fonctionnel et de déformation non-locale sont des approches théoriques utilisées pour modéliser le comportement des nanostructures à petite échelle, où les effets de taille, de surface et de non-localité deviennent significatifs. Voici des explications sur ces concepts et leur pertinence pour les nanostructures :

II.1.1. Gradient fonctionnel :

Le concept de gradient fonctionnel implique l'introduction de termes additionnels dans les équations classiques du comportement des matériaux afin de prendre en compte les variations spatiales des propriétés. Dans le contexte des nanostructures, cela signifie que les propriétés du matériau (comme la rigidité, la conductivité, etc.) peuvent changer à l'échelle locale. Cela est particulièrement important à l'échelle nanométrique où les effets de surface deviennent dominants. Par exemple, la rigidité d'une nanostructure peut ne pas être uniforme, mais varier en fonction de la position, en raison des effets de taille et des interactions à l'interface. En incorporant ces variations dans les équations de comportement, les modèles à gradient fonctionnel offrent une description plus précise du comportement des nanostructures.

II.1.2. Déformation non-locale :

La déformation non-locale se réfère à l'idée que la déformation à un point donné d'une structure dépend non seulement des déformations locales à ce point, mais aussi des déformations dans son voisinage. Cela est particulièrement pertinent lorsque les dimensions de la structure sont de l'ordre de grandeur du voisinage atomique, comme c'est souvent le cas dans les nanostructures. À cette échelle, les effets de bord et les interactions entre les atomes adjacents peuvent avoir un impact significatif sur le comportement mécanique de la structure. Les modèles de déformation non-locale prennent en compte ces interactions à l'échelle atomique pour fournir une description plus précise des déformations et des contraintes dans les nanostructures.

II.1.3. Pertinence pour les nanostructures :

Les nanostructures, en raison de leur petite taille et de leur grande surface par rapport au volume, présentent des comportements mécaniques et physiques uniques qui ne peuvent pas être expliqués par les modèles classiques. Les gradients fonctionnels et la déformation non-locale sont des approches théoriques qui permettent de tenir compte de ces caractéristiques spécifiques des nanostructures. Les propriétés des matériaux à l'échelle nanométrique peuvent

différer considérablement de celles à l'échelle macroscopique, et ces concepts permettent de mieux modéliser ces variations. En incorporant les effets de taille, de surface et de non-localité, les modèles basés sur ces concepts fournissent des prédictions plus précises des propriétés mécaniques et physiques des nanostructures, ce qui est essentiel pour la conception et la fabrication de dispositifs et de matériaux nano technologiques.

II.2. État de l'art dans la réponse en flexion :

II.2.1. Flexion des structures à petite échelle

De nombreux articles publiés abordent la flexion statique et dynamique linéaire/non linéaire en utilisant les modèles de contraintes et de gradient de déformation. La flexion statique linéaire/non linéaire des micro/nanostructures peuvent être discutés dans cette section.

II.2.1.1. Flexion statique linéaire des micro/nanostructures

Le choix de diverses méthodes de résolution suscite l'intérêt des chercheurs pour les utiliser comme outils capables d'obtenir les réponses mécaniques du modèle. Certains chercheurs ont utilisé des méthodes analytiques pour étudier les réponses en flexion statique linéaire des micro/nanostructures. Une nouvelle théorie pour la flexion statique d'une poutre d'Euler-Bernoulli avec des effets linéaires a été proposée par **Park & Gao [46]** en utilisant un modèle de contraintes modifiées. Ils ont utilisé la méthode variationnelle en fonction de l'énergie potentielle totale minimale. Selon leurs résultats, la rigidité à la flexion d'une poutre en porte-à-faux obtenue par leur théorie était supérieure à celle de la théorie classique. Dans un autre travail intéressant, une analyse structurelle des composants élastiques à gradient a été réalisée par Giannakopoulos & Stamoulis [48]. Ils ont examiné les effets dépendants de la taille sur la flexion statique linéaire d'une poutre en porte-à-faux et une barre fissurée en utilisant la théorie de l'élasticité à gradient. Ils ont montré que la poutre en porte-à-faux élastique à gradient était remarquablement plus rigide en tenant compte d'une réponse plus cassante, tandis que la barre fissurée à gradient présentait un renforcement acceptable. Ils ont comparé leurs résultats avec ceux de leur travail précédemment publié, basé sur la modélisation d'éléments finis en deux dimensions, où la variation de la déflexion normalisée par rapport à la longueur microstructurale sur la longueur de la poutre a été étudiée, comme illustré dans la **Figure 5**.

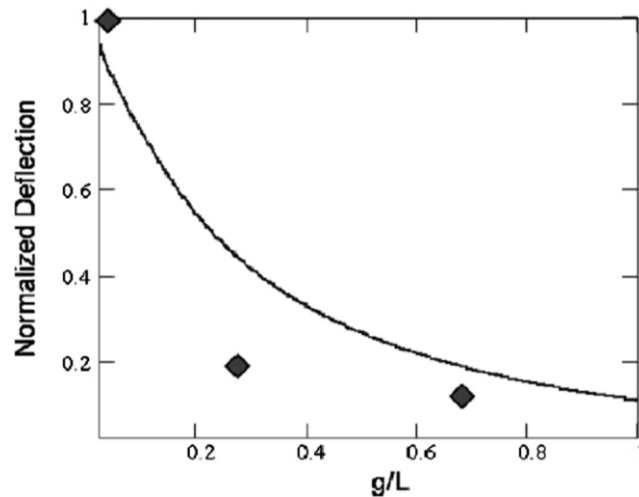


Figure II.1- Dépendance de la déflexion normalisée à l'extrémité libre de la poutre en fonction de la longueur microstructurale par rapport à la longueur de la poutre [48]

Les influences de divers paramètres tels que le rapport longueur/épaisseur, le paramètre d'échelle interne et le rapport d'aspect sur les résultats numériques ont été étudiées. L'examen des effets de Poisson sur la flexion statique linéaire des micro-poutres isotropes a été étudié par **Dehrouyeh-Semnani & Nikkhah Bahrami [49]**. En utilisant les modèles de poutre d'Euler-Bernoulli et de Timoshenko et sous des charges concentrées, la rigidité à la flexion ainsi que le comportement de déflexion des micro-poutres en époxy ont été examinés. Ils ont montré que la surestimation de la rigidité à la flexion peut se produire lorsque le paramètre du coefficient de Poisson était pris en compte dans la micro poutre en époxy.

Les matériaux à gradient fonctionnel (FG) sont devenus un sujet de recherche très prisé, principalement pour déterminer la déflexion et la distribution des contraintes sur ces matériaux. Il est important de mentionner que les nano poutres FG n'existent pas au sens où elles n'ont jamais été fabriquées, et il est probable qu'elles ne soient pas réalisables même à l'avenir en raison de leur petite échelle.

Les effets dépendants de la taille sur le comportement de flexion statique linéaire de micro-poutres FG S-S en utilisant le modèle de poutre de Timoshenko sous des charges uniformes et concentrées ont été étudiés par Simsek et al. [50]. Ils ont supposé que les caractéristiques du matériau de la microstructure FG changent dans la direction de l'épaisseur, ce qui a été obtenu en utilisant la méthode classique du mélange ainsi que la procédure d'homogénéisation de Mori-Tanaka. Ils ont prouvé que l'utilisation du modèle de poutre classique conduit à des valeurs de déflexion plus élevées pour la micro-poutre FG par rapport au modèle modifié de contraintes couples.

Certains chercheurs ont utilisé des approches de discrétisation pour obtenir les réponses mécaniques des micro/nano-structures. **Alinaghizadeh et al. [51]** ont publié un article sur le comportement de flexion statique linéaire d'une microplaque annulaire FG dépendante de la taille en utilisant le modèle de première déformation au cisaillement et la théorie des contraintes couples modifiées. Une méthode généralisée de quadrature différentielle (GDQM) a été utilisée pour discrétiser les relations gouvernantes. Les influences de l'échelle de longueur du matériau, de l'indice de loi de puissance et des paramètres géométriques ont été étudiées dans leur recherche.

Kahrobaiyan et al. [52] ont travaillé sur la flexion statique/dynamique du modèle de poutre FG Euler-Bernoulli en utilisant la théorie du gradient de contrainte. En utilisant le principe variationnel, les conditions aux limites classiques ainsi que non classiques ont été obtenues. Pour l'étude de la flexion statique, une méthode généralement valable en forme fermée a été proposée. Ils ont utilisé des paramètres d'échelle équivalents pour examiner le comportement de flexion des micro-poutres FG en tenant compte des fonctions des paramètres d'échelle de longueur.

II.2.1.2. Flexion statique non linéaire des micro/nano-structures

En raison de la nature géométrique non linéaire, seules des approches numériques étaient généralement utilisées pour examiner le comportement mécanique des micro/nano-structures. La flexion statique/dynamique non linéaire (liée à l'étirement du plan médian induit) de la théorie des poutres de Timoshenko en utilisant le modèle de contraintes couples modifiées a été étudiée par **Asghari et al. [45]**. En utilisant la méthode de Hamilton, les EDP et les conditions aux limites pour le modèle de poutre articulée ont été obtenues. De plus, en utilisant des méthodes numériques, la flexion statique non linéaire de la micro-poutre a été analysée et résolue. Le comportement de flexion statique non linéaire d'une microplaque circulaire classique selon la théorie des contraintes couples modifiées a été étudié par **Wang et al. [53]**. Ils ont dérivé les relations gouvernantes en utilisant la méthode de l'énergie potentielle totale minimale en tenant compte du non-linéaire géométrique de von Kármán ainsi que des modèles de contraintes couples modifiées. Dans une autre recherche, **Reddy et Kim et al. [54]** ont étudié la flexion non linéaire de plaques FG en utilisant le modèle de contraintes couples modifiées et en tenant compte du schéma de déformation au troisième ordre. En employant le principe de Hamilton, la méthode de la loi de puissance à travers l'épaisseur, ainsi que la déformation en contrainte de von Kármán en tenant compte des effets non linéaires, les relations gouvernantes ont été dérivées. Leurs méthodes proposées pourraient être utilisées

pour développer des méthodes d'éléments finis afin d'étudier la non-linéarité géométrique et les influences dépendantes de la taille, ainsi que les effets de gradient de matériau sur la flexion statique non linéaire de microplaques. **Jafari-Talookolaei et al. [55]** ont travaillé sur le comportement de flexion statique de micro-poutres Bernoulli-Euler en utilisant à la fois la délamination unique et la méthode des contraintes couples modifiées. Ils ont utilisé des modèles de mode libre ainsi que contraints pour étudier l'interaction des surfaces de délamination qui se produit dans la zone endommagée. De plus, ils ont pris en compte les conditions de compatibilité et de continuité pour les sous-micro-poutres voisines. Les influences de la déformation finie et de l'environnement thermique sur la flexion statique non linéaire du modèle de poutre composite stratifié Euler-Bernoulli à l'aide de la théorie des contraintes couples modifiées ont été examinées par **Ghasemi et Mohandes [56]**. Ils ont considéré que le principe de l'énergie potentielle minimale a été utilisé pour dériver les relations gouvernantes avec différentes conditions aux limites, ainsi que le tenseur de déformation de Green-Lagrange basé sur la procédure de déformation finie. En utilisant la méthode GDQ, les relations obtenues ont été résolues. La micro-poutre utilisée dans leur modèle était composée de différents matériaux, y compris du carbone-époxy ainsi que du verre-époxy, dans lesquels une différence considérable entre les hypothèses de von Kármán et de déformation finie a été prouvée pour certaines valeurs spécifiques de rapport d'aspect. La flexion statique non linéaire d'une micro-poutre fine en utilisant le modèle de gradient de contrainte basé sur le modèle de poutre d'Euler-Bernoulli a été étudiée par **Lazopoulos et al. [57]**. Ils ont utilisé la méthode variationnelle pour obtenir les relations gouvernantes et les conditions aux limites pertinentes. Certaines nouvelles conditions de leur étude ont augmenté la rigidité de la micro-poutre en particulier pour la micro-poutre fine. **Dadgar-Rad et Beheshti [58]** ont proposé un comportement de flexion statique non linéaire de micro-poutres ainsi que de micro cadres en tenant compte de la méthode d'élément fini de gradient de contrainte. Ils ont utilisé la méthode de Newton-Raphson pour étudier et résoudre les relations gouvernantes non linéaires. De plus, ils ont examiné trois études de cas différentes pour examiner la performance ainsi que la capacité de leur modèle dans les régimes de déformation linéaire/non linéaire.

II.2.2. Élasticité non locale d'Eringen

II.2.2.1. Flexion des structures à petite échelle :

Au cours des trois dernières décennies, de nombreux chercheurs ont mené des enquêtes sur la flexion statique et dynamique linéaire/non linéaire associées au modèle non local d'Eringen. Les parties suivantes présentent un aperçu des hypothèses, des formulations, des avantages et des inconvénients de l'utilisation de l'élasticité non locale d'Eringen pour capturer les effets de dépendance à la taille associés à la flexion des nanostructures.

II.2.2.1.1. Flexion statique linéaire des micro/nanostructures :

Différents types de procédures de résolution ont été proposés par les chercheurs en tant qu'outils capables d'obtenir les réponses mécaniques du modèle. Certains d'entre eux ont utilisé des méthodes analytiques pour étudier le comportement de flexion statique linéaire des micro/nanostructures. **Nguyen et al. [59]** ont travaillé sur les solutions analytiques pour le comportement de flexion des poutres FG axiales ou transversales en utilisant la théorie de l'élasticité non locale. Ils ont supposé que le module d'élasticité de la poutre change à travers l'épaisseur ou les directions longitudinales en fonction de la loi de puissance. L'investigation de la flexion de nano plaques composites renforcées par des CNT agglomérés avec prise en compte des effets non locaux et d'un substrat de type Pasternak a été étudiée par **Daghighi et al. [60]**. Ils ont utilisé le modèle micromécanique à deux paramètres en utilisant l'agglomération pour étudier les caractéristiques mécaniques effectives du modèle de nano plaque. **Wang et Li [61]** ont examiné les propriétés de flexion statique des nano plaques dépendantes de la taille reposant sur la fondation élastique associée aux théories des plaques de Mindlin et de Kirchhoff. Ils ont proposé la différence entre l'utilisation des théories de nanoplaques mentionnées sous des charges de flexion. Sur la base de leurs résultats obtenus, le rapport de déplacement a augmenté avec l'augmentation des valeurs de la rigidité de la couche de cisaillement ainsi que du module de Winkler. La flexion statique des nanopoutres Euler–Bernoulli utilisant des matériaux composites non locaux a été évaluée par **Feo et Penna [62]**. Ils ont utilisé une relation différentielle du second ordre liée à l'équation élastique non locale a été proposée comme moments de flexion équilibrés ainsi que des déplacements transversaux. De plus, plusieurs modèles de cas de référence ont été utilisés pour examiner les influences à petite échelle dans les nano poutres C-S supportées ainsi que dans les nano poutres C-F associées aux différentes magnitudes du paramètre non local. Le comportement de flexion statique/dynamique de plaques composites renforcées par des nanotubes reposant sur le milieu élastique a été étudié par **Bakhadda et al. [63]**. Ils ont supposé quatre types de distributions

liées aux nanotubes de carbone à simple paroi alignés de manière uniaxiale pour renforcer les plaques proposées. En utilisant le modèle de plaque à déformation de cisaillement hyperbolique, les équations gouvernantes ont été dérivées, puis résolues analytiquement. Ils ont montré que la déflexion des plaques diminuait avec l'augmentation du module d'élasticité. Le comportement de flexion statique/dynamique et d'instabilité de flexion des nano pupitres composites renforcées par des nanotubes non locaux FG-SWCNT en tenant compte du modèle de poutre de Timoshenko a été étudié par **Borjalilou et al. [64]**. Les relations gouvernantes ont été découplées en une relation différentielle ordinaire du cinquième ordre pertinent à la rotation de la section transversale associée à la flexion statique ainsi qu'à l'instabilité. Le découplage de leurs équations proposées a permis d'étendre les solutions exactes liées à la déviation transversale ainsi qu'à la charge d'instabilité. Leurs résultats ont montré que les influences à petite échelle sur les caractéristiques mécaniques des nano pupitres proposés étaient remarquablement liées aux conditions aux limites ainsi qu'aux charges. De même, ils ont prouvé que les effets de durcissement de la nano pupitre en porte-à-faux en utilisant les influences à petite échelle étaient évidents, les résultats obtenus pour les nano pupitres C-C et S-S étant différents. Un comportement de flexion/instabilité/vibration libre analytique novateur des nano plaques rectangulaires en utilisant le schéma de superposition symplectique avec prise en compte des bords fixés ainsi que S-S a été proposé par **Zheng et al. [65]**. En utilisant le principe de Hamilton ainsi que l'espace symplectique, les équations gouvernantes ont été déduites en fonction de la solution mathématique comprenant deux problèmes propres significatifs qui étaient la construction et leur expansion. Pour divers problèmes de base, les méthodes analytiques symplectiques ont été utilisées, la méthode finale étant obtenue en fonction de leur superposition. De plus, des schémas de type Lévy/non Lévy ont été obtenus, alors qu'ils ne pouvaient pas être obtenus par des procédures analytiques conventionnelles.

Certains chercheurs ont utilisé des approches de discrétisation pour obtenir les réponses mécaniques des micro/nanostructures. **Nejad et al. [66]** ont travaillé sur les comportements de flexion de nano pupitres Euler-Bernoulli à double direction FG. Les caractéristiques du matériau du nano pupitre étaient considérées comme variantes le long de l'épaisseur ainsi que de la direction de la longueur en fonction d'une fonction arbitraire. En utilisant le principe de l'énergie potentielle minimale, les relations gouvernantes ont été déduites, puis avec la méthode GDQM, le nano pupitre Euler-Bernoulli avec des conditions aux limites arbitraires a été analysé pour étudier la déviation du nanopupitre. Le comportement de flexion statique des microtubules en tenant compte du modèle de poutre Euler-Bernoulli non local a été étudié par **Civalek et**

Demir [67]. En fonction des résultantes de cisaillement et de moment du nano pupitre ainsi que de la formulation contrainte/déformation associée au modèle d'élasticité non local en 1D, les relations gouvernantes ont été déduites, puis résolues avec la méthode DQ. Ils ont indiqué que le modèle d'élasticité non local était supérieur au modèle d'élasticité local, en particulier pour certaines conditions aux limites spécifiques.

Les formes différentielles du modèle d'élasticité non local d'Eringen sont largement utilisées pour révéler les influences dépendantes de la taille sur le comportement des nanostructures. Cependant, lors de l'utilisation des formes différentielles des modèles constitutifs non locaux tels que les modèles de poutres en porte-à-faux avec prise en compte de différentes analyses de chargement, des résultats paradoxaux sont obtenus, et donc une référence doit être faite à la forme originale de la théorie non locale d'Eringen appelée la forme intégrale du modèle d'Eringen. Saez et al.

II.2.2.1.2. Flexion statique non linéaire des micro/nanostructures :

Les approches numériques peuvent être utilisées pour examiner le comportement mécanique non linéaire des micro/nanostructures. L'analyse statique non linéaire de feuilles de graphène annulaires/circulaires à couche unique à l'aide de la théorie de l'élasticité non locale avec prise en compte d'un milieu de Pasternak a été étudiée par **Dastjerdi et al. [68]**. En utilisant la méthode de déformation de cisaillement de premier ordre avec prise en compte de la non-linéarité de la géométrie du champ de contrainte de von Kármán, les équations du mouvement ont été déduites. De plus, en utilisant la méthode DQM ainsi que le schéma polynomial semi-analytique, les équations obtenues ont été transformées en relations algébriques non linéaires. Ensuite, les équations finales ont été résolues à l'aide de la procédure itérative de Newton-Raphson. Dans une autre recherche, **Dastjerdi & Jabbarzadeh [69]** ont étudié le comportement de flexion de feuilles de graphène annulaires/circulaires orthotropes à couches multiples avec des effets non linéaires avec prise en compte de la fondation élastique. Ils ont appliqué la méthode DQM et le schéma polynomial semi-analytique pour résoudre les équations de mouvement obtenues. De plus, il a été prouvé que la différence entre les modèles local et non local augmente avec l'augmentation des magnitudes des interactions de van der Waals (vdW).

La flexion statique non linéaire, ainsi que l'étirement d'une feuille de graphène circulaire induits par une charge ponctuelle centrale, ont été examinés par **Duan et Wang [70]**. En utilisant le modèle de nanoplaque de von Kármán avec effet de non-linéarité, la concentration de contrainte près de la zone chargée ainsi que la frontière pour la rigidité de flexion de la feuille

de graphène ont été examinées. Ils ont prouvé qu'en utilisant des paramètres appropriés, le modèle de nano plaque de von Kármán permettait une prédiction précise du comportement mécanique de la feuille de graphène avec prise en compte de la flexion linéaire/non linéaire ainsi que de l'étirement. **Xu et al. [71]** ont travaillé sur la flexion statique non linéaire des feuilles de graphène à deux couches dépendantes de la taille induites par des charges transversales immergées dans des environnements thermiques. Les forces d'interaction vdW ont été définies entre les atomes de la double couche de nano plaque non locale avec prise en compte du modèle de non-linéarité géométrique de von Kármán. Les influences thermiques ont été prises en compte, les caractéristiques du matériau étant dépendantes de la taille et de la température, et ont été obtenues à partir de simulations MD. Ils ont montré que les influences modérées de la séquence d'empilement étaient évidentes, tandis que les influences significatives du changement de température et du rapport d'élancement sur les propriétés de flexion non linéaire de la feuille de graphène à deux couches étaient observables. De plus, il a été indiqué que les effets dépendants de la taille diminuent les grandes déflexions statiques de la feuille de graphène à deux couches.

Le comportement de flexion/instabilité/post-flambement non linéaire des nano pupitres utilisant l'élasticité non locale ainsi que l'énergie d'élasticité de surface de Gurtin-Murdoch a été examiné par **Nguyen et al. [72]**. Ils ont adopté les contraintes pré-résiduelles produites dans le matériau en vrac, renforcées par la tension de surface résiduelle qui se produisait dans les couches de matériau. En se basant sur le modèle de poutre Euler-Bernoulli ainsi que le schéma d'intégrale elliptique, les relations gouvernantes algébriques exactes ont été établies. Ils ont utilisé la méthode de solution sans discrétisation en utilisant la procédure itérative de Newton ainsi que le schéma de quadrature numérique sélectionné pour résoudre les relations non linéaires. Ils ont indiqué que la méthode proposée donnait des résultats précis par rapport aux solutions analytiques. Les effets à petite échelle du comportement de flexion statique non linéaire d'une nano plaque FG Flex électrique en utilisant des charges électro-thermo-mécaniques basées sur le modèle classique de Kirchhoff ont été analysés par **Ghobadi et al. [73]**. En utilisant le schéma variationnel ainsi que le principe de l'énergie potentielle minimale, les relations différentielles gouvernantes couplées non linéaires de la nano plaque avec leurs conditions aux limites associées ont été déduites. De plus, la nano plaque FG a été proposée en tenant compte d'une formulation de loi de puissance le long de la direction de l'épaisseur de la nano plaque. Les influences Flex électriques directes/inverses ont été utilisées pour étudier le comportement mécanique de la nano plaque FG. Ils ont prouvé que l'utilisation de la

flexoélectricité entraînait une augmentation des valeurs de la rigidité de la nano plaque. De même, ils ont montré que la déviation, ainsi que le potentiel électrique produit le long de l'épaisseur de la nano plaque, diminuaient. De plus, en présence de la température linéaire, les valeurs de polarisation induites étaient réduites.

II-3.Implications et Applications :

II-3-1. Utilisation potentielle dans la conception :

Cette section discute de la manière dont les résultats obtenus dans cette recherche peuvent être appliqués dans la conception de structures composites. Les découvertes sur la réponse en flexion des nano poutres 2D FG à déformation non-locale peuvent fournir des informations précieuses pour optimiser la conception de structures composites à l'échelle nanométrique. En comprenant comment les effets d'échelle et la déformation non-locale influencent la flexion des matériaux, il devient possible de développer des matériaux composites plus performants et résistants aux contraintes mécaniques.

Les résultats de cette étude pourraient aider les ingénieurs à choisir les matériaux appropriés, à déterminer les dimensions optimales et à ajuster les paramètres de conception pour maximiser la résistance et la durabilité des structures composites. Par exemple, en ajustant les paramètres d'échelle et en tenant compte de la déformation non-locale, il serait possible de minimiser les déformations indésirables et les ruptures prématurées dans les structures composites soumises à des charges externes.

En intégrant ces découvertes dans la conception de matériaux composites, il est envisageable de créer des produits plus légers, plus solides et plus résistants à l'usure, ce qui serait bénéfique dans diverses applications telles que l'aérospatiale, l'automobile, l'électronique et la construction. En résumé, les résultats de cette recherche ouvrent des perspectives prometteuses pour une conception plus innovante et efficace de structures composites à l'échelle nanométrique.

II-3-2. Applications futures :

Les connaissances acquises dans cette recherche ont le potentiel d'être appliquées dans plusieurs domaines pour améliorer la conception et la performance de divers produits et systèmes. Voici quelques domaines potentiels d'application :

- 1- Nanotechnologie et Matériaux Avancés :** Les résultats de cette étude pourraient être utilisés dans le développement de nouveaux matériaux nano composites plus performants, offrant une résistance mécanique améliorée et une meilleure durabilité. Ces matériaux pourraient être utilisés dans la fabrication de composants électroniques, de revêtements résistants à l'usure, de dispositifs médicaux et d'autres produits nécessitant des propriétés mécaniques supérieures.
- 2- Aérospatiale et Automobile :** Les connaissances sur la réponse en flexion des nano poutres 2D FG pourraient être appliquées dans la conception de structures légères et robustes pour les avions, les satellites, les véhicules spatiaux et les véhicules automobiles. Ces structures pourraient résister aux contraintes mécaniques tout en réduisant le poids global, ce qui contribuerait à améliorer l'efficacité énergétique et les performances globales.
- 3- Ingénierie des Matériaux :** Les informations sur l'effet d'échelle et la déformation non-locale pourraient guider le développement de matériaux plus adaptés à des applications spécifiques. Par exemple, les chercheurs pourraient concevoir des matériaux nano composites sur mesure pour résister à des conditions environnementales extrêmes, telles que des températures élevées ou des environnements corrosifs.
- 4- Biotechnologie et Médecine :** Les connaissances sur la flexion des nano poutres pourraient être appliquées dans la conception de dispositifs médicaux plus petits et plus performants, tels que des implants, des capteurs et des dispositifs de délivrance de médicaments. Les propriétés mécaniques précises des matériaux utilisés dans ces dispositifs pourraient jouer un rôle crucial dans leur efficacité et leur sécurité.
- 5- Industrie Électronique :** Les résultats pourraient influencer la conception de circuits et de composants électroniques plus résistants et plus fiables, capables de résister aux sollicitations mécaniques et environnementales tout en maintenant leurs performances électriques.

II-3-3. Contributions originales :

Cette section met en évidence les découvertes uniques et les avancées réalisées par cette étude. Les principales contributions sont les suivantes :

- 1- Nouvelle Théorie de Modélisation :** Cette étude propose une nouvelle approche pour modéliser la réponse en flexion des nano poutres 2D FG à déformation non-locale. Cette théorie prend en compte des effets importants tels que l'effet d'échelle et la déformation non-locale, ce qui permet une meilleure représentation du comportement mécanique de ces structures à l'échelle nanométrique.
- 2- Intégration de Facteurs d'Échelle :** En prenant en compte l'effet d'échelle dans la modélisation, cette recherche a élargi notre compréhension des interactions entre les paramètres à l'échelle nanométrique et leur influence sur la réponse en flexion. Cette intégration offre des informations précieuses pour concevoir des structures plus résistantes et performantes.
- 3- Analyse des Effets de Déformation Non-locale :** L'étude examine en profondeur l'impact de la déformation non-locale sur la réponse en flexion des nano poutres. Cela inclut la manière dont les contraintes et les déformations se propagent dans les matériaux à l'échelle nanométrique, ce qui peut avoir des implications significatives pour la conception de produits et de dispositifs.
- 4- Validation et Comparaisons :** Les résultats de cette recherche ont été validés en le comparant à des travaux antérieurs dans la littérature. Les comparaisons démontrent la validité et la précision du modèle proposé, renforçant ainsi la crédibilité des conclusions et des découvertes.
- 5- Perspectives d'Application :** Les découvertes de cette étude ouvrent la voie à des applications innovantes dans divers domaines tels que l'aérospatiale, l'ingénierie des matériaux et la biotechnologie. Les informations sur la réponse en flexion des nano poutres 2D FG à déformation non-locale peuvent guider la conception de produit plus performant et plus résistant.

Conclusion :

Ce chapitre a été consacré à l'exploration de l'état de l'art dans le domaine de la flexion des structures à petite échelle, en mettant particulièrement l'accent sur les matériaux fonctionnellement gradués (FG), la déformation non-locale et les concepts liés à l'élasticité non-locale d'Eringen. Nous avons également examiné les implications et les applications potentielles de ces avancées dans la conception de structures innovantes.

L'examen approfondi des concepts de gradient fonctionnel et de déformation non-locale a mis en lumière l'importance de ces approches dans la compréhension et la modélisation des comportements des nanostructures et des composites avancés. Les propriétés spécifiques des matériaux FG, qui varient de manière continue à travers leur épaisseur, ouvrent de nouvelles possibilités pour la conception de structures sur mesure aux propriétés mécaniques optimisées.

De plus, l'étude des phénomènes de flexion à petite échelle, tant en régime linéaire que non linéaire, a montré que les micro/nanostructures peuvent présenter des comportements mécaniques très différents de ceux des macrostructures. Cela souligne l'importance d'adapter les modèles et les théories pour prendre en compte ces échelles réduites.

Enfin, nous avons abordé les perspectives d'application de ces avancées dans des domaines tels que la conception de matériaux composites avancés, les dispositifs micro-électromécaniques (MEMS) et d'autres technologies de pointe. Notre propre recherche, présentée dans les chapitres à venir, vise à contribuer à cette base de connaissances en explorant la réponse en flexion de structures composites renforcées par des nanotubes de carbone (CNTs) et des fibres, reposant sur une fondation élastique variable.

En somme, ce chapitre a établi les fondements théoriques et conceptuels nécessaires à notre recherche, en identifiant les avancées récentes, les lacunes et les opportunités dans le domaine de la flexion des nanostructures et des composites FG. Il fournit une base solide pour la suite de notre étude et la formulation de nos propres contributions originales.

CHAPITRE III

Modèles Analytiques proposé

Introduction :

Le Chapitre III de cette thèse représente une étape cruciale de notre exploration des comportements complexes des nanostructures et des composites renforcés par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués (FG). Dans ce chapitre, nous allons plonger profondément dans la modélisation analytique de deux aspects fondamentaux du comportement mécanique de ces matériaux novateurs.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la réponse en flexion des nanopoutres bidimensionnelles FG à déformation non-locale. Nous allons développer un modèle analytique avancé pour comprendre comment ces nanopoutres réagissent aux charges externes tout en tenant compte des effets non-locaux qui deviennent prédominants à l'échelle nanométrique. Cette partie de la recherche vise à éclairer les mécanismes sous-jacents qui gouvernent le comportement en flexion de ces nanopoutres FG, ce qui est essentiel pour leur utilisation dans des applications technologiques avancées.

La deuxième partie de ce chapitre se penche sur la flexion des poutres composites stratifiées renforcées par des nanotubes de carbone FG orientés de manière aléatoire, tout en prenant en compte une fondation élastique variable. Cette section de la recherche repousse les limites de la modélisation analytique pour comprendre comment les variations complexes de la fondation élastique et l'orientation aléatoire des renforts nanométriques influencent le comportement mécanique global de ces poutres composites. L'objectif est de fournir des informations précieuses pour la conception et l'optimisation de matériaux composites innovants.

Dans l'ensemble, ce chapitre est une étape essentielle de notre quête pour exploiter pleinement le potentiel des matériaux FG et des nanotubes de carbone dans divers domaines de l'ingénierie. Les modèles analytiques que nous développerons ici nous permettront de mieux comprendre les mécanismes fondamentaux à l'œuvre dans ces matériaux à l'échelle nanométrique. Ces connaissances sont cruciales pour orienter la conception de structures et de dispositifs innovants qui bénéficieront de ces matériaux avancés.

Première partie :

La réponse en flexion des nano poutres bidimensionnelles FG .

III.1. Propriétés matérielles

Un micro-poutre 2D-FG avec une section rectangulaire ($b \times h$), une longueur (L) et son plan de pliage comme $x - z$ est illustré dans la Figure 1. Les propriétés du matériau varient à la fois dans les directions longitudinales et d'épaisseur. La fraction de volume de la structure proposée peut être exprimée comme suit :

$$V(x, z) = \left(1 - \frac{x}{2L}\right)^{P_x} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^{P_z} \quad (\text{III.1})$$

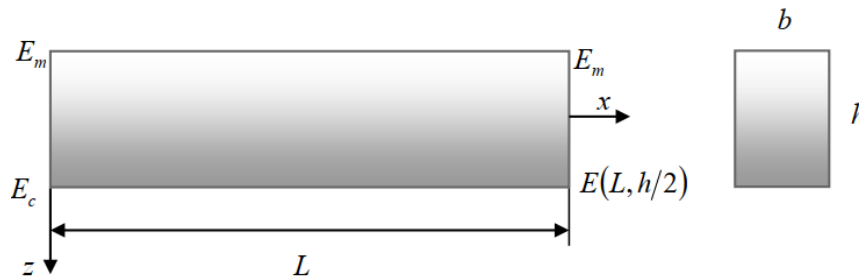


Figure. III.1. Géométrie et sections transversales du poutre FGM

Considérons une poutre FG droite de longueur L et d'épaisseur h . Le système de coordonnées est présenté de telle sorte que $0 \leq x \leq L$ et $-h/2 \leq z \leq h/2$. Les propriétés effectives du matériau varient le long des directions longitudinales et transversales "x" et "y". La fraction volumique de la structure proposée peut être exprimée comme suit :

Les propriétés effectives du matériau telles que le module de Young E , le coefficient de Poisson ν le long des directions 2D sont exprimées comme suit :

$$P(x, z) = p_m + (P_c - P_m)V(x, z) \quad (\text{III.2})$$

III-2. Description des équations cinématiques :

III.2.1. Les équations d'équilibre :

Une théorie de déformation de la poutre quasi-2D pour les nano poutres FG, tenant compte des déformations de cisaillement transversal, est adoptée dans cette étude. Le champ de déplacement de la théorie proposée est choisi en se basant sur les hypothèses suivantes :

- ✓ Le déplacement axial se compose de composantes d'extension, de flexion et de cisaillement ;
- ✓ La composante de flexion du déplacement axial est similaire à celle donnée par la théorie de la poutre d'Euler-Bernoulli ;
- ✓ La composante de cisaillement du déplacement axial entraîne la variation parabolique de la déformation de cisaillement et donc des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur de la poutre de manière à ce que les contraintes de cisaillement s'annulent sur les surfaces supérieure et inférieure.

En se basant sur les hypothèses formulées ci-dessus, le champ de déplacement de la présente théorie peut être obtenu comme suit :

$$u(x, z) = u_0(x) - z \frac{\partial w}{\partial x} + f(z) \phi_x(x) \quad (\text{III.3})$$

$$w(x, z) = w_0(x, z)$$

Où $u_0(x)$ est le déplacement axial ; $w_0(x)$ est le déplacement transversal d'un point de la ligne médiane de la poutre ; $\phi(x)$ est la rotation d'une section transversale de la poutre au niveau de l'axe neutre due à la déformation de cisaillement transversal.

La fonction hyperbolique qui illustre la déformation de cisaillement le long de la direction de l'épaisseur est montrée dans la prochaine étape :

$$f(z) = h \sinh\left(\frac{z}{h}\right) - \frac{3z^3}{2h^2} \quad (\text{III.4})$$

Les composantes cinématiques des déformations associées aux déplacements sont données par :

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^{(0)} + z\varepsilon_{xx}^{(1)} + f(x)\varepsilon_{xx}^{(2)} \quad (\text{III.5})$$

$$\gamma_{xz} = g(z)\gamma_{xz}^{(0)}$$

Où

$$\varepsilon_{xx}^{(0)} = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \varepsilon_{xx}^{(1)} = \frac{\partial w_0}{\partial x^2}, \varepsilon_{xx}^{(2)} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \quad \gamma_{xz}^{(0)} = \partial_x \quad (\text{III.6.a})$$

La fonction $g(z)$ est donnée comme suit :

$$g(z) = f'(z) \quad (\text{III.6.b})$$

Les relations contrainte-déformation peuvent être exprimées comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

Les coefficients de rigidité Q_{ij} sont corrélés aux constantes d'ingénierie de la manière suivante

$$Q_{11} = \frac{E(z)}{1 - \nu^2(z)} \text{ et } Q_{55} = \frac{E(z)}{2(1 + \nu)} \quad (\text{III.8})$$

Appliquer le principe du travail virtuel à la poutre conduit aux équations ou résultats suivants :

$$\int_0^L \left(N_{xx} \frac{\partial \delta u_0}{\partial x} - M_{xx} \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x^2} + P_{xx} \frac{\partial \delta \varphi_x}{\partial x} + Q_{xz} \delta \varphi_x \right) dx - \int_0^L q(x) dx \quad (\text{III.9})$$

Les résultantes des forces et moments de la poutre composite peuvent être reliées aux déformations totales par :

$$\begin{aligned} N_{xx} &= A_{11} \varepsilon_x^0 + B_{11} \varepsilon_x^1 + C_{11} \varepsilon_x^2 \\ M_{xx} &= B_{11} \varepsilon_x^0 + D_{11} \varepsilon_x^1 + F_{11} \varepsilon_x^2 \\ P_{xx} &= C_{11} \varepsilon_x^0 + F_{11} \varepsilon_x^1 + H_{11} \varepsilon_x^2 \\ Q_{xz} &= A_{55} \gamma_{xz} \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

Avec:

$$(A_{11}, B_{11}, D_{11}, C_{11}, F_{11}, H_{11}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{11}(1, z, z^2, f(x), zf(z), f(z)^2) dz \quad (\text{III.11})$$

$$A_{55} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{55}g(z)^2 dz \quad (\text{III.12})$$

Les résultantes de force et de moment peuvent être définies dans les champs de déplacement comme suit :

$$\begin{aligned} N_{xx} &= A_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} - B_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + C_{11} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ M_{xx} &= B_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} - D_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + F_{11} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ P_{xx} &= C_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} - F_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + H_{11} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ Q_{xx} &= A_{55} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

Nous pouvons dériver les équations d'équilibre en utilisant le principe du travail virtuel comme suit :

$$\delta u_0: \frac{\partial N_x}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.14.a})$$

$$\delta w_0: \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - q = 0 \quad (\text{III.14.b})$$

$$\delta \varphi_0: \frac{\partial P_x}{\partial x} - Q_x = 0 \quad (\text{III.14.c})$$

III.2.2. La théorie de la déformation non locale à gradient de contrainte.

En tenant compte de l'effet physique combiné des contraintes de gradient de déformation et des contraintes élastiques non locales, **Lim et al. [27]** ont proposé une fonction des contraintes comme suit :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(0)} - \frac{\partial \sigma_{ij}^{(1)}}{\partial x} \quad (\text{III.15})$$

Où $\sigma_{ij}^{(0)}$ et $\sigma_{ij}^{(1)}$ sont les contraintes classiques correspondant à la déformation ε_{kl} et les contraintes d'ordre supérieur $\sigma_{ij}^{(1)}$ correspondant au gradient de déformation $\varepsilon_{kl,x}$ respectivement, et peuvent être exprimés comme suit :

$$\sigma_{ij}^{(0)} = \int_0^L C_{ijkl} \alpha_0(x, x', e_0 a) \varepsilon_{kl,x}(x') dx \quad (\text{III.16.a})$$

$$\sigma_{ij}^{(1)} = l^2 \int_0^L C_{ijkl} \alpha_1(x, x', e_1 a) \varepsilon_{kl,x}(x') dx \quad (\text{III.16.b})$$

C_{ijkl} désignent une constante élastique et l est le paramètre d'échelle de longueur du matériau introduit pour tenir compte de l'importance du champ de contrainte du gradient de déformation. De plus, $e_0 a$ et $e_1 a$ sont les paramètres non locaux introduits pour traiter l'importance du champ de contrainte élastique non local. Les fonctions noyaux non locales $\alpha_0(x, x', e_0 a)$ et $\alpha_1(x, x', e_1 a)$ satisfont aux conditions développées par Eringen [28]. La relation constitutive générale devient alors :

$$\begin{aligned} [1 - (e_1 a)^2 \nabla^2][1 - (e_0 a)^2 \nabla^2] \sigma_{ij} \\ = C_{ijkl} [1 - (e_1 a)^2 \nabla^2] \varepsilon_{kl} - C_{ijkl} l^2 [1 - (e_0 a)^2 \nabla^2] \nabla^2 \varepsilon_{kl} \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

Le symbole ∇^2 représente l'opérateur laplacien.

Dans le présent travail, nous supposons que le coefficient $e=e_0=e_1$.

La relation constitutive totale du gradient de déformation non local peut être formulée comme suit :

$$[1 - \mu \nabla^2] \sigma_{ij} = C_{ijkl} [1 - \lambda \nabla^2] \varepsilon_{kl} \quad (\text{III.18})$$

Où $\mu = (e a)^2$ et $\lambda = l^2$.

$$(1 - (e_0 a)^2 \nabla^2) \sigma_{ij} = C_{ijkl} (1 - l^2 \nabla^2) \varepsilon_{kl} \quad (\text{III.19})$$

Par conséquent, les relations constitutives peuvent être exprimées comme suit :

$$\sigma_{xx} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = \bar{Q}_{11}^k \left(\varepsilon_{xx} - \lambda \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial x^2} \right) \quad (\text{III.20})$$

$$\sigma_{xz} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_{xz}}{\partial x^2} = \bar{Q}_{55}^k \left(\gamma_{xz} - \lambda \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x^2} \right) \quad (\text{III.21})$$

Les équations obtenues ci-dessous sont l'insertion des équations (III.21) et (III.22) dans la relation des résultantes de contraintes comme suit :

L'équation d'équilibre suivante pour les nano poutres FG est essentiellement basée sur la théorie des gradients de contrainte non locaux.

$$N_{xx} - \mu \frac{\partial^2 N_{xx}}{\partial x^2} = \left(1 - \lambda \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left[A_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} - B_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + C_{11} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right) \right] \quad (\text{III.22.a})$$

$$M_{xx} - \mu \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} = \left(1 - \lambda \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left[B_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} - D_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + F_{11} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right) \right] \quad (\text{III.22.b})$$

$$P_{xx} - \mu \frac{\partial^2 P_{xx}}{\partial x^2} = \left(1 - \lambda \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left[C_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} - F_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + H_{11} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right) \right] \quad (\text{III.22.c})$$

$$Q_{xz} - \mu \frac{\partial^2 Q_{xz}}{\partial x^2} = \left(1 - \lambda \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left[A_{55} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} - \varphi_0 \right) \right] \quad (\text{III.22.d})$$

Selon la théorie des gradients de contrainte non locaux, les équations d'équilibre pour la nano poutre FG-CNTRC peuvent être exprimées comme suit :

$$\left(1 - \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left[A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} - B_{11} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} + C_{11} \left(\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} - \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} \right) \right] = 0 \quad (\text{III.23.a})$$

$$\left(1 - \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left[C_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} - F_{11} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} + H_{11} \left(\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} - \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} \right) \right] = \left(1 - \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) q \quad (\text{III.23.b})$$

$$\left(1 - \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left[C_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} - F_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + H_{11} \left(\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} - \frac{\partial^3 \varphi_0}{\partial x^3} \right) - B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} \right. \\ \left. + D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} - F_{11} \left(\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} - \frac{\partial^3 \varphi_0}{\partial x^3} \right) - A_{55} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right) \right] = 0 \quad (\text{III.23.c})$$

III.3. Solutions exactes pour les nano poutres FGM

Les séries de Fourier seront utilisées pour représenter les fonctions du champ de déplacements qui satisfont aux conditions aux limites des poutres FGM simplement supportées. Les déplacements le long de la poutre seront exprimés en termes de fonctions trigonométriques sinus et cosinus. Ces fonctions seront choisies de manière à satisfaire les contraintes imposées par les conditions aux limites spécifiques de la poutre.

$$\begin{aligned}
 u_0(x) &= \sum_{m=1}^{\infty} U_m \cos(\beta x) \\
 w_0(x) &= \sum_{m=1}^{\infty} W_m \sin(\beta x) \\
 \varphi_x(x) &= \sum_{m=1}^{\infty} X_m \cos(\beta x)
 \end{aligned} \tag{III.24}$$

Dans cette expression, U_m , W_m et X_m sont des paramètres arbitraires, et $\beta = m\pi/L$. En substituant les équations (25) dans les équations (24), on obtient :

$$(1 + \lambda\beta^2) \begin{bmatrix} -A_{11}\beta^2 & B_{11}\beta^2 & -C_{11}\beta^2 \\ B_{11}\beta^2 & -D_{11}\beta^4 & F_{11}\beta^3 \\ -C_{11}\beta^2 & F_{11}\beta^3 & -H_{11}\beta^3 - A_{55}\beta^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_m \\ W_m \\ X_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ (1 + \mu\beta^2)Q_m \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{III.25}$$

III.4. Charges prises en considération

L'évaluation des résultats est principalement liée à l'expansion de Fourier pour exprimer les chargements transversaux. Ainsi, le type de charge fait la différence. Trois types de charges sont pris en compte (voir Fig. 2) :

III.4.1. Charge uniformément répartie :

Dans ce cas, la charge uniformément répartie appliquée transversalement sur la surface supérieure des nano poutres, comme illustré dans la **Fig. III.2**, peut être expliquée comme suit :

$$q(x) = \sum_{m=1}^{\infty} Q_m \sin(\beta x) \tag{III.26}$$

Dans laquelle Les coefficients de la série de Fourier signifiés par

$$Q_m = \frac{4q_0}{m\pi} \text{ for } m = 1,3,5, \dots \tag{III.26}$$

$$Q_m = 0 \text{ for } m = 2,4,6, \dots$$

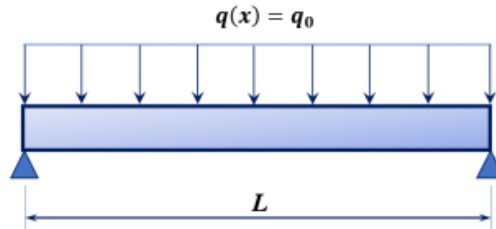


Figure III.2. Charge uniformément répartie.

III.4.2. Charge sinusoïdale

Une poutre FG soumise à une charge statique sinusoïdale sur la surface supérieure $z = h/2$ agissant dans la direction transversale est considérée, comme illustrée dans la **figur.III.3**. La forme de la charge peut être exprimée comme suit :

$$q(x) = \sum_{m=1}^{\infty} q_0 \sin(\beta x) \tag{III.28}$$

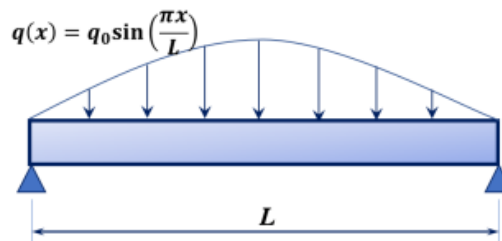


Figure.III.3. Charge statique sinusoïdale.

Deuxième partie :

Flexion des poutres composites stratifiées renforcées par des nanotubes de carbone .

III.5. Formulations mathématiques

III.5.1. Propriétés mécaniques et géométriques

Une poutre multicouche uniforme dans le système de coordonnées cartésiennes (x, z) d'une longueur L et d'une épaisseur h est représentée dans la Figure 1. La poutre est renforcée par de longues fibres et des nanotubes de carbone (CNT) à orientation aléatoire. L'épaisseur de toutes les couches de la poutre est égale. La fraction volumique des fibres varie le long de l'épaisseur de la poutre de couche en couche de manière linéaire, tandis que la fraction volumique des CNT est uniformément répartie. Trois fonctions, à savoir la distribution V, la distribution O et la distribution X, sont proposées pour définir la distribution des éléments renforcés par des fibres, en plus de la distribution uniforme, comme le montre la Figure 1b.

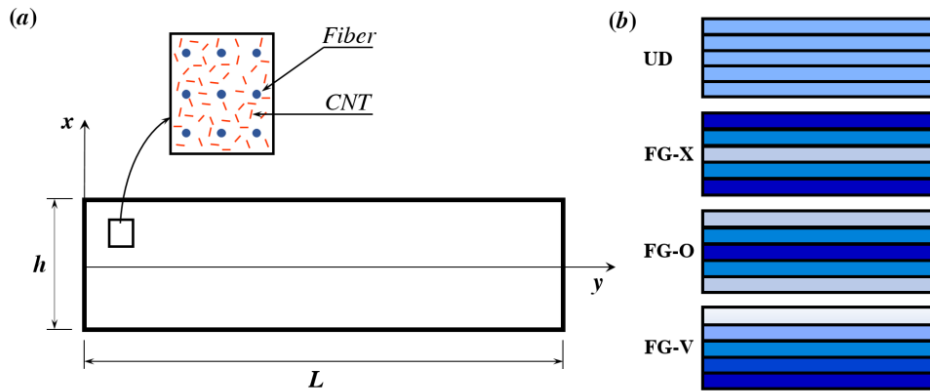


Figure. III.4. Propriétés matérielles, géométrie et système de coordonnées de la poutre FG-CNTs.

Les caractéristiques matérielles de la poutre composite renforcée par des CNT/fibres sont calculées en appliquant un modèle micromécanique comme suit [51, 52] :

$$E_{11} = V_f E_{11}^f + V_{ef}^m E_{ef}^m \tag{III.29}$$

$$\frac{1}{E_{22}} = \frac{V_f}{E_{22}^f} + \frac{V_{ef}^m}{E_{ef}^m} - V_f V_{ef}^m \frac{\frac{v_f^2 E_{ef}^m}{E_{22}^f} + v_{ef}^{m^2} E_{22}^f / E_{ef}^m - 2v_f v_{ef}^m}{V_f E_{22}^f + V_{ef}^m E_{ef}^m} \tag{III.30}$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_{12}^f} + \frac{V_{ef}^m}{G_{ef}^m} \quad (\text{III.31})$$

$$\nu_{12} = V_f \nu_f + V_{ef}^m \nu_{ef}^m \quad (\text{III.32})$$

$$\nu_{21} = \frac{E_{22}}{E_{11}} \nu_{21} \quad (\text{III.33})$$

$$\rho_{12} = V_f \rho_f + V_{ef}^m \rho_{ef}^m \quad (\text{III.34})$$

Ici, E et G représentent le module de Young et le module de cisaillement. ρ est la densité de masse et ν est le coefficient de Poisson, respectivement. Les indices/exposants f et m indiquent les fibres et la matrice, et ef désigne les propriétés matérielles effectives. La fraction volumique des fibres est représentée par V_f V_{ef}^m représente la fraction volumique de la matrice (polymère/CNTs), où :

$$V_f = 1 - V_{ef}^m \quad (\text{III.35})$$

Dans le présent travail, le mélange (polymère/CNTs) est considéré comme isotrope. Par conséquent, les propriétés matérielles effectives du polymère/CNTs peuvent être formulées comme suit :

$$E_{ef}^m = \frac{9KG}{3K + G} \quad (\text{III.36})$$

$$\nu_{ef}^m = \frac{3K - 2G}{6K + 2G} \quad (\text{III.37})$$

K est le module de compressibilité effectif du mélange CNT/polymère, et G est le module de cisaillement, et peut être calculé comme suit :"

$$K = K_p + \frac{V_{cnt}(\delta_{cnt} - 3K_p \alpha_{cnt})}{3(V_p + V_{cnt} \alpha_{cnt})} \quad (\text{III.38})$$

$$G = G_p + \frac{V_{cnt}(\eta_{cnt} - 2G_p\beta_{cnt})}{2(V_p + V_{cnt}\beta_{cnt})} \quad (\text{III.39})$$

V_p et V_{cnt} sont les fractions volumiques du polymère et des CNTs et sont liées par :

$$V_p = 1 - V_{cnt} \quad (\text{III.40})$$

Les coefficients mentionnés dans les équations précédentes peuvent être exprimés comme suit

$$\alpha_{cnt} = \frac{3(K_p + G_p) + k_{cnt} - l_{cnt}}{3(G_p + k_{cnt})} \quad (\text{III.41})$$

$$\beta_{cnt} = \frac{1}{5} \left(\frac{4G_p + 2k_{cnt} + l_{cnt}}{3(G_p + k_{cnt})} + \frac{4G_p}{G_p + p_{cnt}} + \frac{2(G_p(3K_p + G_p) + G_p(3K_p + 7G_p))}{G_p(3K_p + G_p) + m_{cnt}(3K_p + 7G_p)} \right) \quad (\text{III.42})$$

$$\delta_{cnt} = \frac{1}{3} \left(n_{cnt} + 2l_{cnt} + \frac{2(k_{cnt} + l_{cnt})(3K_p + 2G_p - l_{cnt})}{G_p + k_{cnt}} \right) \quad (\text{III.43})$$

$$\eta_{cnt} = \frac{1}{5} \left(\frac{2}{3}(n_{cnt} - l_{cnt}) + \frac{8G_p p_{cnt}}{G_p + p_{cnt}} + \frac{8m_{cnt}G_m(3K_p + 4G_p)}{3K_m(m_{cnt} + G_p) + G_p(7m_{cnt} + G_p)} + \frac{2(k_{cnt} - l_{cnt})(2G_p + l_{cnt})}{3(G_p + k_{cnt})} \right) \quad (\text{III.44})$$

Les modules élastiques de Hill des nanotubes de carbone à paroi unique avec des indices chiraux (10, 10) sont présentés dans le **Tableau III.1**, que l'on peut trouver dans la littérature.

Tableau III.1. Modules élastiques de Hill pour les nanotubes de carbone à paroi unique (10, 10)

k_{cnt} [GPa]	l_{cnt} [GPa]	m_{cnt} [GPa]	n_{cnt} [GPa]	p_{cnt} [GPa]
271	88	17	1089	442

La fraction volumique des fibres en tenant compte de différentes formes de distribution peut être écrite comme suit :

- *Distribution uniforme des fibres UD_f :*

$$V_f = V_{min}^f + \frac{(V_{max}^f - V_{min}^f)}{2} \quad (III.45)$$

- *Distribution de fibres à gradient fonctionnel $FG_f - X$:*

$$V_f = V_{min}^f + (V_{max}^f - V_{min}^f) \frac{|2(k-1) - N - 1|}{N-1} \quad (III.46)$$

- *Distribution de fibres à gradient fonctionnel $FG_f - O$:*

$$V_f = V_{min}^f + (V_{max}^f - V_{min}^f) \left(1 - \frac{|2(k-1) - N - 1|}{N-1}\right) \quad (III.47)$$

- *Distribution de fibres à gradient fonctionnel $FG_f - A$:*

$$V_f = V_{min}^f + (V_{max}^f - V_{min}^f) \left(1 - \frac{k-1}{N-1}\right) \quad (III.48)$$

V_{max}^f est la fraction volumique maximale des fibres et V_{min}^f est la fraction minimale. N représente le nombre total de couches de la poutre.

III.5.2. Champ de déplacement.

Le champ de déplacement de base de la poutre FG basée sur la théorie des plaques à déformation transversalement non négligeable (HSDT) peut être décrit comme suit

$$u(x, z) = u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + \Phi(z) \psi_x \quad (III.49)$$

$$w(x, y, z) = w_0$$

Où u_0 et w_0 représentent les déplacements le long des directions x et z , respectivement. Tandis que ψ_x représente la rotation de la normale transversale selon l'axe x . L'influence du cisaillement est incluse dans la théorie de la poutre proposée par une fonction polynomiale parabolique comme suit :

$$f(z) = 5h \tan^{-1} \left(\frac{z}{h} \right) - 4z \quad (\text{III.50})$$

Et les composantes de déformation cinématique associées au champ de déplacement sont définies comme suit

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_{xx}^0 - z\varepsilon_{xx}^1 + f(z)\varepsilon_{xx}^2 \\ \gamma_{xz} &= \frac{df(z)}{dz} \varphi_x \end{aligned} \quad (\text{III.51})$$

Dans lesquelles les composantes de déformation le long de l'axe naturel sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_{xx}^1 &= \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_{xx}^2 &= \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{III.52})$$

Les relations constitutives contrainte-déformation sont formulées comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.53})$$

Avec:

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{55} = G_{12} \quad (\text{III.54})$$

III.5.3. Équations gouvernantes

Appliquer le principe du travail virtuel aux extrémités de la poutre peut conduire à :

$$\int_0^L \left[N_{xx} \frac{d\delta u}{dx} - M_{xx} \frac{d^2 \delta w}{dx^2} + P_{xx} \frac{d\delta \varphi_x}{dx} + Q_{xz} \delta \varphi_x \right] dx dz - \int_0^L [q\delta w - k_w w \delta w] dx = 0 \quad (\text{III.55})$$

Où k_w est le coefficient élastique de la fondation de Winkler. La fondation proposée est réalisée en utilisant deux paramètres variables K_1 et K_2 comme suit :

$$k_w = \begin{cases} K_1 + K_2 \left(1 - \frac{x}{L}\right) & \text{Linéaire} \\ K_1 + K_2 \left|2\frac{x}{L} - 1\right| & \text{Trigonometrique} \\ K_1 + K_2 \left(1 - \left|2\frac{x}{L} - 1\right|\right) & \text{Trigonometrique inverse} \end{cases} \quad (\text{III.56})$$

Les résultats des contraintes du présent modèle de poutre hybride dépendent des déformations selon les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ M_{xx} \\ P_{xx} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ f(z) \end{Bmatrix} \sigma_{xx} dz \\ Q_{xz} &= \int_{-h/2}^{h/2} \frac{df(z)}{dz} \sigma_{xz} dz \end{aligned} \quad (\text{III.57})$$

Il convient de noter que les résultantes de force et de moment de la poutre CNTRC peuvent être reliées aux déformations totales par :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ M_{xx} \\ P_{xx} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & B_{11} & C_{11} \\ B_{11} & D_{11} & F_{11} \\ C_{11} & F_{11} & H_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_x^2 \end{Bmatrix} \\ Q_{xz} &= A_{55} \gamma_{xz} \end{aligned} \quad (\text{III.58})$$

Avec:

$$\{A_{11}, B_{11}, D_{11}, C_{11}, F_{11}, H_{11}\} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{11} \{1, z, z^2, f(z), zf(z), f(z)^2\} dz \quad (\text{III.59})$$

Il est également à noter que nous pouvons définir les résultantes de force et de moment dans les champs de déplacement comme suit :

$$\begin{aligned} N_{xx} &= A_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} - B_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + C_{11} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ M_{xx} &= B_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} - D_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + F_{11} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ P_{xx} &= C_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} - F_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + H_{11} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ Q_{xz} &= A_{55} \varphi_x \end{aligned} \quad (\text{III.60})$$

Nous pouvons dériver les équations d'équilibre à l'aide du principe du travail virtuel de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} - q - k_w w &= 0 \\ \frac{\partial P_{xx}}{\partial x} - Q_{xz} &= 0 \end{aligned} \tag{III.61}$$

III.5.4. Méthode de résolution

Les fonctions de champ de déplacement qui satisfont aux conditions aux limites en simple appui sont présentées sous forme de série de Fourier comme suit [53, 54] :

$$u_0 = \sum_{m=1}^{\infty} U_m \cos(\beta x), \quad w_0 = \sum_{m=1}^{\infty} W_m \sin(\beta x), \quad \varphi_x = \sum_{m=1}^{\infty} X_m \cos(\beta x) \tag{III.62}$$

Où $U_{mn}, V_{mn},$ et X_{mn} sont des paramètres arbitraires et $\beta = m\pi/L$. En substituant les équations (III.55 , III.59) dans l'équation (III.58), on obtient la matrice de rigidité du système comme suit

$$\begin{bmatrix} -A_{11}\beta^2 & B_{11}\beta^3 & -C_{11}\beta^2 \\ 0 & -D_{11}\beta^4 - k_w & F_{11}\beta^3 \\ \text{symmetric} & 0 & -H_{11}\beta^2 - A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_m \\ W_m \\ X_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ Q_m \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{III.63}$$

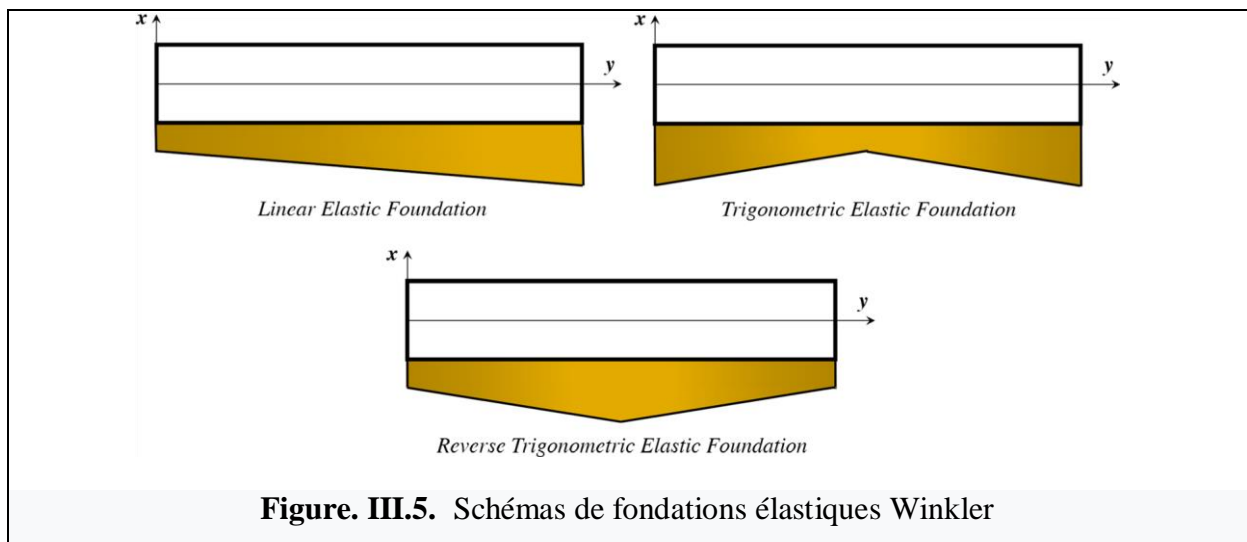


Figure. III.5. Schémas de fondations élastiques Winkler

Conclusion:

Le Chapitre III de cette thèse a été une plongée profonde dans la modélisation analytique de deux aspects fondamentaux du comportement mécanique des nanostructures et des composites renforcés par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués (FG).

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons développé un modèle analytique avancé pour étudier la réponse en flexion des nanopoutres bidimensionnelles FG tout en tenant compte de la déformation non-locale. Cette partie de la recherche a permis de mettre en lumière les effets significatifs de la non-localité à l'échelle nanométrique sur le comportement mécanique de ces nanopoutres. Nous avons pu observer comment la rigidité de ces structures diminue avec l'augmentation des paramètres d'inhomogénéité, ouvrant ainsi la voie à une compréhension plus approfondie de ces phénomènes complexes.

La deuxième partie de ce chapitre a été consacrée à la flexion de poutres composites stratifiées renforcées par des nanotubes de carbone FG orientés de manière aléatoire, en prenant en compte une fondation élastique variable. Cette section de la recherche a poussé encore plus loin la modélisation analytique en tenant compte de la variabilité de la fondation élastique et de l'orientation aléatoire des renforts nanométriques. Nos résultats ont montré comment ces facteurs complexes influencent la réponse mécanique globale de ces poutres composites, soulignant l'importance de prendre en compte ces variations lors de la conception de matériaux composites innovants.

En conclusion, le Chapitre III a jeté les bases nécessaires pour une compréhension approfondie des mécanismes qui sous-tendent le comportement en flexion des nanostructures FG et des composites renforcés par des nanotubes de carbone FG. Les modèles analytiques développés dans ce chapitre serviront de fondement essentiel pour la suite de cette thèse, nous permettant de mieux exploiter le potentiel de ces matériaux à l'échelle nanométrique dans diverses applications d'ingénierie.

CHAPITRE IV

Validation et Analyse des Résultats

Pour la première partie :

La réponse en flexion des nano poutres bidimensionnelles FG .

Introduction

Dans le monde fascinant des nanostructures, les matériaux fonctionnellement gradués (FG) se démarquent comme des composants d'une importance cruciale. Ils ont révolutionné le paysage de la recherche en ingénierie en offrant des propriétés uniques et adaptatives. Parmi ces structures, les nanopoutres FG, en raison de leur taille nanométrique et de leur composition graduelle, présentent des caractéristiques mécaniques et physiques distinctes.

Ce chapitre se concentre sur l'étude du comportement en flexion des nanopoutres FG en tenant compte d'un aspect fondamental : la déformation non-locale. La déformation non-locale, résultant des interactions à longue distance à l'échelle nanométrique, a un impact significatif sur le comportement mécanique de ces nanostructures. C'est donc un paramètre essentiel à considérer pour une compréhension approfondie de leurs performances en flexion.

Notre investigation explore également l'effet de divers paramètres, notamment "px" et "pz", qui représentent les degrés d'inhomogénéité du matériau. Ces paramètres influent sur la distribution des propriétés du matériau à travers l'épaisseur de la nanopoutre. Comprendre leur influence sur la rigidité et la déformation est vital pour une conception précise et efficace de ces nanostructures.

En outre, l'introduction des paramètres non locaux est un aspect clé de notre étude. Ces paramètres ajoutent une dimension nouvelle et significative au modèle en tenant compte des effets non locaux dans les nanostructures. Ils ont un rôle majeur dans la réduction de la rigidité de la nanopoutre et dans l'augmentation des déformations.

Dans l'ensemble, ce chapitre s'attaque à une problématique complexe mais essentielle : comment la déformation non-locale et les paramètres d'inhomogénéité affectent-ils la réponse en flexion des nanopoutres FG ? Les résultats de cette investigation ouvriront la voie à des applications plus avancées et optimisées de ces nanostructures dans divers domaines de l'ingénierie et de la technologie.

Les propriétés des matériaux des deux constituants sont données par :

Céramique (Al₂O₃) : $E_c = 380$ GPa et $\nu_c = 0.3$

Métal (aluminium) : $E_m = 70$ GPa et $\nu_m = 0.3$

Les grandeurs non-dimensionnelles suivantes sont utilisées pour représenter les résultats ;
Flèche transversale non-dimensionnelle de la poutre :

$$\bar{w} = \frac{10^2 E_c h^2}{q_0 L^4} \mathcal{W} \left(\frac{L}{2} \right) \quad (IV.1)$$

Les contraintes axiales, normales et de cisaillements non-dimensionnel de la poutre

$$\bar{\sigma}_{xx} = - \frac{h}{q_0 L} \sigma_{xx} \left(\frac{L}{2}, \frac{h}{2} \right) \quad (IV.2)$$

$$\bar{\tau}_{xz} = - \frac{h}{q_0 L} \tau_{xz} (0,0) \quad (IV.3)$$

IV.1. Étude Comparative

Afin de démontrer la validité de la méthode proposée, des comparaisons entre les résultats obtenus à partir du modèle actuel et ceux de la littérature sont réalisées. Une étude comparative est réalisée dans le Tableau 1 pour valider la précision de la théorie HSDT appliquée avec les résultats obtenus par **Truong et al. [29]**, **Karamanlı [30]** et **Thang et al. [31]** . Il est observé à partir les résultats présentés dans le **Tableau.IV.1.** que la théorie proposée est en bon accord et très proche des résultats obtenus par **Thang et al. [29]**

Tableau.IV.1. Comparaison des déflexions adimensionnelle du poutre B-FG sous charge uniforme.

p_x	p_z	Théories					
		Truong et al. [29]	Karamanlı [30]	Thang et al. [31]	TSDT	SSDT	Present
$L/h=5$							
0	0	3.1946	3.1402	<u>3.1657</u>	<u>3.1654</u>	3.1649	3.1654
	0.5	4.6603	3.47635	<u>4.8349</u>	<u>4.8285</u>	4.8278	4.8285
0.5	0	3.6177	3.5415	<u>3.5675</u>	<u>3.5672</u>	3.5666	3.5672
	0.5	5.1957	5.2784	<u>5.3535</u>	<u>5.3466</u>	5.3458	5.3466
$L/h=10$							
0	0	2.9775	2.9455	<u>2.9501</u>	<u>2.9501</u>	2.9500	2.9501
	0.5	4.3610	4.5015	<u>4.5388</u>	<u>4.5373</u>	4.5372	4.5373
0.5	0	3.3635	3.3215	<u>3.3246</u>	<u>3.3246</u>	3.3245	3.3246
	0.5	4.8580	4.9843	<u>5.0234</u>	<u>5.0217</u>	5.0216	5.0217
$L/h=20$							
0	0	2.9222	2.8952	<u>2.8963</u>	<u>2.8962</u>	2.8962	2.8962
	0.5	4.2848	4.4347	<u>4.4648</u>	<u>4.4644</u>	4.4644	4.4644
0.5	0	3.3005	3.2632	<u>3.2639</u>	<u>3.2639</u>	3.2639	3.2639
	0.5	4.7710	4.9092	<u>4.9409</u>	<u>4.9405</u>	4.9404	4.9405

IV.2. Étude paramétrique

Dans cette section, nous procédons à une étude paramétrique pour évaluer l'influence des différents paramètres sur la réponse en flexion d'une poutre FG. Pour ce faire, nous présentons plusieurs résultats illustrés dans les figures. Dans cette section, nous procédons à une étude paramétrique pour évaluer l'influence des différents paramètres sur la réponse en flexion d'une poutre FG. Pour ce faire, nous présentons plusieurs résultats illustrés dans les **Figures IV.1 – IV.7**.

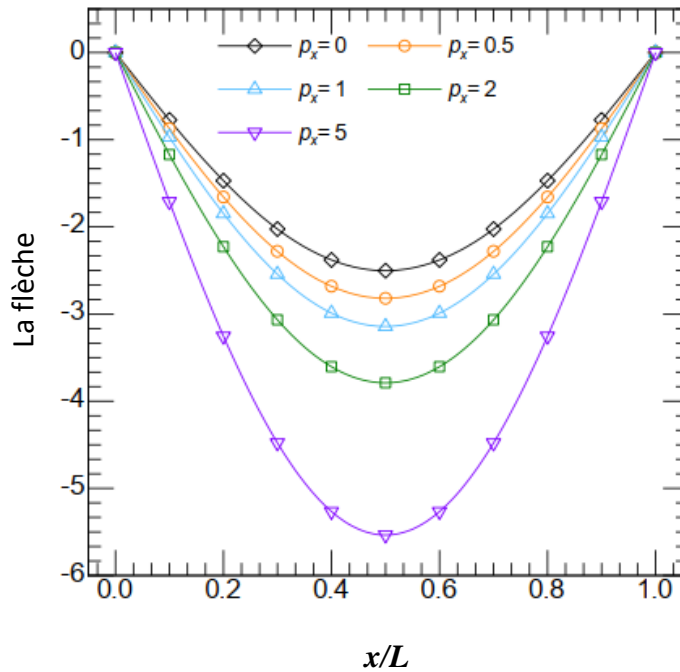


Figure.IV-1. L'effet de l'indice de loi de puissance p_x sur le déplacement transversal ($p_z = 0$).

L'effet du paramètre d'inhomogénéité longitudinale p_x sur le déplacement transversal du faisceau de matériaux à gradient fonctionnel est tracé dans la **Figure IV-1**.

Le paramètre d'inhomogénéité transversale est pris constant ($p_z = 0$). Il est clair que les poutres avec p_x égal à 5 ont la plus faible rigidité, ce qui explique les valeurs élevées du déplacement transversal. Ensuite, la réduction de p_x entraîne une diminution du déplacement transversal. Les mêmes observations ont été observées dans la **Figure IV.2**. en faisant varier le paramètre d'inhomogénéité transversale p_z . Le cas de $p_x = p_z = 0$ signifie que la poutre est entièrement constitué de céramique, ce qui donne le déplacement le plus bas et la plus grande rigidité.

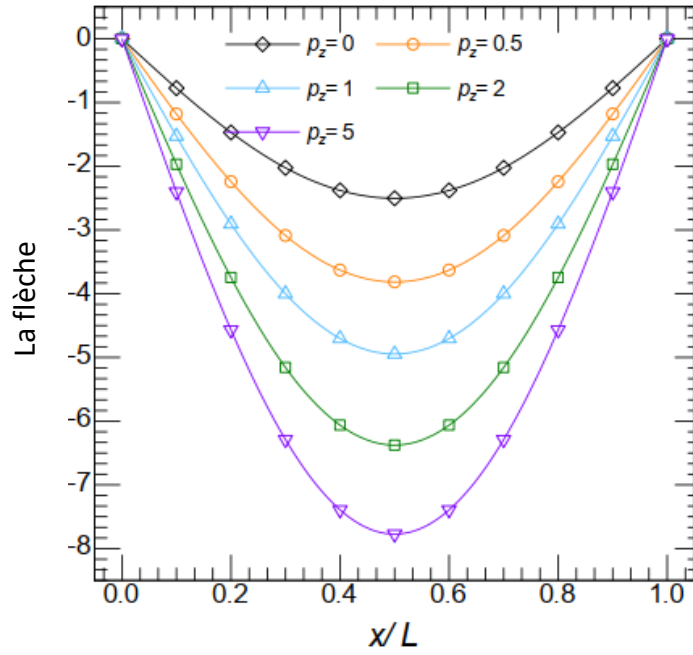


Figure. IV.2. Effet de l'indice de loi de puissance p_z sur le déplacement transversal ($p_x=0$).

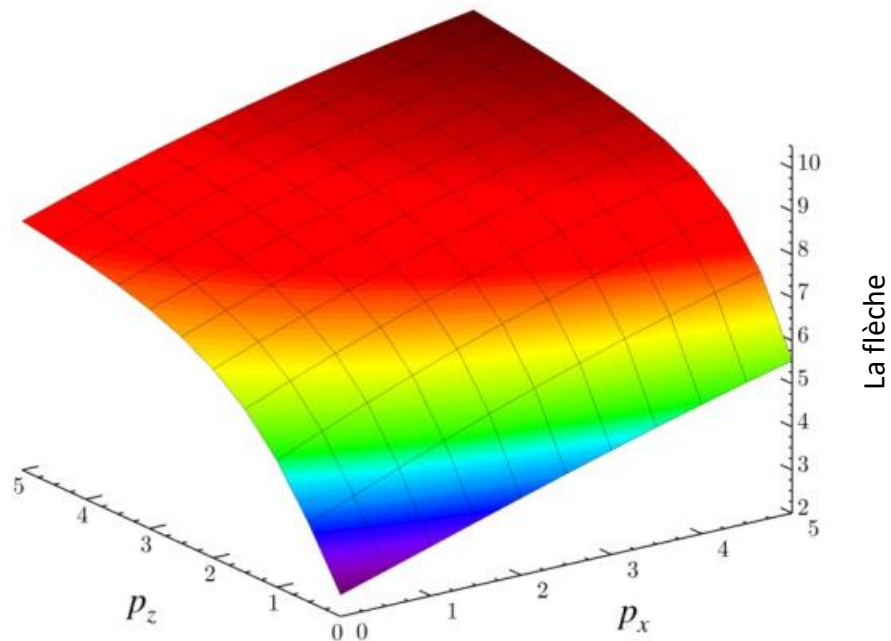


Figure. IV.3. Effet de l'indice de loi de puissance p_x et p_z sur le flèches central.

Pour plus de détails, la combinaison des deux paramètres d'inégalité p_x et p_z sur le flèches central des poutres en matériaux composites fonctionnellement gradués est illustrée dans la **Figure IV.3**. On observe que la variation de p_x entraîne une variation linéaire du flèches central sans dimension, tandis que p_z entraîne une variation non linéaire des flèches.

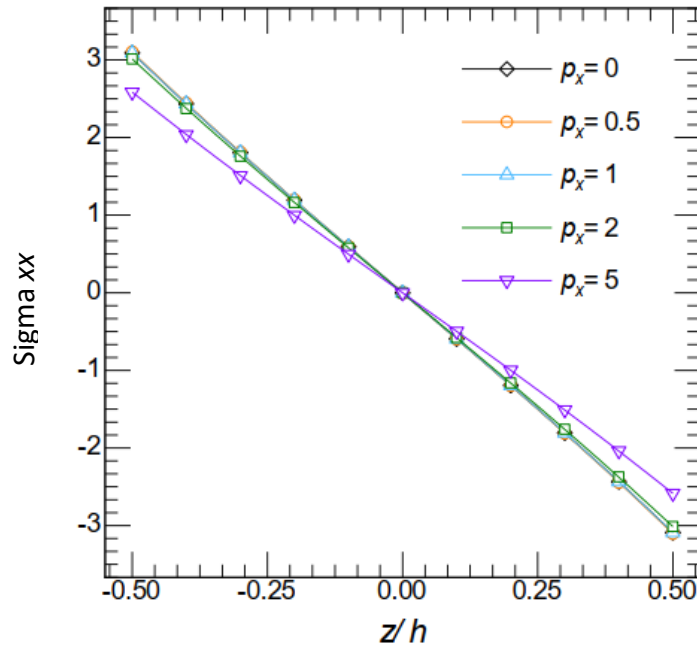


Figure. IV.4. Effet de l'indice de loi de puissance p_x sur les contraintes axiales.

L'effet du paramètre p_x sur les contraintes axiales dans l'épaisseur de la section transversale centrale de la poutre est représenté dans la **Figure.IV.4**. Le paramètre p_z est constant et pris comme $p_z = 0$, d'où l'on peut conclure que la distribution des matériaux de toute section transversale est uniforme et liée à p_x également.

Cette conclusion explique la distribution symétrique des contraintes axiales par rapport au centre de la poutre ($z = 0$), quelle que soit la valeur de p_x . Les contraintes sont de traction à la surface supérieure et de compression à la surface inférieure.

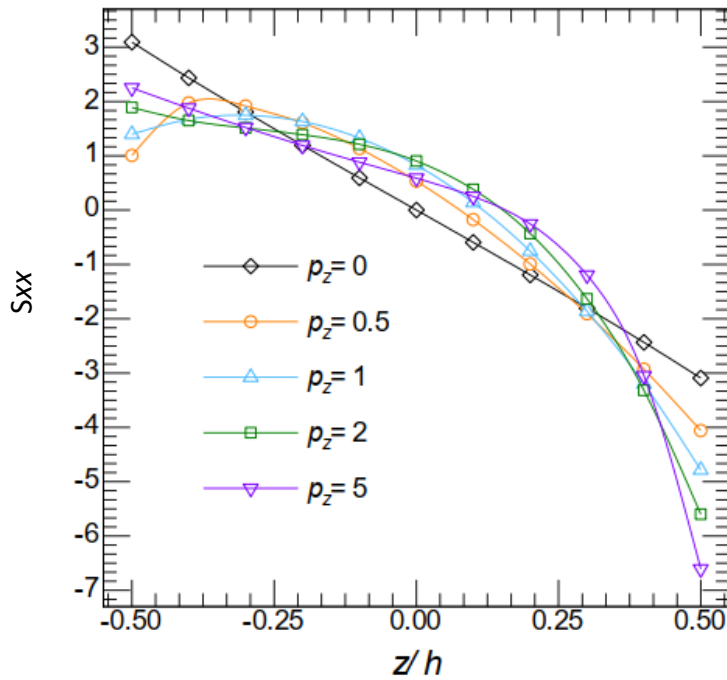


Figure. IV.5. Effet de l'indice de loi de puissance p_x sur les contraintes axiales.

D'autre part, la **Figure IV.5**. Présente l'effet de p_z sur les contraintes axiales de la poutre en matériaux composites. On observe que les poutres avec $p_z = 5$ donnent les contraintes maximales à la surface inférieure. Comme nous l'avons vu dans la figure précédente, les contraintes sont de traction à la surface supérieure et de compression à la surface inférieure.

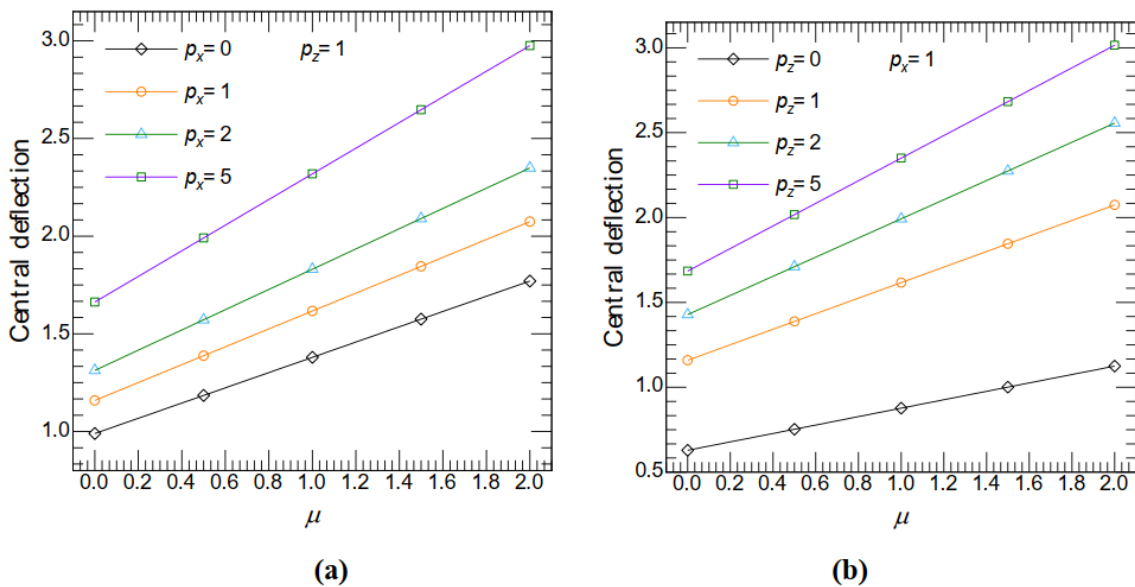


Figure. IV.6. Effet du paramètre non local sur la flèche centrale de la poutre.

La **Figure IV.6.** Examine l'effet du paramètre non local sur la flèche centrale de la poutre en faisant varier p_x (**Figure IV.6.a**) et p_z (**Figure IV.6.b**). La flèche centrale augmente avec l'augmentation du paramètre non local μ , p_x, p_z , on peut en conclure que la rigidité de la poutre en FG est réduite par l'augmentation du paramètre non local μ . Contrairement à l'effet du paramètre non local, l'augmentation du paramètre d'échelle conduit à une diminution de la flèche centrale, donc la rigidité de la poutre est améliorée, indépendamment de la distribution du matériau.

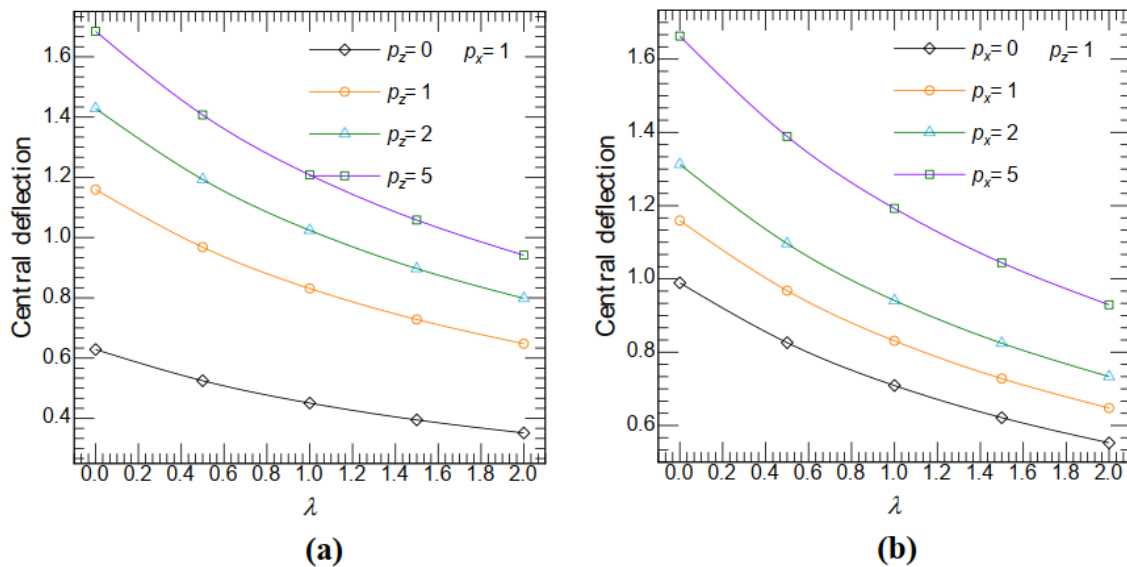


Figure. IV.7. Effet de divers indices de loi de puissance et paramètre d'échelle de longueur sur la déviation centrale.

La **Figure IV-7** examine l'effet du paramètre d'échelle sur la flèche centrale de la poutre en faisant varier p_x (**Figure IV-7.a**) et p_z (**Figure IV-7.b**). La flèche centrale diminue avec l'augmentation du paramètre d'échelle λ , p_x, p_z , on peut en conclure que la rigidité de la poutre en FG est améliorée par l'augmentation du paramètre d'échelle λ . Contrairement à l'effet du paramètre non local, l'augmentation du paramètre d'échelle conduit à une diminution de la flèche centrale, donc la rigidité de la poutre est améliorée, indépendamment de la distribution du matériau.

Conclusion

Ce chapitre a exploré en profondeur le comportement en flexion des nano poutres fonctionnellement graduées (FG) en utilisant une approche novatrice prenant en compte la déformation non-locale. Plusieurs paramètres ont été examinés pour évaluer leur influence sur les réponses en flexion de ces nano poutres.

L'analyse a révélé des tendances cruciales. Tout d'abord, il est clairement établi que la rigidité de la poutre diminue à mesure que les paramètres d'inhomogénéité " p_x " et " p_z " augmentent. Cette diminution de rigidité est observée à travers différentes valeurs du rapport d'élanement.

En examinant de près l'effet des paramètres " p_x " et " p_z ", il est conclu que l'influence du paramètre " p_z " sur la distribution des contraintes axiales à travers l'épaisseur est plus significative que celle du paramètre " p_x ". Cette distinction met en évidence l'importance de considérer ces paramètres avec précision pour obtenir une modélisation précise des réponses en flexion des nano poutres FG.

De plus, l'incorporation des paramètres non locaux a été démontrée pour réduire la rigidité des nano poutres FGM 2D, conduisant à une augmentation des déformations. Contrairement à l'effet non local μ , il a été observé que les déformations diminuent en augmentant le paramètre d'échelle λ .

Ces conclusions soulignent l'importance de comprendre en profondeur l'influence des différents paramètres sur le comportement des nano poutres FG en flexion. Ces connaissances sont essentielles pour concevoir et manipuler ces structures à l'échelle nanométrique de manière efficace et contrôlée. Elles jetteront également les bases pour des recherches futures visant à optimiser les performances des nano poutres FG dans diverses applications technologiques.

CHAPITRE V

Validation et Analyse des Résultats

Pour la deuxième partie :

**Flexion de poutres composites stratifiées renforcées par des
nanotubes de carbone.**

Introduction :

Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur la validation et l'analyse des résultats liés à la flexion de poutres composites stratifiées renforcées par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués (FG) reposant sur une fondation élastique variable. Notre objectif est de vérifier la validité de nos modèles analytiques et d'interpréter les résultats obtenus à partir de ces modèles complexes.

Nous avons préalablement établi des modèles analytiques basés sur des fondements théoriques solides pour simuler la flexion de ces structures composites avancées. Ce chapitre vise à évaluer la performance de ces modèles en les comparant à des données expérimentales lorsque disponibles, ou en les confrontant à d'autres modèles reconnus dans la littérature.

Nous examinerons en détail les résultats obtenus dans ces simulations. Ces résultats fourniront des informations cruciales sur le comportement de ces poutres composites à l'échelle nanométrique, mettant en lumière des aspects tels que les contraintes, les déformations, et d'autres paramètres clés qui influent sur leur performance.

Nous chercherons également à interpréter ces résultats, à en dégager des tendances significatives et à identifier les variables qui influent le plus sur la flexion de ces poutres composites. Cette analyse approfondie nous permettra de mieux comprendre les mécanismes en jeu et d'optimiser la conception de ces structures innovantes.

Enfin, cette section sert également à souligner les limites inhérentes à notre étude et à ouvrir des perspectives prometteuses pour des recherches futures dans le domaine de la flexion des poutres composites stratifiées renforcées par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués sur des fondations élastiques variables. En somme, ce chapitre représente une étape cruciale dans notre démarche visant à exploiter pleinement le potentiel de ces matériaux avancés.

v-1-Résultats et discussion

La poutre composite proposée est composée d'un mélange de longues fibres, de polymère et de nanotubes de carbone (CNT) à parois simples de chiralité (10, 10). Les propriétés du matériau du polymère sont les suivantes : $E_p = 2.5$ GPa, $\rho_p = 1190$ kg/m³ et $\nu_p = 0.19$, tandis que les propriétés du matériau de la fibre sont : $E_{11}^f = 233.5$ GPa, $E_{22}^f = 23.1$ GPa, $G_{12}^f = 8.96$ GPa, $\rho_f = 1750$ kg/m³ and $\nu_f = 0.2$. La densité des CNT est supposée égale à $\rho_f = 1400$ kg/m³. Pour standardiser les calculs, des fonctions normalisées de déflexion sont représentées sous les formes suivantes :

$$\bar{w} = w \frac{100E_m h^3}{q_0 L^4} \quad (\text{V.1})$$

$$\bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx} \frac{h}{q_0 L} \left(\frac{L}{2}, \frac{h}{2} \right) \quad (\text{V.2})$$

$$\bar{\tau}_{xz} = \tau_{xz} \frac{h}{q_0 L} (0,0) \quad (\text{V.3})$$

Les effets de la fraction volumique des CNT et du rapport d'épaisseur sur la déflexion centrale adimensionnelle sont présentés pour diverses configurations de distribution dans le **Tableau V.1**. On observe que, quelle que soit la configuration de distribution, la déflexion centrale diminue à mesure que la fraction volumique des CNT augmente, en raison de l'augmentation de la rigidité à la flexion de la poutre. De plus, la tendance à la diminution des déflexions centrales avec l'augmentation du rapport d'épaisseur pour le type FG-O devient plus remarquable en raison de la plus faible fraction volumique des CNT à la surface supérieure et inférieure parmi toutes les configurations de distribution.

L'impact de la fraction volumique des CNT sur les contraintes axiales normales et de cisaillement transversal adimensionnelle est présenté dans le **Tableau V.2**. Les résultats montrent que le comportement des contraintes axiales et de cisaillement transversal en fonction du profil de graduation par rapport à la déflexion centrale est complètement opposé. Par conséquent, il convient de mentionner que les rigidités pour différents profils de graduation sont différentes en raison de la fraction volumique diverse des CNT en tout point à travers l'épaisseur de la poutre. En conclusion, chaque fois que les surfaces extérieure et intérieure de la poutre sont riches en CNT tandis que le plan médian est exempt de CNT, la poutre devient rigide et donc plus résistante.

Pour cette raison, les contraintes axiales normales maximales et de cisaillement transversal appartiennent au type **FG-X**, suivi de UD, O et **FG-V**. D'autre part, l'augmentation de la fraction volumique des CNT entraîne une diminution des contraintes axiales normales et de cisaillement transversal pour les types UD et **FG-X**, et cette tendance s'inverse pour les motifs **FG-O** et **V**. En d'autres termes, l'augmentation de la fraction volumique des CNT a un effet dominant sur l'augmentation de la rigidité pour les profils de graduation avec une distribution moindre des CNT à la surface supérieure ou inférieure.

Tableau V.1. Effet de la fraction volumique des CNT et du rapport d'épaisseur sur la déflexion centrale adimensionnelle. ($V_{min}^f = 0.1, V_{max}^f = 0.3, V_{cnt} = 0.1, K_1 = K_2 = 0$).

L/h	V_{cnt}	UD	FG-X	FG-O	FG-V
10	0	-0.8693	-0.7183	-1.1618	-0.9329
	0,02	-0.6966	-0.5631	-0.9399	-0.7472
	0,04	-0.6254	-0.5070	-0.8306	-0.6657
	0,06	-0.5766	-0.4716	-0.7509	-0.6088
	0,08	-0.5376	-0.4442	-0.6865	-0.5635
	0,1	-0.5043	-0.4213	-0.6320	-0.5252
20	0	-0.6916	-0.5410	-0.9800	-0.7556
	0,02	-0.6192	-0.4861	-0.8606	-0.6699
	0,04	-0.5751	-0.4572	-0.7790	-0.6154
	0,06	-0.5389	-0.4344	-0.7122	-0.5712
	0,08	-0.5072	-0.4144	-0.6552	-0.5331
	0,1	-0.4787	-0.3963	-0.6055	-0.4996
30	0	-0.6585	-0.5080	-0.9463	-0.7227
	0,02	-0.6048	-0.4718	-0.8459	-0.6555
	0,04	-0.5658	-0.4480	-0.7694	-0.6061
	0,06	-0.5320	-0.4275	-0.7050	-0.5642
	0,08	-0.5016	-0.4089	-0.6494	-0.5275
	0,1	-0.4740	-0.3916	-0.6006	-0.4948

Le Tableau V.3 présente les déflexions centrales de la poutre FG-X en fonction des variations de deux paramètres pour trois types de fondations élastiques de Winkler. Comme on peut le voir, pour tous les types de fondations élastiques de Winkler, les déflexions centrales diminuent avec l'augmentation des deux paramètres (K_1 et K_2). Ce comportement de durcissement est dû à l'application d'une rigidité supplémentaire associée aux paramètres mentionnés. De plus, on

constate que la diminution de la déflexion centrale avec les deux facteurs de rigidité est plus importante pour le type trigonométrique inverse des deux paramètres par rapport à ceux obtenus pour les types trigonométrique et linéaire. Cela s'explique par le fait que le type trigonométrique inverse a donné une rigidité plus élevée à la poutre par rapport aux types trigonométrique et linéaire.

Les effets des configurations FG sur les déflexions des poutres composites renforcées par des fibres/CNT FG sont rapportés dans la **Figure.V.1.** pour un rapport d'épaisseur de $L/h = 4$. Quatre types de distribution V, O, UD et X sont considérés. Comme on peut le voir à partir des résultats, la poutre **FG-O** a la plus grande déflexion, suivie de **FG-V**, UD et **FG-X**. Par conséquent, on peut conclure qu'en réduisant la fraction volumique des CNT aux surfaces extérieures et en l'augmentant au plan médian, la poutre devient plus souple. Ainsi, parmi les types de poutres, la distribution **FG-O** confère la plus grande flexibilité à la poutre.

Tableau.V.2. Effet de la fraction volumique des CNT sur les contraintes axiales et de cisaillement adimensionnelle. ($V_{min}^f = 0.1, V_{max}^f = 0.3, V_{cnt} = 0.1, K_1 = K_2 = 0$).

$\bar{\sigma}_{xx}$				
V_{cnt}	UD	FG-X	FG-O	FG-V
0,00	-6.4595	-7.3410	-4.8891	-4.3438
0,02	-6.2557	-7.0152	-4.9219	-4.4122
0,04	-6.2010	-6.8978	-5.0202	-4.5342
0,06	-6.1759	-6.8233	-5.1186	-4.6548
0,08	-6.1618	-6.7658	-5.2095	-4.7674
0,10	-6.1528	-6.7173	-5.2920	-4.8716
$\bar{\tau}_{xz}$				
0,00	-0.4753	-0.5394	-0.4265	-0.4283
0,02	-0.4765	-0.5247	-0.4388	-0.4389
0,04	-0.4768	-0.5102	-0.4505	-0.4486
0,06	-0.4769	-0.4966	-0.4620	-0.4581
0,08	-0.4770	-0.4840	-0.4735	-0.4674
0,10	-0.4771	-0.4722	-0.4848	-0.4766

Tableau.V.3. Effet de trois types de fondations élastiques de Winkler sur la déflexion centrale adimensionnelle de la poutre FG-X ($V_{min}^f = 0.1, V_{max}^f = 0.3, V_{cnt} = 0.1$)

K_1	K_2	Type de fondation			
		Sans fondation	Linéaire	Trigonométrique	Trigonométrique inversé
0	0	-0.5210	-0.5210	-0.5210	-0.5210
	10	-0.5210	-0.5187	-0.4986	-0.3592
	100	-0.5210	-0.5187	-0.4986	-0.3592
	1000	-0.5210	-0.5187	-0.4986	-0.3592
10	0	-0.5210	-0.5210	-0.5210	-0.5210
	10	-0.5199	-0.5175	-0.4975	-0.3587
	100	-0.5210	-0.5187	-0.4986	-0.3592
	1000	-0.5187	-0.5164	-0.4964	-0.3581
100	0	-0.5210	-0.5210	-0.5210	-0.5210
	10	-0.5095	-0.5073	-0.4880	-0.3537
	100	-0.5210	-0.5187	-0.4986	-0.3592
	1000	-0.4986	-0.4964	-0.4780	-0.3484
1000	0	-0.5210	-0.5210	-0.5210	-0.5210
	10	-0.4252	-0.4237	-0.4102	-0.3109
	100	-0.5210	-0.5187	-0.4986	-0.3592
	1000	-0.3592	-0.3581	-0.3484	-0.2741

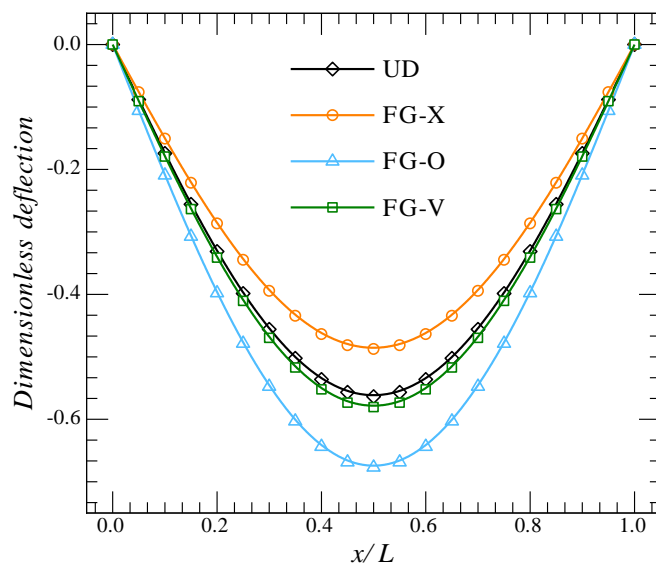


Figure.V.1. Déflexion de diverses poutres composites renforcées par des fibres/CNT FG($a/h = 5$).

La Fig.V.2 révèle l'effet des différentes fondations élastiques variables de Winkler sur la déflexion de la poutre composite renforcée par des fibres/CNT FG-X avec un rapport d'épaisseur de 5. Comme on peut le conclure, la déflexion sur toute la longueur de la poutre avec le type trigonométrique de fondation de Winkler a la valeur la plus élevée, suivie des types linéaire et trigonométrique inverse. Cela est dû au fait que l'effet de durcissement des paramètres trigonométriques inverses est plus marqué que celui des autres types.

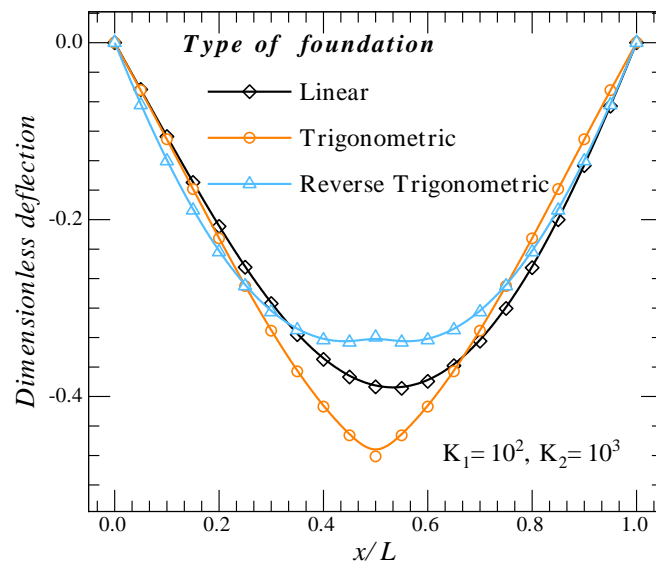


Figure.V.2. Effet des différentes fondations élastiques variables de Winkler sur la déflexion de la poutre composite renforcée par des fibres/CNT FG-X ($a/h = 5$).

Les influences du premier et du deuxième paramètre de la fondation élastique linéaire de Winkler, chaque fois qu'un autre paramètre est négligé, sur la déflexion sur toute la longueur de la poutre composite renforcée par des fibres/CNT FG-X avec un rapport d'épaisseur de 5 sont fournies dans les **Figures V.2 et V.3**, respectivement. Les résultats montrent que, quelle que soit la nature des paramètres, la déflexion diminue avec l'augmentation des paramètres en raison de l'augmentation de la rigidité de la poutre. De plus, l'effet du premier paramètre dans la diminution de la déflexion est plus significatif en comparaison avec le deuxième paramètre. En d'autres termes, le premier paramètre a un effet de durcissement plus marqué que le deuxième.

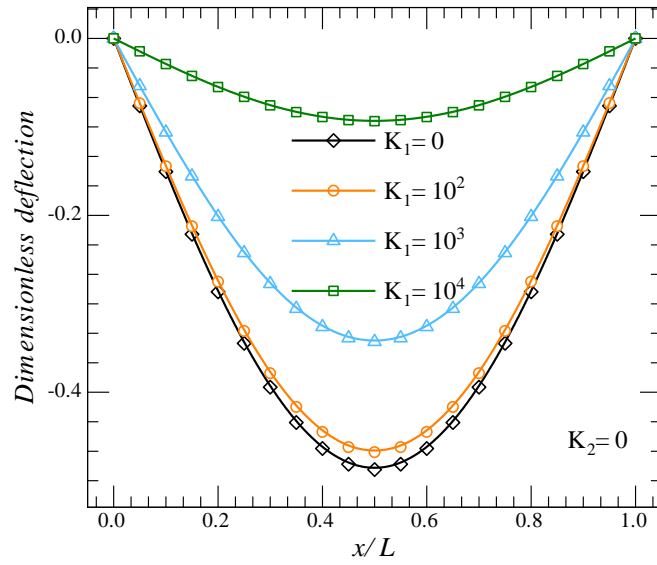


Figure.V.3. Effet du premier paramètre de la fondation élastique linéaire de Winkler K_1 sur la déflexion de la poutre composite renforcée par des fibres/CNT FG-X ($a/h = 5$).

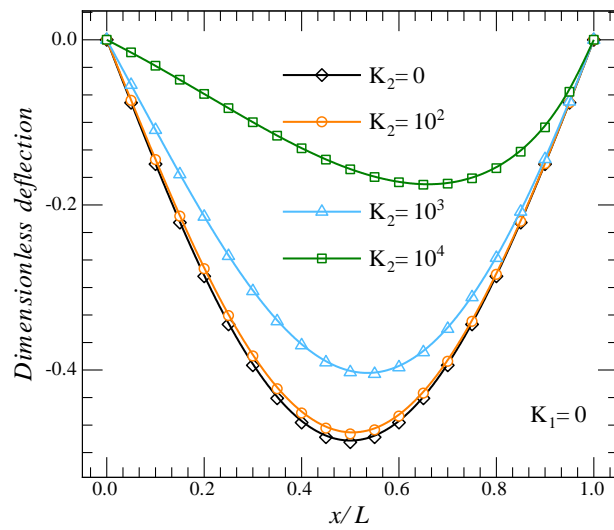


Figure.V.4. Effet du deuxième paramètre de la fondation élastique linéaire de Winkler K_2 sur la déflexion de la poutre composite renforcée par des fibres/CNT FG-X ($a/h = 5$).

L'impact du type de configuration des CNT sur la distribution des contraintes axiales normales est représenté dans la **Figure V.4**. Les résultats montrent que le comportement des contraintes axiales en fonction du profil de graduation par rapport à la déflexion est complètement opposé. Par conséquent, on constate que les rigidités pour différentes distributions de graduation sont différentes en raison de la variation de la fraction volumique des CNT à travers l'épaisseur de la poutre. Par conséquent, on peut dire que chaque fois que les surfaces extérieure et intérieure de la poutre sont riches en CNT tandis que le plan médian est exempt de CNT, la poutre devient rigide et plus résistante. Cela peut expliquer que la contrainte axiale normale maximale appartient au type FG-X, suivie de UD, FG-O et V.

L'effet de la fraction volumique maximale de fibres de carbone sur la contrainte axiale à travers l'épaisseur de la poutre FG-X est tracé dans la **Figure V.5**. On observe que l'amplitude de la contrainte axiale normale augmente lorsque l'on ajoute des fibres de carbone à la poutre. La raison en est que la contribution des fibres de carbone à la rigidité à la flexion de la poutre est beaucoup plus importante que celle de la matrice en raison de sa plus grande rigidité. Par conséquent, on peut dire que plus la fraction volumique de fibres de carbone n'est élevée, plus la rigidité à la flexion de la poutre n'est élevée.

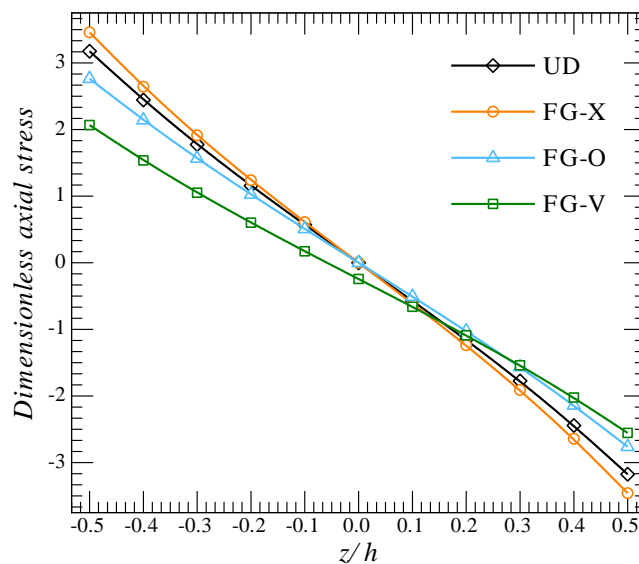


Figure. V.5. Distribution des contraintes axiales adimensionnelle de différents types de poutres le long de l'épaisseur. ($V_{min}^f = 0.1, V_{max}^f = 0.3, V_{cnt} = 0.1, K_1 = K_2 = 0$).

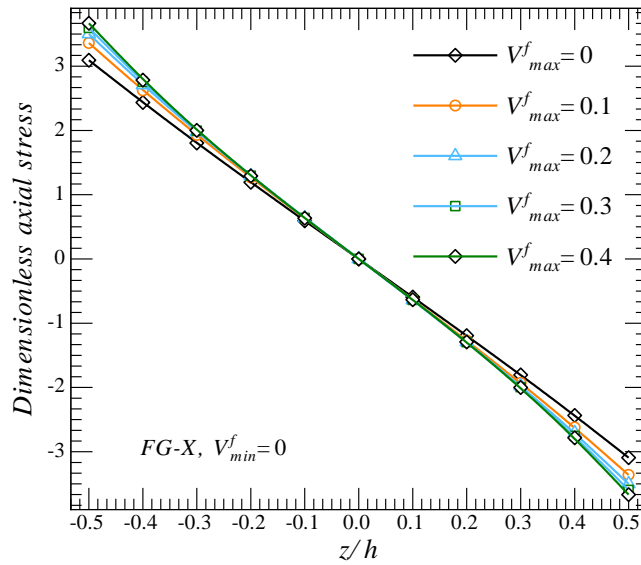


Figure.V.6. Distribution des contraintes axiales adimensionnelle de la poutre FG-X pour différentes proportions de fibres de carbone. ($V_{min}^f = 0, V_{cnt} = 0.1, K_1 = K_2 = 0$).

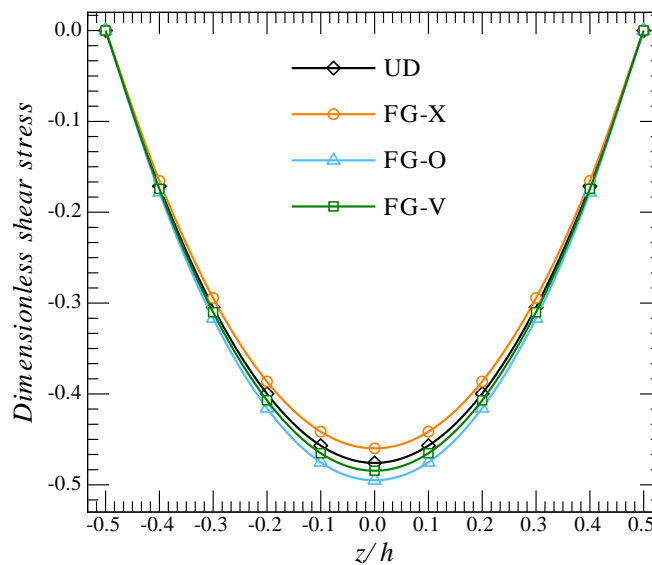


Figure. V.7. Contraintes de cisaillement adimensionnelle de différents types de poutres le long de l'épaisseur. ($V_{min}^f = 0.1, V_{max}^f = 0.3, V_{cnt} = 0.1, K_1 = K_2 = 0$).

La contrainte de cisaillement transversal adimensionnelle à travers l'épaisseur de la poutre pour différentes configurations de distribution des fibres de carbone est représentée dans la **Figure V.7**. La figure indique que, comme la tendance de la déflexion dans la **Figure. V.1**, la contrainte de cisaillement la plus élevée concerne la distribution FG-O, suivie de FG-V, UD et FG-X. Par conséquent, on peut dire qu'augmenter le pourcentage de fibres de carbone aux surfaces

supérieure et inférieure de la poutre entraîne une diminution de la rigidité au cisaillement. En d'autres termes, une comparaison entre **la Figure.V.6** et **la Figure.V.8** révèle que l'effet de la configuration de distribution des fibres de carbone donne des résultats complètement inverses en ce qui concerne le comportement de la rigidité à la flexion et de la rigidité au cisaillement.

Conclusion

Ce chapitre a examiné de manière détaillée l'impact de différents paramètres sur la réponse de poutres composites stratifiées renforcées par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués (FG-CNTs) à orientation aléatoire, reposant sur une fondation élastique variable. Les principales conclusions partielles de cette analyse sont les suivantes :

Effet des Fondations Élastiques Variables : L'étude a montré que le type de fondation élastique variable de Winkler a un impact significatif sur la déflexion de la poutre composite FG-X. Le type trigonométrique de fondation a généré la déflexion la plus élevée, suivie des types linéaire et trigonométrique inverse. Cette différence est attribuée à l'effet de durcissement des paramètres trigonométriques inverses.

Influence des Paramètres de la Fondation Élastique Linéaire : Les résultats ont montré que, quelle que soit la nature des paramètres, l'augmentation de leur valeur a conduit à une diminution de la déflexion de la poutre. De plus, le premier paramètre de la fondation élastique linéaire a un effet de durcissement plus marqué que le deuxième paramètre, contribuant ainsi à la réduction de la déflexion.

Effet de la Configuration des CNTs : L'étude a révélé que la répartition des CNTs le long de l'épaisseur de la poutre a une influence significative sur sa rigidité à la flexion. Les poutres avec une concentration accrue de CNTs aux surfaces extérieure et intérieure, tout en laissant le plan médian exempt de CNTs, ont montré une plus grande résistance à la flexion. Le type FG-X s'est avéré le plus rigide, suivi des distributions UD, FG-O et V.

Impact des Fractions Volumiques : L'augmentation de la fraction volumique de fibres de carbone a conduit à une augmentation significative de la rigidité de la poutre FG-X. Cela est dû à la contribution plus importante des fibres de carbone à la rigidité de flexion par rapport à la matrice. Plus la fraction volumique de fibres de carbone est élevée, plus la rigidité de flexion de la poutre est élevée.

Contraintes Axiales et de Cisaillement : Les contraintes axiales et de cisaillement ont été examinées en fonction des configurations de distribution des fibres de carbone. Les résultats ont montré que l'effet de la configuration de distribution des fibres de carbone produit des résultats opposés en ce qui concerne la rigidité à la flexion et au cisaillement.

Ces conclusions partielles fournissent un aperçu essentiel de l'influence des paramètres sur le comportement de poutres composites FG-CNTs sur une fondation élastique variable. Elles serviront de base pour la conclusion générale, qui récapitulera l'ensemble des résultats et des découvertes importantes.

Conclusion générale

cette thèse a exploré en profondeur deux aspects cruciaux de l'utilisation des nanomatériaux dans l'ingénierie, en se penchant sur la réponse en flexion des nanopoutres bidimensionnelles fonctionnellement graduées (FG) et la flexion de poutres composites stratifiées renforcées par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués. Les objectifs clés de cette recherche étaient de comprendre le comportement de ces structures à l'échelle nanométrique, en prenant en compte la déformation non-locale, les variations de distribution des matériaux et les paramètres de la fondation élastique variable.

Les résultats obtenus dans le cadre de cette thèse ont contribué de manière significative à l'expansion des connaissances dans le domaine des matériaux nanostructurés et des composites. En ce qui concerne la réponse en flexion des nanopoutres FG à déformation non-locale, notre recherche a mis en évidence l'importance de l'approche du gradient de contrainte de non-local d'ordre supérieur pour une compréhension plus précise de leur comportement mécanique. Les modèles analytiques développés ont permis de prédire avec précision le comportement de ces structures, ouvrant ainsi de nouvelles perspectives pour leur conception et leur utilisation.

Dans le cas de la flexion de poutres composites stratifiées renforcées par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués, notre recherche a démontré l'impact significatif des variations de distribution des matériaux et des paramètres de la fondation élastique variable sur la réponse en flexion. Ces résultats ont des implications directes pour l'optimisation des matériaux composites avancés, notamment dans des domaines tels que l'aérospatiale et l'automobile.

Néanmoins, il est important de reconnaître les limites de cette étude. Les modèles développés sont basés sur des hypothèses simplificatrices qui ne capturent pas tous les aspects complexes du comportement des matériaux à l'échelle nanométrique. De plus, notre recherche a principalement exploré des structures et des matériaux idéalisés, et il existe encore de nombreuses opportunités pour étendre ces modèles à des cas plus complexes.

Pour les recherches futures, il serait intéressant d'étudier davantage les interactions complexes entre les nanomatériaux et leur environnement, en tenant compte des conditions réelles d'utilisation. De plus, l'extension de ces modèles à des géométries plus complexes et à d'autres types de matériaux ouvrirait de nouvelles perspectives pour la conception de matériaux avancés.

En fin de compte, cette thèse représente une contribution substantielle à la connaissance dans le domaine des nanomatériaux et des composites, tout en offrant des bases solides pour des développements futurs. Elle témoigne de l'importance continue de la recherche dans ce domaine passionnant et en constante évolution, qui promet de révolutionner encore davantage l'ingénierie et les sciences des matériaux.

Reference

1. Koizumi, M., *The concept of FGM*. Ceramic transactions, 1993. **34**: p. 3-10.
2. Miyamoto, Y., et al., *Functionally graded materials: design, processing and applications*. Vol. 5. 2013: Springer Science & Business Media.
3. Deng, C., H. Kim, and H. Ki, *Fabrication of functionally-graded yttria-stabilized zirconia coatings by 355 nm picosecond dual-beam pulsed laser deposition*. Composites Part B: Engineering, 2019. **160**: p. 498-504.
4. Lian, Y., et al., *Preparation and properties of CVD-W coated W/Cu FGM mock-ups*. Fusion Engineering and Design, 2013. **88**(9-10): p. 1694-1698.
5. Shinohara, Y., *Functionally Graded Materials, Handbook of Advanced Ceramics*. 2013, Academic Press Oxford.
6. Rajak, D.K., et al., *Critical overview of coatings technology for metal matrix composites*. Journal of Bio-and Tribo-Corrosion, 2020. **6**: p. 1-18.
7. Abegunde, O.O., et al., *Overview of thin film deposition techniques*. AIMS Materials Science, 2019. **6**(2): p. 174-199.
8. Reina, A., et al., *Layer area, few-layer graphene films on arbitrary substrates by chemical vapor deposition*. Nano letters, 2009. **9**(8): p. 3087-3087.
9. Nagarajan, N. and P.S. Nicholson, *Nickel–alumina functionally graded materials by electrophoretic deposition*. Journal of the American Ceramic Society, 2004. **87**(11): p. 2053-2057.
10. Kaya, C., et al., *Electrophoretic deposition of ceramic coatings on ceramic composite substrates*. British ceramic transactions, 2003. **102**(3): p. 99-102.
11. Lee, S.H., et al., *A comprehensive review of nanomaterials developed using electrophoresis process for high-efficiency energy conversion and storage systems*. Energies, 2018. **11**(11): p. 3122.
12. Majumdar, J.D. and I. Manna, *Development of Functionally Graded Coating by Thermal Spray Deposition*, in *Thermal Sprayed Coatings and their Tribological Performances*. 2015, IGI Global. p. 121-162.
13. Reissner, E., *On bending of elastic plates*. Quarterly of applied mathematics, 1947. **5**(1): p. 55-68.
14. Espallargas, N., *Future development of thermal spray coatings: Types, designs, manufacture and applications*. 2015: Elsevier.

15. Choy, K., *Chemical vapour deposition of coatings*. Progress in materials science, 2003. **48**(2): p. 57-170.
16. El-Galy, I., B. Saleh, and M. Ahmed, *Functionally graded materials classifications and development trends from industrial point of view*. SN Appl Sci. 2019; **1**: 1–23.
17. Kawasaki, A. and R. Watanabe, *Concept and P/M fabrication of functionally gradient materials*. Ceramics international, 1997. **23**(1): p. 73-83.
18. Yan, L., Y. Chen, and F. Liou, *Additive manufacturing of functionally graded metallic materials using laser metal deposition*. Additive Manufacturing, 2020. **31**: p. 100901.
19. Olakanmi, E.O., R.F. Cochrane, and K.W. Dalgarno, *A review on selective laser sintering/melting (SLS/SLM) of aluminium alloy powders: Processing, microstructure, and properties*. Progress in Materials Science, 2015. **74**: p. 401-477.
20. Yan, J., I. Battiato, and G.M. Fadel, *Planning the process parameters for the direct metal deposition of functionally graded parts based on mathematical models*. Journal of Manufacturing Processes, 2018. **31**: p. 56-71.
21. Ngo, T.D., et al., *Additive manufacturing (3D printing): A review of materials, methods, applications and challenges*. Composites Part B: Engineering, 2018. **143**: p. 172-196.
22. Yap, Y.L., et al., *Material jetting additive manufacturing: An experimental study using designed metrological benchmarks*. Precision engineering, 2017. **50**: p. 275-285.
23. Singh, S., S. Ramakrishna, and R. Singh, *Material issues in additive manufacturing: A review*. Journal of Manufacturing Processes, 2017. **25**: p. 185-200.
24. Pan, Z., et al., *Arc welding processes for additive manufacturing: a review*. Transactions on Intelligent Welding Manufacturing: Volume I No. 1 2017, 2018: p. 3-24.
25. Rodrigues, T.A., et al., *Current status and perspectives on wire and arc additive manufacturing (WAAM)*. Materials, 2019. **12**(7): p. 1121.
26. Reisgen, U., R. Sharma, and L. Oster, *Plasma multiwire technology with alternating wire feed for tailor-made material properties in wire and arc additive manufacturing*. Metals, 2019. **9**(7): p. 745.
27. Shen, C., et al., *Fabrication of iron-rich Fe–Al intermetallics using the wire-arc additive manufacturing process*. Additive Manufacturing, 2015. **7**: p. 20-26.
28. Rathee, S., et al., *A review of recent progress in solid state fabrication of composites and functionally graded systems via friction stir processing*. Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences, 2018. **43**(4): p. 334-366.

29. Palanivel, S., et al., *Friction stir additive manufacturing for high structural performance through microstructural control in an Mg based WE43 alloy*. *Materials & Design* (1980-2015), 2015. **65**: p. 934-952.
30. Watanabe, Y., H. Eryu, and K. Matsuura, *Evaluation of three-dimensional orientation of Al₃Ti platelet in Al-based functionally graded materials fabricated by a centrifugal casting technique*. *Acta Materialia*, 2001. **49**(5): p. 775-783.
31. Fukui, Y. and Y. Watanabe, *Analysis of thermal residual stress in a thick-walled ring of duralcan-base Al-SiC functionally graded material*. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 1996. **27**: p. 4145-4151.
32. Andertová, J., et al., *Functional gradient alumina ceramic materials—Heat treatment of bodies prepared by slip casting method*. *Journal of the European Ceramic Society*, 2007. **27**(2-3): p. 1325-1331.
33. Bulatova, R., et al., *Functionally Graded Ceramics Fabricated with Side-by-Side Tape Casting for Use in Magnetic Refrigeration*. *International Journal of Applied Ceramic Technology*, 2015. **12**(4): p. 891-898.
34. Chmielewski, M. and K. Pietrzak, *Metal-ceramic functionally graded materials—manufacturing, characterization, application*. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences*, 2016. **64**(1): p. 151--160.
35. Mantari, J. and C.G. Soares, *Static response of advanced composite plates by a new non-polynomial higher-order shear deformation theory*. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2014. **78**: p. 60-71.
36. Zaabar Amina « Dépôt de couches minces de ZnS dopées Al par la méthode de croissance en solution (SGT) » Master, Université Abderrahmane Mira- Bejaia. Algérie (2013), p 15.
37. HERVÉ-BAZIN « Les nanoparticules : Un enjeu majeur pour la santé au travail » édition rapport Institut national de recherche et de sécurité (INRS) (2007), p 32.
38. Martine Reynier « les nanomatériaux : Bilan et perspective en santé et sécurité au travail » édition rapport Institut national de recherche et de sécurité (INRS), (2012).
39. Eric Gaffet « Les nanomatériaux : Effets sur la santé de l’homme et sur l’environnement » rapport agence française de sécurité sanitaire de l’environnement et du travail, France (2006), p 18.
40. Enteghar Samir « Élaboration d’un matériau Fe-Cr nanostructuré par mécanosynthèse : étude de la stabilité de la nanostructure » Master, Université Mouloud Mammer Tizi-Ouzou. Algérie (2016), p 18.
41. Didier Noel « Les nanomatériaux et leurs applications pour l’énergie électrique », p 4.

42. Ben Abdesselam Djedjiga « Elaboration de matériaux nanostructurés Fe-Cr par mécanosynthèse et frittage : étude structurale des produits par diffraction des rayons X » Master, Université Mouloud Mammer Tizi-Ouzou. Algérie (2017), p 18.
43. J.R. Zaera, J.A. Loya, J.N. Reddy, Bending of Euler–Bernoulli beams using Eringen’s integral formulation: A paradox resolved, *Internat. J. Engrg. Sci.* 99 (2016) 107–116.
44. C. Polizzotto, A nonlocal strain gradient plasticity theory for finite deformations, *Int. J. Plast.* 25 (2009) 1280–1300.
45. M. Asghari, M.H. Kahrobaiyan, M. Rahaeifard, M.T. Ahmadian, Investigation of the size effects in Timoshenko beams based on the couple stress theory, *Arch. Appl. Mech.* 81 (7) (2011) 863–874.
46. S.K. Park, X.L. Gao, Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory, *J. Micromech. Microeng.* 16 (11) (2006) 2355–2359.
47. N. Fleck, J. Hutchinson, *Strain gradient plasticity (advances in applied mechanics)*, New York 33 (1997) 295–361.
48. A.E. Giannakopoulos, K. Stamoulis, Structural analysis of gradient elastic components, *Int. J. Solids Struct.* 44 (10) (2007) 3440–3451.
49. A.M. Dehrouyeh-Semnani, M. Nikkhah Bahrami, A discussion on incorporating the Poisson effect in microbeam models based on modified couple stress theory, *Internat. J. Engrg. Sci.* 86 (2015) 20–25.
50. M. Simsek, T. Kocaturk, S.D. Akbas, Static bending of a functionally graded microscale Timoshenko beam based on modified couple stress theory, *Compos. Struct.* 95 (2013) 740–747.
51. F. Alinaghizadeh, M. Shariati, J. Fish, Bending analysis of size-dependent functionally graded annular sector microplates based on the modified couple stress theory, *Appl. Math. Model.* 44 (2017) 540–556.
52. M.H. Kahrobaiyan, M. Rahaeifard, S.A. Tajalli, M.T. Ahmadian, A strain gradient functionally graded Euler–Bernoulli beam formulation, *Internat. J. Engrg. Sci.* 52 (2012) 65–76.
53. Y.G. Wang, W.H. Lin, C.L. Zhou, Nonlinear bending of size-dependent circular microplates based on the modified couple stress theory, *Arch. Appl. Mech.* 84 (2014) 391–400.
54. J.N. Reddy, J. Kim, A nonlinear modified couple stress-based third-order theory of functionally graded plates, *Compos. Struct.* 94 (2012) 1128–1143.
55. R.A. Jafari-Talookolaei, N. Ebrahimzade, S. Rashidi-Juybari, K. Teimoori, Bending and vibration analysis of delaminated Bernoulli–Euler microbeams using the modified couple stress, *Sci. Iran.* 25 (2) (2018) 675–688.

56. A.R. Ghasemi, M. Mohandes, Size-dependent bending of geometrically nonlinear of microlaminated composite beam based on modified couple stress theory, *Mech. Adv. Compos. Struct.* 3 (2016) 53–62.
57. A.K. Lazopoulos, K.A. Lazopoulos, G. Palassopoulos, Nonlinear bending and buckling for strain gradient elastic beams, *Appl. Math. Model.* 38 (2014) 253–262.
58. F. Dadgar-Rad, A. Beheshti, A nonlinear strain gradient finite element for microbeams and microframes, *Acta Mech.* 228 (2017) 1941–1964.
59. N.T. Nguyen, N.I. Kim, J. Lee, Analytical solutions for bending of transversely or axially FG nonlocal beams, *Steel Compos. Struct.* 17 (2014) 641–665.
60. H. Daghigh, V. Daghigh, A. Milani, D. Tannant, Th.E. Lacy Jr., J.N. Reddy, Nonlocal bending and buckling of agglomerated CNT-Reinforced composite nanoplates, *Composites B* 183 (2020) 107716.
61. Y.Z. Wang, F.M. Li, Static bending behaviors of nanoplate embedded in elastic matrix with small scale effects, *Mech. Res. Commun.* 41 (2012) 44–48.
62. L. Feo, R. Penna, On bending of Bernoulli–Euler nanobeams for nonlocal composite materials, *Model. Simul. Eng.* 194 (2016) 1–5.
63. B. Bekhadda, M.B. Bouiadjra, F. Bourada, A.N. Bousahla, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, Dynamic and bending analysis of carbon nanotube-reinforced composite plates with elastic foundation, *Wind Struct. Int. J.* 27 (5) (2018) 311–324.
64. V. Borjalilou, E. Taati, M.T. Ahmadian, Bending, buckling and free vibration of nonlocal FG-carbon nanotube-reinforced composite nanobeams: exact solutions, *Appl. Sci.* 1 (2019) 1323.
65. X. Zheng, M. Huang, D. An, C. Zhou, R. Li, New analytic bending, buckling, and free vibration solutions of rectangular nanoplates by the symplectic superposition method, *Sci. Rep.* 11 (2021) 2939.
66. M.Z. Nejad, A. Hadi, Eringen's non-local elasticity theory for bending analysis of bi-directional functionally graded Euler–Bernoulli nano-beams, *Internat. J. Engrg. Sci.* 106 (2016) 1–9.
67. O. Civalek, C. Demir, Bending analysis of microtubules using nonlocal Euler–Bernoulli beam theory, *Appl. Math. Model.* 35 (5) (2011) 2053–2067.
68. Sh. Dastjerdi, M. Jabbarzadeh, Sh. Aliabadi, Nonlinear static analysis of single layer annular/circular graphene sheets embedded in Winkler–Pasternak elastic matrix based on non-local theory of Eringen, *Ain Shams Eng. J.* 7 (2016) 873–884.

69. Sh. Dastjerdi, M. Jabbarzadeh, Non-linear bending analysis of multi-layer orthotropic annular/circular graphene sheets embedded in elastic matrix in thermal environment based on non-local elasticity theory, *Appl. Math. Model.* 41 (2017) 83–101.
70. W.H. Duan, C.M. Wang, Nonlinear bending and stretching of a circular graphene sheet under a central point load, *Nanotechnology* 20 (2009) 075702.
71. Y.M. Xu, H.S. Shen, C.L. Zhang, Nonlocal plate model for nonlinear bending of bilayer graphene sheets subjected to transverse loads in thermal environments, *Compos. Struct.* 98 (2013) 294–302.
72. T.B. Nguyen, J.N. Reddy, J. Rungamornrat, J. Lawongkerd, T. Senjuntichai, V.H. Luong, Nonlinear analysis for bending, buckling and post-buckling of nanobeams with nonlocal and surface energy effects, *Int. J. Struct.* 19 (11) (2019) 1950130.
73. A. Ghobadi, Y. Tadi Beni, H. Golestanian, Size dependent nonlinear bending analysis of a flexoelectric functionally graded nano-plate under thermo-electro-mechanical loads, *J. Solid Mech.* 12 (1) (2020) 33–56.